

У Д К 621.01.(0.75)

Коэффициент полезного действия при качении цилиндра и шара по
наклонной плоскости

Бондаренко Л.Н., Колбун В.В.

Днепропетровский национальный университет железнодорожного
транспорта им. ак. В. Лазаряна
Жаковский А.Д.

Днепропетровский орган по сертификации железнодорожного
транспорта

Постановка задачи. Нахождение КПД при скольжении по наклонной плоскости имеется практически во всех учебниках по теории механизмов и машин [1]. Эта же задача при качении не решена ввиду отсутствия аналитических зависимостей для определения коэффициентов трения качения при первоначальных линейном и точечном контактах. Имеющиеся в [2] аналитические зависимости для их определения содержат коэффициент гистерезисных потерь определение, которого затруднительно.

В [3] с использованием теоретических исследований Табора [2] получены экспериментально – теоретические формулы для определения коэффициента трения качения, содержащие только общепринятые механические константы материалов и размеры.

Цель статьи. С использованием аналитических зависимостей для определения коэффициента трения качения найти КПД наклонной плоскости при качении по ней цилиндра и шара.

Материал исследований. Если на наклонной плоскости с углом наклона α расположено тело качения, например цилиндр или шар, на которое действует сила тяжести P , то в зависимости от величины коэффициента трения качения тело на плоскости будет в равновесии или покатится вниз. Значение угла α наклона плоскости, при котором тело будет находиться в равновесии получим разложив силу P на нормальную составляющую $N = P \cdot \cos \alpha$, под действием которой возникает сила трения качения $W = \frac{k \cdot P}{r} \cdot \cos \alpha$, где k – коэффициент трения качения и скатывающую составляющую $F = P \cdot \sin \alpha$, стремящуюся перемещать тело вниз по плоскости.

Если $F > W$, то тело под действием силы P перемещается вниз, а для удержания тела на плоскости к нему нужно приложить силу S направленную противоположно силе $P \cdot \sin \alpha$.

$$S = P \cdot \sin \alpha - \frac{k \cdot P}{r} \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

В этом случае

$$P \cdot \sin \alpha > \frac{k \cdot P}{r} \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha > \frac{k}{r} = \operatorname{tg} \rho. \quad (3)$$

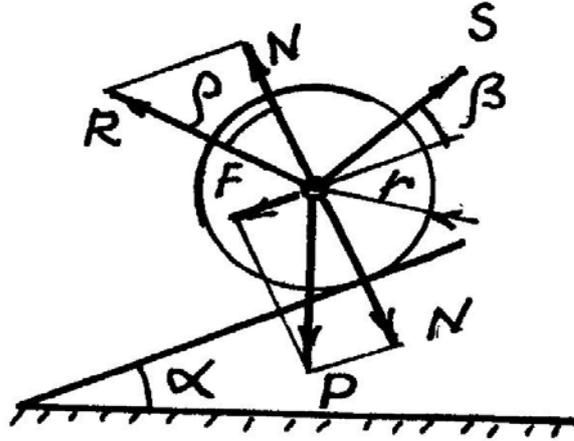


Рис. 1. Силы, действующие на тело при качении по плоскости

Таким образом, качение тела по плоскости под действием силы P возможно в том случае, если $\alpha > \rho$ (рис. 1), или α наклона плоскости больше угла трения. Если же

$$P \cdot \sin \alpha < \frac{k \cdot P}{r} \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

Или $\alpha < \rho$ то тело на плоскости будет находиться в равновесии. В случае самоторможения сила P будет проходить внутри угла трения ρ .

Как и при скольжении для наиболее распространенного случая, когда сила S направлена горизонтально, т.е. $\beta = -\alpha$ получим, что при движении груза вверх качением, как и при перемещении, скольжением [1]

$$R = P \cdot \frac{1}{\cos(\alpha + \rho)}; \quad (5)$$

$$S = P \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \rho), \quad (6)$$

а при движении вниз

$$R = P \cdot \frac{1}{\cos(\alpha - \rho)}; \quad (7)$$

$$S = P \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \rho). \quad (8)$$

Если тело катится по наклонной плоскости под действием силы P (рис. 2) и переместилось вниз на расстояние l , то на преодоление силы S затрачивается работа

$$A_s = S \cdot l \cdot \cos \beta \quad (9)$$

Работа силы тяжести P

$$A_p = P \cdot h. \quad (10)$$

Отсюда КПД

$$\eta = \frac{A_p}{A_s} \quad (11)$$

С учетом, что $h/l = \sin \alpha$, а сила S равна $P \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \rho)$, получим

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \rho)}. \quad (12)$$

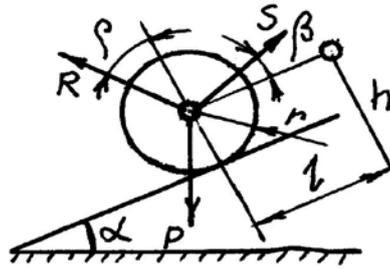


Рис. 2. К определению КПД наклонной плоскости при качении по ней цилиндра или шара

Это выражение, естественно, совпадает с выражением, полученным при движении тела по наклонной плоскости вверх скольжением для случая силы S направленной горизонтально.

Поскольку угол трения при качении определяется из выражения (3)

$$\rho = \operatorname{arctg} \frac{k}{r}, \quad (13)$$

То это существенно влияет на величину КПД поскольку коэффициент трения качения зависит от таких параметров как модули упругости материалов тел качения и плоскости, их коэффициентов Пуассона и величины гистерезисных потерь.

Найдем КПД наклонной плоскости при качении цилиндра и шара радиусами $r=200$ мм, допускаемых контактных напряжениях для цилиндра $\sigma=800$ МПа и шара $\sigma=1040$ МПа, коэффициентах Пуассона материалов равном 0,3, модулях упругости $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа, длине цилиндра $B=40$ мм.

Допускаемые нагрузки: для цилиндра [4]

$$P = \frac{B \cdot r \cdot \sigma^2}{0,418^2 \cdot E}; \quad (14)$$

для шара

$$P = \frac{r^2 \cdot \sigma^3}{0,388^3 \cdot E^2}. \quad (15)$$

Полуширины пятен контакта соответственно [4]

$$b = 1,526 \cdot \sqrt{\frac{P \cdot r}{B \cdot E}}; \quad (16)$$

$$b = 1,109 \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot r}{E}} \quad (17)$$

Выражения для определения коэффициентов трения качения, учитывающие только общепринятые механические константы материалов и размеры, получены в [3]. При линейном контакте

$$k = 0,225 \cdot b \cdot e^{-1,2 \cdot r}; \quad (18)$$

при точечном контакте

$$k = 0,16 \cdot b \cdot e^{0,2 \cdot r}, \quad (19)$$

где r – в метрах.

Зависимости КПД и коэффициентов трения качения цилиндра и шара в зависимости от наклона плоскости показаны на рис. 3.

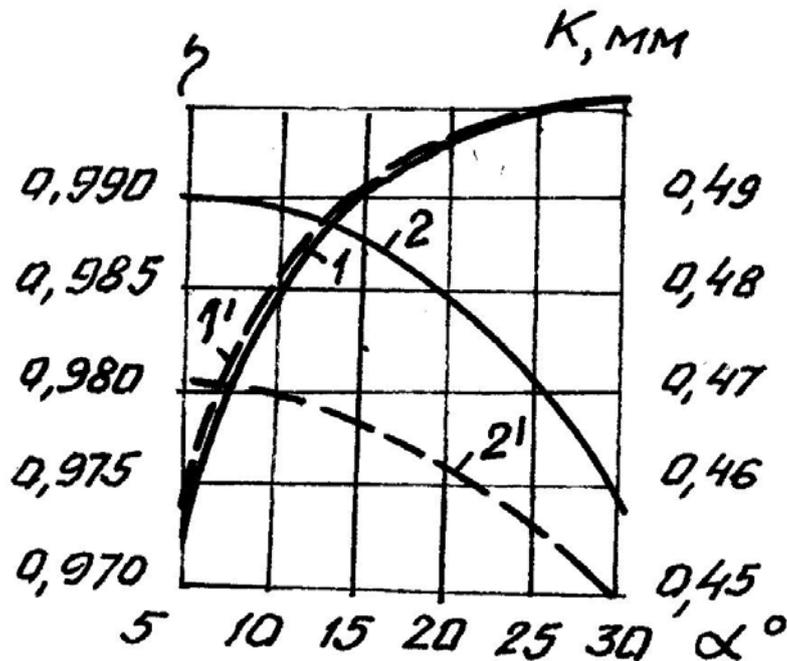


Рис. 3. Зависимость КПД наклонной плоскости (1 – для цилиндра; 1' – для шара) и коэффициента трения качения (2 – для цилиндра; 2' – для шара) в зависимости от угла наклона плоскости

Анализ полученных формул и графиков на рис. 3 позволяет сделать следующие выводы:

- при рекомендуемом соотношении между допускаемыми напряжениями при линейном и точечном контактах, КПД наклонной плоскости при качении цилиндра и шара практически одинаковые;

- предложенная методика позволяет аналитически определить КПД при качении тела с линейным и точечным контактами по наклонной плоскости.

Литература

1. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1969. – 584 с.
2. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
3. Бондаренко Л.М. Аналітичні залежності для визначення коефіцієнта тертя кочення для найбільш вживаних схем дотику // Техніка будівництва. - № 11, 2002. – С. 32 – 35.
4. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. – Киев: Наук. Думка, 1988. – 736 с.

Аннотация

Коэффициент полезного действия при качении цилиндра и шара по наклонной плоскости

Бондаренко Л.Н., Колбун В.В.

Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта им. ак. В. Лазаряна

Жаковский А.Д.

Днепропетровский орган по сертификации железнодорожного транспорта

С использованием аналитических зависимостей для определения коэффициента трения качения получены КПД наклонной плоскости при качении цилиндра и шара. Доказано, что при рекомендуемом соотношении между величинами допускаемых контактных напряжений при линейном и точечном контактах КПД наклонной плоскости при качении цилиндра и шара практически одинаковые.