

ЕНЕРГЕТИЧНІ СПЕКТРИ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ ТЯГОВИХ НАПРУГ І СТРУМІВ ЕЛЕКТРОТРАНСПОРТУ

Вступ.

Проблема енергозбереження, яка безпосередньо зв'язана з оцінкою якості та балансу електроенергії в пристроях та системах, невід'ємна від аналізу в них складових втрат електроенергії. Одна зі складових, а саме, додаткові втрати електроенергії дійсно слугують визначальним фактором оцінки ефективності процесів електропостачання і електроспоживання в будь-якій електроенергетичній системі. Системи електричного транспорту постійного струму не є виключенням. Зокрема, силові тягові кола електрорухомого складу (ЕРС), а також тягові мережі разом з підстанційними фільтрами і згладжуючим реактором споживають значну реактивну потужність, яка пульсує між тяговою підстанцією (ТП) та ЕРС, й тим самим обумовлює зазначені втрати електроенергії.

При цьому, по-перше, треба мати на увазі, що для визначення зазначених втрат електровимірювальних приладів (лічильників) в практиці поки що не існує, тому втрати необхідно оцінювати лише розрахунковим методом. В той же час, навіть до теперішнього часу в різних звітних документах та наукових публікаціях проводиться оцінка і аналіз лише загальних сумарних (без їх поділу) втрат електроенергії. І якщо такий підхід цілком виправданий при розрахунках нових систем електропостачання та при уточненні навантажень, що живлять лінії електропередач, то при оцінюванні технічної сторони транспортування електроенергії і якості організації та контролю існуючих зовнішнього та тягового електропостачання він є відверто недостатнім. По-друге, електричні втрати енергії в активних опорах тягових кіл систем електричного транспорту можна представити залежними від середніх значень і дисперсій діючих значень складових тягових напруг і струмів. При цьому, чим більші коливання тягового струму (дисперсійна складова), тим більші втрати електроенергії, які є додатковими втратами W_a . Попередні розрахунки показують, що абсолютні значення і розкид W_a суттєво, у другій степені, залежать від дисперсії складової тягового струму.

В той же час дисперсія випадкового процесу струму D_I (чи напруги) визначається як площа під кривою енергетичного спектру $S_I(\omega)$ цього процесу, тобто, $D_I = \int_{-\infty}^{\infty} S_I(\omega) d\omega$. Отже,

для визначення W_a потрібно знати функцію енергетичного спектру (спектральну густину) $S(\omega)$ струму чи напруги. Зазначене і обумовило написання цієї роботи.

Мета роботи – розробити метод оцінки енергетичних спектрів випадкових процесів напруг і струмів в силових тягових колах систем електричного транспорту постійного струму.

Постановка задачі

Системи електричного транспорту усіх видів, магістрального, приміського, шахтного і міського, живляться постійною, точніше, випрямленою напругою від 600 до 3000 В. Однак, оскільки електрорухомий склад (ЕРС) являється нестационарним різкозмінним, нелінійним навантаженням в цих системах, то в останніх протікають теж різкозмінні стохастичні тягові струми $I(t)$. У свою чергу, такі струми обумовлюють випадкові процеси технологічних коливань напруги $U(t)$ в живлячих тягових мережах. Тобто, системи електричного транспорту постійного (за своєю назвою) струму, являються по суті системами змінного струму і тому для аналізу в них електроенергетичних процесів потрібен спектральний аналіз тягових $U(t)$ і $I(t)$. Оскільки і напруга, і струм в усіх видах електротранспорту мають неперіодичний випадковий характер часової зміни [1], для дослідження їх спектрального складу необхідно застосування імовірнісних методів, основним з яких вважається метод, що ґрунтується на спектрально-кореляційній теорії випадкових процесів [2].

Огляд публікацій з поставленої задачі.

Ця робота є продовженням і розвитком досліджень [3, 4] по адаптації зазначеної теорії до спектрального аналізу напруг і струмів. Однак в цих роботах, по-перше, досліджували лише гармонійні (дискретні, амплітудні) спектри, а вивчення енергетичних спектрів не торкалися. По-друге, аналізу піддавали напруги і струми лише в фазі тяги руху ЕРС з поїздами і зовсім не вивчалась фаза рекуперативного гальмування. Нарешті, виконувався аналіз напруг і струмів електровозів і не аналізувались ці величини на ЕРС міського сполучення, тобто на трамваях, режим руху яких суттєво відрізняється від руху електровозів з поїздами.

Окрім зазначеного, при спектральному аналізі тягових напруг і струмів треба враховувати таке. Миттєві величини випрямлених напруг і струмів як фідерних на тяговій підстанції (ТП), так і на електрорухомому складі є пульсуючими, що складаються із постійної і змінної складових (рис.1 і 2).

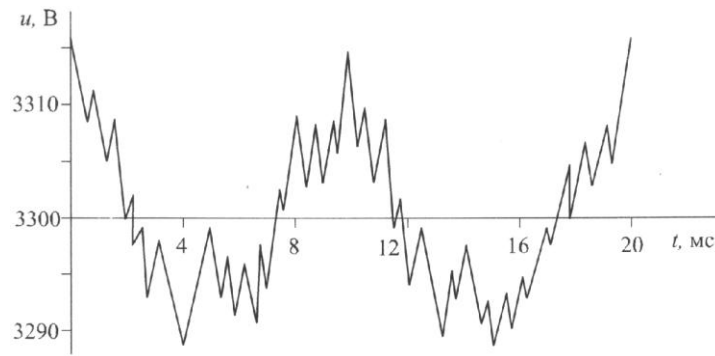


Рис. 1. Осцилограма змінної складової напруги на фідері ТП «Нижньодніпровськ-Вузол»

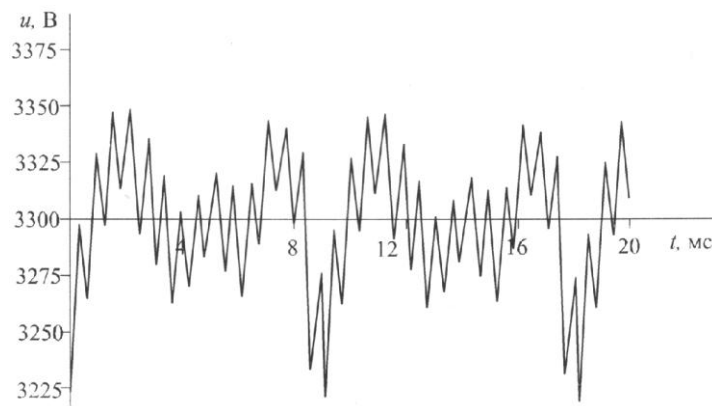


Рис. 2. Осцилограма змінної складової напруги на фідері ТП «Горяіново»

Коливання змінної складової можна умовно розподілити на високочастотні («швидкі») і низькочастотні («повільні»). Перші мають електромагнітне походження, бо обумовлені пульсністю (6-ти чи 12-ти - пульсною) перетворювальної установки на ТП, роботою фільтро-компенсуючого пристрою і колекторних тягових двигунів та інш. Ці коливання вивчалися багатьма дослідниками, зокрема в останні роки в роботах [5-8], залишаючи без уваги аналіз «повільних» коливань. Зазначені процеси зміни миттєвих випрямлених величин напруги $u(t)$ і струму $i(t)$ є випадковими процесами, які в теорії випадкових процесів кваліфікуються, як модульовані випадкові процеси з несучою частотою $\omega = \frac{2\pi}{\Delta t}$ і випадковою амплітудою (U_m чи I_m).

У випадку незмінності ω (як це має місце на рис.3) всю інформацію про випадкові зміни $u(t)$ чи $i(t)$ несе випадкова крива-обвідна амплітуд $U_m(t)$ чи $I_m(t)$: коливання миттєвих значень $u(t)$ чи $i(t)$ з частотою ω нібито заповнюють фігуру, яку описує обвідна. Одночасно, за кожний період зміни напруги (струму) можна знайти випрямлене значення U_d

(чи I_d) з якоюсь постійною величиною, і представити U_d (чи I_d) теж ломаною лінією $U_d(t)$ (чи $I_d(t)$). Цю лінію $U_d(t)$ (чи $I_d(t)$) (рис.3) можна розглядати, як обвідну випрямлених значень напруги (чи струму) і яка теж, як і обвідна амплітуд, несе всю інформацію про $u(t)$ (чи $i(t)$). Записана певними приладами обвідна крива $U_d(t)$ (чи $I_d(t)$) являє собою реєстрограму напруги (струму) як випадковий низькочастотний процес (рис.4); у подальшому індекс «d» опускаємо.

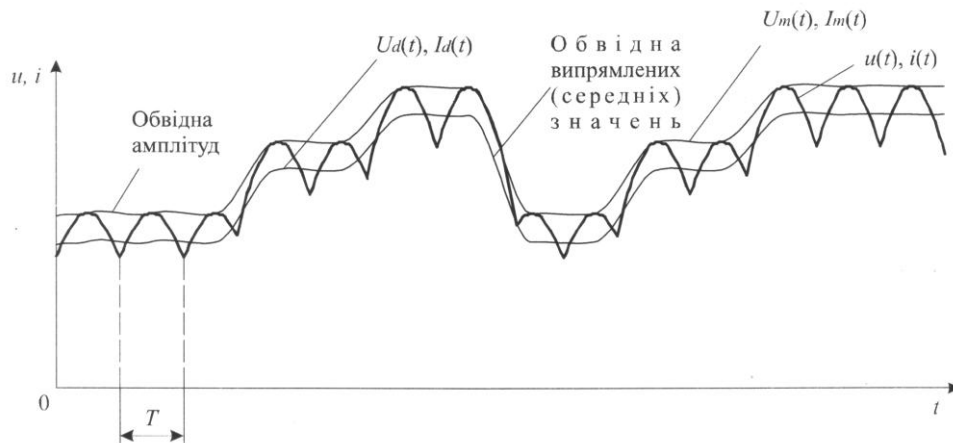


Рис. 3. Якісна часова залежність випрямленої напруги (чи струму)

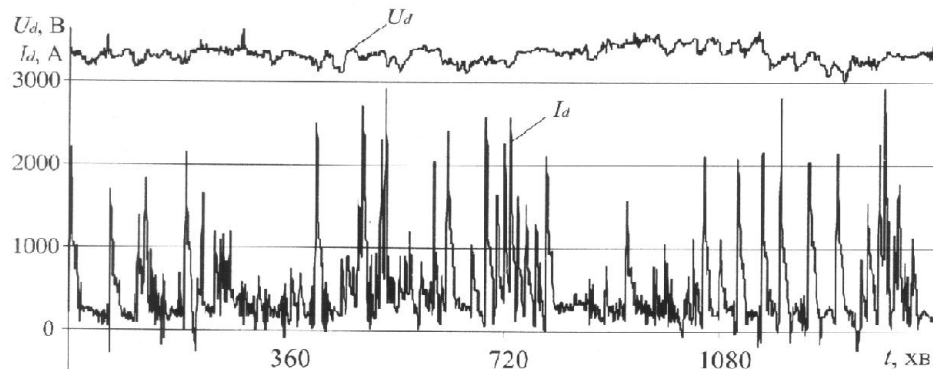


Рис. 4. Реєстрограми (обвідних) випрямлених напруги і струму

Коливання (обвідної) випрямлених значень (рис.3 і 4) обумовлені коливаннями технологічного навантаження (ЕРС), масою, швидкістю ведення поїзда, профілем колії, режимом роботи енергосистеми тощо. Енергетичні спектри цих «повільних» коливань напруги і струму і досліджуються в цій роботі.

Наукова новизна. Вперше для аналізу електроенергетичних процесів в силових тягових колах систем електричного транспорту узагальнено та адаптовано спектральну

теорію стаціонарних випадкових функцій. Отримано просте розрахункове співвідношення зв'язку між енергетичним спектром і кореляційною функцією.

Практичне значення результатів роботи.

Знання енергетичних спектрів випадкових процесів тягових напруг та струмів дозволяє оцінювати додаткові втрати електроенергії в елементах систем електричного транспорту й тим самим встановлювати їх енергетичну ефективність.

Методика і прилади експериментальних досліджень.

В цій роботі для оцінки енергетичного спектру напруг і струмів виконано експериментальні дослідження в реальних умовах експлуатації: фідерної напруги на тяговій підстанції «Слав'янка» Придніпровської залізниці; струму тяги на електровозі ДЕ 1; струму рекуперації на електровозі ВЛ 8; напруги на струмоприймачі тиристорного трамвая.

Експериментальне отримання часових залежностей миттєвих величин випрямлених напруги і струму (осцилограм) на виході ТП «Слав'янка» виконували осцилографічним приладом С1-93, перший канал якого, для запису струму, вмикали паралельно до шунта (3000А/75мА) досліджуваного фідера. Другий канал осцилографа, для реєстрації напруги, вмикали паралельно до вихідних затисків подільника напруги (40/1), увімкнутого до шин «+» і «-» ТП. Для запису часової залежності обвідної кривої (реєстрограм) випрямленої напруги ТП застосовували ампервольтметр самописний переносний типу Н339 за № 01280.

Реєстрограми струмів $I(t)$ в режимі тяги і рекуперативного гальмування електровозів відповідно ДЕ 1 та ВЛ 8 отримували на діючій ділянці Нижньодніпровськ-Вузол-Чапліно Придніпровської залізниці. В процесі реальної експлуатації ЕРС було знято 20 реалізацій $U(t)$ та $I(t)$ для електровозу ДЕ 1 та 15 реалізацій – для ВЛ 8. Крім того, було отримано також 15 реалізацій для трамваїв типу ТЗД і NGN6, м. Краків (Польща) [9-11]), що експлуатуються на міських маршрутах. Тривалість реалізацій для ЕРС склала ~ 70 хв., для трамваїв ~ 30 хв. Реалізації на ДЕ 1 фіксували з бортового комп'ютера електровозу, на ВЛ 8 – за допомогою розробленої мікропроцесорної системи [12]. Вимірювання напруги на струмоприймачі $U(t)$ трамваю виконували шляхом вмикання персонального комп'ютера до його контрольно-вимірювальної бортової системи, що містить датчики струму та напруги силового кола трамваю та аналогово-цифровий перетворювач [9-11].

Теоретичні передпосилки способу спектрального аналізу.

Насамперед, заради спрощення подальшого теоретичного аналізу, позначимо напругу $U(t)$ та струм $I(t)$ однією функцією $f(t)$.

Згідно з [13], якщо функція $f(t)$ є періодичною і визначається на будь-якому інтервалі часу $[\tau, \tau + \Delta\tau]$, для такої функції справедливим є інтеграл Фур'є, який має вигляд

$$f(t) = \frac{2}{T} \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} f(\tau) \cos \omega(\tau - t) dt . \quad (1)$$

Згідно цієї формули, неперіодична функція $f(t)$ розкладається на нескінченному інтервалі часу $[0, \infty)$ на гармонічні коливання кутової частоти ω , яка змінюється від 0 до ∞ . Тобто, на відміну від дискретного спектра періодичної функції неперіодична функція $f(t)$ має суцільний спектр, а частоти утворюючих її гармонік змінюються безперервно.

Задача аналізу спектрального складу напруги $U(t)$ та струму $I(t)$ ускладнюється випадковим характером їх зміни [14], тому що розкладання в ряд Фур'є неможливе. Інтегральне перетворення Фур'є до випадкового процесу також не застосовується, тому що інтеграли, які розраховуються, розбігаються із-за невиконання умов Дирихле [13]. Тому спектральний аналіз випадкових процесів ґрунтується на введенні спектральної густини $S(\omega)$ випадкового процесу $f(t)$, яка являє собою перетворення кореляційної функції $K(\tau)$ цього процесу за співвідношенням А.Я. Хинчина [2]:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau . \quad (2)$$

Для дійсних функцій (процесів) $f(t)$, якими є $U(t)$ та $I(t)$, замінимо $e^{-j\omega\tau}$ в (2) формулою Ейлера:

$$e^{-j\omega\tau} = \cos \omega\tau - j \sin \omega\tau . \quad (3)$$

Після підстановки (2) в (3) отримаємо

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} K(\tau) \cos \omega\tau d\tau . \quad (4)$$

Інколи спектральну густину визначають не як $S(\omega)$, а як: $S_1(\omega) = 2S(\omega)$ і тоді маємо

$$S_1(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K(\tau) \cos \omega \tau d\tau. \quad (5)$$

У подальшому під спектральною густиною будемо розуміти вираз (5), але нижній індекс «1» опустимо, тобто:

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K(\tau) \cos \omega \tau d\tau. \quad (6)$$

Фізична сутність $S(\omega)$ полягає в тому, що, якщо розуміти під випадковим процесом $f(t)$ струм чи напругу, величина $S(\omega)$ буде мати розмірність енергії. Якщо припустити $\tau=0$, то $K(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega = D$, тобто $S(\omega)$ показує, що дисперсія D («енергія») випадкового процесу дорівнює площі під кривою спектральної густини. Величину $S(\omega)d\omega$ можна розуміти як потужність процесу $f(t)$, який входить в полосу частот $d\omega$. На підставі цього $S(\omega)$ представляє собою спектральну густину потужності, яка називається ще енергетичним спектром випадкового процесу. Спектральна густина $S(\omega)$, як імовірнісна характеристика, описує залежність густини розподілу дисперсії амплітуд гармонік за частотним діапазоном. Якщо характеризувати енергетичну сторону $f(t)$, функція $S(\omega)$ визначає розподіл середньої потужності випадкового процесу за частотою і дозволяє визначати ті частоти, які вносять основний вклад в статистичну динаміку напруги (чи струму), тобто на яких частотах зосереджена основна енергія коливань напруги (чи струму).

Вирази (2)-(6) свідчать про те, що для визначення спектральної густини $S(\omega)$, тобто енергетичного спектру стаціонарного випадкового процесу $f(t)$, потрібно знання його кореляційної функції $K_f(\tau)$.

Кореляційна функція є однією з найважливіших характеристик випадкового процесу, вона характеризує його внутрішню структуру, дозволяючи судити про ступінь залежності між значеннями напруги або струму в різні моменти часу. Знаючи, наприклад, величину напруги в один момент часу, за кореляційною функцією можна судити, в яких межах буде знаходитись напруга в інший момент часу, наскільки суттєво вона змінюється по закінченню деякого проміжку часу. Для стаціонарних випадкових функцій, якими вважаються напруга та струм, кореляційна функція не залежить від положення в часі двох аргументів t_n , t_{n+1} випадкової функції, а лише залежить від проміжку часу $\tau = t_{n+1} - t_n$ між ними. Тоді

кореляційна функція являється функцією тільки одного аргументу – проміжку τ між першим та другим часовими значеннями аргументу випадкової функції. Тобто, для будь-яких двох значень випадкової функції, які беруться через однаковий проміжок часу, значення кореляційної функції будуть однаковими.

$$K[u(t_1, t_1 + \tau)] = K[u(t_2, t_2 + \tau)] = K[u(\tau)]. \quad (7)$$

Відомо [15], що кореляційну функцію випадкового процесу $f(t)$ визначають виразом

$$K_f(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} [f(t) - m_f][f(t + \tau) - m_f] dt, \quad (8)$$

або, якщо реалізація задана не аналітично, а дискретно (таблицею), то в (8) інтеграл замінюємо сумою і отримаємо:

$$K_f(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \sum_{t=0}^{T-\tau} [f(t) - m_f][f(t + \tau) - m_f], \quad (9)$$

де T – період, на якому задана реалізація випадкової функції $f(t)$;

$f(t + \tau)$ – значення випадкової функції, відповідно, в моменти часу t і $t + \tau$;

m_f – математичне сподівання випадкового процесу $f(t)$.

Вирази (8) та (9) рекомендується використовувати при $\tau < T/5$, тому що при більших значеннях τ похибка оцінки кореляційної функції зростає [15].

Відомо [2, 15], що кореляційні функції стохастичних напруг і струмів різкозмінних навантажень часто є незагасаючими зі збільшенням τ , що, в свою чергу, свідчить про неергодичність випадкового процесу. Однією з найбільш імовірних причин неергодичності стаціонарного випадкового процесу є наявність в ньому періодичних складових. Незагасаюча частина кореляційної функції (так званий «хвіст» кореляційної функції) містить в собі ті ж частоти, що і сам випадковий процес [15]. У зв'язку з цим для аналізу спектрального складу періодичних складових напруги і струму доцільно застосовувати перетворення Фур'є не до самого випадкового процесу, а до «хвоста» його кореляційної функції. Це забезпечить фільтрацію періодичних складових від ергодичного випадкового процесу, який буде описаний за допомогою одного з аналітичних виразів кореляційних функцій:

$$K(\tau) = De^{-\alpha|\tau|}, \quad (10)$$

$$K(\tau) = De^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau, \quad (11)$$

$$K(\tau) = De^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau| \right), \quad (12)$$

де D – дисперсія випадкового процесу;

α – коефіцієнт загасання кореляційної функції;

ω_0 – власна частота кореляційної функції.

Представимо напругу (або струм) у вигляді суми випадкового процесу $I'(t)$ з загасаючою кореляційною функцією, що описується одним із виразів (10)-(12), та низькочастотних періодичних коливань:

$$I(t) = I'(t) + \sum_{k=1}^n I_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi^{(k)}), \quad (13)$$

де $I_m^{(k)}$ – постійні амплітуди k -тих періодичних складових випадкового процесу зміни струму фідера; $k\omega$ – частоти періодичних складових; $\psi^{(k)}$ – початкові фази.

Таким чином можна виділити із неергодичного випадкового процесу $I(t)$ ергодичну складову $I'(t)$ та встановити, які ж періодичні коливання (за амплітудами та частотами) входять у спектр випадкової функції. Якщо інтервал реєстрацій $\bar{O}$ випадкового процесу набагато більше за період найменшої з низькочастотних складових, тоді вираз (9) можна переписати у вигляді:

$$K_1(\tau) = K_1'(\tau) + \sum_{k=1}^n \frac{I_m^{(k)2}}{2} \cos(k\omega \tau), \quad (14)$$

де $K_1'(\tau)$ – будь-яка з кореляційних функцій вигляду (10)-(12).

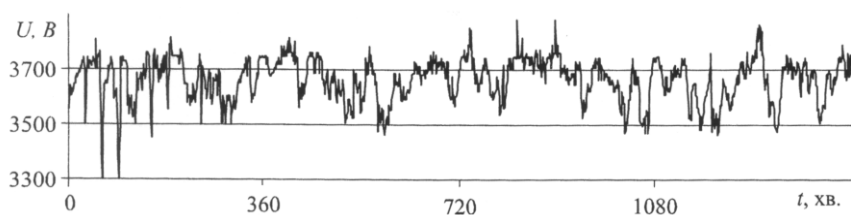
Таким чином, якщо у випадковому процесі напруги (чи струму) присутні синусоїдні складові, «хвіст» кореляційної функції буде складатися з косинусоїд тих самих частот, амплітуди яких дорівнюватимуть половині квадрату амплітуд синусоїдних складових

напруги (чи струму). А, отже, другий доданок в (14) є поправка на періодичність в ергодичному випадковому процесі $I'(t)$ з загасаючою кореляційною функцією $K_1'(\tau)$.

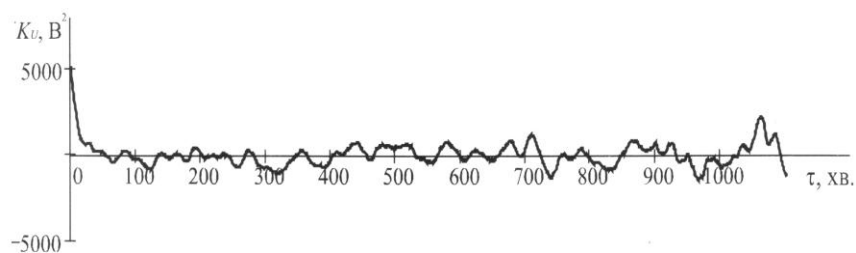
Результати та аналіз чисельних розрахунків.

На рис.5-8 представлені реєстрограми, відповідні їм кореляційні функції і, у свою чергу, відповідні останнім енергетичні спектри (точніше, спектральні густини) досліджуваних тягових величин (напруг і струмів). Із аналізу залежностей цих рисунків випливає таке.

а)



б)



в)

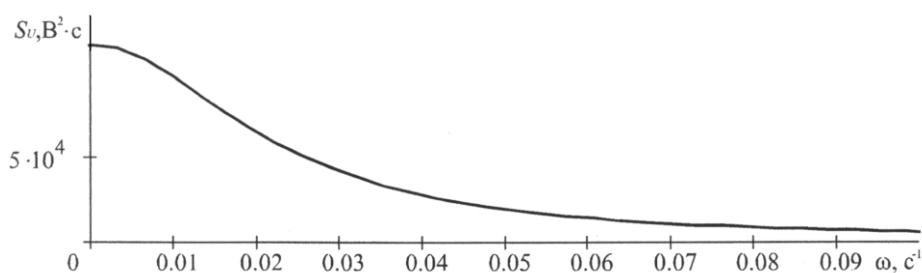
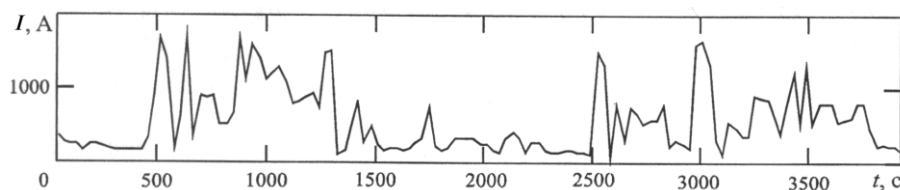
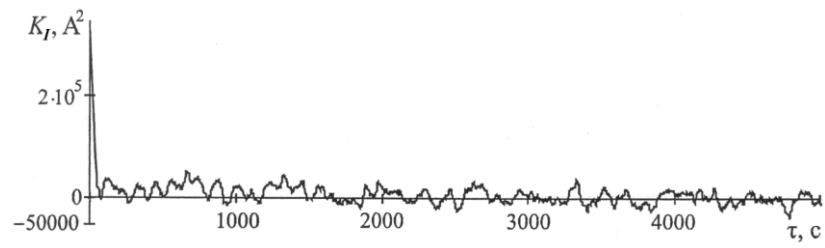


Рис. 5. Реєстрограма (а), кореляційна функція (б) та енергетичний спектр (в) фідерної напруги тягової підстанції «Слав'янка»

а)



б)



в)

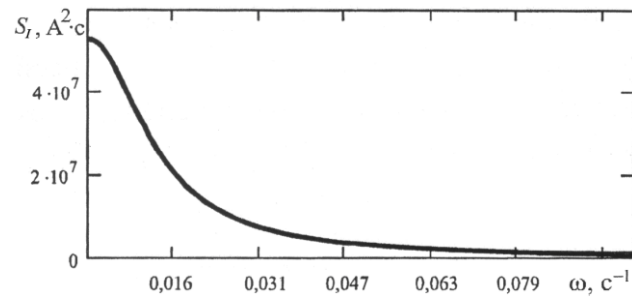
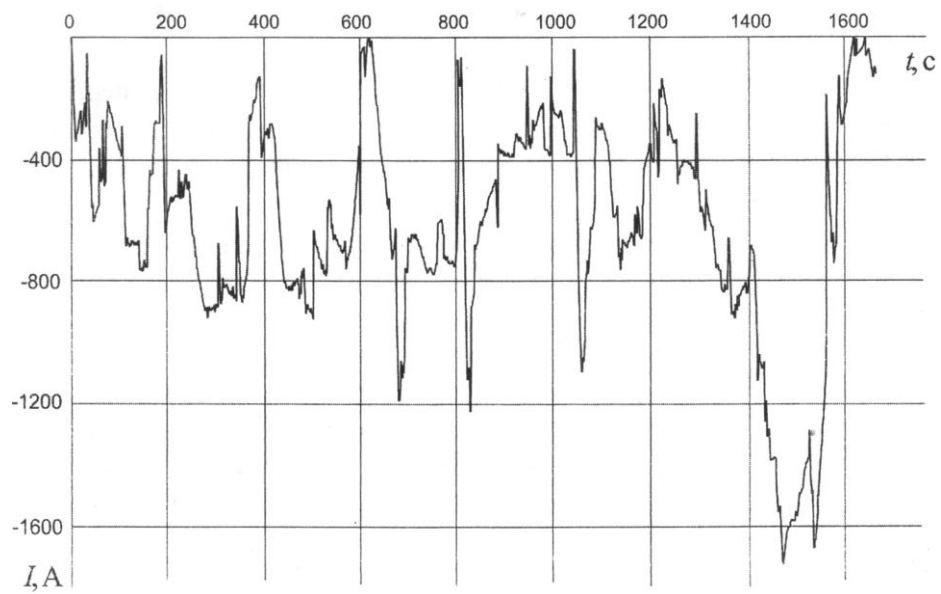
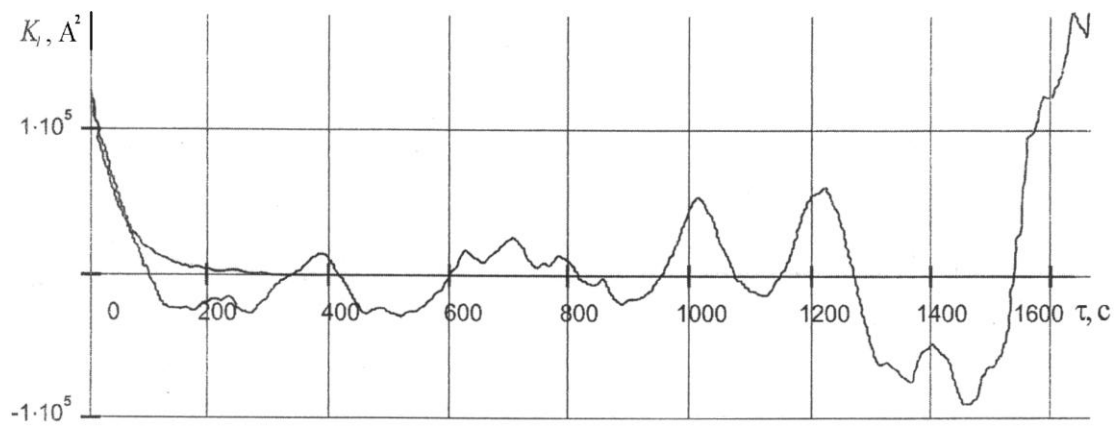


Рис. 6. Реєстрограма (а), кореляційна функція (б) та енергетичний спектр (в) струму електровоза ДЕ 1 в режимі тяги

а)



б)



в)

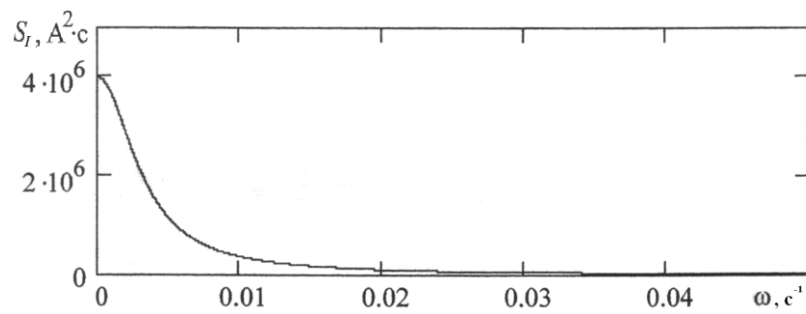
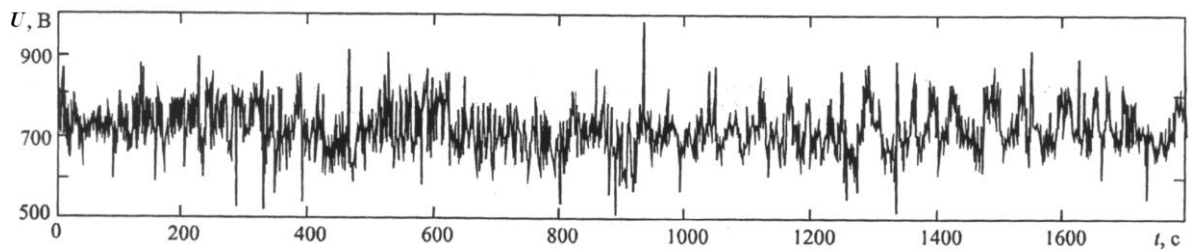
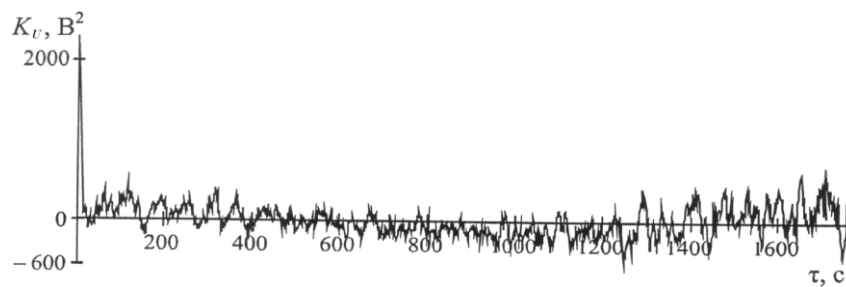


Рис. 7. Реєстрограма (а), кореляційна функція (б) та енергетичний спектр (в) струму рекуперації електровоза ВЛ 8

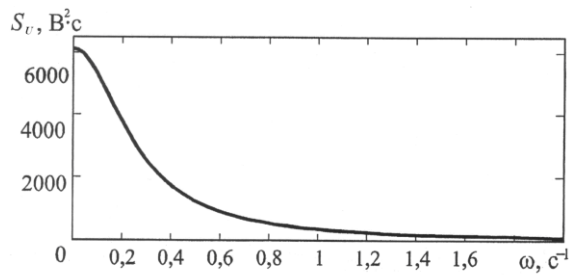
а)



б)



в)



**Рис. 8. Реєстрограма (а), кореляційна функція (б) та енергетичний спектр (в)
напруги на струмоприймачі трамвая**

По-перше, спостерігається відносно повільне загасання кореляційних функцій $K(\tau)$, яке вказує на збереження зв'язку між миттєвими значеннями $U(t)$ чи $I(t)$ при значних величинах τ . По-друге, від'ємні значення $K(\tau)$ підкреслюють той факт, що додатним відхиленням напруги (чи струму) в певний момент часу t_i відповідають її від'ємні відхилення в інший момент t_j і навпаки. І, нарешті, кореляційні функції $K(\tau)$ для усіх досліджених величин зі збільшенням τ загасають з подальшим колюванням відносно осі абсцис, а не відносно якоїсь постійної складової. Кореляційна функція у трамвая затухає швидше, ніж у електровоза, інтервал її кореляції складає 10...20 с, що свідчить про більш коливальний характер напруги на струмоприймачі, ніж у електровозів, для яких цей інтервал ~ 10 хв. Це свідчить про більш широкий спектр напруги на струмоприймачі трамвая, ніж електровоза.

Характер експериментально отриманих залежностей $K(\tau)$ (зокрема представлених на рис.5,б; 6,б; 7,б; 8,б) дозволив апроксимувати їх виразом (10). Підставивши цей вираз в формулу (6), отримаємо формулу спектральної густини, тобто енергетичного спектру досліджуваного випадкового процесу у вигляді:

$$S(\omega) = \frac{2D}{\pi} \cdot \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}, \quad (15)$$

де D і α – параметри кореляційної функції згідно (10)-(12).

Графіки $S(\omega)$ досліджуваних випадкових процесів, що побудовані за виразом (15) з урахуванням параметрів D і α (таблиця), приведені на рис.5,в; 6,в; 7,в; 8,в.

Енергія випадкових процесів підсистем електротранспорту

№ п/п	Досліджувана система електротранспорту	Досліджуваний випадковий процес	Параметр D, енергія випадкового процесу, W	Коефіцієнт загасання, α, с^{-1}
1	Тягова підстанція «Слав'янка»	Фідерна напруга	5177 В^2	0,13
2	Електровоз ДЕ 1	Струм тяги	332000 А^2	0,004
3	Електровоз ВЛ 8	Струм рекуперації	1400 А^2	0,02
4	Трамвай	Напруга на струмоприймачі	2418 В^2	0,08

Площа під кривою спектральної густини $S(\omega)$ свідчить про енергію W випадкового процесу і чисельно дорівнює його дисперсії D :

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega = D. \quad (16)$$

Результати чисельних розрахунків величини $W = D$ досліджуваних процесів, виконаних за формулою (16) з урахуванням (15), приведені в таблиці.

Висновки.

1. В системах усіх видів електричного транспорту постійного струму миттєві величини випрямлених напруг і струмів як в режимах тяги, так і в режимах рекуперативного гальмування являються пульсуючими, що складаються із високочастотних і низькочастотних, модульованих з несучою частотою $2\pi/\Delta$, складових.
2. Спектральні густини випадкових процесів тягових і рекуперативних напруг і струмів зв'язані з відповідними кореляційними функціями цих процесів за відомим співвідношенням Хінчина.

3. Кореляційні функції напруг і струмів як тягових підстанцій, так електрорухомого складу повільно загасають зі збільшенням параметру часу τ , коливаючись відносно постійної величини, що свідчить про збереження зв'язку між миттєвими значеннями при збільшенні τ .
4. Енергетичні спектри випадкових процесів тягових і рекуперативних напруг і струмів мають імовірнісний характер, залежний від технологічних факторів роботи системи, а енергія випадкового процесу чисельно більша в режимах тяги, ніж в режимах рекуперативного гальмування.

Список літератури

1. Kostin, N. Stochastic Electromagnetic Processes in Power Circuits of Electric Locomotive at a Sharp Change of Voltage on a Current Collector / N. Kostin, T. Mishenko, O. Reutskova // Modern Electric Traction in Integrated XXIst Century Europe (29.09-01.10.2005): 7th International Conference. – Warsaw, 2005. –P. 227-232.
2. Свешников, А.А. Прикладные методы теории случайных функций / А.А. Свешников // – М.: Наука, 1968 – 463 с.
3. Саблин, О.И. Спектральный анализ случайных функций тягового тока и напряжения на токоприёмнике электроподвижного состава / О.И. Саблин // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В.Лазаряна. –Д.: 2007. вип.15. – С.41-47.
4. Петров, А.В. Методи спектрального аналізу випадкових технологічних коливань напруги та струму фідера ТП постійного струму / А.В. Петров // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В.Лазаряна. –Д.: 2010. вип.34. – С.77-80.
5. Шалимов, М.Г. Двенадцатипульсовые полупроводниковые выпрямители тяговых подстанций / М.Г. Шалимов // – М.: Транспорт, 1990. –127 с.
6. Пекер, Б.Н. Компенсация низкочастотных пульсаций выходной напруги 6-пульсных керованих випрямлячів: автореф. дис. ... на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук / Б.Н. Пекер. – К., 2004. –20 с.
7. Панасенко, Н.В. Обратимый преобразователь вольтодобавочного типа для подстанций электрифицированных железных дорог / Н.В. Панасенко, В.В. Божко, Ю.П.Гончаров // Залізничний транспорт України. –2007. –№4. –С. 76-80.
8. Ягуп, К.В. Подавлення неканонічних гармонік вхідних струмів тягової підстанції: автореф. дис. ... на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.22.09 «Електротранспорт» / К.В. Ягуп. – Харків, 2008. –20 с.

9. Czuchra, W. Zmienność napięcia w tramwajowej sieci trakcyjnej – próba oceny metodą statystyczną / W. Czuchra, A. Kobielski, J. Prusak // XI Ogólnopolska Konferencja Naukowa Trakcji Elektrycznej SEMTRAK'2004. – Kraków-Zakopane, 2004. –P.82-88.
10. Mierzejewski, L. System zasilania trakcji elektrycznej prądu stałego / L. Mierzejewski, F. Szeląg, M. Gałuszewski. – Warszawa: Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1989. – P.110-115.
11. Czuchra, W. Ocena energochłonności tramwajów z napędem asynchronicznym / W. Czuchra, J. Prusak, W. Zając // Modern Electric Traction in Integrated XXIst Century Europe (29.09-01.10.2005): 7th International Conference. – Warsaw, 2005. – P. 160-164.
12. Kostin, M. Statistics and probability analysis of voltage on the pantograph of DC electric locomotive in the recuperation mode / M. Kostin, A. Nikitenko // PRZEGLĄD ELECTROTECHNICZNY. – 2013. – vol. 2012, No 2a. – P.273-275.
13. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления./ Г.М. Фихтенгольц// – М.: Наука, 1966. Том.ІІІ. –656 с.
14. Мищенко, Т.Н. Вероятностные характеристики случайной функции напряжения на токоприёмнике первого украинского электровоза ДЭ 1. / Т.Н. Мищенко, П.Е. Михаличенко, Н.А Костин // Електротехніка і Електромеханіка. – 2003. – №. 2 – С. 43 - 46.
15. Пугачёв, В.С. Введение в теорию вероятностей./ В.С. Пугачёв// – М.: Наука, 1968. – 368 с.

- 1.Kostin, N. Stochastic Electromagnetic Processes in Power Circuits of Electric Locomotive at a Sharp Change of Voltage on a Current Collector / N. Kostin, T. Mishenko, O. Reutskova // Modern Electric Traction in Integrated XXIst Century Europe (29.09-01.10.2005): 7th International Conference. – Warsaw, 2005. –P. 227-232.
2. Sveshnikov, A.A. Prikladnye metody teorii sluchajnyh funkcyj / A.A. Sveshnikov // – М.: Nauka, 1968 – 463 s.
3. Sablin, O.I. Spektral'nyj analiz sluchajnyh funkcyj tyagovogo toka i napryazheniya na tokopriyomnike elektropodvizhnogo sostava / O.I. Sablin // Visnik Dnipropetrovs'kogo nacional'nogo universitetu za-liznichnogo transportu imeni akademika V.Lazaryana. –D.: 2007. vip.15. – S.41-47.
4. Petrov, A.V. Metodi spektral'nogo analizu vipadkovih tehnologichnih kolivan' naprugi ta strumu fi-dera TP postijnogo strumu / A.V. Petrov // Visnik Dnipropetrovs'kogo nacional'nogo universitetu zali-znichnogo transportu imeni akademika V.Lazaryana. –D.: 2010. vip.34. – S.77-80.
5. SHalimov, M.G. Dvenadcatipul'sovye poluprovodnikovye vypryamiteli tyagovyh podstancij / M.G. SHalimov // – М.: Transport, 1990. –127 s.

6. Peker, B.N. Kompensaciya niz'kochastotnih pul'sacij vihidnoï naprugi 6-pul'snih kerovanih vipryam-lyachiv: avtoref. dis. ... na zdobuttya nauk. stupenya kand. tehn. nauk / B.N. Peker. – K., 2004. –20 s.
7. Panasenko, N.V. Obratimyj preobrazovatel' vol'todobavochного tipa dlya podstancij elektrificiro-vannyh zheleznyh dorog / N.V. Panasenko, V.V. Bozhko, YU.P.Goncharov // Zaliznichnij transport Ukraïni. –2007. –№4. –S. 76-80.
8. YAgup, K.V. Podavlennya nekanonichnih garmonik vhidnih strumiv tyagovoï pidstancii: avtoref. dis. ... na zdobuttya nauk. stupenya kand. tehn. nauk: spec. 05.22.09 «Elektrotransport» / K.V. YAgup. – Har'kiv, 2008. –20 s.
9. Czuchra, W. Zmienność napięcia w tramwajowej sieci trakcyjnej – próba oceny metodą statystyczną / W. Czuchra, A. Kobielski, J. Prusak // XI Ogólnopolska Konferencja Naukowa Trakcji Elektrycznej SEMTRAK'2004. – Kraków-Zakopane, 2004. –P.82-88.
10. Mierzejewski, L. System zasilania trakcji elektrycznej prądu stałego / L. Mierzejewski, F. Szelağ, M. Gałuszewski. – Warszawa: Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1989. – P.110-115.
11. Czuchra, W. Ocena energochłonności tramwajów z napędem asynchronicznym / W. Czuchra, J. Prusak, W. Zajac // Modern Electric Traction in Integrated XXIst Century Europe (29.09-01.10.2005): 7th International Conference. – Warsaw, 2005. – P. 160-164.
12. Kostin, M. Statistics and probability analysis of voltage on the pantograph of DC electric locomotive in the recuperation mode / M. Kostin, A. Nikitenko // PRZEGLĄD ELECTROTECHNICZNY. – 2013. – vol. 2012, No 2a. – P.273-275.
13. Fihtengol'c, G.M. Kurs differencial'nogo i integral'nogo ischisleniya./ G.M. Fihtengol'c// – M.: Nauka, 1966. Tom.III. –656 s.
14. Mishchenko, T.N. Veroyatnostnye harakteristiki sluchajnoj funkcii napryazheniya na toko-priyomnike pervogo ukraïnskogo elektrovoza DE 1. / T.N. Mishchenko, P.E. Mihalichenko, N.A. Kostin // Elektrotehnika i Elektromekhanika. – 2003. – №. 2 – S. 43 - 46.
15. Pugachyov, V.S. Vvedenie v teoriyu veroyatnostej./ V.S. Pugachyov// – M.: Nauka, 1968. – 368 s.