

М. О. КОСТІН, О. Г. ШЕЙКІНА (ДНУЗТ), С. І. ЛЕВИЦЬКА (ПДАБА)

Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту ім. академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, м. Дніпро, Україна, 49010, тел. (056) 3731537, e-mail: nkostin@ukr.net, sheikina.diit73@gmail.com, ORCID: orcid.org/0000-0002-0856-6397, orcid.org/0000-0002-5367-2674.

Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Чернишевського, 24а, м. Дніпро, Україна, 49600, тел. (056) 756-33-56, e-mail: svetik23com@ukr.net, ORCID: orcid.org/0000-0001-6725-0280.

МЕТОД АНАЛІЗУ УСТАЛЕНИХ СТОХАСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ В СИЛОВИХ ТЯГОВИХ КОЛАХ ЕЛЕКТРОРУХОМОГО СКЛАДУ

Вступ

Як зазначено в попередніх публікаціях [1, 2], системи електричного транспорту постійного струму такими реально не являються, бо в них діють різкозмінні в часі випадкові напруги і струми, обумовлені технологічними та іншими факторами режимів експлуатації. В результаті будь-яка одиниця електрорухомого складу (ЕРС), електровоз, трамвай, електропоїзд тощо, представляє собою систему, на вході якої діє стохастичний процес прикладеної до ЕРС напруги, а вихідним процесом (реакцією) є також випадковий процес, процес струму (рис. 1). Імовірнісний характер зміни зазначених напруги і струму вимагає розробки методів їх аналізу, оскільки теоретична електротехніка володіє методами аналізу електричних кіл лише з детермінованими (невипадковими) електричними величинами. Тому задача розрахунку усталених процесів в імовірнісній трактовці полягає у визначенні математичного очікування, кореляційної функції та дисперсії досліджуваної величини.

Мета роботи

Розробка та обґрунтування методу розрахунку усталених стохастичних процесів в системах електричного транспорту постійного струму.

Теоретичні передумови

Як відомо [3], реакція будь-якої пасивної лінійної стаціонарної системи на вмикання, при нульових початкових умовах, до неї в момент часу детермінованої дії визначається за формулою інтегралу Дюамеля:

$$y(t) = \int_{-0}^t x(\tau)h'(t-\tau)d\tau = \int_{-0}^t x(t-\tau)h'(\tau)d\tau \quad (1)$$

де $h(t)$ – перехідна функція (оператор) досліджуваної системи.

В цій роботі досліджуваними системами є певні одиниці ЕРС: електровоз, трамвай, електропоїзд тощо, вхідним процесом до кожного з яких є

напруга на струмоприймачі $U(t)$, а вихідним процесом – струм $I(t)$ цього ж ЕРС. Як зазначалось, і напруга $U(t)$, і струм $I(t)$ являються стохастичними процесами і тому, за аналогією з (1), для усталеного режиму можна записати:

$$I(t) = \int_{-0}^{\infty} U(\tau)h'(t-\tau)d\tau = \int_{-0}^{\infty} U(t-\tau)h'(\tau)d\tau \quad (2)$$

Враховуючи (2), поставлена задача з аналізу усталених процесів повинна розв'язуватись з визначенням імовірнісних характеристик струму при заданих аналогічних характеристиках напруги, до яких відносять: математичне очікування, кореляційна функція, дисперсія та середньоквадратичне відхилення. Складність оцінки цих характеристик для усталеного струму $I(t)$ залежить від типу вхідного випадкового процесу $U(t)$, стаціонарний чи нестаціонарний.

Для визначення математичного очікування усталеного струму $m_I(t)$ застосуємо операцію математичного очікування до обох частин виразу (2):

$$M[I(t)] = m_I(t) = M\left[\int_{-0}^{\infty} U(t-\tau)h'(\tau)d\tau\right] \quad (3)$$

Оскільки операції математичного очікування та інтегрування перестановочні [4], тоді маємо:

$$m_I(t) = \int_{-0}^{\infty} M[U(t-\tau)]h'(\tau)d\tau =$$

$$= \int_{-0}^{\infty} m_U(t-\tau)h'(\tau)d\tau, \quad (4)$$

де $M[U(t)] = m_U(t)$ – математичне очікування процесу напруги.

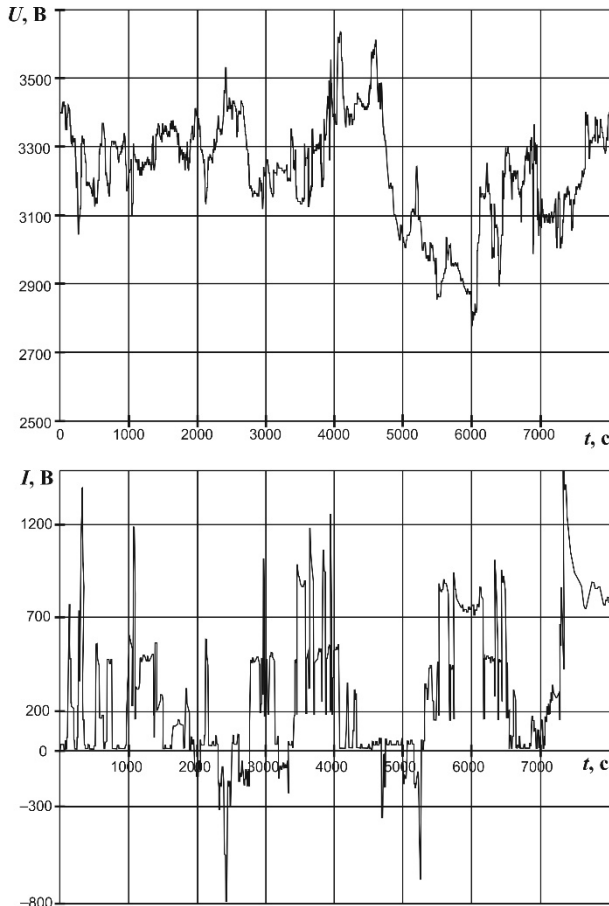


Рис. 1. Реєстрограми напруги та струму на струмо-приймачі електровоза ВЛ8 на ділянці Нижньодніпровськ-Вузол При-дніпровської залізниці

У випадку, коли стохастичний процес $U(t)$ являється стаціонарним, тоді $m_U(t) = \text{const} = m_U$ і вираз (4) спрощується

$$m_I(t) = m_U \int_{-0}^{\infty} h'(\tau) d\tau \quad (5)$$

Кореляційна функція усталеного струму визначається як не випадкова функція двох аргументів t_1 і t_2 , що дорівнює кореляційному моменту випадкових величин $I(t_1)$ і $I(t_2)$, тобто являє собою математичне очікування добутку двох центрованих величин у відповідних t_1 , t_2 перерізу процесу $I(t)$ [5, 6]:

$$K_I(t_1, t_2) = M[I(t_1)I(t_2)] = M\{[I(t_1) - m_I(t_1)][I(t_2) - m_I(t_2)]\} \quad (6)$$

Згідно з (2) запишемо вирази струму для моментів t_1 і t_2 .

$$I(t_1) = \int_{-0}^{\infty} U(t_1 - \tau_1) h'(\tau_1) d\tau_1 \quad (7)$$

$$I(t_2) = \int_{-0}^{\infty} U(t_2 - \tau_2) h'(\tau_2) d\tau_2 \quad (8)$$

Віднімаємо від обох частин виразу (7) математичне очікування струму $m_I(t_1)$, а у (8) аналогічно – $m_I(t_2)$.

$$I(t_1) - m_I(t_1) = \int_{-0}^{\infty} U(t_1 - \tau_1) h'(\tau_1) d\tau_1 - m_I(t_1), \quad (9)$$

$$I(t_2) - m_I(t_2) = \int_{-0}^{\infty} U(t_2 - \tau_2) h'(\tau_2) d\tau_2 - m_I(t_2). \quad (10)$$

Замінивши $m_I(t_1)$ в правій частині (9) і аналогічно $m_I(t_2)$ в (10), згідно з співвідношенням (5), після простих перетворень отримаємо:

$$I(t_1) - m_I(t_1) = \int_{-0}^{\infty} h'(\tau_1) [U(t_1 - \tau_1) - m_U] d\tau_1 \quad (11)$$

$$I(t_2) - m_I(t_2) = \int_{-0}^{\infty} h'(\tau_2) [U(t_2 - \tau_2) - m_U] d\tau_2. \quad (12)$$

Перемножимо між собою ліві і праві частини виразів (11) та (12) і здійснимо математичну операцію математичного очікування від обох частин отриманого співвідношення:

$$M\{[I(t_1) - m_I(t_1)][I(t_2) - m_I(t_2)]\} = M\left\{\int_{-0}^{\infty} h'(\tau_1) \left\{\int_{-0}^{\infty} h'(\tau_2) [U(t_1 - \tau_1) - m_U] [U(t_2 - \tau_2) - m_U] d\tau_2\right\} d\tau_1\right\}. \quad (13)$$

Згідно з визначенням й тим самим з виразом (6), ліва частина рівності (13) являє собою вираз шуканої кореляційної функції усталеного струму $I(t)$. Одночасно, здійснивши у правій частині (13) закономірну операцію перестановки операції математичного очікування та інтегрування, отримаємо (під знаком інтегралу) ви-

раз кореляційної функції напруги $K_U(t_1, t_2)$ з часовим зсувом $(t_1 - \tau_1) - (t_2 - \tau_2)$:

$$M\{[U(t_1 - \tau_1) - m_U][U(t_2 - \tau_2) - m_U]\} = K_U(t_2 - t_1 + \tau_1 - \tau_2). \quad (14)$$

Отже, згідно з співвідношеннями (6), (13) і (14), кінцевий вираз кореляційної функції усталеного струму, у випадку, коли стохастичний процес $U(t)$ являється стаціонарним, має вигляд:

$$K_I(t_1, t_2) = \int_{-0}^{\infty} h'(\tau_1) \cdot \int_{-0}^{\infty} h'(\tau_2) K_U(t_2 - t_1 + \tau_1 - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1. \quad (15)$$

Із цього виразу (15) випливає, що $K_I(t_1, t_2)$ залежить не від моментів часу t_1 і t_2 окремо, а від різниці цих моментів часу: $t_2 - t_1 = \tau$. Тому позначимо кореляційну функцію стаціонарного випадкового процесу струму через $K_I(\tau) = K_I(t_2 - t_1)$. З урахуванням цього позначення і згідно (15), маємо

$$K_I(\tau) = \int_{-0}^{\infty} h'(\tau_1) \left[\int_{-0}^{\infty} h'(\tau_2) K_U(\tau + \tau_1 - \tau_2) d\tau_2 \right] d\tau_1. \quad (16)$$

Часто для практичного розв'язання поставлених задач буває достатньо знати дисперсію чи середньоквадратичне відхилення досліджуваного процесу. Дисперсія струму $D_I(t) = \sigma_I^2(t)$ визначається за формулою (1) кореляційної функції струму при рівності її двох аргументів t_1 і t_2 , тобто $t_2 - t_1 = \tau = 0$:

$$D_I = \sigma_I^2 = K_I(\tau = 0) = \int_{-0}^{\infty} h'(\tau_1) \left[\int_{-0}^{\infty} h'(\tau_2) K_U(\tau_1 - \tau_2) d\tau_2 \right] d\tau_1. \quad (17)$$

У випадку, коли вхідна до ЕРС стохастична напруга буде являти собою нестационарний процес, тоді математичне очікування струму $m_I(t)$ визначається за загальною формулою (4), а процедура виведення формули кореляційної функції струму та ж сама, що й для стаціонарного процесу $U(t)$, лише з тією різницею,

що математичне очікування напруги буде функцією часу з відповідним зсувом часу, а саме: $m_U(t_1 - \tau_1)$ чи $m_U(t_2 - \tau_2)$. В результаті отримаємо вираз функції у вигляді:

$$K_I(t_1, t_2) = \int_{-0}^{\infty} h'(\tau_1) x \left[\int_{-0}^{\infty} h'(\tau_2) K_U(t_1 - \tau_1, t_2 - \tau_2) d\tau_2 \right] d\tau_1.$$

Застосування отриманих вище розрахункових формул імовірнісних характеристик струму базується на знанні перехідної функції $h(t)$ електрорухомого складу. Методи її визначення приведені в роботі [5].

Результати чисельних розрахунків та їх аналіз

Користуючись отриманими вище співвідношеннями, виконаємо розрахунки усталених імовірнісних характеристик ($m_I(t)$, $D_I(t)$ та $\sigma_I(t)$) для електровоза ВЛ8 при його експлуатації з вантажними поїздами на електрифікованих ділянках Придніпровської залізниці. При цьому зауважимо, що умови використання інтегралу Дюамеля виконуються у повній мірі: у тяговому режимі електровоз являється пасивною (виходячи із класифікації електричних кіл) системою; його вмикання на напругу здійснюється при нульових початкових умовах (в момент часу $t = 0$ після зупинок, вибігів, на початку відновлення напруги після її втрати тощо). Напруга на струмоприймачі ВЛ8 являється стохастичним стаціонарним процесом [2] з математичним очікуванням $m_U = 3312$ В і кореляційною функцією $K_U(\tau) = 2,1 \cdot 10^4 e^{-0,003t}$ В². Крім цього, розрахунки показують, що перехідна функція електровоза являє собою вираз: $h(t) = 0,205[1 - \exp(-0,17t)]$ См·с.

Тоді, згідно (5), математичне очікування усталеного струму буде:

$$m_I(t) = 3312 \int_{-0}^{\infty} \left[\frac{d}{dt} \{ 0,205(1 - e^{-0,17t}) \} \right] dt = 679 \text{ А}. \quad (18)$$

Дисперсію струму було визначено за формулою (17), вона склала 88270 А², а середнє квадратичне відхилення – 297 А. Ці значення достатньо близькі до значень, отриманих дослідним шляхом [2].

Висновки

1. Стохастичний характер зміни напруг і струмів в електричних тягових колах електро-рухомого складу обумовлює необхідність розробки спеціальних методів аналізу режимів роботи систем електричного транспорту.

2. Найбільш доцільним методом розрахунку усталеного тягового струму у колах електро-рухомого складу є метод інтеграла Дюамеля, адаптованого до теорії стохастичних процесів.

3. Задача аналізу усталених процесів в імовірнісній трактовці має бути розв'язана шляхом

визначення імовірнісних характеристик тягового струму (математичного очікування, кореляційної функції та дисперсії) при заданих аналогічних характеристиках випадкового процесу напруги на струмоприймачі електро-рухомого складу.

4. Значення математичного очікування та дисперсії усталеного струму досліджуваного електро-возу, що отримані розрахунками за розробленим методом, достатньо близькі до значень, отриманих за результатами експериментальних досліджень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Kostin Mykolay. Statistics and Probability Analysis of Voltage on the Pantograph of DC Electric Locomotive in the Recuperation Mode/ Mykolay Kostin, Anatoliy Nikitenko // *Przegląd Elektrotechniczny*. – Warsaw, 2013. – №2a. – pp. 273-275.

2. Костин Н. А. Неканоническое спектральное разложение случайных функций тяговых напряжения и тока в системах электрического транспорта / Н. А. Костин, О. Г. Шейкина // *Электротехника і Електромеханіка*. – 2015. – № 1. – С. 68-71.

3. Костін М. О. Теоретичні основи електротехніки. Том 2: підруч. [для студ. вищ. навч. закл.] / М. О. Костін, О. Г. Шейкіна // - Дн-вськ: Вид-во ДНУЗТ, 2007. – 276 с.

4. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления / В. С. Пугачев. – М.: Физматгиз, 1960. – 883 с.

5. Лившиц Н. А., Пугачев В. С. Вероятностный анализ систем автоматического управления. В 2-х томах/ Н. А. Лившиц, В. С. Пугачев. – М.: Советское радио, 1963. – Т. 1 – 482 с., Т. 2 – 895 с.

6. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций / А. А. Свешников. – М.: Наука, 1968. – 463 с.

Ключові слова: імовірнісний метод; перехідна функція; напруга; стохастичний процес; струм; електро-рухомий склад.

REFERENCES

1. Kostin Mykolay. Statistics and Probability Analysis of Voltage on the Pantograph of DC Electric Locomotive in the Recuperation Mode/ Mykolay Kostin, Anatoliy Nikitenko// *Przegląd Elektrotechniczny*. – Warsaw, 2013. – №2a. – pp. 273-275.

2. Kostin N. A. *Nekanonicheskoye spektralnoye razlozheniye sluchaynykh funktsiy tyagovykh napryazheniya i toka v sistemakh elektricheskogo transporta* [Non-canonical spectral decomposition of random functions of traction voltage and current in electric transport systems]/ N. A. Kostin. O. G. Sheykina // *Elektrotehnika i Elektromekhanika* – Electrical engineering and electromechanics, 2015. – No. 1. – pp. 68-71.

3. Kostin M. O. *Teoretychni osnovy elektrotehniki. Tom 2* [Theoretical basis of electrical engineering. Volume 2] / M. O. Kostin, O. H. Sheykina // - Dn-vsk: Vyd-vo DNUZT, 2007. – 276 p.

4. Pugachev V. S. *Teoriya sluchaynykh funktsiy i yeye primeneniye k zadacham avtomaticheskogo upravleniya* [The theory of random functions and its application to problems of automatic control.] / V. S. Pugachev. – Moskva: Fizmatgiz. 1960. – 883 p.

5. Livshits N. A. Pugachev V. S. *Veroyatnostnyy analiz sistem avtomaticheskogo upravleniya*. [Probabilistic analysis of automatic control systems. In two volumes] / N. A. Livshits. V. S. Pugachev. – Moskva: Sovetskoye radio. 1963. – T. 1 – 482 s., T. 2 – 895 p.

6. Sveshnikov A. A. *Prikladnyye metody teorii sluchaynykh funktsiy* [Applied methods of the theory of random functions]/ A. A. Sveshnikov. – Moskva: Nauka. 1968. – 463 p.

Половина магістрального і приміського, весь кар'єрний та шахтний, а також міський електричний транспорт експлуатуються на постійному струмі. Теоретично вважається, що електро-вози, електро-поїзди, мотор-вагони метрополітенів, трамваї і тролейбуси живляться постійною напругою з номінальними значеннями від 500 до 3000 В. Однак, практично цього не відбувається, оскільки не враховуються реально існуючі неперервні, часто значні, до того ж стохастичні, зміни напруги живлення і тягового струму. Тобто, системи електричного транспорту (за назвою) постійного струму по суті є системами змінного струму, що вимагає відповідного аналізу їх процесів. В той же час, теоретична електротехніка не володіє методами аналізу електричних кіл зі стохастичними напругами і струмами, необхідна розробка спеціальних методів аналізу електромагнітних процесів в імовірнісній трактовці. В роботі на основі адаптування до теорії випадкових процесів інтеграла Дюамеля розроблено і чисельними розрахунками обґрунтовано метод аналізу усталених стохастичних процесів в силових тягових колах електро-рухомого складу (ЕРС). В якості оператора ЕРС, як досліджуваної системи, вибрана перехідна функція. Метод базується на кореляційній теорії випадкових процесів й тим самим передбачає визначення імовірнісних характеристик досліджуваного процесу. В роботі виконано розрахунки математичного очікування, кореляційної функції, дисперсії і середньоквадратичного відхилення тягового струму електро-воза ВЛ8 при його експлуатації з вантажними поїздами на ділянках Придніпровської залізниці.

УДК 629.423:621.3:519.2

Н. А. КОСТИН, О. Г. ШЕЙКИНА (ДНУЖТ), С. И. ЛЕВИЦКАЯ (ПГАСА)

Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, г. Днепр, Украина, 49010, тел. (056) 3731537, e-mail: nkostin@ukr.net, sheikina.diit73@gmail.com, ORCID: orcid.org/0000-0002-0856-6397, orcid.org/0000-0002-5367-2674.
 Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, ул. Чернышевского, 24а, г. Днепр, Украина, 49600, тел. (056) 756-33-56, e-mail: svetik23com@ukr.net, ORCID: orcid.org/0000-0001-6725-0280

МЕТОД АНАЛИЗА УСТАНОВИВШИХСЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СИЛОВЫХ ТЯГОВЫХ ЦЕПЯХ ЭЛЕКТРОПОДВИЖНОГО СОСТАВА

Половина магистрального и пригородного, весь карьерный и шахтный, а также городской электрический транспорт эксплуатируются на постоянном токе. Теоретически считается, что электровазы, электропоезда, мотор-вагоны метрополитенов, трамваи и троллейбусы питаются постоянным напряжением с номинальными значениями от 500 до 3000 В. Однако, на практике этого не происходит, так как не учитываются реально существующие непрерывные, часто значительные, к тому же стохастические, изменения напряжения питания и тягового тока. То есть, системы электрического транспорта (по названию) постоянного тока по сути являются системами переменного тока, что требует соответствующего анализа их процессов. В то же время, теоретическая электротехника не обладает методами анализа электрических цепей со стохастическими напряжениями и токами, необходима разработка специальных методов анализа электромагнитных процессов в вероятностной трактовке. В работе на основе адаптации к теории случайных процессов интеграла Дюамеля разработан и численными расчетами обоснован метод анализа установившихся стохастических процессов в силовых тяговых цепях электроподвижного состава (ЭПС). В качестве оператора ЭПС, как исследуемой системы, выбрана переходная функция. Метод базируется на корреляционной теории случайных процессов и тем самым предполагает определение вероятностных характеристик исследуемого процесса. В работе выполнены расчеты математического ожидания, корреляционной функции, дисперсии и среднеквадратического отклонения тягового тока электровазы ВЛ8 при его эксплуатации с грузовыми поездами на участках Приднепровской железной дороги.

Ключевые слова: вероятностный метод; переходная функция; напряжение; стохастический процесс; ток; электроподвижной состав.

UDC 629.423:621.3:519.2

N. A. KOSTIN, O. H. SHEIKINA (DNURT), S. I. LEVYTSKA (PSACEA)

Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, st. Lazaryan, 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. (056) 3731537, e-mail: nkostin@ukr.net, sheikina.diit73@gmail.com, ORCID: orcid.org/0000-0002-0856-6397, orcid.org/0000-0002-5367-2674.
 Prydniprovsk state academy of Civil Engineering and Architecture, Chernyshevskoho street, 24a, Dnipro, Ukraine, 49600, tel. (056) 756-33-56, e-mail: svetik23com@ukr.net, ORCID: orcid.org/0000-0001-6725-0280.

ANALYSIS METHOD OF STEADY-STATE RANDOM PROCESSES IN POWER CARRIER CHAINS OF ELECTRIC STOCK

The half of main and suburban, all open-cut transport and also urban electric transport use direct current. Theoretically it is considered that locomotives, electric trains, motorized railcars of subways, trams and trolley buses use direct current with nominal value from 500 to 3000 V. Nevertheless, in practice it does not occur, as real-life, continuous and random changes of supply voltage and traction current are not taken into consideration. In other words the systems of electric transport (nominally) of direct current are the systems of alternating current and they need appropriate analysis of their processes. On the other hand theoretical electric engineering does not have analysis methods of electric circuits with random voltages and currents, so the development of special analysis methods of electromagnetic processes in probability interpretation is necessary. In the paper based on adaptation to the theory of random Duhamel integral processes, the analysis method of steady-state random process in power carrier chains of electric stock (ES) is developed and proved with numerical calculations. In the capacity of operator (ES) as investigating system, transition function is chosen. The method is based on the correlation theory of random processes and so that it is intended the definition of probabilistic characteristics of investigating process. In the paper calculations of mathematical expectations, correlation function, dispersion, mean-square deviation, traction current of locomotive VL8 are done, while its using with goods trains on Prydniprovsk railway.

Keywords: probabilistic method; transition function; voltage; random process; current; electric stock.

Received 14.06.2017; accepted in revised form 06.12.2017.