

Міністерство освіти і науки України
Український державний університет науки і технологій

Комп'ютерні технології і системи
(назва факультету)

Автоматика та телекомунікації
(повна назва кафедри)

Пояснювальна записка
до кваліфікаційної роботи
бакалавра
(ступінь вищої освіти)

на тему: Стійкість рішення диференційного рівняння, що описує роботу
параметричного генератора частоти
за освітньою програмою Автоматика та автоматизація на транспорті
зі спеціальності: 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
(шифр і назва спеціальності)

Виконав: студент групи: АТ 19120

(підпис студента)

/ Сергій КОКУЛОВ /
(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Керівник:

(підпис)

/ Катерина ЯЩУК /
(посада, Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Засвідчую, що у цій роботі немає запозичень з
праць інших авторів без відповідних посилань.
Студент

(підпис)

Дніпро – 2022 рік

Дніпро – 2022 рік

Ministry of Education and Science of Ukraine
Ukrainian State University of Science and Technologies

Computer technology and systems

(faculty)

Automation and telecommunications

(department)

Explanatory Note

to Master's Thesis

bachelor

(higher education degree)

on the topic: Stability of the solution of the differential equation describing the operation of a parametric frequency generator

according to educational curriculum Automation and automation in transport
in the Speciality: 151 Automation and computer-integrated technologies

(speciality and its code)

Done by the student of the group:

/ Serhii KOKULOV /
(name, surname)

Scientific Supervisor:

/ Kateryna YASHCHUK /
(position, name, surname)

Dnipro – 2022
Міністерство освіти і науки України
Український державний університет науки і технологій

Факультет: Комп'ютерні технології і системи

Кафедра: Автоматика та телекомунікації

Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський).

Освітня програма: Автоматика та автоматизація на транспорті

Спеціальність: 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

(шифр та назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри _____

(підпис)

(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Дата _____

З А В Д А Н Н Я

на кваліфікаційну роботу

бакалавра

(ступінь вищої освіти)

студенту Кокулову Сергію Сергійовичу

(Прізвище, Ім'я По батькові)

1. Тема роботи: Стійкість рішення диференційного рівняння, що описує роботу параметричного генератора частоти

Керівник роботи: Ящук Катерина Іванівна, к.т.н., доцент

(Прізвище, Ім'я, По батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом від

"18" жовтня 2021р. № 704ст

2. Строк подання студентом роботи: 23.05.2022 р.

3. Вихідні дані до роботи: Структурні та принципові схеми параметричного генератора частоти, нормативна документація, довідкові дані

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно опрацювати):

4.1 Аналітична частина: Огляд конструкції ПЧ 50/25 та ПГ 50/50, дослідження диференційного рівняння, що описує роботу параметричного генератора.

4.2 Основна частина: Дослідження стійкості рішення диференційних рівнянь другого

порядку, що описує роботу параметричного генератора.

4.3 Охорона праці та захист навколишнього середовища: не передбачена

4.4 Економічна частина: не передбачена

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень):

Конструкція ПЧ 50/25, характерний вид амплітуди напруги накачки від ємності кола, залежності амплітуди напруги накачки від розладу, види

траєкторій годографів, діаграма стійкості рівняння Мат'є, діаграма нестійкості рівняння Мат'є.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Аналітична частина	06.03.2022	
2	Основна частина	24.04.2022	
3	Охорона праці та захист навколишнього середовища	23.05.2022	
4	Подання кваліфікаційної роботи до кафедри	25.05.2022	
5	Захист кваліфікаційної роботи на засіданні Екзаменаційної комісії	23.06.2022	

Студент

(підпис)

Сергій КОКУЛОВ

(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Керівник роботи

(підпис)

Катерина ЯЦУК

(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи бакалавра:
40 сторінок, 10 рисунків, 22 літературних джерела.

Об'єкт дослідження – фізичні процеси в роботі параметричного генератора частоти.

Мета роботи – дослідження стійкості рішення диференційного рівняння, що описує роботу параметричного генератора частоти.

Методи дослідження – математичне моделювання з використанням математичного пакету Mathcad та уточненням параметрів моделі шляхом дослідження літературних джерел та нормативних документів.

Було проведено аналіз існуючих методів дослідження стійкості рішення диференційного рівняння, яке описує роботу параметричного генератора частоти на колінеарних магнітних полях, який використовується в якості вторинного джерела живлення і в якості засобу захисту від дії перенапруг, від дії розрядів блискавок.

В результаті дослідження розглянуто методи Рауса-Гурвіца, Ляпунова та Мат'є-Хілла. Проведено аналіз методів дослідження стійкості рішення нелінійного диференційного рівняння другого порядку та обрано найбільш ефективний, яким виявився метод Мат'є-Хілла. Він є доволі не складним та не громіздким. Отримано точки на діаграмі нестійкості, які повністю відображають роботу параметричного генератора частоти на неколінеарних магнітних полях і демонструють роботу пристрою після досягнення ним точки біфуркації

Ключові слова: ПАРАМЕТРИЧНИЙ ГЕНЕРАТОР, ДИФЕРЕНЦІЙНЕ РІВНЯННЯ, ВТОРИННЕ ДЖЕРЕЛО ЖИВЛЕННЯ, ЗАХИСТ ВІД ПЕРЕНАПРУГ ТА ЗАВАД, ТОЧКА БІФУРКАЦІЇ.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1. РОЗДІЛ ОГЛЯДУ	7
1.1 Перетворювачі частоти ПЧ 50/25 та їх типи	7
1.2 Параметричний генератор ПГ 50/50 та його конструкція.....	10
1.3 Дослідження диференційного рівняння, що описує роботу параметричного генератора	13
2. РОЗДІЛ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ РІШЕННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ, ЩО ОПИСУЄ РОБОТУ ПАРАМЕТРИЧНОГО ГЕНЕРАТОРА	19
2.1 Поняття стійкості нелінійних систем	19
2.2 Метод Ляпунова.....	20
2.2.1 Класифікація траєкторій, можливих у грубих системах.....	22
2.3 Метод Рауса-Гурвіца	25
2.4 Метод Матьє-Хілла	29
2.5 Дослідження стійкості рішень нелінійного диференційного рівняння.....	32
ВИСНОВКИ.....	35
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК	36

ВСТУП

У зв'язку з розвитком інфраструктури залізничного транспорту, підвищенням швидкостей руху та збільшенням обсягів перевезень зросли вимоги до пристроїв сигналізації, централізації та блокування (СЦБ). Однією з обов'язкових умов нормального функціонування апаратури є її захист від комутаційних перенапруг та грозових розрядів, вплив яких надає дестабілізуючі та навіть руйнівні наслідки, що позначається на економічних показниках залізничного транспорту загалом. Розробка сучасного пристрою, що забезпечує захист апаратури від перенапруг сьогодні є актуальним завданням.

Електронні прилади систем залізничної автоматики та телемеханіки (ЗАТ) перебувають у доволі складній електромагнітній обстановці, бо на неї впливають потужні імпульсні завади (ПІЗ), з одного боку, у вигляді розрядів від грози, а з іншого боку, у вигляді комутаційних перенапружень та к.з. тягової мережі.

Із розвиненням руху на високих швидкостях на залізницях України постає потреба у підвищенні вимог до пристроїв захисту апаратури сигналізації, централізації та блокування (СЦБ), бо комутаційні перенапруги, розряди грози та блискавки чинять великі труднощі в роботі пристроїв залізничної автоматики та телемеханіки, а їх безперебійне функціонування є невід'ємною частиною гарантування безпеки руху залізничного транспорту.

Як свідчить аналіз засобів захисту (ЗЗ) - на сьогоднішній день не існує пристроїв, які повністю могли б захищати апаратуру ЗАТ від дії грози та молнії. З'явилася потреба і розробили пристрій захисту від дії ПІЗ, котрий володів би високим коефіцієнтом корисної дії (ККД), стабільністю напруги на виході, повністю відповідаючи потребам теплових режимів роботи пристроїв СЦБ. Цим пристроєм є параметричний генератор (ПГ) на неколінеарних магнітних полях, котрий можна використовувати як для живлення, так і для захисту навантаження.

Для створення ПГ за основу було взято ПЧ 50/25 і похідний від нього пристрій ПЧ 50/50-300, який відрізняється від ПЧ 50/25 відсутністю постійної складової струму мережі, яка негативно впливає на роботу силових трансформаторів посту централізації через підмагнічування і нагрів їх магнітопроводів. Найголовнішою ж особливістю та недоліком ПЧ 50/25 пристрою є наявність у конструкції обмотки зворотного зв'язку, через що ПЗ має можливість відразу потрапити у вихідну контурну обмотку. Тому з'явилася необхідність у розробці такого пристрою захисту апаратури від дії грози та комутаційних перенапружень, котрий не володів би зазначеними вище недоліками.

1. Розділ огляду

1.1 Перетворювачі частоти ПЧ 50/25 та їх типи

Рейкові кола (РК) 25 Гц поширені на українських залізницях. Досвід експлуатації показав, що РК, що працюють на частоті 25 Гц, більш стабільні при зниженому опорі ізоляції (баласту) та споживають менше енергії. Крім того, РК з частотою 25 Гц живиться від високовольтної лінії змінного струму з частотою 50 Гц, тому ми можемо легко резервувати живлення автоблокування.

Промислова частота в Україні становить 50 Гц, тому для живлення РК 25 Гц потрібен дільник, в якості якого в нашій країні використовується ПЧ 50/25, що був винайдений Разгоновим А. П., він в свою чергу послужив основою для розробки параметричного генератора частоти з неколінеарними магнітними полями ПЧ 50/50, який відрізняється від свого аналога відсутністю у мережі постійної складової, яка негативно впливає на роботу силових трансформаторів посту централізації через підмагнічування та нагрів їх магнітопроводів. Був створений макетний зразок пристрою і проведена велика кількість теоретичних і практичних досліджень[9].

Статичні однофазні електромагнітні перетворювачі частоти ПЧ 50/25 призначені для переробки струму частотою 50 Гц у змінний струм частотою 25 Гц і використовуються для живлення рейкових кіл (РК). Напруга на виході перетворювачів має синусоїдальну форму. Конструкційно (рис. 1.1.1.) вони створені з електромагніту та блоку конденсаторів.

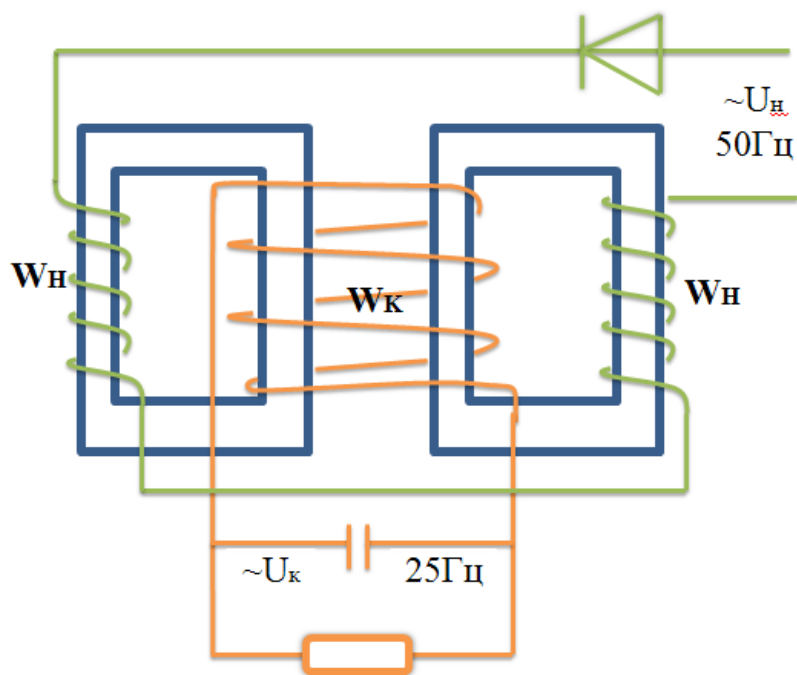


Рис. 1.1.1. – Конструкція ПЧ 50/25

Електромагнітний блок містить сердечник з 3 котушками: (дві W_H та одна W_K). W_H утворює з конденсаторами блоку конденсаторів паралельний коливальний контур з резонансом на частоті 25 Гц. Обмотки W_K ввімкнені послідовно і живляться змінним струмом 50 Гц через діоди, отже на ці обмотки йдуть однополярні імпульси – одна половина.

За основу принципу дії взята така властивість коливального контуру: якщо в резонансному контурі з частотою F змінювати один з параметрів L чи C із частотою $2F$, то у ньому виникають незагасаючі коливання струму з частотою F .

Обмотки W_H ввімкнені так, що їх магнітні поля віднімаються, а значить не створюють в обмотці W_K електрорушійну силу (ЕРС), але від кожного імпульсу в 50 Гц ці обмотки намагнічують сердечник, чим змінюють індуктивність котушки W_K , при чому в коливальному контурі створюється змінний струм 25 Гц.[10]

Є наступні типи ПЧ: ПЧ50/25-300, ПЧ50/25-150, ПЧ50/25-100, ПЧ50/25-40 (рис. 1.1.2), їх характеристики вказані у табл. 1.1.

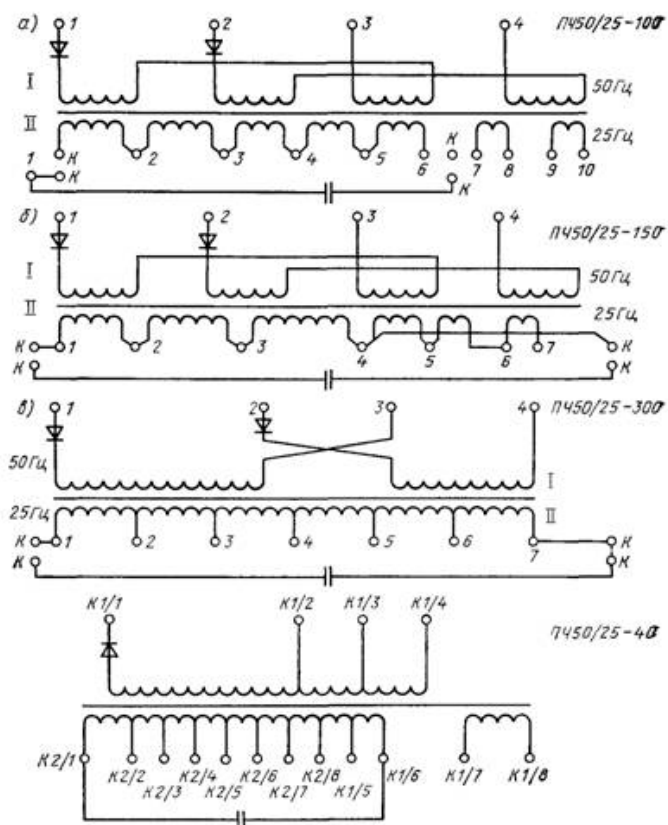


Рис. 1.1.2. – Електричні схеми перетворювачів ПЧ 50/25

Таблиця 1.1 – Характеристики типів ПЧ

Характеристика	ПЧ50/25-40	ПЧ50/25-100	ПЧ50/25-150	ПЧ50/25-300
Номінальна потужність, В-А	40	100	150	300
Номінальна напруга первинної обмотки, В:	230	220 або 110		
Номінальна напруга вторинної обмотки, В:	220	165	220	220
Струм, первинної обмотки, не більше 1 А	0,8	1,12	1,35	3,2
Номінального навантаження	0,182	0,606	0,682	1,365
Відсотковий вміст гармонічних складових частотою 50 Гц змінного струму частотою 25 Гц, не більше	7			4
Ємність блоку конденсаторів, мкФ	30	80	80	120

При ввімкненні перетворювачів ПЧ50/25-300, ПЧ50/25-150, ПЧ50/25-100 в мережу 220 В встановлюють перемичку між клемми 2-3 обмотки I, а при ввімкненні в мережу 110 В між клемми 3-4 1-2. При напрузі у мережі 220 В як вхідні клемми застосовують 1-4 обмотки 1, при напрузі 110 В – 1-3.

Вхідними клемами ПЧ50/25-40 при напрузі мережі 230 В є клеми КІ/1—КІ/4.

Допустимі коливання напруги мережі для ПЧ50/25-300, ПЧ50/25-150, ПЧ50/25-100 $\pm 5\%$, а для ПЧ50/25-40 це 207-242 В.

Ізоляція між обмотками і сердечником перетворювачів повинна витримувати без пробою та перекриття прикладене протягом 1 хвилини випробувальне напруження 1500 В змінного струму 50 Гц. Ізоляція між витками обмоток повинна витримувати подвійну наведену напругу частотою > 100 Гц на протязі 1 хвилини.

Опір ізоляції всіх струмопровідних частин по відношенню до корпусу повинен бути > 20 МОм при напрузі 500 В постійного струму. Після поміщення перетворювачів у вологу камеру на 24 години з відносною вологістю $(95\pm 3)\%$ при температурі $(20\pm 5)^\circ\text{C}$ опір ізоляції повинен бути > 1 МОм.

Перетворювач частоти ПЧ 50/25 є ефективним пристроєм, який призначений для перетворення частоти 50 Гц у частоту 25 Гц для її застосування у станційних РК. Його конструкцію у подальшому було застосовано для виготовлення макетного зразку пристрою знищення потужних завад контактної мережі або грози.[21]

1.2 Параметричний генератор ПГ 50/50 та його конструкція

ПГ 50/50 використовується як стабілізований вторинний блок живлення. Крім того, цей пристрій має важливу особливість, яка виділяє його серед інших – він зменшує вплив сильних імпульсних завад (ПІЗ), тобто майже повністю їх знищує. На сьогоднішній день, як показали дослідження, існуючі ЗЗ не здатні повністю захистити обладнання ЗАТ від ПІЗ, тому дуже важливо забезпечити захист обладнання[4].

У ПГ збудження електромагнітних коливань реалізується на основі такого явища, як параметричний резонанс. ПГ широко використовуються як генератори контрольного струму в системах захисту електромереж, частотних реле, датчиках, джерелах імпульсів 25 Гц, в телеметричному та

комунікаційному обладнанні, як джерела живлення для магнітних модуляторів інших гармонік, в системах фазового зсуву та інших системах промислової автоматики.

ПГ виконуються на магнітопроводах 2-х модифікацій з неколінеарними і паралельними полями. Паралельним є поле, при якому вектори компонентів магнітної індукції алгебраїчно сумуються; а в неколінеарних полях - індукційні компоненти є геометричною сумою векторів[18].

Відомо, що збудження електричних коливань можливо в колі з енергетичним параметром (індуктивністю або ємністю), який періодично змінюється. У цьому випадку параметричне збільшення комбінації може відбутися лише в тому випадку, якщо зміна L (чи C) викликає збільшення енергії коливань, спочатку створених у ланцюзі через асиметричні магнітні характеристики ядер або через невеликі флуктуації в магнетизмі Землі. Такі малі коливання струму створюють напругу на ємності кола, яка змінюється приблизно за синусоїдальним законом[17].

Основою для розробки ПГ50/50 був генератор з деякими конструктивними особливостями - наявністю зв'язку між вхідною обмоткою накачки та вихідною обмоткою схеми. «Накачування» - компенсація втрат енергії з системи за рахунок виконаної роботи шляхом модуляції індуктивності джерела накачування (енергія як би закачується в систему). Пристрій являє собою індуктивний ПГ, що містить феромагнітний сердечник з неколінеарними магнітними полями, вхідну, вихідну та зворотну обмотки[19].

Як зазначалося раніше, наявність у параметричного генератора в конструкції обмотки зворотної обмотки є істотним недоліком, оскільки через неї ПЗ може потрапляти на вихідну обмотку. Іншим серйозним недоліком є низька стабільність вихідної напруги при збільшенні вхідної напруги. Тому розроблено ще один параметричний генератор, основним технічним завданням якого є підвищення надійності, позитивних змін енергетичних характеристик і коефіцієнта стабілізації напруги на виході параметричного шляхом удосконалення схеми накачки[8].

Цього було досягнуто шляхом спрощення вхідного кола і включення в його коло конденсатора, ємність якого утворює резонансний контур з індуктивністю обмотки накачки резонансний контур, і поділом обмотки накачки на дві зустрічно з'єднані секції з різною кількістю витків[22].

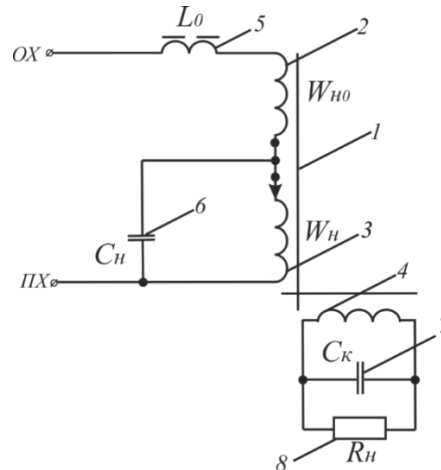


Рис. 1.2.1. – Двоконтурний параметричний генератор з захистом навантаження від завад

Параметричний генератор (рис. 1.2.1.) містить феромагнітний сердечник 1, обмотку накачки, яка складається із секцій W_{n0} 2 та W_n 3, контурної обмотки 4, лінійної індуктивності 5, яка послідовно підключена до секції W_{n0} 2 вхідної обмотки W_n 2, 3 та конденсатору 6, який паралельно підключений до W_n 3 секції обмотки накачки, вихідного контуру, що містить конденсатор 7 та навантаження 8, які підключені паралельно обмотці ланцюга W_k [11].

В основі роботи ПГ лежить явище параметричного резонансу, суть резонансу полягає в наступному: при підключенні вхідної напруги в ланцюг накачки генератора індукція в магнітному колі серцевини впливає на нелінійну індуктивність контуру з частотою в два рази більшою, ніж частота живлячої мережі[20]. При частоті струму 50 Гц в контурі останньої, взаємодіючи з індуктивністю контуру, забезпечує передачу енергії від джерела живлення в контур

$$\Delta W = \frac{1}{2} \int_0^T i_{1K}^2 dL_2 = L_2 \frac{\pi}{4} I_{1K}^2 \sin 2\varphi$$

, де I_{1K} - амплітуда першої гармоніки струму контуру; L_2 - друга гармоніка кривої індуктивності контуру.

Ввімкнення у схему вхідного кола LC-контур, створеного ємністю другого конденсатора та індуктивністю обмотки накачки, дозволяє зробити суттєво кращою енергетику ПГ. Цьому сприяє з'єднання 2-х секцій обмотки накачки W_n та W_{n0} , увімкнених між собою зустрічно[10].

Одна з секцій W_{n0} разом з лінійною індуктивністю L_0 (рис. 1.2.1) обмежує індукцію в обмотці накачки якщо збільшити напругу джерела, або якщо в LC-контурі є ферорезонансні струми. При збільшенні напруги на обмотці накачки збільшується насичення сталі, що супроводжується зниженням індуктивності обмотки накачки. При чому реактивні опори конденсатора контуру та індуктивності обмотки досягають межі ферорезонансного струму, де сила струму в ланцюзі зростає, а струм I_1 живильної мережі зменшується, при цьому зростає ККД. Дослідження показали, що при обраних параметрах ємності, витків секції та лінійної індуктивності повний ферорезонансний струм може утворюватися лише поза межами граничних рівнів напруги живлячої мережі. Включення резонансного LC-контуру у вхідний контур вирішить проблему збільшення позитивної енергії ПГ. Схема забезпечує зменшення струму на вході ПГ майже обернено пропорційно зростанню струму в середині контуру[12].

1.3 Дослідження диференційного рівняння, що описує роботу параметричного генератора

Диференційне рівняння, що описує роботу параметричного генератора базується на рівнянні типу Гельмгольца і є основою для аналітичного дослідження розподілу сталих напруг і струмів вздовж рейкової лінії (РЛ)[15].

Згідно законам Кірхгофа (рис. 1.2.1) складена система рівнянь генератору:

$$\begin{cases} i = i_c + i_n + i_R \\ L_0 \frac{di}{dt} + \frac{d\psi}{dt} \left(1 - \frac{1}{n_{mp}}\right) = E_m \end{cases}, \quad (1.3.1)$$

Нехай нелінійна характеристика $\psi(i)$ апроксимується неповним поліномом третього ступеня $i = a\psi + b\psi^3$, коефіцієнти знайдені методом вибраних точок і рівні

$$a = 4,23 \frac{A}{B \cdot c}, \quad b = 4,244 \frac{A}{B^3 \cdot c^3}.$$

де i_C, i_n, i_R - струми, що протікають, відповідно, через ємність, обмотку накачки і резистор;

ψ - магнітний потік обмотки накачки W_n ;

L_0 - лінійна індуктивність;

коефіцієнт $\beta = (1 - \frac{1}{n_{mp}})$ - враховує дійсне потокозчеплення осердя магнітопроводу з урахуванням обмотки W_{n0} накачки;

$n_{mp} = \frac{W_n}{W_{n0}}$ - співвідношення витків зустрічно включених секцій обмотки накачки.

Перетворюючи (1.3.1) записано рівняння для струмів у такому вигляді:

$$C \frac{d^2 \psi}{dt^2} + (a\psi + b\psi^3) + \frac{1}{R} \frac{d\psi}{dt} = i \quad (1.3.2)$$

Після диференціювання (1.3.2) і підстановки результату в (1.3.1)

$$C \frac{d^3 \psi}{dt^3} + (a + 3b\psi^2 + \frac{\beta}{L_0}) \frac{d\psi}{dt} + \frac{1}{R} \frac{d^2 \psi}{dt^2} = -E_m \omega \cos \omega t$$

отримано:

$$x = \frac{\psi}{\psi_m}, \quad \tau = \sqrt{\frac{a}{c}}, \quad t = \omega_0 t, \quad \gamma = \frac{1}{\omega_0 CR},$$

Використовуючи позначення

$$\lambda = \frac{a}{\omega_0^2 C} + \frac{b}{\omega_0^2 CL_0}; \quad \nu = \frac{3b}{\omega_0^2 C}$$

отримали нормоване рівняння типу Дуффінга.

$$\frac{d^3 x}{d\tau^3} + \frac{d^2 x}{d\tau^2} \gamma + (\lambda + \nu x^2) \frac{dx}{d\tau} = K \cos \alpha \tau, \quad (1.3.3)$$

$$K = \frac{E_m}{\omega_0^2 CL_0}.$$

де

Рішення першого наближення (4) шукали у вигляді: $x = X_m \cos \alpha \tau$.

Тоді

$$\frac{dx}{d\tau} = -\alpha X_m \sin \alpha \tau, \quad \frac{d^2x}{d\tau^2} = -\alpha^2 X_m \cos \alpha \tau, \quad \frac{d^3x}{d\tau^3} = \alpha^3 X_m \sin \alpha \tau. \quad (1.3.4)$$

Підставляючи ці співвідношення у вихідне рівняння (1.3.3) після перетворень отримали

$$(\alpha^2 - \alpha \lambda) X_m - 0,5 \nu \alpha X_m^3 = K. \quad (1.3.5)$$

При отриманні (1.3.5) знехтували деякими складовими і третьої гармонікою, при чому фазу зовнішнього збурення також виключили з розгляду. Рівняння (1.3.5) третього порядку відносно x_m допомагає визначити амплітуду, яку потрібно знайти (1.3.5), вирішувалося за формулою Кардано.

Рівняння (1.3.5) для зручності записали в наступному вигляді:

$$a_1 x_m^3 + a_2 x_m + K = 0, \quad (1.3.6)$$

де: $a_1 = 0,5 \nu \alpha$, $a_2 = \alpha^2 - \alpha \lambda$.

За допомогою (1.3.6) був проаналізований вплив величин елементів (L_0 , α , C) на рівень напруги накачки перетворювача.

Була проведена оцінку впливу індуктивності L_0 на амплітуду напруги обмотки накачки. Розраховано за допомогою (1.3.6) для параметрів: $L_0 = 0,18 \dots 0,36 \dots 0,527$ Гн, напруга на вході початку генерації 180 В, коефіцієнти $\alpha = 1,0$; $\beta = 0,857$; частота $\omega_0 = 314$ с; ємність на вході $C_n = 40$ мкФ; максимальна величина потокозчеплення $\psi_m = 1,237$ Вс.

За величиною коренів рішення $x = \frac{\Psi}{\Psi_m}$ визначається амплітуда потокозчеплення і величина модулю напруги накачки $\sup U_n = \omega \psi \leq U_{\text{зад}}$, а також індукція осердя магнітопроводу [16].

Зміна напруги на ємності C_n (рис. 1.3.2) в момент ввімкнення генератора у мережу, тобто припускаючи, що в лінійному колі $L_0 - C_n$ ($L_0' = L_0 - L_{Wn0}$)

можливий ферорезонанс напруг. Зауважимо, що нелінійна індуктивність L_{Wn0} обмотки накачки W_n у вхідному колі впливає на протікання електричних процесів у цьому ж вхідному колі. Такий вплив враховано диференціальним рівнянням (1.3.3) і його рішенням.

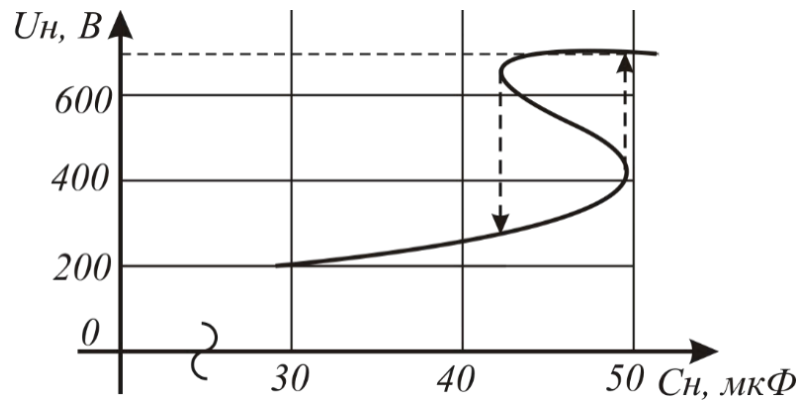


Рис. 1.3.2. – Характерний вид амплітуди напруги накачки від ємності кола (тригерний ефект)

За результатами розв’язування рівняння (1.3.6) при ємності C_n , близько 50 мкФ, амплітуди напруги на елементах $L_0 - C_n$ лінійного кола стрибає до 700 В (рис. 1.3.2), що характерно для ферорезонансної напруги. Зауважимо, що

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_0 C_n} = 324 \frac{1}{с}. \quad [14]$$

власна частота цього кола

Задля аналізування режимів роботи під час роботи параметричного генератора також важливо знати межі відхилення стабільності електричних характеристик, зокрема напруги на обмотках накачки та вихідного контуру. Розрахунки показали, що ця стабільність сильно залежить від частотного збурення вхідних ланцюгів (елементи L_0, L_n, C_n). На рис. 1.3.3 представлені

залежності напруги обмотки накачки від збурення $\alpha = \frac{\omega}{\omega_0}$. Подібні розрахунки залежності $U_n(\alpha)$ проводили за рівняннями (1.3.6) и (1.3.8). Одне з них впливає з рівняння Дуффінга, а інше - з параметрів розширеного рівняння Дуффінга (1.3.7).

Розрахункове рівняння (1.3.8) випливає з рівняння Дуффінга, застосованого до вхідного кола генератора:

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{d\psi}{dt} + \frac{1}{C} \left[\left(a + \frac{1}{L_1} \right) \psi + b\psi^3 \right] = -\frac{U_m}{\omega L_1 C} \cos \omega t \quad (1.3.7)$$

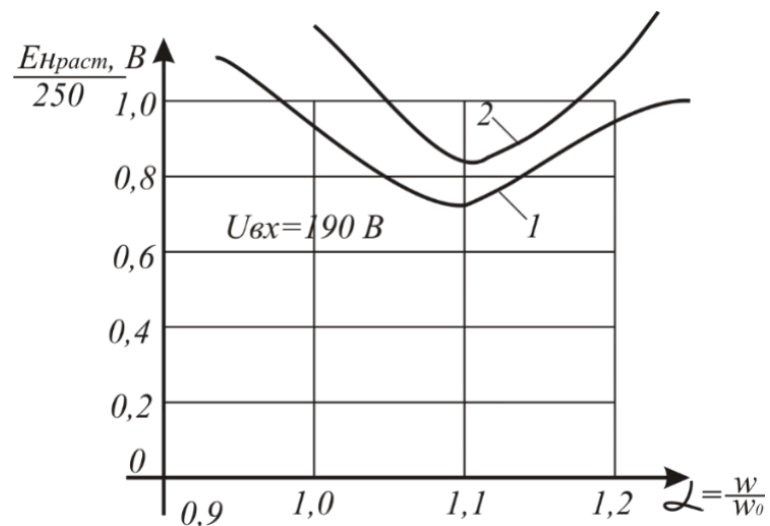
Для розв'язання рівнянь (1.3.3) і (1.3.7) прийнято метод гармонійного балансу. Отримано рішення (1.3.7) в такому вигляді:

$$0,75vx^3 + (\lambda - \alpha^2)x + K = 0 \quad (1.3.8)$$

$$v = \frac{b}{\omega_0^2 C}; \quad \lambda = \frac{E_0}{\omega_0^2 C}; \quad E_0 = -a + \frac{1}{L_1}.$$

Прийняті позначення:

Розрахункові параметри: $L_1 = 0,19 \text{ Гн}$, $R = 400 \text{ Ом}$, $C_n = 40 \text{ мкФ}$, $E_{m0} =$



рекомендується працювати з частотними збуреннями вхідного кола в межах 1,05...1,15. У цьому випадку умови для генерування та підтримки коливань у контурі будуть більш сприятливими.

Форма параболі і її мінімум залежать від значення коефіцієнта K , що істотно впливає на резонансні властивості вхідного контуру.

ПГ частоти на неколінеарних магнітних полях забезпечують роботу пристроїв СЦБ, які працюють у надзвичайно жорстких умовах експлуатації: сильні імпульсні електромагнітні перешкоди, що виникають у колах первинних джерел живлення, розряди блискавки; великі перепади температури навколишнього середовища; вібрації тощо. Досліджена математична модель ПГ50:50 у вигляді диференційного рівняння надає можливість варіювати параметри і моделювати поведінку пристрою в реальних умовах з урахуванням великої кількості факторів безпосередньо перед виготовленням макетного зразку[1].

2. РОЗДІЛ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ РІШЕННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ, ЩО ОПИСУЄ РОБОТУ ПАРАМЕТРИЧНОГО ГЕНЕРАТОРА

2.1 Поняття стійкості нелінійних систем

Вирішення нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку не є достатнім для повної картини нелінійних фізичних процесів, що протікають у генераторі. Тому кожне таке рівняння додатково досліджується на предмет стійкості.

Поняття стійкості в першу чергу стосується поведінки системи, що знаходиться поблизу стану рівноваги, при впливі на неї малого обурення. Взагалі кажучи, будь-яке обурення поблизу нестійкого стану рівноваги призводить до дедалі більшого віддалення системи від цього стану. Протилежний випадок має місце поблизу сталого стану рівноваги. Стан рівноваги може бути або стаціонарним, або коливальним. Якщо він стаціонарний, то зміни системи залишаються постійними; якщо він коливальний, то ці змінні піддаються безперервним періодичним змінам.[4]

У лінійних системах, де існує лише один стан рівноваги, питання про стійкість є порівняно простим. Якщо ж система нелінійна, можуть існувати кілька станів рівноваги. Стійкий стан рівноваги існує реально, тоді як нестійкий неспроможний зберігатися. Отже, питання стійкості є особливо важливим щодо нелінійних систем. Періодичні рішення, отримані аналітично або графічно, лише становлять стан рівноваги; його фактична сутність має бути підтверджена дослідженням стійкості. Стан рівноваги може бути у певному зв'язку з особливою точкою чи граничним циклом на площині станів (чи просторі станів). Отже, стійкість стану рівноваги залежить від топологічної конфігурації інтегральних кривих поблизу особливої точки або граничного циклу.

Зазвичай не важко точно визначити, що мається на увазі під сталістю лінійної системи. Внаслідок різноманітності явищ, які можуть виникнути в нелінійній системі, немає можливості користуватися єдиним визначенням

стійкості, прийнятним у будь-якому випадку. З цієї причини далі буде введено кілька розумінь стійкості. Тут буде описано кілька критеріїв стійкості, які будуть використовуватись надалі[17].

Наш параметричний генератор, ПГ 50/50 являє собою систему, яка першопочатково знаходиться у стійкому стані. Нестійкий стан для нашого пристрою характеризується тим, що генератор увійшов у режим генерації, тобто досяг напруги біфуркації, за якої настає генерація. При досягненні напруги 180 В параметричний генератор входить в режим генерації і при цьому проявляє всі свої властивості, які полягають у тому, що він стабілізує напругу. Тепер яку б напругу надалі ми не подавали йому на вхід - на виході стабільно буде напруга 220В+10%-15%.

Існують різні методи дослідження стійкості рішення нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Надалі розглянемо метод Ляпунова, Рауса-Гурвіца, а також методи Мат'є-Хілла[1].

2.2 Метод Ляпунова

Сутність даного методу спочатку пояснюється за допомогою топологічного аналізу наступного найпростішого прикладу. Розглянемо систему, що описується диференціальними рівняннями

$$\begin{aligned}\frac{dx}{d\tau} &= y - x(x^2 + y^2), \\ \frac{dy}{d\tau} &= -x - y(x^2 + y^2),\end{aligned}\tag{2.2.1}$$

та дослідимо поведінку траєкторій на площині станів. Очевидно, що початок координат $x=0$, $y=0$ є особливою точкою, яка відповідає стану рівноваги системи. Нас цікавить стійкість цієї особливої точки. Нехай інтегральна крива, тобто траєкторія рівнянь (2.2.1), зображена на рис. 2.2.1 кривої ОРQ. Якщо стан рівноваги є асимптотично стійким, то зі зростанням τ зображуюча точка $x(\tau)$, $y(\tau)$ прагне початку координат. На малюнку також зображено коло, що визначається рівнянням

$$V(x, y) = x^2 + y^2 = r^2, \quad (2.2.2)$$

де r - відстань між точкою P і початком координат O .

Розглянемо поведінку точки перетину P кола та інтегральної кривої зі зростанням часу τ . Як x , так і y є функціями часу τ , тому V - теж функція τ . Початок координат є асимптотично стійкою особливою точкою, якщо $V(\tau)$ - спадна функція τ , що прагне до нуля при $\tau \rightarrow \infty$. З рівняння (2.2.2) отримаємо

$$\frac{dV}{d\tau} = 2x \frac{dx}{d\tau} + 2y \frac{dy}{d\tau}$$

Підставляючи сюди рівняння (2.2.1), отримаємо

$$\frac{dV}{d\tau} = 2x[y - x(x^2 + y^2)] + 2y[-x - y(x^2 + y^2)] = -2(x^2 + y^2)^2. \quad (2.2.3)$$

Слідуючи з цього, $dV/d\tau < 0$ для всіх значень τ та x, y , виключаючи початок координат. Отже, можна зробити висновок, що зображуюча точка, яка почала свій рух у будь-якій початковій точці $x(0), y(0)$ площини x, y , зі зростанням τ прагне початку координат. Таким чином, система (2.2.1) має тільки один стійкий стан рівноваги, що відповідає початку координат.[5]

Вигляд рівняння (2.2.2) зазвичай обирається так, щоб траєкторія системи та лінія $V = \text{const}$ мали одну точку перетину.

На рис. 2.2.2 рівняння $V = \text{const}$ визначає сімейство концентричних еліпсів.

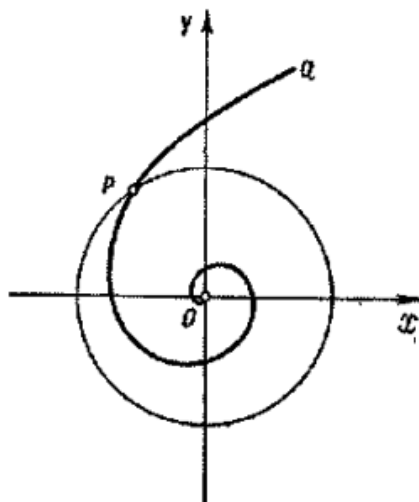


Рис. 2.2.1. - Траєкторія OPQ та коло з центром у початку координат

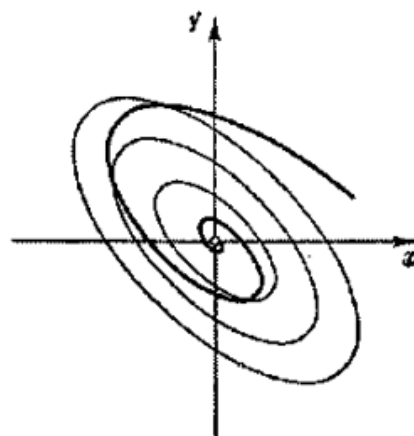


Рис. 2.2.2. - Траєкторія та концентричні еліпси

Якщо система, що розглядається описується системою рівнянь з n змінними, то рівняння $V=const$ задає сімейство замкнених площин в n -мірному просторі.

Перейдемо тепер до основного завдання якісного дослідження динамічної системи — встановлення якісної картини розбиття фазової площини на траєкторії. Розгляд окремих прикладів динамічних систем призводить до думки, що для знання якісної картини треба знати поведінку не всіх траєкторій, а лише деяких особливих траєкторій. Таких особливих траєкторій у розглянутих прикладах було кінцеве число, і вони розбивали всю сукупність траєкторій на області, в яких траєкторії однаково. Особливими траєкторіями в цих прикладах були стани рівноваги, граничні цикли та траєкторії, що прагнуть сідла, - сепаратиси сідл. Якщо взаємне розташування цих особливих траєкторій було відоме і, крім того, було відомо, які зі станів рівноваги і граничних циклів стійкі, а які нестійкі, то ми отримували повну якісну картину фазових траєкторій[2].

2.2.1 Класифікація траєкторій, можливих у грубих системах

Перейдемо тепер до детальної класифікації траєкторій, можливих у грубих системах, при цьому для певності припустимо, що всі траєкторії системи (4) у точках циклу без контакту, що є межею області G , при зростанні t входять усередину цієї області. Ми отримуємо 16 різних видів траєкторій (на рис. 2.2.3 ці види траєкторій зображені під відповідними номерами). У наведеній нижче таблиці ці види траєкторій розбиті на п'ять основних типів.

Таблиця 2.1 – Класифікація траєкторій, можливих у грубих системах

Класифікація траєкторій, можливих у грубих системах			
Особливі (орбітно-нестійкі траєкторії)		Неособливі (орбітно-стійкі) траєкторії	
Стан рівноваги	Фокус/вузол стійкий	Траєкторія, прагнуча до стійкого фокусу/вузлу	Згортаючись з нестійкого фокусу/вузла
	Фокус/вузол нестійкий		Згортаючись з нестійкого циклу
	Сідло		Входячи в область G крізь граничний цикл без контакту
Граничні цикли	Стійкий	Траєкторія, прагнуча до стійкого циклу	Згортаючись з нестійкого фокусу/вузла
	Нестійкий		Згортаючись з нестійкого циклу
Сепаратриса	Згортаючись з нестійкого фокусу/вузла		Згортаючись з нестійкого циклу
	Згортаючись з нестійкого циклу		
	Входячи в область G крізь граничний цикл без контакту		Входячи в область G крізь граничний цикл без контакту
	Прагнуча до стійкого фокусу/вузла		
	Прагнуча до стійкого граничного циклу		

Область G розбивається особливими (орбітно-нестійкими) траєкторіями на елементарні комірки (чи, інакше, осередки), заповнені неособливими (орбітно-стійкими) траєкторіями однакової поведінки. При цьому всі комірки можна розбити на два класи: на комірки, що примикають до циклу без контакту C , що обмежує розглянуту область G , і на внутрішні комірки.

Зважаючи на перелічені в грубих системах можливі типи траєкторій, неважко бачити, що кожна внутрішня комірка має у складі свого кордону один «елемент тяжіння» або «стік», що є або стійким вузлом або фокусом, або стійким граничним циклом, і один «елемент відштовхування» або «джерело», що є або нестійким вузлом чи фокусом, або нестійким граничним циклом.

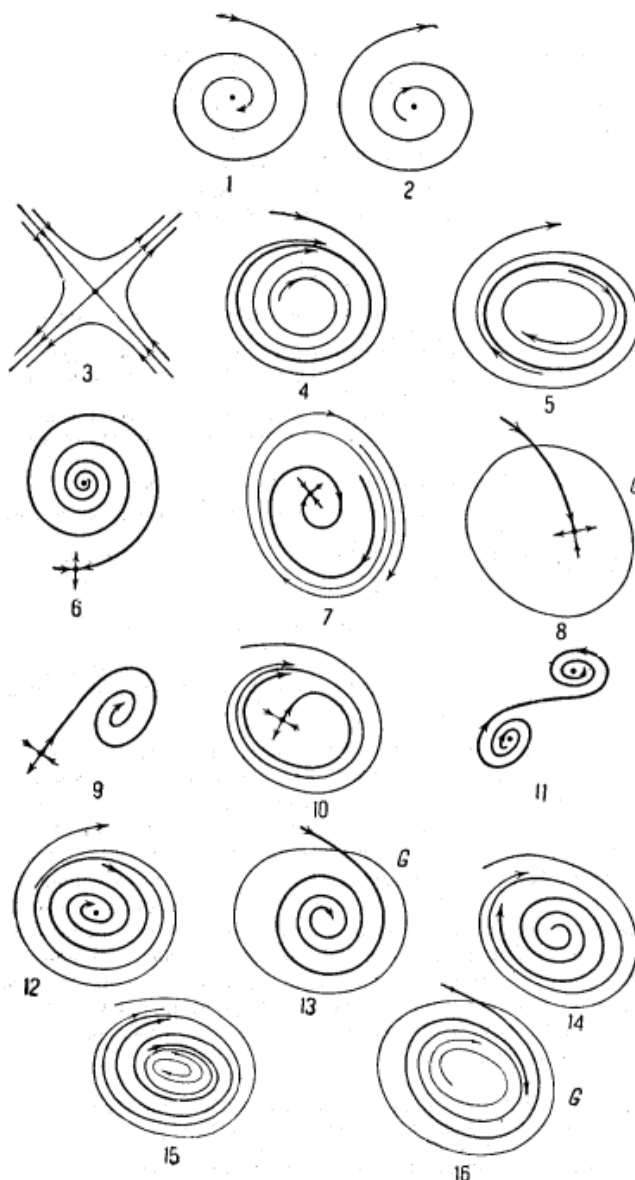


Рис. 2.2.1. – Види траєкторій

Вочевидь, «елемент тяжіння» чи сток — це безліч ω -граничних точок будь-якої неособливої траєкторії даної комірки, а елемент відштовхування або джерело - безліч α -граничних точок будь-якої неособливої траєкторії комірки. У кожній комірці, що примикає до граничного циклу, існує лише один елемент тяжіння — «стік»: Неважко бачити при цьому, що роль різних спеціальних траєкторій різна.

Фокуси (або вузли) є джерелами або стоками; хоча вони і входять у межі комірок, але вони не відіграють суттєвої ролі при розбитті фазової площини на комірки. Стани рівноваги типу сідл не можуть бути елементами тяжіння чи

де τ - безрозмірний час, а $X_1, X_2, \dots, X_n$ - в загальному випадку нелінійні функції залежних змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$; таким чином, система, що розглядається, є автономною.

Стан рівноваги може бути представлений особливою точкою чи граничним циклом системи (2.3.1). Критерій Рауса-Гурвіца застосовний тільки для першого випадку, тобто для точки рівноваги, де всі похідні змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$ по τ одночасно дорівнюють нулю. При цій умові отримуємо

$$\begin{aligned} X_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ X_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ &\vdots \\ X_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0. \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Якщо система є лінійною, то виходить єдина система значень змінних x , яка задовольняє рівняння (2.3.2). Отже, стан рівноваги визначається однозначно. Однак, оскільки ми розглядаємо нелінійні системи, рівняння (2.3.2) є нелінійними алгебраїчними рівняннями. Цим рівнянням можуть задовольняти більш ніж одна система значень змінних x . Тому нелінійні системи може мати кілька станів рівноваги.

Для дослідження стійкості системи поблизу обраної точки рівноваги прикладемо до цієї системи досить мале обурення, відхиляючи змінні $x_1, x_2, \dots, x_n$ від значень, що відповідають стану рівноваги. Якщо при необмеженому зростанні часу τ всі ці змінні повертаються до початкових значень, що відповідають рівновазі, то система в точці рівноваги, що розглядається, є асимптотично стійкою. З іншого боку, якщо всі або деякі з цих змінних зі зростанням відхиляються все далі від своїх початкових значень, що відповідають рівновазі, то система є нестійкою [19]. Позначимо систему значень, відповідних рівновазі через $x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}$ і роздивимось малі варіації ξ_i ($i = 1, \dots, n$):

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{10} + \xi_1, \\ x_2 &= x_{20} + \xi_2, \\ &\vdots \\ x_n &= x_{n0} + \xi_n. \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & \dots \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}.$$

Критерій Рауса - Гурвіца стверджує, що дійсні частини коренів λ негативні за умови, що всі коефіцієнти $a_0, a_1, \dots, a_n$ позитивні та визначники $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ також позитивні. Оскільки нижній рядок визначника Δ_n складається повністю з нулів, крім останнього елемента a_n , то $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}$. Отже, для стійкості системи необхідно, щоб $a_n > 0$ і $\Delta_{n-1} > 0$, так що відпадає необхідність у обчисленні Δ_n .

У якості найпростішого застосування цього методу розглянемо систему диференціальних рівнянь

$$\frac{dx}{d\tau} = X(x, y), \quad \frac{dy}{d\tau} = Y(x, y). \quad (2.3.8)$$

Точка рівноваги, в якій x і y постійні, відбувається шляхом рішення системи $X(x, y) = 0$, $Y(x, y) = 0$. Для дослідження стійкості запишемо характеристичне рівняння

$$\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0, \quad (2.3.9)$$

Де $a_{11} =$ (

$$-a_{11} - a_{22} > 0, \quad a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} > 0.$$

2.4 Метод Мат'є-Хілла

Розглянемо рівняння Мат'є, це буде зручним запровадженням до наших подальших розглядів. Дотримуючись Уіттекера, це рівняння можна записати у вигляді

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + (a + 16q \cos 2\tau) x = 0, \quad (2.4.1)$$

де параметри a , q передбачаються дійсними. Це рівняння є окремим випадком лінійного рівняння другого порядку з періодичними коефіцієнтами. Таким чином, застосовна теорія Флоке; окреме вирішення рівняння (2.4.1) береться у вигляді

$$x = e^{\mu\tau} \varphi(\tau), \quad (2.4.2)$$

Де μ – характеристичний показник, залежний від параметрів a та q , а $\varphi(\tau)$ – періодична функція τ з періодом, рівним π чи 2π . Оскільки рівняння (2.4.1) не зміниться, якщо замість τ написати $-\tau$, то $e^{-\mu\tau} \varphi(-\tau)$ – друге рішення, утворююче з першим лінійно незалежну систему. Отже, загальне рішення рівняння (2.4.1) може бути записане у вигляді

$$x = c_1 e^{\mu\tau} \varphi(\tau) + c_2 e^{-\mu\tau} \varphi(-\tau), \quad (2.4.3)$$

Де, c_1 і c_2 – довільні постійні.

Тепер досліджуємо стійкість рішень. Розрізнятимемо наступні випадки:

- р) рішення вважається нестійким, якщо воно необмежено зростає при $\tau \rightarrow \infty$;
- 2) рішення вважається стійким, якщо воно залишається обмеженим при $\tau \rightarrow \infty$;
- 3) рішення, що має період π чи 2π , називається нейтральним; його можна розглядати як окремий випадок сталого рішення.

Оскільки $\varphi(\tau)$ і $\varphi(-\tau)$ в (2.4.3) періодичні по τ , стійкість залежить від $e^{\mu\tau}$ або від μ . Розглядаючи рішення у вигляді (2.4.3), де $\varphi(\tau)$ має період π чи 2π ,

можна вважати, що характеристичний показник μ приймає дійсне або чисто уявне значення. Отже, рішення (2.4.3) нестійке, якщо μ дійсне, і стійке, якщо μ уявне.

2.4.1 Функції Мат'є та відповідні власні значення параметрів

Розглянемо випадок 3, тобто періодичні рішення рівняння (2.4.3) з періодом π чи 2π . Ці рішення щодо визначення називаються функціями Мат'є. Для того, щоб такі рішення могли існувати параметр a для кожного значення q повинен приймати одне з нескінченної послідовності значень, тобто a має бути однією з нескінченної послідовності функцій від q . Якщо q дорівнює нулю, то шуканими рішеннями є 1 , $\cos \tau$, $\sin \tau$, $\cos 2\tau$, $\sin 2\tau$ і т. д.; відповідні значення a дорівнюють квадратам цілих чисел. При інших значеннях q функції Мат'є позначаються через $ce_0(\tau, q)$, $ce_1(\tau, q)$, $se_0(\tau, q)$, $se_2(\tau, q)$, $se_2(\tau, q)$ і т. д. Через $ce_n(\tau, q)$ та $se_n(\tau, q)$ позначаються ті функції Мат'є, які за $q \rightarrow 0$ зводяться відповідно до $\cos n\tau$ та $\sin n\tau$.

Ряди Фур'є для функцій Мат'є зручно записувати у вигляді

$$\begin{aligned} ce_{2n}(\tau, q) &= \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r}(q) \cos 2r\tau, \\ ce_{2n+1}(\tau, q) &= \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}(q) \cos (2r+1)\tau, \\ se_{2n}(\tau, q) &= \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r}(q) \sin 2r\tau, \\ se_{2n+1}(\tau, q) &= \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+1}(q) \sin (2r+1)\tau. \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

У цих рядах коефіцієнти A і B функціями q . Якщо модуль $|q|$ досить малий, ці коефіцієнти і відповідно функції Мат'є розкладаються в ряди за ступенями q . При даному q значення a визначено для кожної функції Мат'є; воно називається власним значенням, відповідним розглядаємої функції Мат'є. Позначаючи власні значення, відповідні функціям $ce_n(\tau, q)$ та $se_n(\tau, q)$, через a_{cn} та a_{sn} , маємо наступні розбіжності:

$$\begin{aligned}
a_{e1} &= 1 - 8q - 8q^2 + 8q^3 - \frac{8}{3}q^4 + \dots, \\
a_{s1} &= 1 + 8q - 8q^2 - 8q^3 - \frac{8}{3}q^4 + \dots, \\
a_{e2} &= 4 + \frac{80}{3}q^2 - \frac{6104}{27}q^4 + \dots, \\
a_{s2} &= 4 - \frac{16}{3}q^2 + \frac{40}{27}q^4 + \dots, \\
a_{e3} &= 9 + 4q^2 - 8q^3 + \frac{13}{5}q^4 + \dots, \\
a_{s3} &= 9 + 4q^2 + 8q^3 + \frac{13}{5}q^4 + \dots, \\
&\dots \dots \dots
\end{aligned} \tag{2.4.5}$$

Таблиці функцій Мат'є $se_0(\tau, q), \dots, se_3(\tau, q); se_1(\tau, q), \dots, se_6(\tau, q)$ і відповідні власні значення обчислені Айісом та ін. Характеристичні криві, показуючі залежність між q та a_{cn}, a_{sn} ($n=1,2,3$), наведені на рис. 2.4.1, де жирні криві отримані на основі табличних даних, а тонкі – а основі обчислень при допомозі (2.4.5). Ці характеристичні криві ділять площину на області стійкості та нестійкості; таким чином, початкове рівняння (2.4.3)

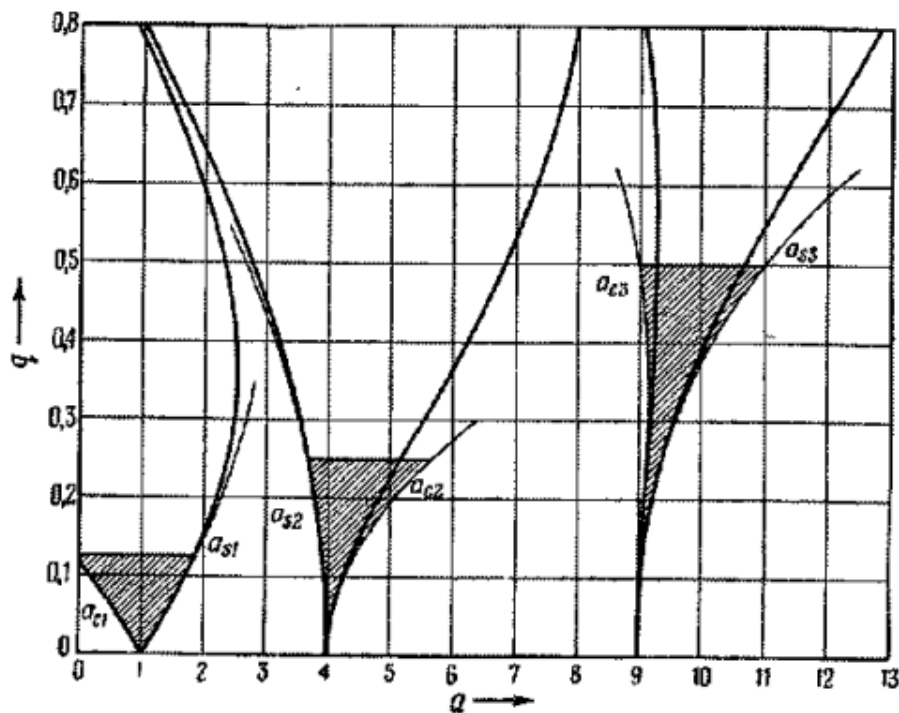


Рис. 2.4.1. – Діаграма стійкості рівняння Мат'є

Має нестійке рішення, якщо точка (a, q) лежить у області нестійкості, розташованій між кривими a_{cn} та a_{sn} , та стійке рішення, якщо точка (a, q) лежить за областями нестійкості.

2.5 Дослідження стійкості рішень нелінійного диференційного рівняння

Згідно теорії стійкості наша система, а саме ПГ, працює по принципу нестійкості «у великому». Це означає, що при достатньо великому відхиленні від вихідного стану і припиненні дії збудження система не повертається до вихідного стану, тобто у початковий момент часу при подачі напруги у коло накачки ПГ знаходиться у стані стійкості, з якого він виходитиме при досягненні вхідної напруги величини генерації. Існує досить велика кількість методів дослідження стійкості нелінійних систем, серед яких метод Ляпунова, Ван-дер-Поля та Пуанкаре, при чому методи двох останніх учених є основоположними, адже методи Крилова-Боголюбова, Гольдфарба, Айзермана є лише їхніми видозміненими формами. При чому методи Ван-дер-Поля та Пуанкаре є досить точними, але дещо громіздкими, тому для дослідження стійкості рішень нелінійного рівняння другого порядку, що описує роботу ПГ, було обрано метод Матьє-Хілла, який описано у.

Для дослідження стійкості оберемо рівняння у загальному вигляді, як прийнято у теорії коливань, наступним чином:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + f_1(x) \frac{dx}{d\tau} + f_2(x, F(\tau)) = 0 \quad (2.6.1)$$

де $f_1(x)$, $f_2(x)$ - нелінійні періодичні функції часу x , $F(\tau)$ - змушуюча нелінійна функція x .

У нашому випадку виявилось, що змушуюча функція $F(\tau)$ головним чином залежить від потокозчеплення, що створюється обмоткою накачки, та від кількості гармонік, що враховуються в періодичному рішенні для x . Для дослідження періодичних процесів стійкості рівняння, (2.6.1) краще привести до рівняння типу Хілла - Матьє, лінійного диференційного рівняння з коефіцієнтом, що періодично змінюється. Це стало можливим, в одному випадку, внаслідок того, що рішення цих рівнянь у нелінійній електротехніці

добре відомі і широко вивчені, з іншої сторони – тому що функція

$$\frac{d^2\eta}{d\tau_2} + (a + qch\beta x)\eta = 0,$$

$$\eta = C_1 e^{\mu\tau} \varphi(\tau) + C_2 e^{-\mu\tau} \varphi(\tau),$$

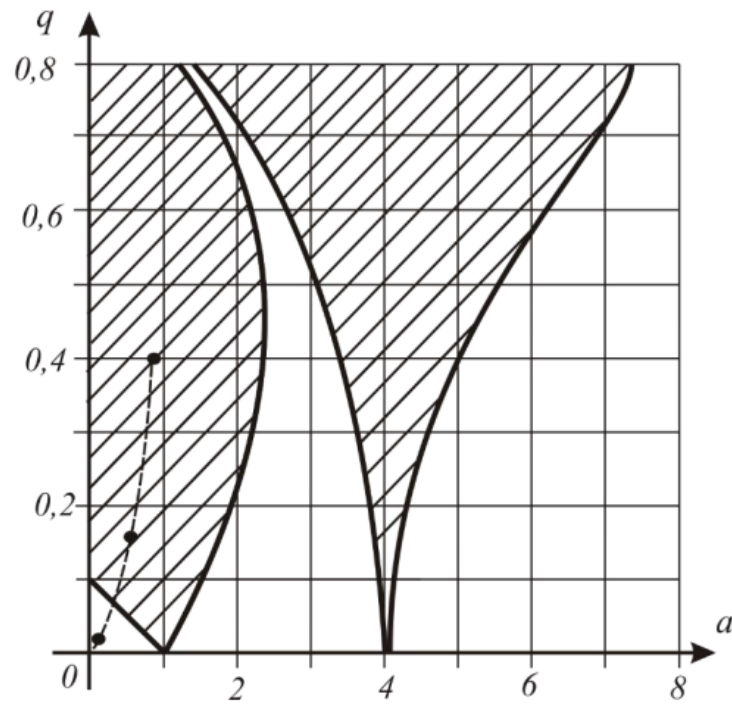


Рисунок 2.5.1 – Діаграма нестійкості рівняння Мат'є

Отже, як видно з діаграми нестійкості Мат'є, параметричний генератор частоти до досягнення напруги генерації знаходиться у стійкому стані. А при досягненні точки біфуркації переходить у нестійкий стан. На діаграмі ці точки якраз потрапляють у заштриховану область нестійкості.

ВИСНОВКИ

Було проведено аналіз існуючих методів дослідження стійкості рішення диференційного рівняння, яке описує роботу параметричного генератора частоти на колінеарних магнітних полях, який використовується в якості вторинного джерела живлення і в якості засобу захисту від дії перенапруг, від дії розрядів блискавок. Оскільки наразі існуючі засоби захисту не забезпечують стовідсоткового захисту від перенапруг та завад, це питання є дуже важливим та актуальним. Диференційне рівняння надає можливість дослідити роботу пристрою як математичної моделі для коректного виготовлення у подальшому макетного зразку.

В результаті дослідження розглянуто методи Рауса-Гурвіца, Ляпунова та Мат'є-Хілла. Проведено аналіз методів дослідження стійкості рішення нелінійного диференційного рівняння другого порядку та обрано найбільш ефективний, яким виявився метод Мат'є-Хілла. Він є доволі не складним та не громіздким. Отримано точки на діаграмі нестійкості, які повністю відображають роботу параметричного генератора частоти на неколінеарних магнітних полях і демонструють роботу пристрою після досягнення ним точки біфуркації.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Ящук К.І. Підвищення надійності системи автоблокування в умовах впливу високих рівнів тягових струмів та потужних імпульсних завад. – Дніпропетровськ: Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна., 2015
2. Хаяси Тихиро Нелинейные колебания в физических системах / Тихиро Хаяси. – Москва : Мир, 1968.
3. Андронов А. А. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. – Москва : Физматгиз, 1959.
4. Дмитриев М. В. Грозовые перенапряжения на оборудовании РУ 35-750 кВ и защита от них / М. В. Дмитриев. – Санкт-Петербург : СПбГПУ, 2006.
5. Инструкция по устройству молниезащиты зданий и сооружений. СН РК 2.04-29-2005. – Москва, 1996.
6. Костенко М. В. Заземления в сетях высокого напряжения и средства защиты от перенапряжений : учебное пособие / М. В. Костенко, И. М. Богатенков, Ю. А. Михайлов, Ф. Х. Халилов. – Ленинград : ЛПИ, 1983.
7. Пат. 70601 Україна, МПК В61L 1/00. Параметричний генератор з неколінеарними магнітними полями / А. П. Разгонов, М. О. Ковригін, К. І. Ящук, А. Ю. Журавльов, О. Ю. Лебедєв, С. А. Разгонов; заявник Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – № U 2011 11205; заявл. 20.09.2011; опубл. 25.06.2012, Бюл. № 12.
8. Пат. 92628 Україна, МПК В61L 23/00 Двоконтурний параметричний генератор з захистом навантаження від завад / А. П. Разгонов, А. Ю. Журавльов, К. І. Ящук, С. А. Разгонов; заявник та патентовласник Дніпропетровський національний університет залізничного

- транспорту імені академіка В. Лазаряна. – № U 2014 03205; заявл. 27.03.2014; опубл. 26.08.2014, Бюл. № 16.
9. Пат. 69209 Україна, МПК B61L 23/00 Параметричний генератор частоти з захистом навантаження від завад / А. П. Разгонов, К. І. Ящук, А. Ю. Журавльов, С. А. Разгонов, О. Ю. Лебедєв; заявник та патентовласник Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – № U 2011 11206; заявл. 20.09.2011; опубл. 25.04.2012, Бюл. № 8.
10. Пат. 77216 Україна, МПК B61L 23/00 Параметричний генератор з неолінійними магнітними полями / А. П. Разгонов, К. І. Ящук, А. Ю. Журавльов, О. Ю. Лебедєв; заявник та патентовласник Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – № U 2012 06526; заявл. 29.05.2012; опубл. 11.02.2013, Бюл. № 3.
11. Пат. 80793 Україна, МПК B61L 23/00 Параметричний генератор з ефективним захистом навантаження від завад / А. П. Разгонов, К. І. Ящук, А. Ю. Журавльов, О. Ю. Лебедєв; заявник та патентовласник Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – № U 2012 14811; заявл. 24.12.2012; опубл. 10.06.2013, Бюл. № 11.
12. Пат. 87844 Україна, МПК B61L 23/00 Параметричний генератор з неолінійними магнітними полями для живлення пристроїв автоматики і телемеханіки / А. П. Разгонов, К. І. Ящук, А. Ю. Журавльов, О. Ю. Лебедєв; заявник та патентовласник Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – № U 2013 09113; заявл. 19.07.2013; опубл. 25.02.2014, Бюл. № 4.
13. Правила безпечної експлуатації пристроїв автоматики, телемеханіки та зв'язку на залізницях України. ЦШ 0030. – Київ, 2003.

14. Разгонов А. П. Генератор частоты на неколлинеарных магнитных полях как эффективное защитное средство от помех / А. П. Разгонов, Е. И. Ящук // Залізничний трансп. України. – 2011.
15. Разгонов А. П. Защита рельсовых цепей путем применения параметрического трансформатора / А. П. Разгонов, Б. С. Сергеев, Е. И. Ящук // Транспорт Урала. – 2011.
16. Разгонов А. П. Исследование устойчивости периодических решений нелинейного дифференциального уравнения параметрического генератора частоты на неколлинеарных магнитных полях / А. П. Разгонов, Е. И. Ящук // Сучасні проблеми розвитку інтелектуальних систем транспорту : тези Міжнародної науково-практ. конф. – Дніпропетровськ : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2014.
17. Разгонов С. А. Новое защитное средство электронных схем от помех / С. А. Разгонов, Е. И. Ящук // Вісн. Академії митної служби України. Сер.: «Технічні науки» – 2012.
18. Разгонов А. П. Параметричний генератор частоти – для живлення та захисту навантаження від потужних завад / А. П. Разгонов, К. І. Ящук, С. А. Разгонов // Залізничний трансп. України. – 2014. – № 3.
19. Разгонов А. П. Параметричний трансформатор частоти на неколінеарних магнітних полях як захисний засіб від завад / А. П. Разгонов, А. Ю. Журавлев, Е. И. Ящук // Безпека та електромагнітна сумісність на залізничному транспорті (S&EMC 2012) : тези V Міжнародної науково-практ. конф. –Дніпропетровськ : ДІТ, 2012.
20. Разгонов А. П. 100 %-я защита средств автоматики от воздействия мощных импульсных помех со стороны питающей сети / А. П. Разгонов, Е. И. Ящук, С. А. Разгонов // Проблеми та перспективи розвитку залізничного транспорту : тези 74-ї Міжнародної науково-практ. конф. – Дніпропетровськ : ДІТ, 2014.

21. Руководящие указания по защите от перенапряжений устройств СЦБ.
– Москва : Транспорт, 1990.
22. Ящук К. І. Організація захисту навантаження параметричного генератора частоти від потужної імпульсної завади / К. І. Ящук // Матеріали молодих вчених та студентської конференції «Інформаційно-управляючі технології і системи на залізничному транспорті». – Дніпропетровськ : ДНУЗТ, 2012.