УДК 539.3

ДВУКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОФИЛЕЙ ПРИ СЖАТИИ И ИЗГИБЕ

*А. И. Маневич, С. В. Ракша**
Днепропетровский Национальный университет,
**Днепропетровский государственный технический университет железнодорожного транспорта*

Задачи весовой оптимизации элементов конструкций, в частности, тонкостенных стержней, рассматривались для определённых видов нагрузок - сжатия, изгиба [1–3]. Оптимальные профили поперечных сечений, полученные для отдельных нагружений, как правило, существенно различаются. Тонкостенные стержни подвергаются действию различных нагрузок. Поэтому возникает необходимость учета многовариантного характера нагружения при выборе оптимальных параметров. Эта проблема может быть сформулирована и решена в рамках теории многокритериальной (векторной) оптимизации.

В данной работе на примере двутаврового профиля рассматривается задача двукритериальной оптимизации тонкостенных стержней открытого поперечного сечения в случае сжатия и изгиба, при ограничениях по общей (изгибной и изгибно-крутильной) и местной потере устойчивости. Вектор целевой функции включает осевую силу и изгибающие моменты. Задача решается при помощи эффективного метода нелинейного программирования. Данная работа является продолжением и развитием работы по двукритериальной оптимизации стержней с поперечным сечением типа швеллера [4].

Постановка задачи и метод решения. Рассмотрим стержень двутаврового профиля (рис. 1). Будем считать заданными длину стержня L, свойства материала (модуль упругости E, коэффициент Пуассона ν), варьируемыми – размеры сечения (толщина и ширина стенки t_w, b_w и полок t_f, b_f).

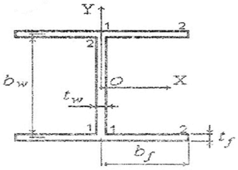


Рис. 1

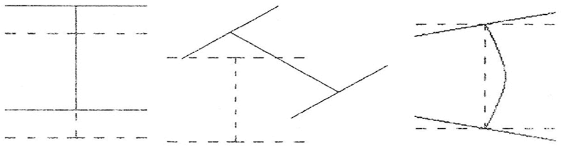


Рис. 2

Для рассматриваемого стержня были решены последовательно следующие задачи оптимизации поперечного сечения: по единственному критерию (когда имеет место максимум критической силы при сжатии P или максимум изгибающего момента M_x для данной общей площади поперечного сечения); построения Парето-оптимальных поперечных сечений в рамках двукритериальной задачи оптимизации, когда компонентами вектора целевой функции являются сжимающая сила и изгибающий момент. При вычислении критических значений силы и изгибающего момента будем учитывать общую изгибную, изгибно-крутильную (боковое выпучивание) и местные формы потери устойчивости (рис. 2). Критические напряжения общей потери устойчивости для изгибной и изгибно-крутильной форм при сжатии и изгибе определялись по теории тонкостенных стержней [5]. При расчёте местного выпучивания стержень рассматривался как соединение пластин и решение задачи устойчивости строилось путём сопряжения решений для отдельных пластин с точными условиями сопряжения на линиях контакта. В случае изгиба каждая из пластин разбивалась дополнительно на отдельные полосы, для которых продольное напряжение могло рассматриваться как постоянное по ширине [6]. При этом критические напряжения местного выпучивания вычислялись для широкого диапазона чисел продольных полуволн, т.е. вместо одного ограничения рассматривался ряд ограничений (как правило, для значений m=2–25). Для общности анализа все расчёты выполнялись в следующих безразмерных параметрах веса, силы, момента и напряжений:

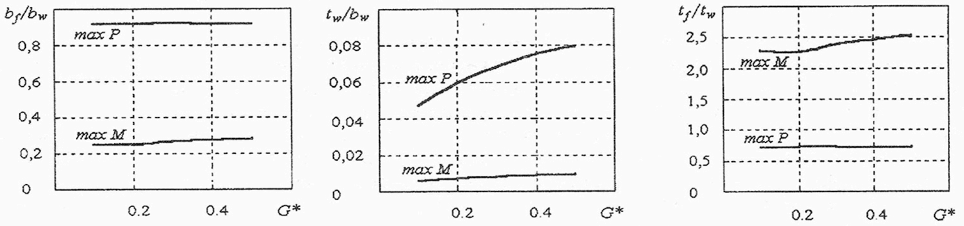
$$G^* = A L^{-2} 10^3,\ P^* = P L^{-2} E^{-1} 10^6,\ M^* = M L^{-3} E^{-1} 10^8,\ \sigma^* = \sigma E^{-1} 10^3,$$

где A - площадь поперечного сечения., которое также характеризуется параметрами b_f/b_w, t_w/b_w, t_f/t_w.

Так как в расчётах устойчивости использовалась линейная теория для упругого материала, полученное решение применимо в ограниченном диапазоне относительно низких значений параметра веса G^*, для обычно используемых материалов. Для более высоких значений G^* оно определяет некоторую идеализированную оптимальную конфигурацию (в предположении абсолютной упругости материала).

Задача оптимизации ставилась как задача нелинейного программирования и решалась линеаризованным методом приведенного градиента [7], который во всех случаях успешно справлялся с задачей. Решение задачи оптимизации позволяет выразить все оптимальные безразмерные параметры через единственный ведущий параметр G^* (при задании длины L определяются все размерные параметры). Рассматривался диапазон G^* (0; 0.6), в котором допущение об упругой работе материала можно считать оправданным, для обычных материалов (согласно результатам данного решения).

Оптимизация по единственному критерию Рассмотрим вначале результаты решения задачи оптимизации для чистого сжатия (*max P*) и чистого изгиба в плоскости стенки (*max* M_x). На рис. 3, *а, б в*, представлены зависимости безразмерных параметров поперечного сечения от параметра веса G^*.



а *б* *в*

Рис. 3

Как следует из рис. 3, при оптимизации по сжимающей силе во всем диапазоне изменения G^* почти постоянны b_f/b_w и t_f/t_w и составляют: b_f/b_w =0.918 - 0.920, t_f/t_w=0.716 - 0.732. Параметр t_w / b_w возрастает с ростом G^*. Для оптимальных балок при изгибе все эти параметры зависят от G^* и далеки от значений, полученных для случая сжатия.

Оптимальные поперечные сечения при сжатии и изгибе оказываются существенно различными. На рис. 4 сопоставлены поперечные сечения оптимальных двутавров при сжатии и изгибе для G^*=0.4 при L=1 м. Оптимальный двутавр при сжатии равноустойчив по четырём формам потери устойчивости: по двум изгибным формам (изгибы в двух плоскостях), по крутильной форме и по местному выпучиванию. Оптимальный двутавр при изгибе равноустойчив по двум формам: по боковому выпучиванию (изгибно-крутильная форма) и по местному выпучиванию.

На рис. 5 представлены зависимости P^*–G^* и M_x^*–G^* для оптимальных двутавров в однокритериальной оптимизации по силе и по моменту. Отметим, что эти кривые с высокой точностью аппроксимируются степенными зависимостями (с показателями степени соответственно 5/3 и 2).

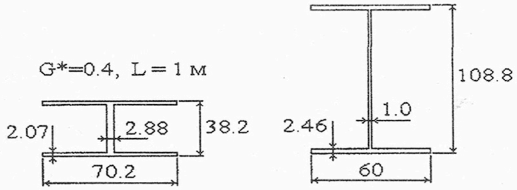


Рис. 4

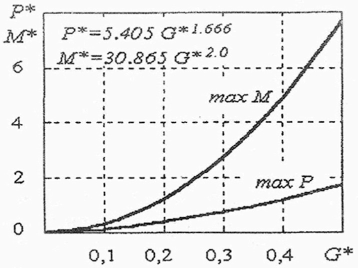


Рис. 5

Двукритериальная оптимизация. Парето-оптимальные проекты. При двукритериальной оптимизации были получены Парето-оптимальные решения, включающие оптимальные двутавры при любых комбинациях продольной силы P^* и изгибающего момента M_x^*, для ряда значений параметра G^*. Парето-кривые определялись максимизацией P^* с ограничением на M_x^*, постепенно увеличивающем M_x^* от значения для оптимального стержня при сжатии до значения для оптимального момента при изгибе.

На рис. 6 представлены Парето-кривые в плоскости P^*-M_x^* для нескольких значений параметра G^* (сплошные линии). Пунктирные линии соответствуют однокритериальным оптимизациям (каждая точка пунктирной линии - значения критической силы и критического момента для оптимального двутавра при некотором G^*, для случая *max P* или *max* M_x).

На рис. 7 показано изменение двух безразмерных параметров поперечного сечения вдоль этих Парето-кривых. Крайние левые (нижние) точки соответствуют оптимуму по изгибающему моменту, крайние правые (верхние) - оптимуму по силе. С изменением отношения момент/сила эти параметры меняются по закону, близкому к линейному, кроме крайних правых участков (где происходит смена активных ограничений). На рис. 7 показаны также значения этих параметров для стандартных балок типа двутавра (из сортамента). Мы видим, что для некоторых типов балок (балки широкополочные колонные лёгкие) эти параметры достаточно близки к полученным оптимальным значениям для случая, когда превалирующей внешней нагрузкой является изгибающий момент, но для большинства стандартных профилей точки лежат достаточно далеко от области оптимальных параметров (в частности, толщина стенок и полок оказывается завышенной). Эти профили не являются оптимальными ни при какой комбинации продольной силы и изгибающего момента.

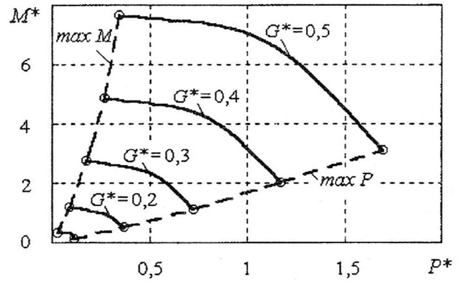
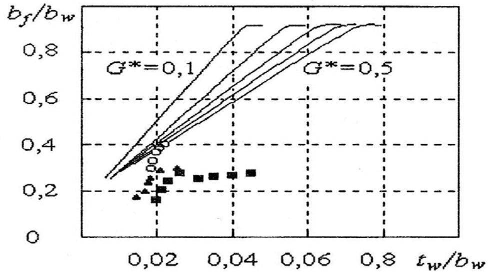


Рис. 6



■ балки двутавровые,
▲ балки широкополочные балочные,
○ балки широкополочные колонные легкие.

Рис. 7

Таким образом, решение задачи многокритериальной оптимизации позволяет выделить нерациональные профили, не относящиеся к оптимальным ни при какой комбинации нагрузок.

РЕЗЮМЕ

Розв'язана задача двокритеріальної оптимізації тонкостінних стержнів відкритого перетину (на прикладі двутаврового профілю) при стисканні і згинанні з обмеженнями за стійкістю - загальною (згинальною та згинально-крутильною) і локальною. Вектор цільової функції включає - осьову силу і згинальні моменти. Задача розв'язується за допомогою ефективного методу нелінійного програмування. Отримане рішення дозволяє врахувати багатоваріантний характер навантаження елементів конструкцій. Аналіз наведених Парето-оптимальних проектів дає можливість виявити "нераціональні" стандартні профілі, які не можуть бути оптимальними при будь-яких комбінаціях поздовжньої сили і згинального моменту.

SUMMARY

The two- criteria optimization problem for thin-walled members of open cross-section (I - type) subjected to compression and/or bending under stability constraints (for overall flexural and torsional -flexural modes and local modes) is solved. The solution obtained enables one to account for multifarious character of loading of thin-walled members. Analysis of the Pareto-optimal projects gives possibility to reveal "unreasonable" standard profiles which can not be optimal for any combination of the compressive force and bending moment

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. 1. Оптимальное проектирование конструкций. // Библиографический указатель. Часть 1.- Новосибирск, СО АН СССР,– 1975.– С.140-157.
2. Жичковски М., Гаевски А. Оптимальное проектирование конструкций с учётом требований устойчивости // Потеря устойчивости и выпучивание конструкций: теория и практика.– М.: Наука,– 1991.– С. 237-262.
3. Маневич А.И., Ракша С.В. Оптимальные центрально сжатые стержни открытого профиля // Theoretical Foundations of Civil Engineering. Proc. of the Polish-Ukrainian seminar.– Warsaw, 2000 – С. 484-489.
4. Manevich A.I., Raksha S.V. Two-criteria Optimization of Thin-walled Beams-Columns under Compression and Bending // Thin-Walled Structures. Advances and developments. Proc. of the Third Intern. Confer. on Thin-Walled Structures. Ed. J. Zaras, K. Rowak-Michalska, J. Rhodes. Elsevier – 2001.–P. 575- 583.
5. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. Изд-е 2-е.– М.: Наука, 1959.– 568 с.
6. Маневич А.И., Ракша С.В. Местное и связанное выпучивание тонкостенных стержней при сжатии и изгибе в двух плоскостях // Theoretical Foundations of Civil Engineering. 4, V.1, part 2 (Proc. of the Polish-Ukrainian seminar, Warsaw, July 1996). – Днепропетровск, 1996.– С. 270-275.
7. Маневич А.И. Устойчивость и оптимальное проектирование подкрепленных оболочек.– К.–Донецк, Выща шк., 1979.– 152 с.

Надійшла до редакції 15.04.2002 р.