

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ
ІМЕНІ АКАДЕМІКА В. ЛАЗАРЯНА

А. В. КРАСНЮК, А. Д. МАЛИЙ,
Ю. Я. ПОПУДНЯК, А. С. ЩЕРБАК

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ
(КОРОТКИЙ КУРС
З НАВЧАЛЬНИМИ КОНТРОЛЬНИМИ ТЕСТАМИ)

Рецензенти:

Професор Д. І. Ткач,

Придніпровська державна академія будівництва та архітектури;

Професор В. Д. Петренко,

Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна;

Доцент О. І. Додатко,

Національний гірничий університет.

Нарисна геометрія (короткий курс з навчальними контрольними тестами) / Упорядники А. В. Краснюк, А. Д. Малий, Ю. Я. Попудняк, А. С. Щербак – Дніпропетровськ:

В посібнику викладено основні теоретичні положення елементарної нарисної геометрії. Розглянуто комплексні рисунки точок, прямих, площин, многогранних та кривих поверхонь, способи перетворення проекцій, розгортки поверхонь.

Після кожного розділу наведено велику кількість навчальних контрольних тестів, що сприятиме кращому засвоєнню теоретичного матеріалу при самостійному вивченню нарисної геометрії.

Призначений для студентів усіх спеціальностей очної та дистанційної форм навчання.

УДК 744(076)

П Е Р Е Д М О В А

Нинішній період розвитку вищої освіти характерний втіленням в життя нових технологій та стандартів навчання. Кредитно-модульна система навчання, дистанційна освіта передбачають збільшення, у процесі навчання, питомої ваги самостійної роботи, контролю і самоконтролю засвоєння знань. Важливу роль у цьому процесі відіграє тестовий контроль і самоконтроль ступеню оволодіння навчальним матеріалом, передбаченим стандартами освіти. Тому наявність навчального посібника з нарисної геометрії, у якому кожна тема закінчується численними тестами, є актуальною.

Даний посібник призначений для самостійної роботи студентів та підготовки до тестового контролю знань. Його структура складається з короткого викладу теоретичного матеріалу кожного розділу нарисної геометрії (довідкові відомості) та з численних тестових запитань, які дозволяють перевірити ступінь засвоєння теоретичного матеріалу, підготуватися до модульного контролю та сприяти розвитку просторової уяви.

При роботі з тестами будь-яких графічних побудов не потрібно. Достатньо лише проаналізувати тести та обрати правильну відповідь на поставлене запитання. Слід зазначити, що в тестах може бути як одна правильна відповідь так і декілька. Правильність відповідей студент може перевірити в останньому розділі посібника. Разом з тим, це не виключає виконання домашніх завдань з виконанням креслень (рисуноків).

П О Р А Д И С Т У Д Е Н Т А М

Теоретичний матеріал перших розділів нарисної геометрії викликає у студентів, як правило, найбільші ускладнення. Вони виникають з двох основних причин. По-перше нарисна геометрія є першою інженерно-технічною навчальною дисципліною, яка вивчається у першому семестрі. По-друге, на початку її вивчення необхідно оволодіти новою для вас термінологією, символікою, умовними позначками, які ми домовляємося використовувати при вивченні нарисної геометрії. Чим швидше ви оволодієте цією «мовою», тим краще і легше будете оволодівати теоретичним і практичним матеріалом нарисної геометрії. Допоможе вам у цьому таблиця 1, яка наведена нижче.

Нарисну геометрію треба вивчати систематично, регулярно вивчати теоретичний матеріал. Не приступайте вивчати наступний розділ, чи параграф не засвоївши попереднього.

Приступайте до розв'язання задачі тільки після того, як добре усвідомили її умову і суть, склали план (алгоритм) розв'язання у просторі. Користуйтеся для просторового моделювання «підручними» засобами: олівець – пряма, косинець чи лист паперу – площина і т. д. Це сприятиме

розвитку просторової уяви і успішному розв'язанню просторових задач на плоских зображеннях.

ПРИЙНЯТІ ТЕРМІНИ ТА ЇХ ПОЗНАЧЕННЯ

Основні геометричні образи позначаються: точки – великими латинськими літерами, або арабськими цифрами; прямі – малими літерами латинського алфавіту; площини – малими літерами грецького алфавіту (таблиця 1).

Таблиця 1

Прийняті символи, їх назви та значення

Геометричні образи, знаки	Позначення (символу чи операції)	Назва символу, операції	Значення символу чи операції
1	2	3	4
Площини проєкцій	Π_1 Π_2 Π_3	Пі один Пі два Пі три	Горизонтальна площина проєкцій Фронтальна площина проєкцій Профільна площина проєкцій
Точки у просторі та їхні проєкції	A, B, C, D, E, F, G, H, ... або 1, 2, 3, 4, ... $A_1, B_1, \dots 1_1, 2_1$ $A_2, B_2, \dots 1_2, 2_2$ $A_3, B_3, \dots 1_3, 2_3$	Точка A, Точка F Точка 1 А один, одинок А два, один два А три, один три	Точка A у просторі, Точка F у просторі Точка 1 у просторі Горизонтальна проєкція точки A, 1 Фронтальна проєкція точки A, 1 Профільна проєкція точки A, 1
Прямі у просторі та їхні проєкції	a, b, c, d, e, ... $a_1, b_1, c_1, \dots$ $a_2, b_2, c_2, \dots$ $a_3, b_3, c_3, \dots$	Пряма a а один а два а три	Пряма a у просторі Горизонтальна проєкція прямої a Фронтальна проєкція прямої a Профільна проєкція прямої a
Площини у просторі та їхні сліди на площинах проєкцій. Проектуючи площини	$\alpha, \beta, \dots \sigma, \tau, \dots$ $\alpha_{\Pi 1}, \beta_{\Pi 2}, \dots$ $\alpha_{\Pi 2}, \beta_{\Pi 2}, \dots$ $\alpha_{\Pi 3}, \beta_{\Pi 3}, \dots$ $\alpha_1, \beta_1, \dots$ $\alpha_2, \beta_2, \dots$ $\alpha_3, \beta_3, \dots$	Площина альфа альфа пі один альфа пі два альфа пі три альфа один альфа два альфа три	Площина α у просторі Горизонтальний слід площини α Фронтальний слід площини α Профільний слід площини α Горизонтальна (вироджена) проєкція горизонтально-проектуючої площини Фронтальна (вироджена) проєкція фронтально-проектуючої площини Профільна (вироджена) проєкція профільно-проектуючої площини
Ортогональна система координат	Ox, y, z O	O ікс, ігрек, зет Точка O	Три координатні площини Oxy, Oxz, Oyz, або три координатні осі x, y, z Початок координат
Знак тотожності (співпадіння)	$\equiv$ $m \equiv n$ $A_1 \equiv B_1$	m співпадає з n A_1 співпадає з B_1	Пряма m співпадає з прямою n Горизонтальна проєкція A_1 точки A співпадає з горизонтальною проєкцією B_1 точки B

1	2	3	4
Знак перпендикулярності	$\perp$ $f \perp \sigma$	fперпендикулярна до σ	Пряма fперпендикулярна до площини σ
Знак паралельності	$\parallel$ $a \parallel b$	a до b	Пряма a та b паралельні
Знак належності (включення)	$\supset \subset$ $a \subset \alpha$ $\alpha \supset a$	a належить альфа альфа проходить через a	Пряма a належить площині α (лежить на площині α) Площина α проходить через пряму a (відкритою стороною знак розташовують у бік геометричного образу більшої розмірності)
Знак перетину	$\cap$ $c \cap d$	c перетинає d	Пряма c перетинає пряму d (прямі c та d перетинаються)
Знак результату геометричної побудови або окремої операції	$=$ $M = a \cap \varphi$ $a \cap \varphi = M$	M є результат перетину a з φ	Точка M є точкою перетину прямої a з площиною φ Пряма a перетинає площину φ в точці M
Знак об'єднання (з'єднання двох геометричних образів)	$\cup$ $A \cup B$	Aз'єднано з B	Точки A та B з'єднані прямою лінією
Знак логічного висновку	$\rightarrow$ $A \subset b, b \subset \alpha \rightarrow A \subset \alpha$	Якщо A належить b, a b належить α , то A належить α .	Якщо точка A лежить на прямій b а пряма b лежить на площині α , то точка A належить площині α .

1. МЕТОД ПРОЕКЦІЙ

Побудови зображень просторових предметів (об'єктів) на площині здійснюється методом проекцій. В нарисній геометрії вивчається центральні і паралельні (косокутні та прямокутні) проекції.

Метод центрального проектування полягає в наступному. У просторі обирають точку S – центр проектування і площину проекцій Π' , яка не проходить через S (рис. 1.1).

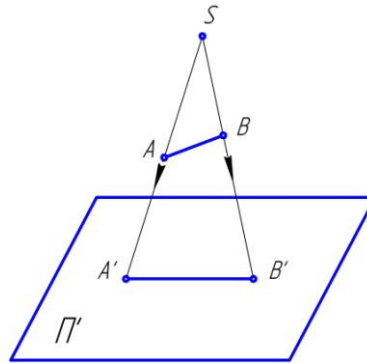


Рис. 1.1

Побудова зображення проекції об'єкту, полягає в проведенні через центр проекцій S і будьякі точки $A, B, \dots$ об'єкту прямих ліній (променів), які називаються проектуючими прямими. Множина точок перетину проектуючих прямих $SA, SB, \dots$ з площиною проекцій дасть зображення, яке називають *центральною проекцією об'єкту*.

Основними властивостями центральних проекцій є наступні:

- 1) проекцією точки є точка;
- 2) проекцією прямої, в загальному випадку, є пряма, проекцією проектуючої прямої є точка;
- 3) якщо точка належить прямій, то проекція цієї точки належить проекції прямої.

Якщо центр проекцій віддалити в нескінченність, то проектуючі прямі стануть паралельними між собою. Положення проектуючих прямих щодо площини проекцій визначається напрямом проектування s (рис. 1.2).

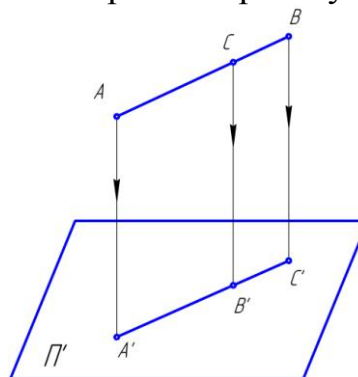


рис. 1.2

В цьому випадку одержане зображення називають *паралельною* проекцією предмету.

Паралельні проекції розділяють на прямокутні (ортогональні), коли проектуючи прямі перпендикулярні площині проекцій, і косокутні, коли напрям проектування утворює з площиною проекцій не прямий кут.

При паралельному проектуванні зберігаються властивості 1, 2, 3 центрального проектування і додаються наступні:

4) проекції паралельних прямих паралельні між собою;

5) відношення довжин відрізків прямої – дорівнює відношенню довжин їх проекцій;

6) відношення довжин відрізків двох паралельних прямих – дорівнює відношенню довжин їх проекцій.

Для *ортогональних проекцій* відзначимо таку властивість:

7) проекція відрізка загального положення (не паралельного площині проекцій) менше ніж сам відрізок.

Операція проектування дає можливість побудувати проекційне зображення об'єкту, тобто розв'язати пряму задачу. Проте по одній центральній або паралельній проекції об'єкту неможливо або складно відтворити просторову форму і розміри оригіналу. Тому креслення об'єкту повинне бути оборотним, а це значить, що пара точок зображення повинна визначати єдину точку оригіналу. Ця умова виконується ортогональним проектуванням об'єкту на дві площини проекцій.

ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАПИТАНЬ

1. Яка з наведених нижче властивостей проекцій справедлива тільки для ортогональних проекцій?

1. Проекції паралельних прямих взаємно паралельні.
2. Якщо точка лежить на прямій, то проекція точки лежить на проекції прямої.
3. Проекція відрізка прямої загального положення завжди менше самого відрізка.
4. Проекцією проектуючої площини є пряма.

2. Для якого виду проекцій відповідає властивість: проекцією прямої в загальному випадку є пряма, проекцією проектуючої прямої є точка?

1. Центральних.
2. Паралельних.
3. Ортогональних.
4. Для всіх видів проекцій.

3. Яка з наведених нижче властивостей проєкцій справедлива тільки для ортогональних проєкцій?

1. Якщо точка розділяє відрізок в даному відношенні, то проєкція цієї точки розділяє проєкцію відрізка в цьому відношенні.
2. Проєкція відрізка прямої, яка паралельна площині проєкцій, паралельна самому відрізку.
3. Проєкцією проєктуючої прямої є точка.
4. Проєкція відрізка прямої загального положення завжди менше самого відрізка.

4. Для яких видів проєкцій справедлива властивість: якщо точка лежить на прямій, то проєкція цієї точки лежить на проєкції прямої?

1. Центральних.
2. Паралельних.
3. Ортогональних.
4. Для всіх видів проєкцій.

5. Які з наведених нижче властивостей проєкцій справедливі для всіх видів проєктування?

1. Проєкції паралельних прямих паралельні.
2. Проєкцією прямої в загальному випадку є пряма.
3. Проєкція відрізка прямої загального положення завжди менше самого відрізка.
4. Проєкцією проєктуючої площини є пряма.

6. Які з наведених нижче властивостей проєкцій справедливі тільки для центрального проєктування?

1. Проєкції паралельних прямих паралельні.
2. Проєкцією прямої в загальному випадку є пряма.
3. Проєкція відрізка прямої загального положення завжди менше самого відрізка.
4. Проєкцією проєктуючої площини є пряма.

7. Яка з наведених нижче властивостей проєкцій справедлива тільки для ортогональних проєкцій?

1. Якщо точка розділяє відрізок в даному відношенні, то проєкція цієї точки розділяє проєкцію відрізка в цьому відношенні.
2. Проєкція відрізка прямої, яка паралельна площині проєкцій, паралельна самому відрізку.
3. Проєкцією проєктуючої прямої є точка.
4. Проєкція відрізка прямої загального положення завжди менше самого відрізка

8. Як називається пряма k ?

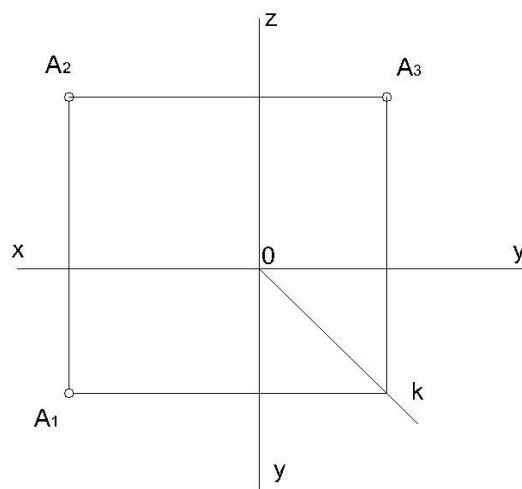


Рис. 1.3

1. Проєкційна пряма
2. Похила пряма
3. Лінія зв'язку
4. Постійна пряма комплексного рисунку (епюра)

2. ВЛАСТИВОСТІ ПРОЕКЦІЙ ТОЧКИ

Побудова проекцій зображень просторових предметів на площині зводиться до побудови проекцій точок та ліній, які визначають просторову форму предмета. Тому вивчення способів побудови проекційних зображень просторових предметів починають з вивчення правил побудови проекцій точок. В цьому посібнику розглядаються способи побудови комплексних рисунків (епюрів) точок методом ортогонального (прямокутного) проектування точок на дві (три) взаємно перпендикулярні площини проекцій.

2.1 ПРОЕКЦІЇ ТОЧОК НА ДВІ І ТРИ ВЗАЄМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІ ПЛОЩИНИ ПРОЕКЦІЙ

На рис. 2.1 зображені дві площини проекцій – горизонтальна Π_1 і перпендикулярна до неї – фронтальна Π_2 та зв'язана з ними ортогональна декартова система координат $Oxuz$. Це зображення називається аксонометричною проекцією, або, образно кажучи, наочним зображенням. Уважно розглядаючи (читаючи) це зображення, відзначимо:

1. $\Pi_1 \equiv xOy$ (горизонтальна площина проекцій Π_1 співпадає з координатною площиною xOy);
2. $\Pi_2 \equiv xOz$ (фронтальна площина проекцій Π_2 співпадає з координатною площиною xOz);
3. $\Pi_3 \equiv yOz$ (профільна площина проекцій Π_3 співпадає з координатною площиною yOz). Межі профільної площини проекцій на рис 2.1 не показано.

Побудова горизонтальної проекції довільної точки A простору здійснюється в такій послідовності:

1. Через точку A проводиться проектуюча пряма AA_1 перпендикулярно до горизонтальної площини проекцій $\Pi_1 - AA_1 \perp \Pi_1 \parallel Oz$.
2. Точка A_1 перетину цієї прямою з площиною Π_1 є горизонтальна проекція точки A .

Для побудови проекції цієї ж точки на площині Π_2 проведемо через точку A пряму $AA_2 \perp \Pi_2 (AA_2 \parallel Oy)$. $AA_2 \cap \Pi_2 = A_2$. A_2 є фронтальна проекція точки A .

Площина $AA_1 \cap AA_2$ перпендикулярна і до Π_1 і до Π_2 . Лінії A_1A_x і A_xA_2 називаються лініями проекційного зв'язку. Ламана $A_1A_xA_2$ зв'язує дві проекції точки A проекційним зв'язком.

Положення будь-якої точки в просторі можна визначити (задати) за допомогою прямокутних координат. Координатами точки називаються відрізки, якими вимірюються відстані від точки в просторі до площини проекцій. Ці відрізки можуть бути виміряні в будь-яких одиницях (мм, см,

тощо) і координати точки набудуть числові значення. На рис 2.1 відрізок OA_x має числове значення x_A ($x_A = OA_x$). Числом x_A вимірюється відстань від просторової точки A до профільної площини проєкцій, тобто число x_A є координата x точки A . Аналогічно $y_A = AA_2$ – координата y тієї ж точки, а $z_A = AA_1$ – координата z . Отже. Будь-яка точка простору може бути задана трьома координатами x, y, z , що записується так: $A(x, y, z)$. Надаючи координатам будь-які числові значення, ми задаємо в просторі конкретну точку і можемо за цими значеннями координат побудувати її зображення.

Дві площини проєкцій Π_1 і Π_2 , як безмежні поверхні, поділяють простір на чотири частини. Їх називають чвертями, або квадрантами. Порядок нумерації квадрантів римськими цифрами наведено на рис. 2.1.

АксонOMETрична проєкція – це наочне зображення. В цьому її перевага. Але вона має і суттєвий недолік – спотворення лінійних та кутових розмірів. Так чотирикутник $AA_1A_xA_2$ у просторі є прямокутник, а проєкція його – паралелограм.

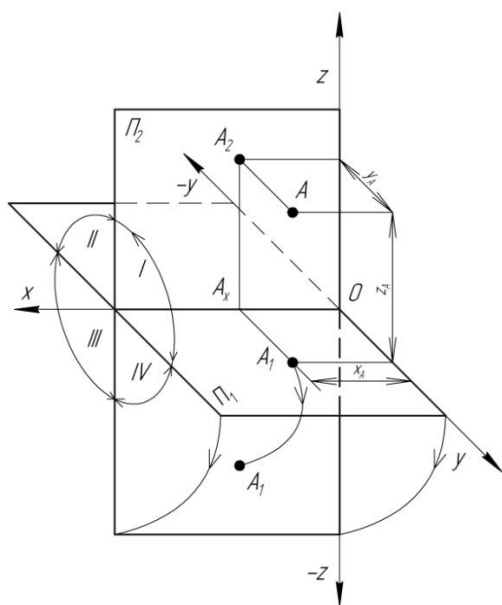


Рис. 2.1

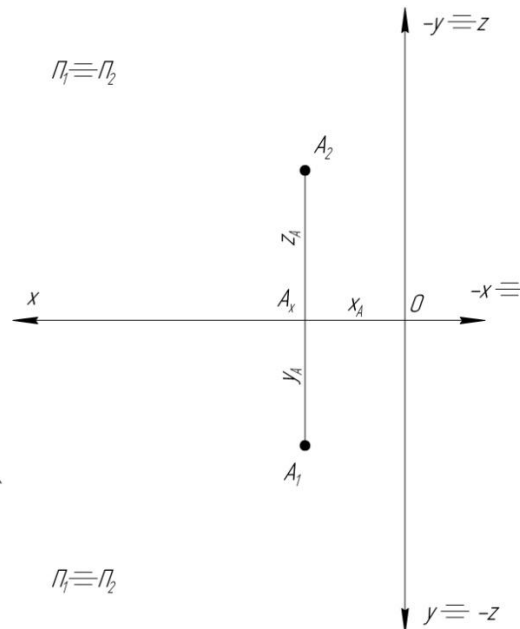


Рис 2.2

На практиці, при проектуванні споруд, машин, механізмів застосовують, в переважній більшості, комплексні рисунки, утворені по методу Г. Монжа. Фронтальну площину проєкцій вважаємо співпадаючою з площиною креслення. Горизонтальну – Π_1 , суміщаємо з Π_2 обертанням навколо осі Ox в напрямку показаному на рис. 2.1 стрілками. На рис. 2.2 зображені осі проєкцій та проєкції точки A після суміщення площин проєкцій Π_1 і Π_2 . Ламана лінія зв'язку $A_1A_xA_2$ вирівнялась в пряму $A_1A_2 \perp Ox$. На такому рисунку точка A простору зображується (задається) двома своїми координатами A_1 та A_2 . Утворений таким чином рисунок називається комплексним рисунком, або епюром Монжа. Його основні властивості:

1. Горизонтальна і фронтальна проєкції будь-якої точки простору лежать на лінії зв'язку, яка перпендикулярна до осі x .

2. Будь-яка пара символізованих (позначених як горизонтальна і фронтальна проекції точки) точок, що лежать на прямій перпендикулярній до осі x ($A_1A_2 \perp x$) визначають одну певну точку простору. Тому висловлювання «побудувати точку» на комплексному рисунку означає, що треба побудувати дві проекції цієї точки. «Задана точка» – задано дві проекції цієї точки.
3. Горизонтальна проекція точки визначається координатами x і y – $A_1(x_A, z_A)$. Це означає, що коли точка задана трьома координатами, то можна побудувати дві її проекції (рис.2.2) і навпаки, якщо задано дві проекції точки, то можна виміряти і записати її координати.
4. Якщо точка задана двома проекціями на комплексному рисунку, то читаючи цей рисунок, не важко визначити відстані від точки в просторі до площини проекцій. Насправді відстань від горизонтальної проекції точки до осі x є координата y (рис 2.2), а це значить, що відрізок A_1A_x визначає відстань від точки A в просторі до фронтальної площини проекцій Π_2 . Відстані від точки до інших площин проекцій визначаються аналогічно. Відстань від фронтальної проекції точки до осі x , відрізок $A_2A_x = z_A$ визначає відстань від точки A в просторі до площини Π_1 , а відрізок $OA_x = x_A$ – до площини Π_3 . Слід відзначити, що відстані вимірюються абсолютними значеннями координат. Тому з групи точок, заданих на комплексному рисунку, найбільш віддаленою від площини проекцій буде точка, яка має найбільше абсолютне значення відповідної координати, незважаючи на її знак.

На початковому етапі вивчення нарисної геометрії для розвитку просторової уяви та набуття навичок читання комплексних рисунків корисними є наступні вправи. На осі x комплексного рисунка (рис 2.3) призначимо довільні точки M_x і N_x . Через ці точки проведемо лінії

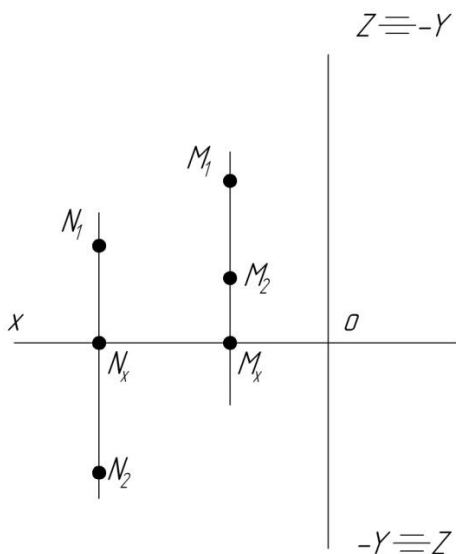


Рис. 2.3

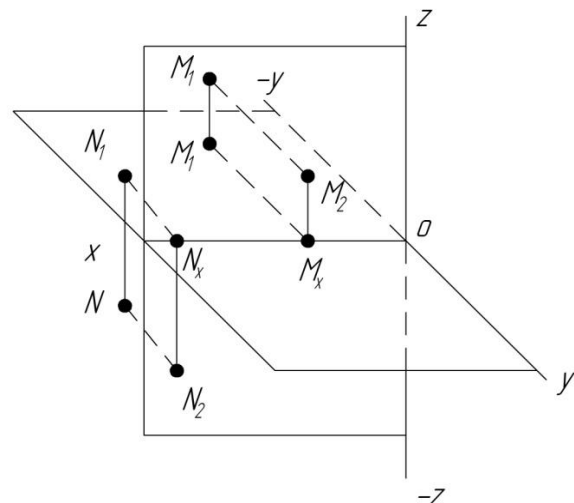


Рис. 2.4

проекційного зв'язку перпендикулярно до осі x . На кожній із цих ліній зв'язку призначимо довільно дві точки. Одну з призначених точок назвемо горизонтальною проекцією точки, наприклад точки M чи N і відповідно позначимо M_1 і N_1 . Іншу точку позначимо M_2 та N_2 і це означає, що задано фронтальні проекції точок M та N . Кожна пара проекцій M_1, N_1 та M_2, N_2 визначає одну певну точку M, N простору. Читаючи комплексний рисунок цих точок, маємо:

$$\begin{aligned} OM_x = x_M, M_x M_1 = -y_M, M_x M_2 = z_M, \\ ON_x = x_N, N_x N_1 = -y_N, N_x N_2 = z_N. \end{aligned}$$

Тепер можна виміряти числові значення координат, визначити в якій чверті простору розташовані точки та побудувати їх наочні зображення (рис. 2.4).

Якщо розглянути частину простору, що розташована справа від профільної площини проекцій Π_3 (від координатної площини yOz), то площини проекцій поділяють цю частину простору на інші чотири чверті в яких координати x будь-якої точки матимуть від'ємні значення. В сукупності три площини проекцій Π_1, Π_2, Π_3 поділяють простір на вісім тригранних кутів, які називають *октантами*.

На практиці просторовий предмет розташовують в першому октанті, в якому всі три координати точки мають додатні значення (рис. 2.5). Для утворення комплексного рисунку всі три площини суміщаються в одну площину обертанням їх навколо осей x та z , як це показано на рис. 2.5.

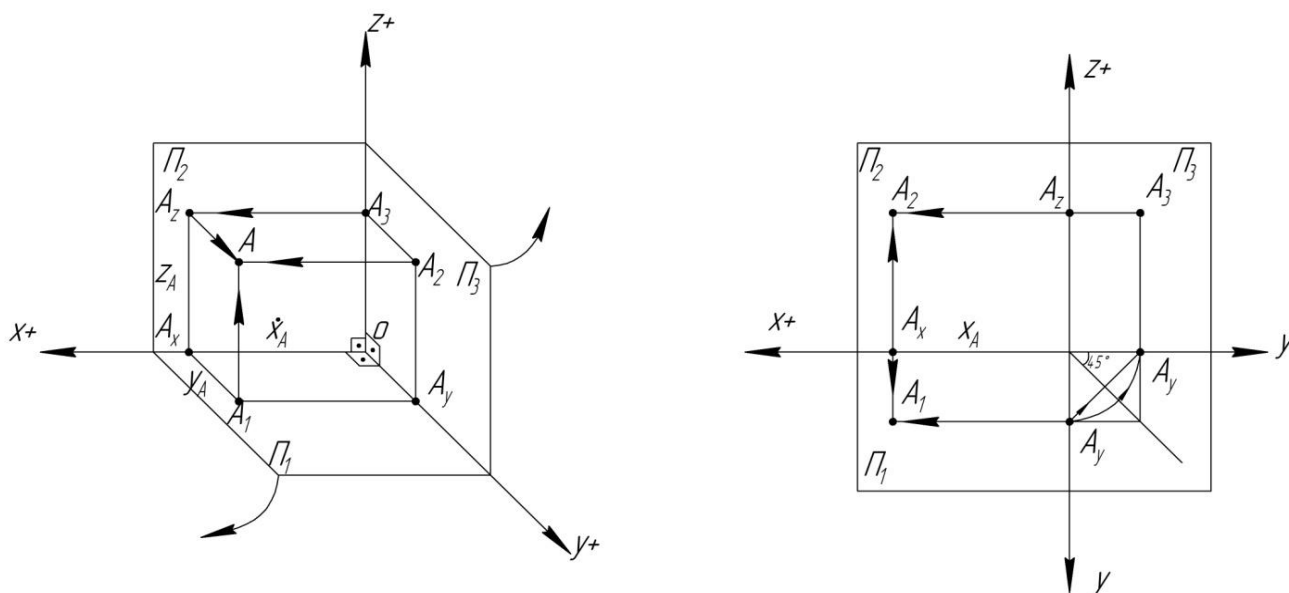


Рис. 2.5

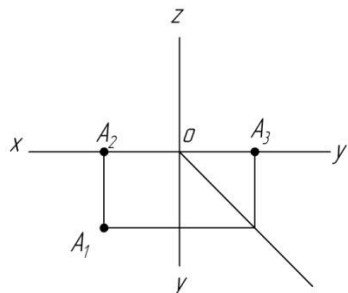
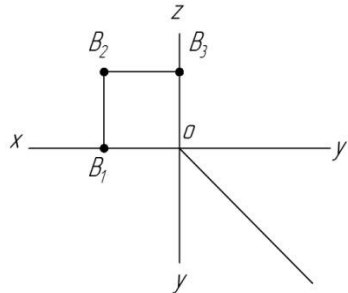
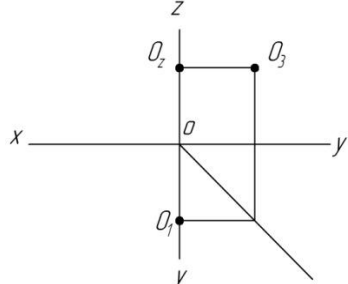
Маючи горизонтальну A_1 і фронтальну A_2 проєкції точки A можемо завжди побудувати профільну її проєкцію A_3 , або безпосереднім вимірюванням координати $y_A = A_x A_1$ та відкладанням її на горизонтальній лінії проєкційного зв'язку $A_2 A_3$. $A_2 A_3 = A_x A_1 = y_A$, або одним із графічних прийомів, показаних на рис. 2.5.

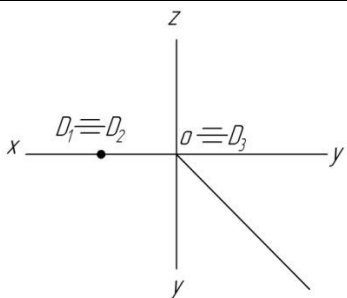
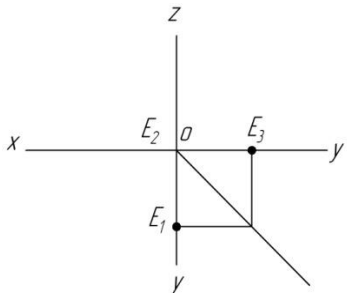
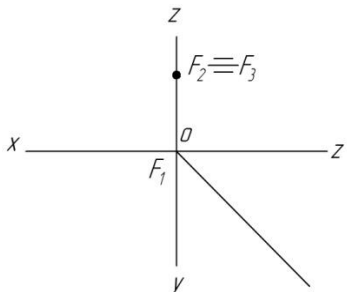
2.2 НАЛЕЖНІСТЬ ТОЧОК ПЛОЩИНАМ ПРОЄКЦІЙ

В таблиці 2 наведені ознаки належності точок площинам проєкцій.

Таблиця 2

Ознаки належності точок площинам проєкцій

Належність точок площинам проєкцій		Ознака належності в координатах	Ескіз комплексного рисунка (епюра)	Ознака належності на комплексному рисунку
1		2	3	4
Належність одній площині проєкцій	$A \in \Pi_1$ Точка А лежить на горизонтальній площині проєкцій	$z_A=0$		$A_2 \subset x$ $A_3 \subset y$
	$B \in \Pi_2$ Точка В лежить на фронтальній площині проєкцій	$y_A=0$		$B_1 \subset x$ $B_3 \subset z$
	$C \in \Pi_3$ Точка С лежить на профільній площині проєкцій	$x_A=0$		$C_1 \subset y$ $C_2 \subset z$

Належність двом площинам проєкцій	$D \in \Pi_1 \text{ і } \Pi_2$ $D \in x$ Точка D лежить на Π_1 і Π_2 , тобто на осі x	$y_D = 0$ $z_D = 0$		$D_1 \equiv D_2 \in x$ $D_3 \equiv 0$
	$E \in \Pi_1 \text{ і } \Pi_3$ $E \in y$ Точка E лежить на Π_1 і Π_3 , тобто на осі y	$x_E = 0$ $z_E = 0$		$E_1 \in y$ $E_3 \in y$ $E_2 \equiv 0$
	$F \in \Pi_2 \text{ і } \Pi_3$ $F \in z$ Точка F лежить на Π_2 і Π_3 , тобто на осі z	$x_F = 0$ $y_F = 0$		$F_2 \equiv F_3 \in z$ $F_1 \equiv 0$

ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАПИТАНЬ

1. Як позначається горизонтальна проєкція точки A?

1. A 2. A_3 3. A_1 4. A_2

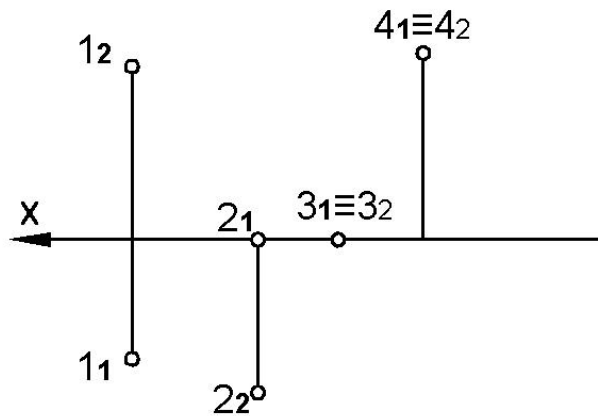
2. Як позначається фронтальна проєкція точки A?

1. A 2. A_3 3. A_1 4. A_2

3. Як позначається профільна проєкція точки A?

1. A 2. A_3 3. A_1 4. A_2

4. Які точки на рисунку 2.6 лежать на площині Π_2 ?



1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. Жодна не
лежить

Рис. 2.6

5. Яка точка на рисунку 2.6 лежить на осі x ?

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. Жодна не лежить

6. Яка точка на рисунку 2.6 лежить на площині Π_1 ?

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. Жодна не лежить

7. Яка точка на рисунку 2.6 найбільш віддалена від фронтальної площини проєкцій?

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

8. Яка точка на рисунку 2.6 найбільш віддалена від горизонтальної площини проєкцій?

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

9. Яка точка на рисунку 2.6 найбільш віддалена від профільної площини проєкцій?

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

10. Яка точка найбільш віддалена від фронтальної площини проекцій?

1. A (10, 50, 60)
2. B (30, 40, 50)
3. C (60, 10, 70)
4. D (40, 20, 40)

11. Яка точка найбільш віддалена від горизонтальної площини проекцій?

1. A (10, 50, 60)
2. B (30, 40, 50)
3. C (60, 10, 70)
4. D (40, 20, 40)

12. Яка точка найбільш віддалена від профільної площини проекцій?

1. A (10, 50, 60)
2. B (30, 40, 50)
3. C (60, 10, 70)
4. D (40, 20, 40)

13. Яка з точок розташована ближче до горизонтальної площини проекцій?

1. A (10, 50, 60)
2. B (30, 40, 50)
3. C (60, 10, 70)
4. D (40, 20, 40)

14. Яка з точок розташована ближче до фронтальної площини проекцій?

1. A (10, 50, 60)
2. B (30, 40, 50)
3. C (60, 10, 70)
4. D (40, 20, 40)

15. Яка з точок розташована ближче до профільної площини проекцій?

1. A (10, 50, 60)
2. B (30, 40, 50)
3. C (60, 10, 70)
4. D (40, 20, 40)

16. Яка з точок розташована ближче до горизонтальної площини проекцій?

1. A (-5, 88, -14)
2. B (15, 70, -20)
3. C (7, -40, 14)
4. D (16, -50, 10)

17. Яка з точок розташована ближче до фронтальної площини проекцій?

1. A (-5, 88, -14)
2. B (15, 70, -20)
3. C (7, -40, 14)
4. D (16, -50, 10)

18. Яка з точок розташована ближче до профільної площини проекцій?

1. A (-5, 88, -14)
2. B (15, 70, -20)
3. C (7, -40, 14)
4. D (16, -50, 10)

19. Яка точка найбільш віддалена від фронтальної площини проекцій?

1. A (-5, 88, -14)
2. B (15, 70, -20)
3. C (7, -40, 14)
4. D (16, -50, 10)

20. Яка точка найбільш віддалена від горизонтальної площини проекцій?

1. A (-5, 88, -14)
2. B (15, 70, -20)
3. C (7, -40, 14)
4. D (16, -50, 10)

21. Яка точка найбільш віддалена від профільної площини проекцій?

1. A (-5, 88, -14)
2. B (15, 70, -20)
3. C (7, -40, 14)
4. D (16, -50, 10)

22. Які точки знаходяться на однаковій відстані від одної з площин проєкцій?

1. A (-5, 88, -14)
2. B (15, 70, -20)
3. C (7, -40, 14)
4. D (16, -50, 10)

23. Як називається проєкція точки E, яка позначена символом E_2 ?

1. Горизонтальна.
2. Фронтальна.
3. Профільна.
4. Ортогональна.

24. Як називається проєкція точки E, яка позначена символом E_1 ?

1. Горизонтальна.
2. Фронтальна.
3. Профільна.
4. Ортогональна.

25. Яка з точок на рисунку 2.7 найбільш віддалена від площини Π_1 ?

1. A
2. B
3. C
4. D

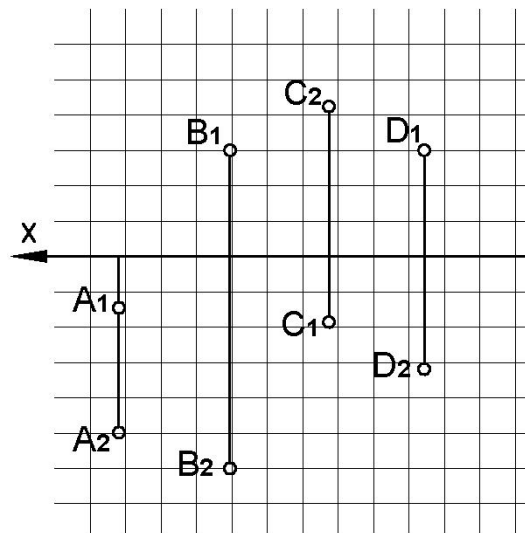


Рис. 2.7

26. Які з точок на рисунку 2.7 найбільш віддалені від площини Π_2 ?

1. A 2. B 3. C 4.D

27. Яка з точок на рисунку 2.7 найбільш віддалена від площини Π_3 ?

1. A 2. B 3. C 4.D

28. Яка з точок на рисунку 2.7 розташована ближче до площини Π_1 ?

1. A 2. B 3. C 4.D

29. Яка з точок рисунку 2.7 розташована ближче до площини Π_2 ?

1. A 2. B 3. C 4.D

30. Яка з точок рисунку 2.7 розташована ближче до площини Π_3 ?

1. A 2. B 3. C 4.D

31. Що позначається символом Π_2 ?

1. Фронтальна проекція точки.
2. Профільна проекція точки.
3. Фронтальна площина проекцій.
4. Профільна площина проекцій.

32. Що позначається символом Π_1 ?

1. Горизонтальна проекція точки.
2. Профільна проекція точки.
3. Горизонтальна площина проекцій.
4. Профільна площина проекцій.

33. Що позначається символом Π_3 ?

1. Фронтальна проекція точки.
2. Профільна проекція точки.
3. Фронтальна площина проекцій.
4. Профільна площина проекцій.

34. Якими координатами визначається положення профільної проекції точки?

1. x, y, z
2. x, y
3. y, z
4. x, z

35. Якими координатами визначається положення горизонтальної проекції точки?

1. x, y, z
2. x, y
3. y, z
4. x, z

36. Якими координатами визначається положення фронтальної проекції точки?

1. x, y, z
2. x, y
3. y, z
4. x, z

37. Як називається проекція точки A , що позначається символом A_3 ?

1. Горизонтальна.
2. Фронтальна.
3. Профільна.
4. Ортогональна.

38. Від якої площини проекцій точка $A(60, 40, 30)$ знаходиться як далі?

1. Π_1
2. Π_2
3. Π_3
4. Відстань до всіх площин однакова

39. Від якої площини проєкцій точка $E(20, 20, 20)$ знаходиться як далі?

1. Π_1
2. Π_2
3. Π_3
4. Відстань до всіх площин однакова

40. Як позначається на епюрі профільна проєкція точки M ?

1. M
2. M_1
3. M_2
4. M_3

41. Як позначається на епюрі фронтальна проєкція точки M ?

1. M
2. M_1
3. M_2
4. M_3

42. Як позначається на епюрі горизонтальна проєкція точки M ?

1. M
2. M_1
3. M_2
4. M_3

43. Яке взаємне розташування точок $A(25, 40, 70)$ та $B(25, 60, 70)$ в просторі?

1. A вище за B
2. A нижче за B
3. A перед B
4. B перед A

44. Яке взаємне розташування точок $A(25, 40, 70)$ та $B(25, 40, 80)$ в просторі?

1. A вище за B
2. A нижче за B
3. A перед B
4. B перед A

45. Яке взаємне розташування точок $A(40, 50, 90)$ та $B(40, 50, 60)$ в просторі?

1. A вище за B
2. A нижче за B
3. A перед B
4. B перед A

46. Яке взаємне розташування точок $A(25, 60, 70)$ та $B(25, 40, 70)$ в просторі?

1. A вище за B
2. A нижче за B
3. A перед B
4. B перед A

47. Від яких площин проекцій точка $A(20, 20, 10)$ знаходиться як далі?

1. Π_1 та Π_2
2. Π_1 та Π_3
3. Π_2 та Π_3
4. Π_1, Π_2 та Π_3

48. Від яких площин проекцій точка $B(20, 45, 45)$ знаходиться як далі?

1. Π_1 та Π_2
2. Π_1 та Π_3
3. Π_2 та Π_3
4. Π_1, Π_2 та Π_3

49. Від яких площин проекцій точка $C(15, 5, 15)$ знаходиться як далі?

1. Π_1 та Π_2
2. Π_1 та Π_3
3. Π_2 та Π_3
4. Відстань до всіх площин однакова

50. До яких площин проекцій точка $E(10, 10, 15)$ знаходиться ближче?

1. Π_1 та Π_2
2. Π_1 та Π_3
3. Π_2 та Π_3
4. Відстань до всіх площин однакова

51. До яких площин проекцій точка $F(20, 30, 20)$ знаходиться ближче?

1. Π_1 та Π_2
2. Π_1 та Π_3
3. Π_2 та Π_3
4. Відстань до всіх площин однакова

52. До яких площин проекцій точка $M(40, 25, 25)$ знаходиться ближче?

1. Π_1 та Π_2
2. Π_1 та Π_3
3. Π_2 та Π_3
4. Відстань до всіх площин однакова

53. До яких площин проекцій точка $N(10, 10, 10)$ знаходиться ближче?

1. Π_1 та Π_2
2. Π_1 та Π_3
3. Π_2 та Π_3
4. Відстань до всіх площин однакова

54. Яка з точок лежить на осі Ox ?

1. $A(0, 0, 30)$
2. $B(0, 40, 0)$
3. $C(20, 0, 10)$
4. $D(20, 0, 0)$

55. Яка з точок лежить на осі Oy ?

1. $A(0, 0, 30)$
2. $B(20, 10, 0)$
3. $C(0, 30, 0)$
4. $D(20, 0, 0)$

56. Яка з точок лежить на осі Oz ?

1. $A(0, 0, 30)$
2. $B(20, 10, 0)$
3. $C(0, 30, 0)$
4. $D(20, 0, 0)$

57. Яка з точок $A(25, 10, 15)$, $B(25, 15, 20)$ і $C(25, 10, 5)$ знаходиться ближче до площини проєкцій Π_3 ?

1. A
2. B
3. C
4. Всі точки знаходяться на однаковій відстані від Π_3

58. На якій з осей проєкцій лежить точка $A(0, 0, 30)$?

1. x
2. y
3. z
4. не лежить на жодній з осей проєкцій

59. На якій з осей проєкцій лежить точка $B(20, 0, 0)$?

1. x
2. y
3. z
4. не лежить на жодній з осей проєкцій

60. На якій з осей проекцій лежить точка $C(0, 40, 0)$?

1. x
2. y
3. z
4. не лежить на жодній з осей проекцій

61. На якій з осей проекцій лежить точка $D(0, 10, 30)$?

1. x
2. y
3. z
4. не лежить на жодній з осей проекцій

62. На якій площині проекцій лежить точка $A(0, 20, 10)$?

1. Π_1
2. Π_2
3. Π_3
4. не лежить на жодній площині проекцій

63. На якій площині проекцій лежить точка $B(20, 10, 0)$?

1. Π_1
2. Π_2
3. Π_3
4. не лежить на жодній площині проекцій

64. На якій площині проекцій лежить точка $C(10, 20, 10)$?

1. Π_1
2. Π_2
3. Π_3
4. не лежить на жодній площині проекцій

65. На якій площині проекцій лежить точка $D(20, 0, 10)$?

1. Π_1
2. Π_2
3. Π_3
4. не лежить на жодній площині проекцій

66. В якому октанті знаходиться точка $E(-20, -40, 30)$?

1. VI 2. VII 3. V 4. VIII

67. В якому октанті знаходиться точка $F(-20, 40, -30)$?

1. VI 2. VII 3. V 4. VIII

68. В якому октанті знаходиться точка $K(-20, -40, -30)$?

1. VI 2. VII 3. V 4. VIII

69. В якому октанті знаходиться точка $M(-20, 40, 30)$?

1. VI 2. VII 3. V 4. VIII

70. В якому октанті знаходиться точка $G(20, -40, -30)$?

1. VI 2. II 3. I 4. III

71. В якому октанті знаходиться точка $H(20, -40, 30)$?

1. VI 2. II 3. I 4. III

72. В якому октанті знаходиться точка $G(20, 40, -30)$?

1. VI 2. II 3. I 4. III

73. На якому рисунку точка A знаходиться на осі Oz ?

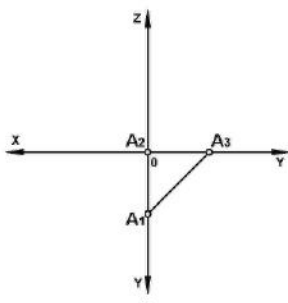


Рис. 1

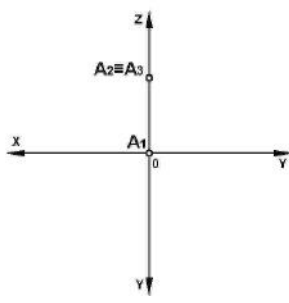


Рис. 2

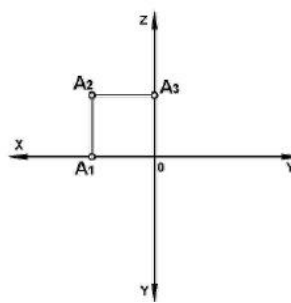


Рис. 3

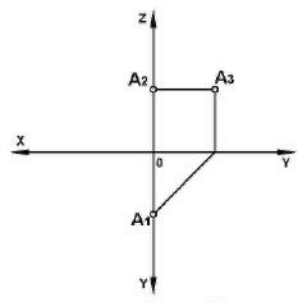


Рис. 4

Рис. 2.8

74. На якому рисунку точка належить осі проекції Oy ?

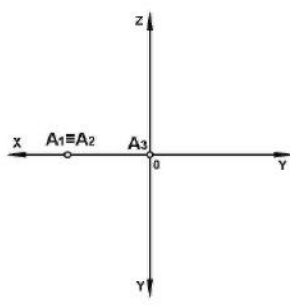


Рис. 1

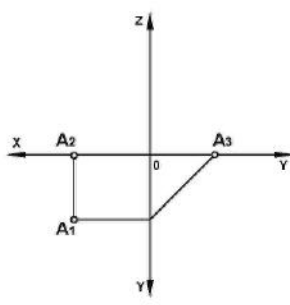


Рис. 2

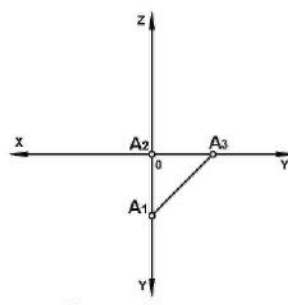


Рис. 3

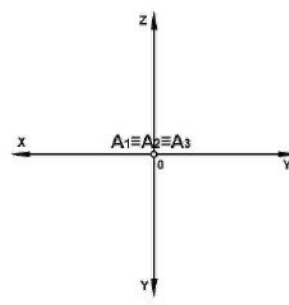


Рис. 4

Рис. 2.9

75. На якому рисунку точка належить осі проекції Ox ?

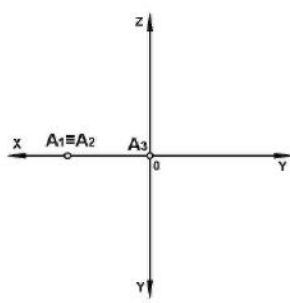


Рис. 1

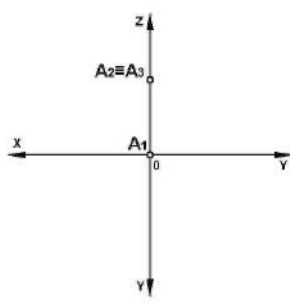


Рис. 2

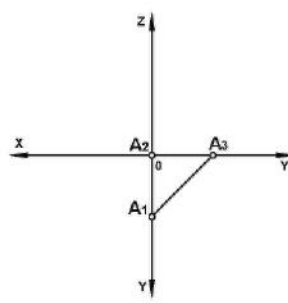


Рис. 3

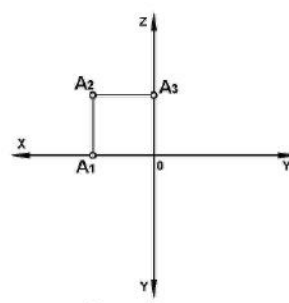


Рис. 4

Рис. 2.10

76. На якому рисунку зображена точка, яка належить площині проєкцій Π_1 ?

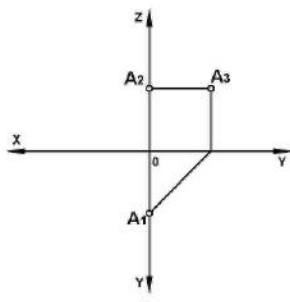


Рис. 1

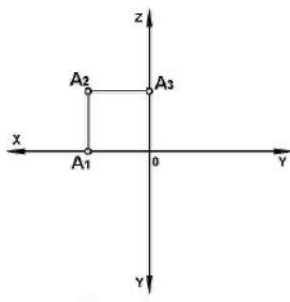


Рис. 2

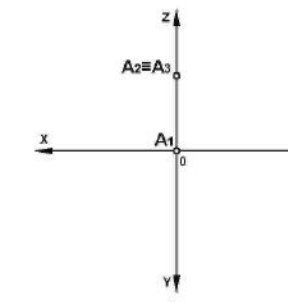


Рис. 3

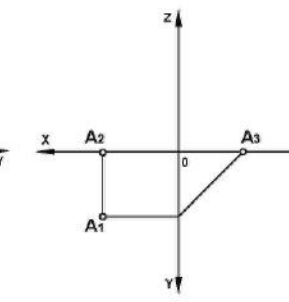


Рис. 4

Рис. 2.11

77. На якому рисунку зображена точка, яка належить площині проєкцій Π_2 ?

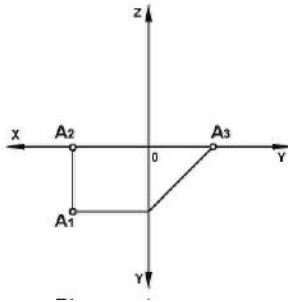


Рис. 1

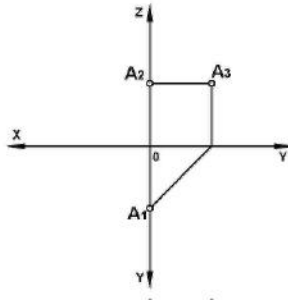


Рис. 2

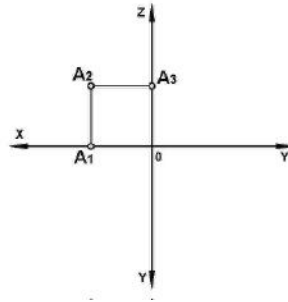


Рис. 3

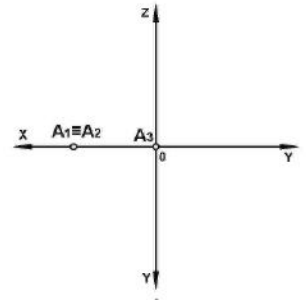


Рис. 4

Рис. 2.12

78. На якому рисунку зображена точка, яка належить площині проєкцій Π_3 ?

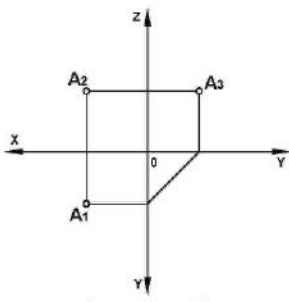


Рис. 1

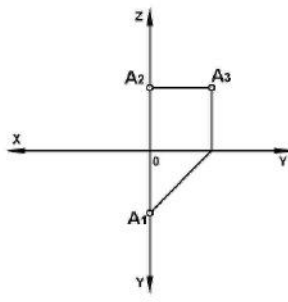


Рис. 2

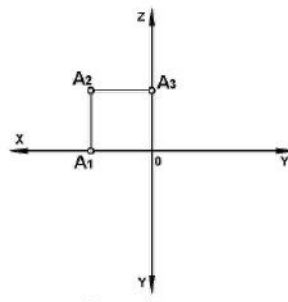


Рис. 3

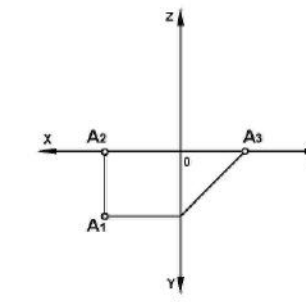


Рис. 4

Рис. 2.13

79. На якому рисунку точка розташована ближче до площини проєкцій Π_2 ?

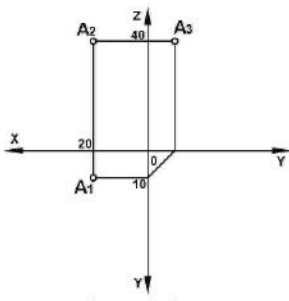


Рис. 1

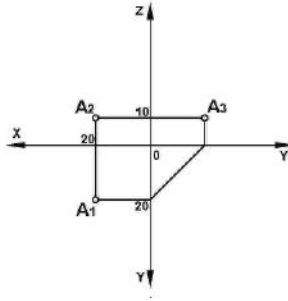


Рис. 2

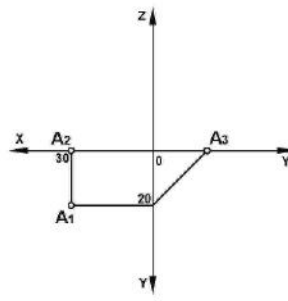


Рис. 3

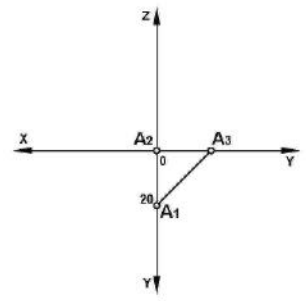


Рис. 4

Рис. 2.14

80. На якому рисунку точка рівновіддалена від горизонтальної та профільної площин проєкцій?

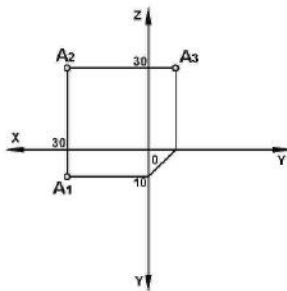


Рис. 1

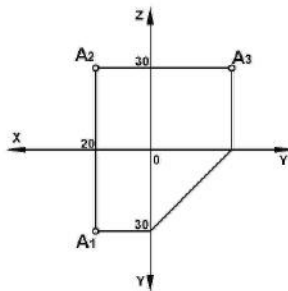


Рис. 2

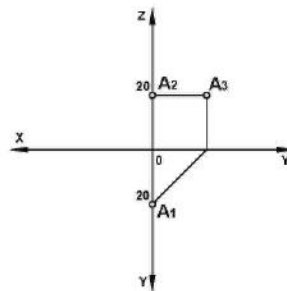


Рис. 3

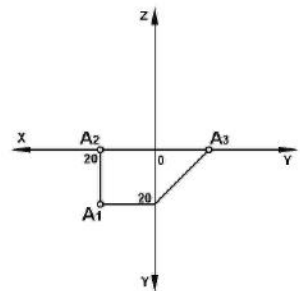


Рис. 4

Рис. 2.15

81. На якому рисунку відстань від точки A до фронтальної площини проєкцій найменша?

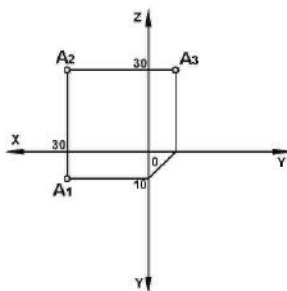


Рис. 1

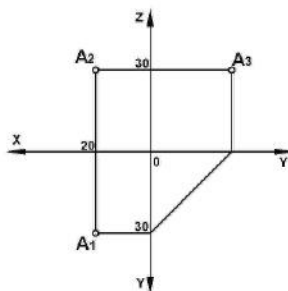


Рис. 2

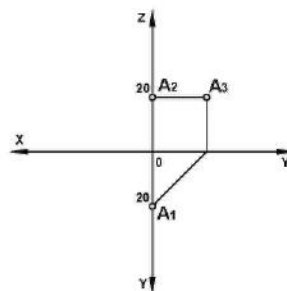


Рис. 3

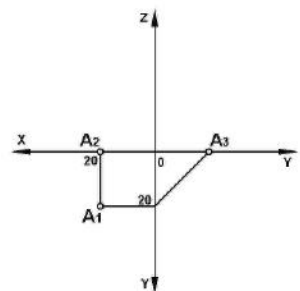


Рис. 4

Рис. 2.16

82. Яка точка рівновіддалена від фронтальної та профільної площин проєкцій?

1. A (34, 65, 10)
2. B (45, 45, 35)
3. C (45, 35, 35)
4. D (45, 35, 45)

83. Яка точка рівновіддалена від горизонтальної та профільної площин проєкцій?

1. A (34, 65, 10)
2. B (45, 45, 35)
3. C (45, 35, 35)
4. D (45, 35, 45)

84. Яка точка рівновіддалена від горизонтальної та фронтальної площин проєкцій?

1. A (34, 65, 10)
2. B (45, 45, 35)
3. C (45, 35, 35)
4. D (45, 35, 45)

85. Яка точка знаходиться на різних відстанях від всіх площин проєкцій?

1. A (34, 65, 10)
2. B (45, 45, 35)
3. C (45, 35, 35)
4. D (45, 35, 45)

86. Яка з точок на рисунку 2.15 розташована перед точкою E?

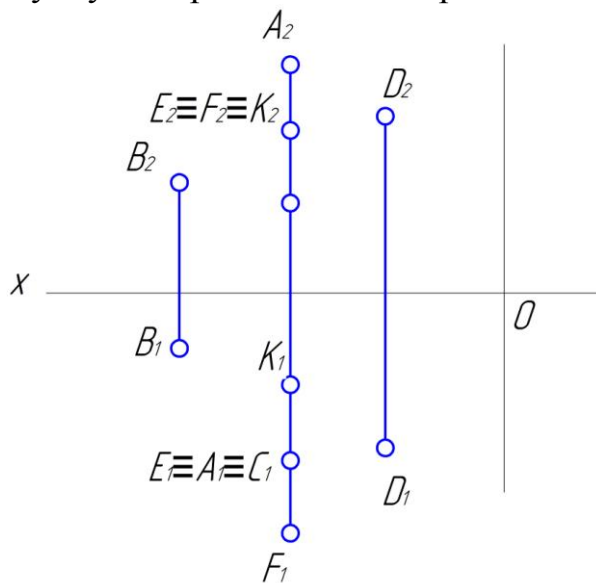


Рис. 2.17

- | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| 1. A | 2. B | 3. C | 4. D | 5. F | 6. K |
|------|------|------|------|------|------|

87. Яка з точок на рисунку 2.17 розташована над точкою E?

- | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| 1. A | 2. B | 3. C | 4. D | 5. F | 6. K |
|------|------|------|------|------|------|

88. Яка з точок на рисунку 2.17 розташована за точкою E?

- | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| 1. A | 2. B | 3. C | 4. D | 5. F | 6. K |
|------|------|------|------|------|------|

89. Яка з точок на рисунку 2.17 розташована під точкою E?

1. A 2. B 3. C 4.D 5. F 6. K

90. Яка з точок на рисунку 2.17 розташована зліва від точки E?

1. A 2. B 3. C 4.D 5. F 6. K

91. Яка з точок на рисунку 2.17 розташована справа від точки E?

1. A 2. B 3. C 4.D 5. F 6. K

92. Відстань між якою парою точок найбільша?

- 1. A (15, 34, 40), B (30, 34, 40);
- 2. C (60, 18, 32), D (60, 45, 32);
- 3. E (43, 60, 35), F (58, 60, 35);
- 4. G (45, 14, 70), H (45, 19, 70).

93. Відстань між якою парою точок найменша?

- 1. A (15, 34, 40), B (30, 34, 40);
- 2. C (60, 18, 32), D (60, 45, 32);
- 3. E (43, 60, 35), F (58, 60, 35);
- 4. G (45, 14, 70), H (45, 19, 70).

94. Відстань між якими парами точок однакова?

- A (15, 34, 40), B (30, 34, 40);
- C (60, 18, 32), D (60, 45, 32);
- E (43, 60, 35), F (58, 60, 35);
- G (45, 14, 70), H (45, 19, 70).

1. AB та CD 2. CD та GH 3. AB та EF 4. EF та GH

З М І С Т

ПЕРЕДМОВА	3
ПОРАДИ СТУДЕНТАМ	3
ПРИЙНЯТІ ТЕРМІНИ ТА ЇХ ПОЗНАЧЕННЯ	4
1. МЕТОД ПРОЕКЦІЙ	6
ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАПИТАНЬ	7
2. ВЛАСТИВОСТІ ПРОЕКЦІЙ ТОЧКИ	10
2.1 ПРОЕКЦІЇ ТОЧОК НА ДВІ І ТРИ ВЗАЄМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІ ПЛОЩИНИ ПРОЕКЦІЙ	10
2.2 НАЛЕЖНІСТЬ ТОЧОК ПЛОЩИНАМ ПРОЕКЦІЙ	14
ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАПИТАНЬ	15
3. ВЛАСТИВОСТІ ОРТОГОНАЛЬНИХ ПРОЕКЦІЙ ПРЯМОЇ ЛІНІЇ	34
3.1 КОМПЛЕКСНІ РИСУНКИ ПРЯМИХ ЛІНІЙ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ	34
3.2 КЛАСИФІКАЦІЯ ПРЯМИХ ЗА ЇХ ПОЛОЖЕННЯМ ВІДНОСНО ПЛОЩИН ПРОЕКЦІЙ	38
3.3 ВІДНОСНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМИХ І ТОЧОК	38
3.4 ВІДНОСНЕ ПОЛОЖЕННЯ ДВОХ ПРЯМИХ	39
ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАПИТАНЬ	46
4. ВЛАСТИВОСТІ ОРТОГОНАЛЬНИХ ПРОЕКЦІЙ ПЛОЩИН	69
4.1 ЗАВДАННЯ ПЛОЩИНИ НА КОМПЛЕКСНОМУ РИСУНКУ	69
4.2 ПОЗИЦІЙНІ ЗАДАЧІ НА ПЛОЩИНУ	70
4.3 КЛАСИФІКАЦІЯ ПЛОЩИН ЗА ЇХ РОЗТАШУВАННЯМ ВІДНОСНО ПЛОЩИН ПРОЕКЦІЙ	76
4.4 ВІДНОСНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ	79
4.5 ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ТА ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН	80
ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАПИТАНЬ	85
5. СПОСОБИ ПЕРЕТВОРЕННЯ КОМПЛЕКСНИХ РИСУНКІВ	98
5.1 СПОСІБ ЗАМІНИ ПЛОЩИН ПРОЕКЦІЙ	98
5.2 СПОСІБИ ПЛОСКО-ПАРАЛЕЛЬНОГО ПЕРЕМІЩЕННЯ ТА ОБЕРТАННЯ	100
ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАПИТАНЬ	102

6.ВЛАСТИВОСТІ ПРОЕКЦІЙ МНОГОГРАННИКІВ	105
6.1. КОМПЛЕКСНІ РИСУНКИ МНОГОГРАННИКІВ	105
6.2. ПЕРЕРІЗ МНОГОГРАННИКІВ ПЛОЩИНОЮ	107
6.3. ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ МНОГОГРАННИКІВ	109
6.4. РОЗГОРТКИ МНОГОГРАННИКІВ	110
ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАПИТАНЬ	113
 7. КРИВОЛІНІЙНІ ПОВЕРХНІ	127
7.1. КОРОТКА КЛАСИФІКАЦІЯ КРИВОЛІНІЙНИХ ПОВЕРХОНЬ	127
7.2. ПОВЕРХНІ ОБЕРТАННЯ	127
7.3. ПОВЕРХНІ ОБЕРТАННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ	128
7.4. КОМПЛЕКСНІ РИСУНКИ ТІЛ ОБЕРТАННЯ. ПОБУДОВА ТОЧОК, ЩО ЛЕЖАТЬ НА ПОВЕРХНЯХ ОБЕРТАННЯ	129
7.5. ПЕРЕТИН ПОВЕРХНІ ОБЕРТАННЯ ПРОЕКТУЮЧОЮ ПЛОЩИНОЮ	132
7.6. ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ ОБЕРТАННЯ	136
7.6.1. СПОСІБ ДОПОМІЖНИХ ПЛОЩИН	137
7.6.2. СПОСІБ ДОПОМІЖНИХ КОНЦЕНТРИЧНИХ СФЕР	138
7.6.3. ОСОБЛИВІ ВИПАДКИ ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ	140
7.7. РОЗГОРТКИ КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ	141
7.7.1. РОЗГОРТКА ПРЯМОГО КОНУСА ОБЕРТАННЯ	141
7.7.2. РОЗГОРТКА ПРЯМОГО ЦИЛІНДРА ОБЕРТАННЯ	143
ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАПИТАНЬ	144
 ЛІТЕРАТУРА	151