

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ СССР
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ
ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
имени М. И. КАЛИНИНА

На правах рукописи

РЕПЕТА Владимир Емельянович

ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ
К ИССЛЕДОВАНИЮ КОЛЕБАНИЙ
ПОДВИЖНОГО СОСТАВА ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ

05.22.07 — Подвижной состав и тяга поездов

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Днепропетровск
1977

НТБ
ДНУЖТ

Работа выполнена в Днепропетровском отделении Института механики Академии наук Украинской ССР.

Научный руководитель:

заслуженный деятель науки УССР, академик АН УССР, доктор технических наук, профессор **В. А. Лазарян**.

Научный консультант по численным методам решения краевых задач с применением ЭВМ — кандидат технических наук, доцент **С. И. Конашенко**.

Официальные оппоненты:

Доктор технических наук **А. А. Львов**.

кандидат технических наук, доцент **И. Г. Барбас**.

Ведущая организация указана в решении Ученого совета ДИИТа.

Защита состоится *«19» сентября* 1977 г. в *«14»* часов заседании специализированного совета К 114.07.01 в Днепропетровском институте инженеров железнодорожного транспорта имени М. И. Калинина (г. Днепропетровск, 320629, ГСП, ул. Университетская, 2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института.

Автореферат разослан *«12» августа* 1977 г.

Ученый секретарь специализированного совета
технических наук, доцент **Л. В. Петрович**.

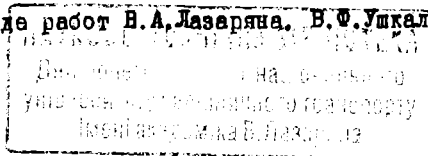
НТБ
ДНУЖТ

Актуальность темы.

Исследование динамики механических систем, расчетные схемы которых могут быть представлены в виде стержня или системы стержней с переменными по длине параметрами и сосредоточенными включениями представляет интерес для ряда задач прикладной теории колебаний.

При изучении динамики транспортных средств и решении других подобных задач прикладной механики применяются различные математические модели, подходы к исследованию, расчетные схемы и методы решения в зависимости от постановки задачи. Этому вопросу посвящены работы А.Н. Крылова, В.А. Лазаряна, Е.П. Блохина, А.П. Филиппова, А.А. Львова, С.И. Конашенко, Я.Г. Пановко, В.Ф. Ушкалова, И.И. Челнокова, А.А. Камаева и других.

Строгий подход к решению задач, в которых в качестве расчетной схемы транспортного средства принимается система с конечным числом степеней свободы, сформулирован в статьях В.А. Лазаряна и других авторов и обобщен в известной монографии В.А. Лазаряна "Динамика вагонов". При этом все тела, входящие в расчетную схему, считаются абсолютно твердыми. Если исследуются изгибные колебания, то систему с распределенными параметрами обычно заменяют системой с конечным числом степеней свободы, сосредотачивая массу в конечном числе точек. Это дает возможность учитывать, например, деформируемость кузова вагона в задачах о колебаниях подвижного состава железных дорог. Такой подход предложен в той же монографии "Динамика вагонов" и использован в ряде работ В.А. Лазаряна, В.Ф. Ушкалова и других



авторов.

В монографии В.А.Лазаряна и С.И.Конашенко "Обобщенные функции в задачах механики" приведен другой метод исследования систем с кусочно-постоянными распределенными параметрами и сосредоточенными включениями, основанный на применении обобщенных функций и сплайн-преобразования аргумента.

В некоторых случаях можно приближенно представить заданную систему как стержень постоянного сечения и получить решение в известных функциях А.Н.Крылова. Если точность такого решения недостаточна, то вместо стержня постоянного сечения нужно взять стержень с изменяющимися по длине параметрами. Если эти параметры считать кусочно-постоянными, то можно далее применить метод начальных параметров в матричной форме.

Однако при этом возникает неизбежная необходимость обращения к ЭВМ, а это подсказывает следующий подход: снять все ограничения, связанные с изменением параметров (изгибной жесткости и интенсивности массы) по длине стержней, и рассматривать систему стержней с произвольными переменными параметрами и сосредоточенными включениями. Такой подход к решению задачи позволяет более точно отразить особенности реальной механической системы в расчетной схеме.

Исследование собственных и вынужденных колебаний указанных систем, являющихся расчетными схемами транспортных средств, представляет собой важную задачу, решению которой и посвящена данная диссертация.

Цель работы.

Ставится следующая задача механики: исследуются собствен-

ДНУКТ

ные и вынужденные колебания вагона, в том числе с длинномерным грузом, как системы стержней с переменными по длине параметрами и сосредоточенными включениями.

При исследовании динамики транспортных средств кузов вагона можно считать стержнем переменного сечения с сосредоточенными включениями. Если принимать во внимание также длинномерный перевозимый груз, то получаем систему стержней (в общем случае переменного сечения), соединенных между собой упругими элементами.

Цель данной работы и является определение динамических качеств механических систем, в частности транспортных средств, расчетные схемы которых могут быть представлены в виде стержня или системы стержней с переменными по длине параметрами и сосредоточенными включениями.

Научная новизна.

Использование сингулярных обобщенных (импульсивных) функций позволяет описать поведение каждого из стержней системы единым дифференциальным уравнением, справедливым для стержня в целом и содержащим условия сопряжения в местах скачкообразного изменения параметров и расположения сосредоточенных включений. В связи с этим сформулированная для исследования колебаний краевая задача оказывается двухточечной для каждого из стержней.

Нормальные формы и формы вынужденных колебаний вагона с длинномерным грузом описываются, в конечном счете, обыкновенными дифференциальными уравнениями высших порядков (до 8-го включительно) с произвольными переменными и сингулярными коэффициентами. Особенностью работы является использование импульсивных

функции высоких порядков (до 5-го включительно).

К решению таких уравнений применены численные методы. Задача о собственных или вынужденных колебаниях рассматриваемых систем решается точно (в рамках ее постановки). Алгоритм сведения краевой задачи к задаче Коши разработан так, чтобы уравнения в нормальной форме Коши не содержали импульсивных функций. Решение отыскивается в так называемых обобщенных функциях А.Н.Крылова, которые задаются не аналитическими выражениями, а программами их вычисления.

Для исследования стационарного режима вынужденных колебаний расчетной схемы вагона с длинномерным грузом дано развитие известного метода отыскания решения для установившегося режима в замкнутой форме. При этом определяются не только амплитудно-частотные характеристики для перемещений, ускорений и внутренних усилий, но и аналогичные зависимости амплитудных значений указанных величин от скорости движения транспортного средства по изолированным периодически повторяющимся неровностям пути.

Показано, что решение в замкнутой форме может быть получено для неупругих сопротивлений, подчиняющихся не только частной гипотезе Фойгта, но и общей (коэффициенты вязкости для каждого из отержней и упруго-вязких элементов связей между ними могут быть разными), что значительно расширяет возможности приложения полученных результатов.

Пути практической реализации.

Методика определения частот и форм собственных колебаний одноотержневой и двухотержневой систем, а также методика исследования стационарного режима вынужденных колебаний двухотер-

невой системы, внедрены в практику работ предприятия и используются при создании новых и усовершенствовании существующих транспортных средств, что подтверждается актами внедрения.

Разработанная методика может быть также использована при исследовании собственных и вынужденных колебаний вагонов с перевозимыми длинномерными грузами и других механических систем, расчетные схемы которых могут быть представлены стержнем или системой стержней с переменными по длине параметрами и сосредоточенными включениями.

Апробация.

Основные положения работы были доложены: на научно-технической конференции, посвященной 50-летию образования СССР (Днепропетровск, 1972); на конференции молодых ученых Днепропетровского отделения Института механики АН УССР (Днепропетровск, 1972); на семинаре "Общая механика" (Днепропетровск, 1976); на конференции "Проблемы механики наземного транспорта" (Днепропетровск, 1977).

Публикация.

Основное содержание диссертации опубликовано в 7 печатных работах.

Структура работы обусловлена необходимостью последовательного рассмотрения собственных и вынужденных колебаний системы "вагон-длинномерный груз". В I и II главах рассмотрены собственные колебания одностержневой и двухстержневой систем с переменными по длине параметрами и сосредоточенными включениями.

В III и IV главах рассмотрен стационарный режим вынужденных колебаний системы, состоящей из двух стержней, при гармоническом возмущении и возмущении, вызываемом движением по изолированным периодически повторяющимся неровностям пути с использованием как частной, так и общей гипотезы Фойгта.

Объем работы.

Диссертация изложена на 137 страницах и состоит из введения, четырех глав, выводов, списка литературы из 105 наименований, содержит 28 рисунков, 7 таблиц.

Основное содержание работы

Применение приближенных методов при исследовании собственных и вынужденных колебаний транспортных средств, рассматриваемых как системы с распределенными параметрами и сосредоточенными включениями, встречает известные трудности. Изгибные формы колебаний появляются при высоких частотах.

При исследовании вынужденных колебаний таких систем путем разложения решения по формам собственных колебаний для обеспечения достаточной точности требуется брать сравнительно большое число членов ряда. Применение приближенных методов приводит к значительным погрешностям даже для низших форм. Отыскание высших форм колебаний приближенными методами в этом случае может оказаться практически невозможным. В подобных случаях желательно получить точное решение, которое в общем случае может быть найдено только численными методами.

При исследовании стационарного режима вынужденных колеба-

ний механической системы с произвольными законами изменения изгибной жесткости и интенсивности массы целесообразнее решать задачу путем отыскания форм вынужденных колебаний - аналогично тому, как это делается для простых систем. При этом повышается точность и уменьшается объем вычислений.

Исследование некоторых вопросов при решении задач динамики транспортных средств и посвящена настоящая работа.

В I главе диссертации рассмотрена задача об отыскании частот и форм собственных поперечных колебаний стержня с произвольными переменными параметрами и сосредоточенными включениями, лежащего на упругом основании с произвольными переменными коэффициентом постели. Математическая модель состоит из дифференциального уравнения четвертого порядка для форм собственных колебаний с переменными и сингулярными коэффициентами и краевых условий.

Жесткость $EI(x)$ при изгибе стержня, интенсивность $m(x)$ массы и коэффициент $k(x)$ упругости основания являются кусочно-непрерывными функциями x с разрывами непрерывности первого рода в конечном числе точек: $EI(x) = \sum_{i=0}^n EI_i(x) \delta_0(x-a_i)$, $m(x) = \sum_{i=0}^n m_i(x) \delta_0(x-a_i)$, $k(x) = \sum_{i=0}^n k_i(x) \delta_0(x-a_i)$, где $a_i = 0$, $EI_i(x)$, $m_i(x)$ и $k_i(x)$ - непрерывные функции. Сосредоточенные включения (упругие опоры с жесткостью K_i и сосредоточенные массы M_i) учтены путем введения в выражения коэффициента $k(x)$ упругости основания и интенсивности $m(x)$ массы импульсивных функций первого порядка (δ - функция Дирака) $\delta_0(x-a_i)$. Тогда
$$m(x) = \sum_{i=0}^n [m_i(x) \delta_0(x-a_i) + M_i \delta_0(x-a_i)];$$

НТБ
ДНУЖТ

$$K(x) = \sum_{i=0}^n [K_i(x) \delta_0(x-a_i) + K_i \delta_0(x-a_i)].$$

Дифференциальное уравнение форм собственных колебаний такого стержня в силу непрерывности перемещений $X(x)$ будет

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{i=0}^n EI_i(x) \delta_0(x-a_i) X'' \right]' - \left[\nu^2 \sum_{i=0}^n m_i(x) \delta_0(x-a_i) - \right. \\ & \left. - \sum_{i=0}^n K_i(x) \delta_0(x-a_i) \right] X - \nu^2 \sum_{i=0}^n M_i X(a_i) \delta_0(x-a_i) + \\ & + \sum_{i=0}^n K_i X(a_i) \delta_0(x-a_i) = 0 \end{aligned}$$

где X — вертикальное перемещение сечения x стержня в j -й форме колебания, ν — j -я собственная частота.

В обычной постановке рассматриваемая краевая задача является многоточечной. Но поскольку применяются обобщенные функции, условия сопряжения в местах скачкообразного изменения параметров и расположения сосредоточенных включений содержатся уже в дифференциальном уравнении. Далее многоточечная краевая задача становится двухточечной. При решении таких уравнений далее используются только краевые условия.

Далее осуществляется сведение краевой задачи к нескольким задачам Коши. Это делается путем использования обобщенных функций А.Н.Крылова. Под ними понимаются решения исходного дифференциального уравнения, образующие фундаментальную систему и удовлетворяющие начальным условиям, записанным в виде единичной матрицы.

Для отыскания обобщенных функций А.Н.Крылова необходимо представить дифференциальное уравнение форм собственных колебаний в нормальной форме Коши. С этой целью вводятся новые пе-

ременные - вспомогательные функции.

В дифференциальное уравнение входят импульсивные функции первого порядка, которые появились при введении сосредоточенных включений. Кроме того, в уравнение могут войти импульсивные функции первого и второго порядка, которые появятся при дифференцировании выражения для момента инерции. При численном интегрировании систем дифференциальных уравнений реализация сингулярных функций $\delta_1(x-a)$ и $\delta_2(x-a)$ вызывает известные трудности. Поэтому вспомогательные функции при переходе к нормальной форме Коши выбираются так, чтобы в системы уравнений первого порядка не входили импульсивные функции $\delta_1(x-a)$ и $\delta_2(x-a)$. Входящие же в уравнения единичные функции $\delta_0(x-a)$, при численном интегрировании не вызывают затруднений.

Путем введения обобщенных функций А.Н.Крылова решение краевой задачи для дифференциального уравнения четвертого порядка с переменными и сингулярными коэффициентами приводится к последовательному решению четырех задач Коши для уравнения четвертого порядка с одним неопределенным параметром.

Далее применяются численные методы. Решая системы уравнений, например, методом Рунге-Кутты (при заданном значении частоты ν), определяем необходимые значения обобщенных функций А.Н.Крылова и их производных. Подставляя полученные значения в уравнение частот, сравниваем результат с заданной невязкой и при необходимости продолжаем вычисления, задаваясь новым значением частоты, равным $\nu + \Delta\nu$, пока не получится результат с заданной точностью. При найденном значении частоты определяем затем формы собственных колебаний системы. Условие ортогональности используем для проверки правильности отыскания форм.

Предполагается, что в общем случае жесткость $EI(x)$ при изгибе, интенсивность $m(x)$ массы и коэффициент $K(x)$ упругости основания претерпевают разрывы непрерывности первого рода в точках с абсциссами $x=a_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

Кроме того, стержень имеет в тех же сечениях сосредоточенные включения в интенсивность массы и жесткость основания (сосредоточенные массы и отдельные упругие опоры). Если какой-либо из указанных особенностей в данном сечении нет, то соответствующий параметр следует положить равным нулю. Таким путем могут быть "набраны" различные расчетные схемы.

Предложенная методика была использована при исследовании колебаний цельнометаллического грузового вагона. Рассматривались три случая: порожний вагон, вагон с подвижной рамой и вагон с подвижной рамой и грузом. Расчеты проводились с учетом того, что рессорные комплекты тележек ЦНИИ-ХЗ-0 начинают работать при движении вагона со скоростью более 60 км/ч. Поэтому жесткости упругих опор принимались равными 800 т/м — для работающих рессорных комплектов, и 7000 т/м — для неработающих. Для каждого случая определены первые четыре частоты и соответствующие им формы собственных колебаний. Погрешности отыскания форм собственных колебаний, определяемые при помощи условия ортогональности, невелики и не превышают 0,2%.

В этой же главе рассмотрена возможность учета инерции вращения и деформации сдвига при исследовании собственных колебаний стержня переменного сечения.

II глава посвящена исследованию собственных колебаний системы, составленной из двух параллельно расположенных неоднород-

родных стержней с упругими элементами связей между ними и сосредоточенными включениями в интенсивность массы. Задачи подобного рода встречаются при исследовании колебаний транспортных средств с длинномерными грузами и некоторых других механических систем. Жесткость при изгибе и интенсивность массы каждого из стержней изменяется по тому же закону, что и в случае одно-стержневой системы.

Дифференциальные уравнения формы собственных колебаний такой системы имеют вид

$$\begin{aligned} [EI_1(x_1) \chi_1''']_{x_1} - \bar{\nu}^4 m_1(x_1) \chi_1(x_1) &= c_1 \Delta_1 b_1(x_1 - a_1) + c_2 \Delta_2 b_1(x_1 - a_2); \\ [EI_2(x_2) \chi_2''']_{x_2} - \bar{\nu}^4 m_2(x_2) \chi_2(x_2) &= -c_1 \Delta_1 b_1(x_2 - a_1) - c_2 \Delta_2 b_1(x_2 - a_2) + \\ &+ c_3 \Delta_3 b_1(x_2 - a_3) + c_4 \Delta_4 b_1(x_2 - a_4), \end{aligned}$$

где $\chi_1(x_1)$ и $\chi_2(x_2)$ — перемещения в сечениях x_1 и x_2 верхнего и нижнего стержней при колебаниях системы с частотой $\bar{\nu}$; $\Delta_1 = \chi_2(a_1) - \chi_1(a_1)$, $\Delta_2 = \chi_2(a_2) - \chi_1(a_2)$, $\Delta_3 = -\chi_2(a_3)$, $\Delta_4 = -\chi_2(a_4)$ — удлинения упругих элементов связей. Жесткости c_1 , c_2 , c_3 и c_4 связей, а также абсциссы точек a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 и a_6 , в которых они прикреплены к стержням, могут быть произвольными. Уравнения для $\chi_1(x_1)$ и $\chi_2(x_2)$ связаны между собой сингулярными членами.

Как и ранее, при решении поставленной краевой задачи воспользуемся обобщенными функциями А.Н.Крылова. Построив общее решение системы дифференциальных уравнений при помощи найденных функций и удовлетворив краевым условиям на концах стержней (условия в промежуточных точках удовлетворяются автоматически благодаря введению в уравнения соответствующих сингулярных членов), получим характеристическое уравнение для отыскания соб-

ственных частот и выражения для форм собственных колебаний.

Решения уравнений имеют вид:

$$X_1(x) = \sum_{j=0}^3 X_1^{(j)}(0) Y_j^{(1)} + \sum_{j=0}^3 X_2^{(j)}(0) Y_j^{(12)};$$

$$X_2(x) = \sum_{j=0}^3 X_1^{(j)}(0) Y_j^{(21)} + \sum_{j=0}^3 X_2^{(j)}(0) Y_j^{(2)}.$$

Здесь $X_2^{(0)}(0) = X_2(0)$ ($n=1,2$); $Y_j^{(1)}$, $Y_j^{(12)}$, $Y_j^{(21)}$, $Y_j^{(2)}$ ($j = 0, 1, 2, 3$) - искомые обобщенные функции А.Н.Крылова, причем функции $Y_j^{(1)}$ учитывают влияние начальных параметров $X_1^{(j)}(0)$ первого стержня на перемещения $X_1(x)$ этого же стержня, $Y_j^{(12)}$ - влияние начальных параметров $X_2^{(j)}(0)$ второго стержня на перемещения первого, $Y_j^{(21)}$ - влияние начальных параметров $X_1^{(j)}(0)$ первого стержня на перемещения второго и $Y_j^{(2)}$ - влияние начальных параметров $X_2^{(j)}(0)$ второго стержня на перемещения того же стержня. Функции $Y_j^{(1)}$, $Y_j^{(12)}$, $Y_j^{(21)}$ и $Y_j^{(2)}$ представляют собой искомые функции влияния, а если судить по структуре их аналитических выражений, - функции, "сращенные" из аналитических функций в точках прикрепления упругих связей, т.е. сплайн-функции, или сплайны.

Обобщенные функции А.Н.Крылова, как и ранее, определяем, решая дифференциальные уравнения, которые представлены в нормальной форме Коши, при соответствующих начальных условиях.

Условие ортогональности для форм собственных поперечных колебаний рассматриваемой механической системы имеет вид

$$\int_0^l m_1^0(x) X_{1i} X_{1j} dx + \sum_{k=1}^{n_1} M_{1k} X_{1i}(a_k) X_{1j}(\bar{a}_k) + \\ + \int_0^l m_2^0(x) X_{2i} X_{2j} dx + \sum_{l=1}^{n_2} M_{2l} X_{2i}(a_l) X_{2j}(a_l) = 0,$$

НТБ
ДНУЖТ

где $m_1^0(x_1)$ и $m_2^0(x_2)$ - интенсивность распределенной массы верхнего и нижнего стержней соответственно, M_{1k} , M_{2k} - величины сосредоточенных в сечениях $x_1 = a_k$ и $x_2 = a_k$ масс.

При отыскании частот собственных колебаний рассматриваемой механической системы на ЭВМ выбор исходного значения параметра ν определяется началом исследуемого диапазона частот. В заданном интервале частота изменяется с постоянным шагом $\Delta\nu$, который выбирается так, чтобы исключить возможность пропуска одной или нескольких частот. Для определения точного значения ν предусмотрено автоматическое дробление шага $\Delta\nu$. Если известно приближенное значение искомой частоты, то задание исходного значения ν упрощается.

В качестве примера рассмотрены колебания грузового полувагона с грузом. Определены частоты и формы собственных колебаний.

В III и IV главах работы рассмотрен стационарный режим вынужденных колебаний системы "вагон-длинномерный груз". Принимается во внимание неупругое сопротивление в стержнях и соединительных элементах, подчиняющееся гипотезе Фойгта. Для стационарного режима отыскиваем формы вынужденных колебаний при произвольных законах изменения изгибной жесткости и интенсивности массы.

Дифференциальные уравнения вынужденных колебаний исследуемой механической системы запишем в виде

$$m_1(x_1) \frac{\partial^2 v_1(x_1, t)}{\partial t^2} + (1 + M_1 \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} [EI_1(x_1) \frac{\partial^2 v_1(x_1, t)}{\partial x_1^2}] + \\ + (1 + M_{12} \frac{\partial}{\partial t}) c_1 \bar{\Delta} \delta_1(x_1 - a_1) + (1 + M_{22} \frac{\partial}{\partial t}) c_2 \bar{\Delta} \delta_1(x_1 - a_2) = 0;$$

НТБ
ДНУЖТ

$$\begin{aligned}
 & m_2(x_2) \frac{\partial^2 V_2(x_2, t)}{\partial t^2} + (1 + J_2 \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} [E I_2(x_2) \frac{\partial^2 V_2(x_2, t)}{\partial x_2^2}] - \\
 & - (1 + J_{14} \frac{\partial}{\partial t}) C_4 \bar{\Delta} G_1(x_2 - a_2) - (1 + J_{14} \frac{\partial}{\partial t}) C_2 \bar{\Delta} G_1(x_2 - a_4) + \\
 & + (1 + J_{13} \frac{\partial}{\partial t}) C_5 V_2(x_2, t) G_1(x_2 - a_3) + (1 + J_{16} \frac{\partial}{\partial t}) C_6 V_2(x_2, t) G_1(x_2 - a_5) = \\
 & = (1 + J_{13} \frac{\partial}{\partial t}) C_5 f_1(t) G_1(x_2 - a_3) + (1 + J_{16} \frac{\partial}{\partial t}) C_6 f_2(t) G_1(x_2 - a_5).
 \end{aligned}$$

Здесь: $\bar{\Delta} = V_1(x_1, t) - V_2(x_2, t)$; $V_1(x_1, t)$, $V_2(x_2, t)$ - прогибы верхнего и нижнего стержней, J_1 и J_2 - коэффициенты неупругого сопротивления стержней, J_{11} , J_{12} , J_{13} и J_{16} - коэффициенты неупругого сопротивления связей в сечениях $x_1 = a_1$, a_2 и $x_2 = a_3$, a_5 .

В III главе рассмотрены колебания консервативной и диссипативной систем при гармоническом кинематическом возмущении.

В первом приближении предполагается, что в стержнях и в связях отсутствует неупругое сопротивление. Поэтому результаты решения задачи будут иметь смысл лишь в случаях достаточно далеких от резонансных. Задавая возмущения в виде $f_1(t) = b_1 \sin \omega t$ и $f_2(t) = b_2 \cos \omega t$, а решения системы уравнений - $V_1(x_1, t) = X_1(x_1) \sin \omega t$ и $V_2(x_2, t) = X_2(x_2) \cos \omega t$, получаем уравнения форм вынужденных колебаний стержней, входящих в систему.

Используя, как и ранее, обобщенные функции А.Н.Крылова, находим решения однородных уравнений соответствующих дифференциальных уравнений. Решения неоднородных уравнений отыскиваем по методу Коши. Для этого определяем реакцию системы, поведение которой описывается однородными уравнениями, на единич-

ное запаздывающее импульсивное воздействие. Применяв далее принцип наложения, получаем общее решение системы дифференциальных уравнений с переменными и сингулярными коэффициентами.

Решая уравнения численным методом при соответствующих начальных условиях, определим обобщенные функции А.Н.Крылова. Необходимо отметить, что в общее решение вошли обобщенные функции А.Н.Крылова с запаздывающим аргументом, для определения которых необходимо решать новые уравнения, учитывая сдвиг аргумента в выражениях для переменных коэффициентов.

Используя краевые условия для стержней, входящих в расчетную схему, и дополнительные условия в местах прикрепления упругих связей, получим систему алгебраических уравнений для отыскания начальных и промежуточных параметров. Подставляя найденные значения параметров в общее решение, получаем формы вынужденных колебаний стержней для заданного значения частоты ω кинематического возбуждения. Если зафиксировать X_1 (или X_2) и считать, что переменной величиной является частота ω , найдем амплитудно-частотную характеристику для перемещения выбранного сечения X_1 (или X_2).

При исследовании диссипативной системы принимается во внимание неупругое сопротивление, подчиняющееся частной гипотезе Фойгта, т.е. считаем, что $M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = M_5 = M_6 = M$. Полагаем, что колебания вызваны гармоническим кинематическим возбуждением опор нижнего стержня с запаздыванием возмущения одной опоры по отношению к другой $f_i(t) = A \sin(\omega t + \varepsilon_i)$, $i = 1, 2$.

Решение системы дифференциальных уравнений ищем в виде

$$V_i(x, t) = X_{1i}(x_i) \sin \omega t + X_{2i}(x_i) \cos \omega t;$$

НТБ
ДНУЖТ

$$V_2(x_2, t) = X_{21}(x_2) \sin \omega t + X_{22}(x_2) \cos \omega t.$$

Здесь условно понимаем форму вынужденных колебаний определяет совокупность функций X_{11} и X_{12} для верхнего стержня и X_{21} и X_{22} для нижнего.

В отличие от случая консервативной системы, для диссипативной получаем систему четырех дифференциальных уравнений восьмого порядка с переменными и сингулярными коэффициентами. В правые части уравнений, кроме импульсивных функций первого порядка $\mathcal{G}_1(x-a)$, войдут также импульсивные функции пятого порядка $\mathcal{G}_5(x-a)$. Поэтому при отыскании решения неоднородного уравнения, кроме прежнего единичного импульсивного запаздывающего воздействия, задаем импульсивное воздействие, в которое входят функции $\mathcal{G}_1(x-a)$ и $\mathcal{G}_5(x-a)$. Реакция системы, как и прежде, будет определяться обобщенными функциями А.Н. Крылова с запаздывающим аргументом.

При введении вспомогательных функций (для замены уравнений восьмого порядка системами уравнений первого порядка) учитывается появление импульсивных функций $\mathcal{G}_5(x-a)$. Системы уравнений первого порядка для определения обобщенных функций А.Н. Крылова не содержат импульсивных функций, а только лишь единичные функции.

Дальнейший ход решения аналогичен тому, который приведен для случая консервативной системы.

В IV главе работы рассмотрены колебания системы стержней с переменными по длине параметрами применительно к задаче о

НТБ
ДНУЖТ

движении экипажа с длинномерным грузом по изолированным периодически повторяющимися неровностям пути. Рассматривается четырехосный рельсовый экипаж. Учитывается запаздывание возмущения одной колесной пары по отношению к другой.

Для того, чтобы выбранная расчетная схема более полно отражала реальную механическую систему, используем (наряду с частной гипотезой) и общую гипотезу Фойгта, т.е. полагаем, что неупругое сопротивление в каждой из стержней и каждой упругой связи - различны ($M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 + M_6$).

Возмущения, действующие на колесные пары первой и второй тележек представляем рядами Фурье.

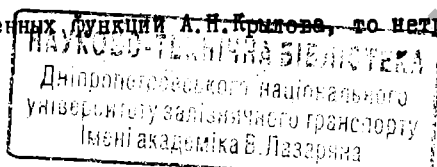
Для стационарного режима вынужденных колебаний решение системы дифференциальных уравнений ищем в виде

$$V_1(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} [X_{1k} \sin k\omega t + X_{2k} \cos k\omega t];$$

$$V_2(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} [X_{3k} \sin k\omega t + X_{4k} \cos k\omega t].$$

Как и ранее, получаем систему из четырех дифференциальных уравнений, но с несколько другими правыми частями. В правые части уравнений войдут в определенных сочетаниях коэффициенты неупругого сопротивления для отдельно взятых стержней и упругих связей. В выражениях функций X_{1k} , X_{2k} , X_{3k} и X_{4k} обобщенные функции А.Н.Крылова с запаздывающим аргументом также будут содержать названные коэффициенты.

До сих пор излагалось отыскание амплитудных значений перемещений. Но поскольку при решении системы дифференциальных уравнений первого порядка могут быть получены все необходимые производные обобщенных функций А.Н.Крылова, то нетрудно опре-



делить амплитудные значения внутренних усилий (изгибающих моментов и поперечных сил) и ускорений.

По изложенной методике разработан алгоритм, позволяющий получить амплитудные значения перемещений, ускорений и внутренних усилий в лобных сечениях верхнего и нижнего стержней.

В качестве примера в III и IV главах рассмотрены вынужденные колебания грузового полувагона с перевозимым на нем длинномерным грузом. Определены амплитудные значения перемещений, ускорений и внутренних усилий при гармоническом возмущении и возмущении, вызываемым движением вагона по изолированным периодически повторяющимся неровностям пути. Коэффициенты неупругого сопротивления принимались как одинаковые для всей системы, так и различные для стержней и упруго-вязких элементов связей.

НТБ
ДНУЖТ

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

1. Использование обобщенных (импульсивных) функций при исследовании колебаний систем стержней, являющихся расчетными схемами железнодорожных вагонов и имеющих кусочно-непрерывные параметры и сосредоточенные включения, позволяет записать одно дифференциальное уравнение, в котором содержатся и условия сопряжения в местах скачкообразного изменения параметров, а также расположения сосредоточенных включений. В силу этого многоточечная краевая задача решается как двухточечная.
2. Применение обобщенных функций А.Н.Крылова позволяет осуществить сведение краевой задачи к одной или нескольким задачам Коши с последующей реализацией алгоритма на ЭВМ.
3. Задача о колебаниях системы стержней с произвольными переменными по длине параметрами решается точно в рамках постановки задачи. При этом обобщенные функции А.Н.Крылова задаются не аналитическими выражениями, а программами их вычисления.
4. Изложенная методика позволяет определять высшие частоты и формы собственных колебаний систем с переменными по длине параметрами, в частности, систем "экипаж-груз", с необходимой для практических целей точностью. Погрешность отыскания форм собственных колебаний определяется при помощи условия ортогональности как для одностержневой, так и для двухстержневой. В расчетах, проведенных для конкретных видов подвижного состава, точность определения частот и форм собственных колебаний оказалась вполне удовлетворительной.
5. Алгоритм сведения краевой задачи к задаче Коши разработан

так, чтобы системы дифференциальных уравнений первого порядка не содержали импульсивных функций. Реализация решения на ЭВМ в этом случае не вызывает затруднений.

6. Для стационарного режима вынужденных колебаний вагона с перевозимым длинномерным грузом при произвольных законах изменения изгибной жесткости и интенсивности массы решение отыскивается в замкнутой форме. Определяются не только амплитудно-частотные характеристики для перемещений, ускорений и внутренних усилий, но и аналогичные зависимости амплитудных значений указанных величин от скорости движения транспортного средства по изолированным периодически повторяющимся неровностям пути.
7. Получено решение в замкнутой форме для неупругих сопротивлений, подчиняющихся не только частной гипотезе Фойгта, но и общей (коэффициенты вязкости для каждого из стержней, упруго-вязких элементов связей — различные), что значительно расширяет возможности приложения полученных результатов при исследовании динамики подвижного состава железных дорог.
8. Изложенная методика используется при исследовании собственных и вынужденных колебаний средств подвижного состава.

Кроме этого методика может быть использована при исследовании динамики других средств подвижного состава железных дорог и различных механических систем, расчетные схемы которых можно представить в виде стержня или системы стержней с переменными по длине параметрами и сосредоточенными включениями.

НТБ
ДНУЖТ

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ ИЗЛОЖЕНО В
СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ :

1. Конашенко С.И., Репетя В.Е. К решению на ЭЦВМ некоторых краевых задач о поперечных колебаниях. - ПМ, 1973, 9, 10, с. 74-83.
2. Конашенко С.И., Репетя В.Е. О поперечных колебаниях стержней переменного сечения с сосредоточенными включениями на упругом основании. - В кн.: Труды ДИИТ, 143, Днепропетровск, 1973, с. 138-147.
3. Конашенко С.И., Репетя В.Е. О формах вынужденных колебаний вагона с длинномерным грузом. - В кн.: Труды ДИИТ, 152, Днепропетровск, 1973, с. 113-121.
4. Конашенко С.И., Науменко Н.Е., Тульчинок Н.Б., Репетя В.Е. Применение обобщенных функций к исследованию колебаний неоднородных поездов и экипажей с грузом. - В кн.: Труды БИТМ, 26, Брянск, 1974, с. 20-24.
5. Конашенко С.И., Репетя В.Е. К построению амплитудно-частотных характеристик системы экипаж-длинномерный груз. - В кн.: Динамика и прочность высокоскоростного наземного транспорта. Киев, "Наукова думка", 1976, с. 25-31.
6. Конашенко С.И., Репетя В.Е. Применение общей гипотезы Фолгта при исследовании стационарного режима вынужденных колебаний систем неоднородных стержней. - В кн.: Механика наземного транспорта. Киев, "Наукова думка", 1977, с. 94-95.
7. Репетя В.Е. Вынужденные колебания системы "экипаж-длинномерный груз" при движении по изолированным неровностям пути. - В кн.: Нагруженность, колебания и прочность сложных механических систем. Киев, "Наукова думка", 1977, с. 49-56.

НТБ
ДНУЖТ

**ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ
КОЛЕБАНИЙ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ**

БТ 68062, к печати 11.07.1977 года. Сдано в производство 12.07.1977г.
Формат 60x84 1/16. Уд.печ.л.1,63. Тираж 100.Заказ № 7993.

Городская типография № 3 Днепропетровского областного управления
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 320002, г.Днепро-
петровск, ул.Фрунзе, 6.