МПС СССР — ГУУЗ

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Аспирант Е. В. БИНКЕВИЧ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА И РАЦИОНАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОБОЛОЧЕК С СИЛОВЫМИ ШПАНГОУТАМИ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ

Автореферат
диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата технических наук

Днепропетровск
1967

Днепропетровский институт инженеров железнодорожного транспорта направляет Вам для ознакомления автореферат кандидатской диссертации тов. БИНКЕВИЧА Е. В.

Защита диссертации состоится на заседании Ученого совета 1967 г.

Просим Вас и сотрудников Вашего учреждения, интересующихся темой диссертации, принять участие в заседании Ученого совета или прислать свои отзывы и пожелания о работе по адресу: г. Днепропетровск, 10, Университетская, 2, Институт инженеров железнодорожного транспорта.

МПС СССР — ГУУЗ

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

Аспирант Е. В. БИНКЕВИЧ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА И РАЦИОНАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОБОЛОЧЕК С СИЛОВЫМИ ШПАНГОУТАМИ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ

Автореферат
диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель —
доктор физико-математических наук,
профессор В. И. МОССАКОВСКИЙ.

Днепропетровск
1967

Работа выполнена в Днепропетровском государственном университете им. 300-летия Воссоединения Украины с Россией.

ВВЕДЕНИЕ

Тонкие оболочки обладают рядом свойств, позволяющих с выгодой использовать их в машиностроении для проектирования конструкций, воспринимающих распределенные нагрузки.

При действии на такие конструкции сосредоточенных сил возникающие в них напряжения распределяются неравномерно и увеличение прочности путем общего увеличения толщины оказывается нерациональным.

Применение конструкций с ребрами жесткости (шпангоутами и стрингерами) позволяет улучшить положение, однако усиливающие элементы, в свою очередь, оказываются нагруженными неравномерно и дальнейшее снижение веса конструкции может быть достигнуто путем придания им формы, позволяющей свести до минимума объем материала, работающего при напряжениях, значительно ниже допустимых.

Использование набора с нерегулярным вдоль его оси распределением жесткости может быть вызвано также конструктивными соображениями или необходимостью усиления конструкции для обеспечения ее прочности при нагружении силами большими, чем это предусмотрено проектом.

Сказанное в полной мере относится к силовым шпангоутам, служащим для восприятия действующих на оболочки сосредоточенных поперечных сил. Широкому внедрению в практику конструирования летательных аппаратов, где вопросы экономии веса имеют особо важное значение, силовых шпангоутов переменной жесткости препятствует отсутствие методов расчета, позволяющих, с одной стороны, производить проверку прочности конструкции при любом законе изменения жесткости шпангоута, а с другой — наиболее рациональным образом выбрать этот закон.

Настоящая работа имеет целью восполнить, в некоторой степени, этот недостаток.

Первая глава посвящена выводу формул, позволяющих рассчитывать круговые цилиндрические оболочки со шпангоутами переменной жесткости на любые сосредоточенные нагрузки, лежащие в плоскости последних.

Для оценки точности разработанного метода расчета, во второй главе проведено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными, полученными поляризационно-оптическим методом.

Содержание третьей главы составляет решение задачи построения шпангоута с таким распределением жесткости его поперечных сечений, которое обеспечивает существенный выигрыш в весе конструкции при сохранении ею технологичности.

Применение разработанных методов решения прямой и обратной задачи иллюстрируется примерами расчетов, проведенных для ряда значений исходных параметров. Необходимые вычисления выполнены на ЭВМ «Урал-1» и «М-20».

Глава 1. Напряженно-деформированное состояние оболочки со шпангоутом переменной жесткости.

Задачу расчета оболочки со шпангоутом переменной жесткости естественно решать на основе результатов, полученных при изучении оболочек со шпангоутами постоянной жесткости, так как возникающие в обеих случаях проблемы имеют много общего.

Вторая из этих задач детально и различными методами исследовались советскими учеными: В. З. Власовым, на основе разработанной им полубезмоментной теории, А. И. Балабухом, С. Н. Каном, А. Г. Иммерманом, А. И. Тюленевым, А. П. Захаровой. Существенные результаты в разработке отдельных сторон этой проблемы получены рядом зарубежных авторов: Н. Хоффом, В. Л. Салерно, Г Либовичем, Б. А. Болеем, С. Нардо.

Методика проверочного расчета круговой цилиндрической оболочки со шпангоутом переменной жесткости в диссертации разрабатывается на основе полубезмоментной теории В. В. Власова энергетическим методом, позволяющим в данном случае (нагружение сосредоточенными силами) обойтись без разложения внешней нагрузки в тригонометрические ряды.

Напряженно-деформированное состояние считается слагающимся из двух состояний: статически возможного (основного) и самоуравновешенного (дополнительного), отражающего статическую неопределимость конструкции и характеризующего, в сочетании с первым, ее действительную работу.

Усилия основного сотояния в шпангоуте определяются из расчета его, как кольцевой рамы переменной жесткости, нагруженной внешними силами и уравновешивающим их потоком касательных усилий в оболочке, распределенных, как в обычной балке.

Для придания выводам достаточной общности, целесообразно пердставить гибкость шпангоута в виде ряда (модуль упругости предполагается постоянным):

$$\frac{1}{E_ш I_ш} = \frac{1}{E_ш}\left(\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\beta\right), \qquad (1)$$

где

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{1}{I_ш} \cos n\beta \, d\beta, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$I_ш$ — момент инерции шпангоута;

β — угловая координата, отсчитываемая от точки приложения силы.

Такой подход позволяет не только получить результаты в конечном виде, но и использовать их при любом способе задания геометрических характеристик шпангоута, в том числе графическом (в виде чертежа) или табличном.

Выражения для внутренних усилий статически- возможного состояния (обозначены верхним индексом (0)) в шпангоуте имеют вид:

$$\begin{gathered} M_щ^{(0)} = M_1^{(0)} + M_2^{(0)}; \\ Q_ш^{(0)} = M_1^{(0)} + M_2^{(0)}; \\ N_ш^{(0)} + N_1^{(0)} + N_2^{(0)}; \end{gathered} \qquad (2)$$

где $M_ш^{(0)}$, $Q_ш^{(0)}$, $N_ш^{(0)}$ — изгибающие моменты, перерезывающие и продольные силы, возникающие в шпангоуте переменной жесткости в статически-возможном состоянии; $M_1^{(0)}$, $Q_1^{(0)}$, $N_1^{(0)}$ — те же силовые факторы, подсчитанные без учета переменности жесткости шпангоута и имеющиеся в справочной литературе; $M_2^{(\,)}$, $Q_2^{(0)}$, $N_2^{(0)}$ — добавки к соответствующим усилиям, обусловленные переменностью жесткости сечений шпангоута.

Они имеют вид:

при нагружении шпангоута радиальной силой P_r

$$M_2^{(0)}=\frac{P_r R}{\pi}\left[\left(\frac{A_1}{\Delta_1}-\frac{3}{4}\right)\cos\beta+\frac{A_1+A_2}{\Delta_1}+\frac{3}{2}\right];$$

$$Q_2^{(0)}=\frac{P_r}{\pi}\left[\left(\frac{3}{4}-\frac{A_1}{\Delta_1}\right)\sin\beta\right];$$

$$N_2^{(0)}=\frac{P_r}{\pi}\left(\frac{3}{4}-\frac{A_1}{\Delta_1}\right)\cos\beta;$$

при действии тангенциальной силы P_s

$$M_2^{(0)}=\frac{P_s R}{\pi}\left(\frac{A_3}{\Delta_2}-\frac{3}{4}\right)\sin\beta;$$

$$Q_2^{(0)}=\frac{P_s}{\pi}\left(\frac{A_3}{\Delta_2}-\frac{3}{4}\right)\cos\beta;$$

$$N_2^{(0)}=\frac{P_s}{\pi}\left(\frac{3}{4}-\frac{A_3}{\Delta_2}\right)\sin\beta;$$

при действии изгибающего момента M_x

$$M_2^{(0)}=\frac{M_x}{\pi}\left(\frac{A_4}{\Delta_2}-\frac{3}{4}\right)\sin\beta;$$

$$Q_2^{(0)}=\frac{M_x}{\pi R}\left(\frac{A_4}{\Delta_2}-\frac{3}{4}\right)\cos\beta;$$

$$N_2^{(0)}=\frac{M_x}{\pi R}\left(\frac{3}{4}-\frac{A_4}{\Delta_2}\right)\sin\beta,$$

где

$$A_1=18a_0^2-36a_1^2-8a_0a_1+21a_0a_2-16a_1a_2+$$
$$+48\sum_{n=3}^{\infty}a_n\left(\frac{a_0}{n^2-4}-\frac{a_1}{n^2-1}\right);$$

$$A_2\equiv 18a_0^2-28a_1^2-8a_2^2-8a_0a_1+7a_0a_2+19a_1a_2-$$
$$-24\sum_{n=3}^{\infty}\frac{a_n}{n^2-1}\left[a_2+\frac{3a_0(n^2-2)-2a_2(2n^2-5)}{n^2-4}\right];$$

$$A_3 = 18a_0 - 4a_1 - 19a_2 + 144\sum_{n=3}^{\infty}\frac{a_n}{(n^2-1)(n^2-4)};$$

$$A_4 = 36a_0 + 12a_1 - 20a_2 - 24\sum_{n=3}^{\infty}\frac{a_n}{n^2-1};$$

$$\Delta_1 = 24(a_0^2 - 2a_1^2 + a_0a_2);\quad \Delta_2 = 24(a_0 - a_2);$$

R — радиус нейтральной оси шпангоута.

Оболочка в статически возможном состоянии рассчитывается как пустотелая балка кольцевого сечения. Возникающие в ней продольные $(T^{(0)})$ и касательные $(S^{(0)})$ усилия вычисляются по формулам

$$T^{(0)} = \frac{M_и}{\pi R^2}\cos\beta\,(\sin\beta);$$

$$S^{(0)} = \frac{1}{\pi R}\left[\frac{M_{кр}}{2R} + Q\sin\beta\,(\cos\beta)\right]. \tag{3}$$

$M_и$, $M_{кр}$, Q — значения изгибающего и крутящего моментов и перерезывающей силы в рассматриваемом сечении; R — радиус срединной поверхности оболочки (в работе он принят равным радиусу нейтральной оси шпангоута). Величины без скобок принимаются при симметричном нагружении, величины в скобках — при действии обратно-симметричных нагрузок.

Усилия и перемещения дополнительного состояния самоуравновешены в поперечных сечениях и выражаются формулами, имеющими вид:

$$N^{(c)}(\alpha,\beta) = \sum_{k=2}^{\infty} N_k^{(c)}(\alpha,\beta) = \sum_{k=2}^{\infty} \nu_k(\alpha)\cos k\beta\,(\sin k\beta). \tag{4}$$

Здесь $N^{(c)}(\alpha,\beta)$ — функция, характеризующая дополнительное (обозначено индексом (с)) напряженно-деформированное состояние оболочки или шпангоута; $N_k^{(c)}(\alpha,\beta)$ — соответствующие функции, характеризующие элементарные напряженно-деформированные состояния; $\nu_k(\alpha)$ — зависящая только от координаты α функция, определяющая распределение k-ого элементарного состояния вдоль образующей (амплитудная величина k-ого состояния).

Задача состоит в отыскании амплитуд самоуравновешенных усилий и перемещений. Она решается отдельно для шпангоута и оболочки с учетом их совместной работы.

Уравнения упругости оболочки позволяют выразить все факторы дополнительного состояния через амплитудные значения одного из них, например, продольного усилия, принятые за основные неизвестные.

Для отыскания характера зависимости этих амплитуд от координаты α в диссертации используется вариационный принцип минимума потенциальной энергии деформации оболочки. Выражение для последней, с учетом только членов зависящих от амплитуд с индексом $k \geqslant 2$ (остальные не представляют интереса, так как пропадают при дифференцировании), имеет вид:

$$Э = \sum_{к=2}^{\infty} \int_{(\alpha)} \frac{\pi R^2}{2F\delta} \Big[t_к^2 + \frac{2(1+\nu)}{k^2} (t_к')^2 + + \frac{12 R^2}{\delta^2} \frac{1}{k_4(k^2-1)} \Big] d\bar{\alpha}, \tag{5}$$

где δ — толщина оболочки;

E, ν — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала оболочки; штрихом обозначена производная по α.

Система уравнений Эйлера-Лагранжа, определяющих функции $t_к$, минимизирующие функционал (5), приводятся к одному общего вида обыкновенному дифференциальному уравнению 4-го порядка относительно амплитуд $t_к$ с произвольным индексом

$$\frac{12 R^2}{\delta^2 \cdot} \frac{1}{k^4 (k^2-1)^2} t_к^{IV} - 2(1+\nu) \frac{1}{k^2} t_к^{II} + t_к = 0 \tag{6}$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$t_к = (C_1 \cos r\alpha + C_2 \sin r\alpha) e^{\omega\alpha} + (C_3 \cos r\alpha + + C_4 \sin r\alpha) e^{-\omega\alpha}, \tag{7}$$

где

$$\omega, r = \frac{k}{\sqrt{2(1+\nu)}} \frac{\sqrt{p \pm 1}}{p}; \qquad p = \frac{2\sqrt{3}}{1+\nu} \frac{R}{\delta} \frac{1}{k^2-1}.$$

Используя граничные условия, постоянные интегрирования можно выразить через усилия в стыковом сечении оболочки (обозначены индексом «о»)

$$C_i = \frac{B_{1i} t_к^о + (-1)^f B_{2i} s_к^о}{B_i}. \tag{8}$$

Здесь $t_к^о$, $s_к^о$ — амплитудные значения продольного и касательного усилий в стыковом сечении оболочки; B_{1i}, B_{2i}, B_i — коэффициенты, зависящие от вида граничных условий (в диссертации приведены их значения для бесконечных оболочек, а также для оболочек, края которых защемлены или свободно оперты на жесткие диски).

Все факторы дополнительного напряженно-деформированного состояния шпангоута можно выразить через амплитуды $s_к^о$, используя только уравнения равновесия (в направлении, перпендикулярном плоскости его кривизны, шпангоут считается абсолютно податливым).

Таким образом, задача сводится к определению амплитудных значений усилий в стыковых сечениях.

Они находятся из условия минимума потенциальной энергии конструкции, приводящегося к системе алгебраических уравнений:

$$\frac{\partial Э}{\partial t_к^о} = 0; \quad \frac{\partial Э}{\partial s_к^о} = 0. \tag{9}$$

В уравнение (9) потенциальная энергия деформации системы входит в виде производных по амплитудным значениям усилий в стыковых сечениях, имеющим индекс $k \geqslant 2$ и можно, поэтому, ограничиться вычислением только тех ее составляющих, которые зависят от этих амплитуд.

Энергия деформации оболочки вычисляется по формуле

$$Э_{ок} = \frac{\pi R}{2} \left[b_1 t_к^{о2} \pm (-1)^f 2b_2 t_к^о s_к^о + b_3 s_к^{о2} \right]. \tag{10}$$

Входящие в эту формулу коэффициенты b_1, b_2, b_3, зависят от геометрических характеристик оболочки и условий опирания ее краев; $f=1$ при симметричном нагружении и $f=0$ при действии обратно-симметричной нагрузки.

Потенциальная энергия деформации шпангоута, обусловленная работой сил дополнительного состояния на перемещениях основного, выражается формулой

$$Э_ш^{(ос)} = d_{ок} P(j) s_к^о, \tag{11}$$

где величины $P^{(j)}$, $d_{\text{ок}}$ имеют, в зависимости от вида нагружения, следующие значения:

при действии радиальной силы

$$P^{(j)}=P_r;\; d_{\text{ок}}\frac{R}{2E_{ш}}\frac{1}{k^2(k^2-1)}\left\{a_0\frac{1}{k^2-1}-a_{к-1}\left[\frac{k(k-1)-1}{4k(k-1)}+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{A_1}{\Delta_1}-1\right]-2a_к\left(\frac{2k^2-1}{4k^2-1}-\frac{A_1+A_2}{\Delta_1}-1\right)-$$

$$-a_{к+1}\left[\frac{k(k+1)+1}{4k(k+1)}+\frac{A_1}{\Delta_1}-1\right]-\sum_{n=1}^{\infty}{}^{*}a_n\left[\frac{k+1}{(k+1)^2-n^2}-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{k-1}{(k-1)^2-n^2}\right]\right\};$$

при действии касательной силы

$$P^{(j)}=P_s;\; d_{\text{ок}}=\frac{R^4}{2E_{ш}k(k^2-1)}\left\{a_0'\frac{1}{k(k^2-1)}-a_{к-1}\left[\frac{2k}{2k-1}-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{2k-1}{(2k-1)^2-1}-\frac{A_3}{\Delta_2}-\frac{1}{4}\right]+a_к\frac{1}{2k(4k^2-1)}+$$

$$+a_{к+1}\left[\frac{2}{2k+1}+\frac{2k+1}{(2k+1)^2-1}-\frac{A_3}{\Delta_2}+\frac{1}{4}\right]+$$

$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}{}^{*}a_n\left[\frac{k+1}{(k+1)^2-n^2}-\frac{k-1}{(k-1)^2-n^2}\right]\right\};$$

при нагружении изгибающим моментом

$$P^{(j)}=M_к;\; d_{\text{ок}}=\frac{R^4}{2E_{ш}}\frac{1}{k(k^2-1)}\left[a_0\frac{1}{k}-a_{к-1}\left(\frac{2k}{2k-1}-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{A_4}{\Delta_2}+\frac{1}{2}\right)-a_к\frac{1}{2k}+a_{к+1}\left(\frac{2k}{2k+1}-\frac{A_5}{\Delta_2}+\frac{1}{2}\right)-$$

$$\left.-\sum_{n=1}^{\infty}{}^{*}a_n\frac{k^2}{k^2-n^2}\right]$$

Звездочка у знака суммы означает, что при суммировании пропускаются члены с $n=к-1$, $к$, $к+1$.

Выражение для зависящей от амплитуд с индексом κ составляющей потенциальной энергии деформации, обусловленной работой внутренних сил дополнительного состояния на вызванных ими перемещениях, имеет вид

$$Э_{ш}^{(c)} = \pi R s_{к}^{o} \left(\frac{d_{кк}}{2} s_{к}^{o} + \sum_{\substack{i=2 \\ i \neq к}}^{\infty} d_{iк} s_{i}^{o} \right), \tag{12}$$

где

$$d_{iк} = \frac{R^4}{2E_ш} \frac{a_{|к-i|} - (-1)^f a_{к+i}}{k(k^2-1)\, i\,(i^2-1)},$$

а символом $|k-i|$ обозначен модуль числа $к-i$.

С учетом выражений (10—12), уравнения для определения амплитуд приводятся к бесконечной системе:

$$b_1 t_{к}^{o} + (-1)^f b_2 s_{к}^{o} = 0$$

$$(-1)^f b_2 t_{к}^{o} + (b_3 + d_{кк}) s_{к}^{o} + \sum_{i=2}^{\infty} d_{кi} s_{i}^{o} = d_{\bullet к}^{(j)} P^{(j)} \tag{13}$$

$i,\ k = 2, 3, \ldots$

$i \neq k.$

Из (13) видно, что неортогональность дополнительных самоуравновешенных состояний с разными индексами, обусловленная переменной жесткостью шпангоута, не позволяет свести задачу к решению всего 2-х уравнений общего вида для произвольного значения индекса κ, что имеет место в случае шпангоута постоянной жесткости. Однако, ввиду быстрого убывания коэффициентов $d_{кi}$ (они содержат в знаменателе величину i^3) на практике оказывается возможным ограничиваться сравнительно небольшим (10—15) числом уравнений.

Глава 2. Примеры расчетов. Экспериментальная проверка результатов.

Полученные формулы использовались для вычисления внутренних усилий в шпангоуте ступенчатого сечения, расположенном на торце длинной цилиндрической оболочки и нагруженном сосредоточенной радиальной силой.

Коэффициенты ряда Фурье, характеризующие гибкость шпангоута, имеют в этом случае вид:

$$a_0 = \frac{2}{\pi I_0} [\mu\pi + (1-\mu)\gamma]; \quad a_n = \frac{2(1-\mu)}{\pi I_0} \frac{\sin n\gamma}{n}. \tag{14}$$

Здесь $\mu = I_0 / I$, I_0 — момент инерции шпангоута в усиленной части (с углом раствора 2γ), I_0 — момент инерции сечений шпангоута на оставшейся части окружности).

Вычисления проводились на ЭВМ «Урал-1» при различных значениях исходных параметров. Сравнение полученных результатов со случаем шпангоута постоянного сечения показывает, что местное усиление шпангоута приводит к перераспределению внутренних усилий в конструкции, оказывающемуся в отдельных случаях, значительным. Так, например, при $\mu = 9$, $\gamma = \pi / 3$, $R^4 / I_0 = 0,3 \,.\, 10^6$; $R / \delta = 100$ изгибающий момент в точке приложения силы возрастает в 1,6 раза, а величина изгибающего момента в конце усиления при $\mu = 9$; $\gamma = \pi / 12$; $R^4 / \delta = 1 \ 10^6$; $R / \delta = 60$ в 1,4 раза превышает его значение в том же месте при отсутствии усиления.

Таким образом, при оценке напряженно-деформированного состояния оболочки с силовым шпангоутом переменной жесткости нельзя ограничиваться вычислением внутренних усилий в нем по формулам, справедливым для шпангоута постоянного сечения.

Для оценки точности выведенных формул, результаты расчетов сравнивались с экспериментальными данными, полученными поляризационно-оптическим методом.

Испытаниям подвергалась латунная оболочка, подкрепленная на торце шпангоутом ступенчатого сечения, изготовленным из оптически активного материала. Напряжения в шпангоуте определялись при действии на него сосредоточенной радиальной силы,

Хорошее совпадение результатов расчета и эксперимента (при $\mu = 4,9$; $\gamma = \pi / 3$; $R / \delta = 92$; $R / I_0 = 0,6 \,.\, 10^4$ расхождение расчетных и экспериментальных данных для сечения под силой составляет всего 3%) подтверждает возможность использования принятого метода расчета в практике.

Глава 3. Выбор рационального закона изменения жесткости шпангоута.

Если схема конструкции и жесткость сечений ее элементов заданы, то отыскание напряжений, вызываемых данной нагрузкой (прямая задача) представляет собою определенную, допускающую единственное решение задачу.

Обратная задача — подбор поперечных сечений при заданной величине нагрузки, предполагающая не пассивную проверку имеющихся силовых свойств, а управление ими, допускает бесконечное множество решений. Представляет интерес то из них, которое обеспечивает наличие свойств, выгодных проектировщику, в частности, минимум веса.

Ряд принципиальных проблем, возникающих при проектировании статически неопределимых систем минимального веса, решен советскими учеными.

В работах И. М. Рабиновича, К. М. Хуберяна, Ю. А. Радцига, В. А. Комарова метод заданных напряжений, впервые предложенный Гейманом в 1928 г. развит применительно к ферменным конструкциям.

Обратная задача для сплошных статически неопределимых систем всесторонне исследована А. И. Виноградовым.

Проблема построения шпангоута минимального веса на основе метода заданных напряжений может быть разбита на две части:

— определение закона задания напряжений в сечениях, обеспечивающего минимальный вес шпангоута при допустимых значениях конструктивных параметров;

— разработка метода, позволяющего находить жесткости сечений, обеспечивающие требуемое распределение напряжений.

Пренебрегая влиянием нормальных сил на напряженное состояние шпангоута, получим, что при рассматриваемых нагрузках уравнения упругости для него приводятся к виду:

$$\int\limits_{(s)} \frac{\sigma^2}{\alpha^2} \, \frac{\overline{M}_к}{\sigma w} \, ds = 0, \tag{15}$$

где σ — напряжение в сечении; α — коэффициент, зависящий от формы сечения; $\overline{M}_к$ —значения моментов от k-ых единичных неизвестных основной системы; $j_м=|M|/M=\text{sign}\,M$— введенная А. И. Виноградовым функция перемены знака; $w = W/F$; W, F — момент сопротивления и площадь поперечного сечения шпангоута.

При $\sigma/\alpha=\text{const}$ это уравнение совпадает с уравнением минимума объема (веса) системы, имеющим вид:

$$\int\limits_{(s)} \frac{\overline{M}_к j_м}{\sigma w} \, ds = 0. \tag{16}$$

Ввиду того, что α для каждого типа сечения мало меняется, или является постоянной величиной, из сказанного следует, что для шпангоута, нагруженного сосредоточенными постоянными силами, требование минимума веса совпадает с требованием равнопрочности его сечений.

Уравнения наименьшего объема определяют конструкцию в неявном виде. Основное затруднение, возникающее при проектировании, обусловлено свойствами статически неопределимых систем и состоит в том, что расчетные усилия в сечениях, определяющие их выбор, являются неизвестными.

В диссертации это затруднение преодолевается путем использования метода последовательных приближений к шпангоуту, закон изменения жесткости которого обеспечивает требуемое распределение напряжений по сечениям. Расчеты при этом проводятся в следующем порядке: вначале задается произвольный закон изменения жесткости сечений шпангоута и находятся соответствующие ему эпюры внутренних усилий (0-е приближение); затем находятся жесткости сечений, обеспечивающие заданное распределение напряжений при действии в шпангоуте усилий нулевого приближения; найденные значения жесткостей сечений позволяют найти новое распределение внутренних усилий в шпангоуте и по ним — жесткости сечений шпангоута следующего (1-го) приближения. Этот процесс продолжается до тех пор, пока разность между результатами двух последовательных приближений не станет меньше произвольно заданной малой величины.

При расчете исходные величины каждого приближения задаются в отдельных точках на оси шпангоута — расчетных сечениях. Общее выражение для гибкости шпангоута в этом случае имеет вид тригонометрического полинома. Такой подход позволяет строить вычисления каждого цикла на основе результатов 1-й главы.

Так как напряжения от изгиба в шпангоуте являются преобладающими, при подборе рационального закона изменения жесткости его сечений целесообразно учитывать только изгибающие моменты. Для придания расчету определенности и обеспечения прочности шпангоута в отношении других внутренних усилий, в точках, где изгибающий момент принимает нулевые значения, жесткость сечения определяется из дополнительных соображений (требуется, чтобы высота h этого сечения удовлетворяла соотношению

$$h \geqslant \alpha h_0,$$

где h_0 — максимальная высота сечения шпангоута, α — произвольный коэффициент).

В качестве примера рассмотрено оптимальное проектирование шпангоута, нагруженного сосредоточенной радиальной силой и уравновешивающим ее потоком касательных усилий в оболочке. Расчеты выполнены на ЭВМ «М-20». Из приведенных в диссертации графиков видно, что при значениях $\alpha =$ 0,05 преобладающая часть материала шпангоута работает при напряжениях, равных допустимым.

Представляет интерес то обстоятельство, что выигрыш в в весе, составляющий примерно 45% при $\alpha=0{,}4$, лишь незначительно увеличивается при дальнейшем приближении к равнопрочности (50% при $\alpha=0{,}05$). Оно делает возможным использование разработанного метода для отыскания такого распределения жесткости сечений, которое обеспечивает существенный выигрыш в весе и оказывается приемлемым по конструктивным соображениям. В частности, в случае нагружения радиальной силой при $\alpha=0{,}6$, отклонения высот сечений от постоянных значений имеют место на участке $2\gamma=\pi/2$, а выигрыш в весе составляет примерно 40%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представление гибкости шпангоута в виде одинарного тригонометрического ряда и применение вариационных методов позволили решить задачу о распределении внутренних усилий в конструкции, состоящей из тонкой круговой цилиндрической оболочки и шпангоута переменной жесткости.

Результаты расчетов по выведенным формулам показывают, что вызываемое местным изменением жесткости шпангоута перераспределение внутренних усилий может быть значительным и его необходимо учитывать при оценке прочности таких конструкций.

Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными, позволяет сделать вывод об удовлетворительной точности выведенных формул и возможности их использования в практике.

При рассмотрении обратной задачи, решаемой методом заданных напряжений, сделан вывод о том, что наивыгоднейшим способом задания напряжений в шпангоуте является равнопрочность его сечений.

Построение равнопрочного шпангоута производится методом итераций с использованием тригонометрической интерполяции.

В применении к проектированию это решение дает возможность найти оптимальные размеры сечений шпангоута и рациональное распределение материала при дополнительных конструктивных ограничениях. Кроме того возможность сравнения с минимумом веса устанавливает критерий выгодности любого заданного распределения материала по сечениям шпангоута.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Е. В. Бинкевич, А. Л. Гашко, В. П. Манза. К учету усиления шпангоута цилиндрической оболочки, нагруженного радиальной силой «Прикладная механика», Киев, 1966, вып. 4, стр. 32—38.

2. Е. В. Бинкевич, А. Л. Гашко, В. П. Манза. К вопросу о рациональном выборе усиления кругового шпангоута. «Гидроаэромеханика». Сборник статей. Вып. 3, Харьков. изд-во Харьк. ун-та, 1966, стр. 99—106.

3. Е. В. Бинкевич, Л. В. Вергейчик. К расчету цилиндрической оболочки со шпангоутом переменной жесткости на поперечные нагрузки. «Самолетостроение и техника воздушного флота». Сборник статей. «Харьков, изд-во Харьк. ун-та (Статья принята в 12-й выпуск сборника).

БТ 08555. Областная книжная типография
Днепропетровского областного управления по печати,
г. Днепропетровск, ул. Серова, 7.
Заказ № 584-м. Тираж 200. Объем 1 п. л. Подписано к печати 15.III-67 г.