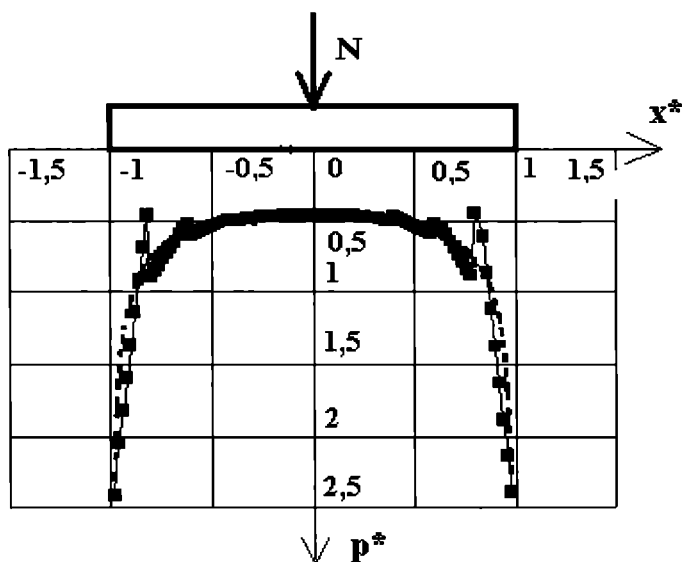


В. Г. ШАПОВАЛ
 А. В. ШАПОВАЛ
 Б. В. МОСКЛЯНИК
 В. С. АНДРЕЕВ



**ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ
 ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
 И СПЛАЙНОВ В КОНТАКТНЫХ
 ЗАДАЧАХ**

Министерство образования и науки Украины
Национальный горный университет

В. Г. ШАПОВАЛ
А. В. ШАПОВАЛ
Б. В. МОРКЛЯНИК
В. С. АНДРЕЕВ

**ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ГРАНИЧНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ И СПЛАЙНОВ В КОНТАКТНЫХ
ЗАДАЧАХ**

Монография

Львов
Друк-Захід
Дизайн-Студія "Папуга"

2014

УДК 624.131

ББК 38.58

Н 27

АВТОРЫ: В. Г. ШАПОВАЛ, А. В. ШАПОВАЛ, Б. В. МОРКЛЯНИК, В.
С. АНДРЕЕВ

*Друкуються за рішенням Вченої ради Національного гірничого
університету,*

Протокол № 12 від 24 грудня 2013 року

Рецензенты:

В. Д. Петренко, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой “Тоннели, основания и фундаменты” Днепропетровского национального технического университета железнодорожного транспорта им. Академика В. Лазаряна;

С. А. Слободянюк, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики ПДАБА

В.Г. Шаповал прс

Н27 Вариационные методы граничных элементов и сплайнов в контактных задачах: Монография /А.В. Шаповал, В. Г Шаповал, Б.В. Моркляник, В.С. Андреев.– Львів : друк-захід, 2016 – 96 с.

ISBN 978-617-518-141-7

В монографии изложены результаты теоретических исследований в области построения численных решений краевых задач механики сплошной среды с использованием метода граничных элементов. Рассмотрены модели упругого, стареющего, вязкого, пластического водонасыщенных оснований и их комбинации. Показаны техники построения решений с использованием процесса итерации и вариационного метода наименьших квадратов. Книга предназначена для научно-технических работников, студентов и аспирантов, занимающихся внедрением расчетом и проектированием оснований, фундаментов и надфундаментных строений гражданских, промышленных и гидротехнических сооружений.

УДК 624.131

ББК 38.58

ISBN 978-617-518-144-7

© Шаповал А.В.,
Шаповал В. Г.,
Моркляник Б. В.
Андреев В. С., 2015

ПРЕДИСЛОВИЕ

Методы граничных элементов применительно к решению задач механики сплошной среды в настоящее время успешно применяются в таких областях науки, как электростатика, теплотехника, гидромеханика, теория упругости и механика разрушения. Это объясняется возможностью удовлетворения граничных условий на бесконечности и малым (по сравнению с методом конечных элементов) количеством необходимых для решения задач уравнений.

Однако, использование данного метода для решения задач геотехнической механики, механики грунтов, фундаментостроения ограничено большим разнообразием и спецификой принятых для описания свойств грунтов и горных пород физических моделей.

Кроме того, имеет место проблема увеличения точности аппроксимации усилий и перемещений на границе расчетной области и, как следствие, повышения точности полученных с использованием метода граничных элементов решений.

В настоящей монографии рассмотрена часть очерченных проблем.

Изложенные в ней материалы являются обобщением и переосмыслением выполненных ее авторами исследований.

Изложенный в монографии материал имеет такую структуру.

В первом разделе изложены общие данные относительно метода граничных элементов.

Во втором разделе изложен пример использования классического метода граничных элементов для решения контактных задач в рамках упругой линейной модели основания.

В третьем разделе изложены материалы выполненной нами оценки сходимости процесса итерации С. Н. Клепикова при использовании метода граничных элементов для решения задач механики грунтов, фундаментостроения и геотехнической механики в рамках модели основания в виде стареющей среды.

В четвертом разделе представлены материалы, направленные на использование метода граничных элементов при решении задач о взаимодействии фундаментов и расположенных на них конструкций с учетом реологических свойств водо – и неводонасыщенных грунтовых оснований.

Пятый и шестой разделы направлены на создание методов граничных элементов, позволяющих получать более точные, чем классический, решения.

Отличие этих методов от классического заключается в том, что граничные нагрузки аппроксимируются не ступенчатыми, а более точными, полиномиальными функциями.

Седьмой раздел содержит общие выводы по работе.

Книга предназначена для научно-технических работников, студентов и аспирантов, занимающихся внедрением, расчетом и проектированием оснований фундаментов гражданских, промышленных и гидротехнических сооружений.

В монографии содержатся фрагменты диссертаций на соискание ученой степени доктора технических наук А. В. Шаповала, Б. В. Моркляника и В. С. Андреева.

Согласно заключенному авторами соглашению изложенные в настоящей монографии материалы могут быть опубликованы каждым из них без согласия остальных соавторов

1. Общие сведения. Методы конечных и граничных элементов.

Практически все задачи геотехнической механики (ГМ), механики грунтов (МГ), фундаменто – и шахтостроения об определении напряженно – деформированного состояния горных пород и грунтовых оснований сводится к решению т.н. краевых задач, отличительными особенностями которых является наличие некоторой области R , лежащей внутри замкнутой границы C . [1, 2, 3, 13, 19, 24, 27, 34, 35, 48]

При этом НДС материала внутри данной области описывается с использованием некоторой системы дифференциальных (или интегральных или интегродифференциальных) уравнений, которая включает в себя уравнения равновесия в точке и уравнения состояния (последние описывают свойства среды). Решение этой системы позволяет построить т.н. общее решение задачи [13, 27, 34, 48]. Для нахождения ее частных решений необходимо удовлетворить граничным условиям [17].

При решении практических задач приходится учитывать достаточно сложные граничные условия. Поэтому получить аналитические решения таких задач невозможно. При этом для простейших граничных условий достаточно легко получить аналитические решения [19, 24, 27].

Поэтому предложено отыскивать решение сложных задач путем разбивки границы рассматриваемой области на ряд участков, нагрузки в пределах каждого из которых соответствуют нагрузкам, принятым при построении аналитических решений. Решение задачи со сложными граничными условиями получается путем суперпозиции простейших решений.

Такой подход к решению краевых задач получил название метода граничных элементов (МГЭ) [1, 2, 19, 24, 40, 41, 42, 46]. Обычно его используют для решения линейных задач.

В ряде случаев (геометрическая и физическая нелинейность, различные уравнения состояния в разных подобластях расчетной области и т.д.) возникает необходимость разбивки на участки всей расчетной области. Такой подход к

решению краевой задачи получил название метода конечных элементов (МКЭ).

Далее сопоставим методы граничных элементов с методами конечных элементов (рис. 1.1). Метод конечных элементов требует, чтобы вся область R была разбита, как показано на рис. 1.1 (а), на сетку элементов.

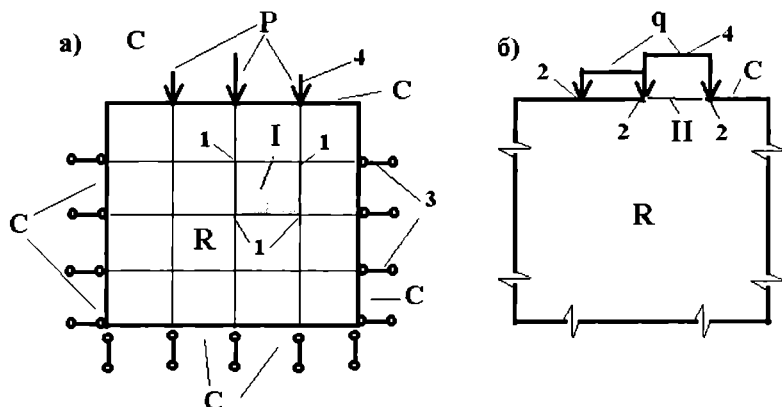


Рис. 1.1. Конечно - элементная (а) и гранично - элементная (б) аппроксимации расчетной области R .

I – конечный элемент; II – граничный элемент

1 – узлы конечных элементов; 2 – узлы граничных элементов; 3 – связи; 4 – узловые нагрузки, распределенные нагрузки

В ходе решения задачи с использованием метода конечных элементов необходимо найти решение задачи в узлах сетки. Значения искомой функции вне узлов сетки следует определять по интерполяции.

При решении задач с использованием метода граничных элементов на элементы разбивается только часть границы C области R , так, как это показано на рис. 1.1 (б).

В этом случае численное решение для всей области строится путем су-

перпозиции полученных ранее аналитических решений для простых сингулярных задач. При этом заданные граничные условия в пределах каждого граничного элемента на контуре C удовлетворяются приближенно (принимается постоянными).

В результате получается система линейных алгебраических уравнений, неизвестными которой являются либо нагрузки в пределах каждого из граничных элементов (метод сил) либо перемещения их центров (метод перемещений).

С вычислительной точки зрения метод граничных элементов приводит к системе уравнений меньшего порядка, чем метод конечных элементов при решении той же задачи.

При этом его недостатком является возможность применения только лишь для таких сред, для определения НДС которых можно использовать принцип суперпозиции.

Далее остановимся на классификации существующих в настоящее время методов граничных элементов и решаемых с их использованием задач. Различают прямые, полупрямые и непрямые методы граничных элементов.

Суть прямого метода граничных элементов заключается в том, что в данном случае входящие в интегральные уравнения подлежащие определению функции имеют конкретный физический смысл.

Суть непрямого метода граничных элементов заключается в том, вначале отыскиваются не имеющие конкретного физического смысла удовлетворяющие граничным условиям сингулярные решения задачи, с использованием которых вычисляются остальные искомые граничные параметры.

В дальнейшем нами в данной монографии будет рассмотрен только лишь прямой метод граничных элементов.

Также различают внутреннюю и внешнюю задачи метода граничных элементов.

Под внутренней задачей МГЭ понимают такой вариант, когда рас-

четная область R ограничены замкнутым контуром C .

Под внешней задачей МГЭ понимают такой вариант, когда расчетная область R является неограниченной.

В дальнейшем в настоящей монографии будет рассматриваться только лишь внешняя задача.

2. Техника применения классического метода граничных элементов для решения контактной задачи в рамках модели линейной упругой изотропной среды.

Для иллюстрации техники решения контактной задачи с использованием классического метода граничных элементов рассмотрим задачу о вдавливании плоского абсолютно - жесткого штампа неограниченной длины в упругую изотропную полуплоскость (рис. 2.1), свойства которой описываются характеристиками G и ν , где $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$ - модуль сдвига, ν - коэффициент Пуассона а E - модуль упругости [3, 7, 11, 27, 34, 46].

Разобьем границу контакта подошвы жесткого штампа с основанием на n одинаковых участков длиной $a = \frac{b}{n}$, где $2 \cdot b$ - ширина подошвы фундамента, а $a_i = a = const$ - ширина i - того участка.

При симметричной вертикальной нагрузке осадки всех точек штампа будут равны. Обозначим их $S_i = W_0 = const$.

Далее положим, что в пределах i - того участках контактное давление не зависит от координаты (что на самом деле не соответствует действительности) и равно P_i .

В данном случае известным является вертикальное перемещение штампа W_0 , а искомыми - контактные давления $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$.

Решение задачи в указанной постановке с использованием классического метода граничных элементов изложено в работах [1, 2, 19, 24].

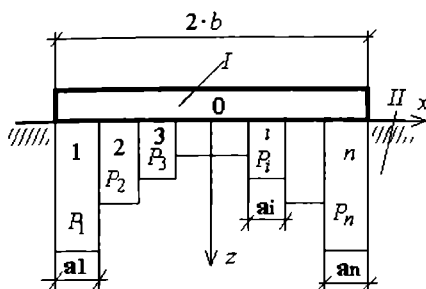


Рис.2.1. К определению контактных напряжений.

I - штамп; II - основание

1,2,3,...i,...n- номера граничных элементов; a_i - ширина i - того гранично-го элемента.

Согласно [1, 2, 19] для определения неизвестных давлений следует решить систему линейных алгебраических уравнений вида

$$[B_{ij}] \cdot \bar{P} = \bar{W}_0, \quad (2.1)$$

где вектор $\bar{W}_0$ - известных (т.е. заданных заранее) перемещений центров граничных элементов; $[B_{ij}]$ - матрица податливости, $\bar{P}$ - вектор - столбец искомых контактных напряжений а - осадка центра i - того граничного элемента под воздействием распределенной по площади j - того граничного элемента единичной нагрузки.

Элементы матрицы влияния B_{ij} также называют коэффициентами влияния. Здесь G и ν - соответственно модуль сдвига и коэффициент Пуассона основания; x_i и x_j - центры соответственно i - того и j - того граничных

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

1. Общие сведения. Методы конечных и граничных элементов.

2. Техника применения классического метода граничных элементов для решения контактной задачи в рамках модели линейной упругой изотропной среды.

3. Техника решения контактных задач с использованием процесса итерации С. Н. Клепикова и техники метода граничных элементов

4. Использование метода граничных элементов для учета реологических свойств грунтовых оснований.

5. Вариационный метод граничных элементов

6. Вариационный метод граничных сплайнов

7. Заключение

Литература

Оглавление

Наукове видання
ШАПОВАЛ Володимир Григорович
ШАПОВАЛ Андрій Володимирович
МОРКЛЯНИК Богдан Васильович
АНДРЕЄВ Володимир Сергійович

**НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ГРУНТОВОГО НАПІВП-
РОСТОРУ, УСЕРЕДИНІ ЯКОГО ПРИКЛАДЕНО ОСЕСИМЕТРИЧ-
НЕ РОЗПОДІЛЕНЕ НАВАНТАЖЕННЯ**

Монографія

Російською мовою

Формат 60х84/16. Умовн. друк. арк. 5,58. Умовн. фарб.-відб. 5,58. Обл.
видавн. арк. 4,89. Тираж 300 пр. Зам. №

Друк-Захід

Друк ТЗОВ "Дизайн-Студія "Папуга"

м.Львів, вул. Любінська, 92

тел.: (032) 297 00 78

Свідоцтво видавничої справи

ЛВ №15 від 21.11.2001р.

Шаповал В.Г прс

Н27 Варіаційні методи граничних елементів і сплайнів в контактних завданнях: монографія /В.Г Шаповал, А. В. Шаповал, б.в. Моркляник, в.с. Андреев.– Львів : друк-захід, 2016 – 96 с.
ISBN 978-617-518-141-7

У монографії викладено результати теоретичних досліджень в області побудови чисельних розв'язків крайових задач механіки суцільного середовища з використанням методу граничних елементів.

Розглянуто моделі пружного, старіючого, вузького, пластичного водонасичених підстав та їх комбінації.

Показані техніки побудови рішень з використанням процесу ітерації і варіаційного методу найменших квадратів.

Книга призначена для науково-технічних працівників, студентів та аспірантів, що займаються впровадженням розрахунком і проектуванням основ, фундаментів і надфундаментних будов цивільних, промислових і гідротехнічних споруд.

УДК 624.131

ББК 38.58