

## МОДЕЛЮВАННЯ СУМІСНОЇ РОБОТИ СИСТЕМ ЗОВНІШНЬОГО ТА ТЯГОВОГО ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ ЗАЛІЗНИЦЬ ЗМІННОГО СТРУМУ ДЛЯ ОЦІНКИ ЯКОСТІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ У НЕСИМЕТРИЧНИХ РЕЖИМАХ

Д.Р. Земський \*, В.Г. Сиченко \*\*, докт.техн.наук., Д.О. Босий \*\*\*, докт.техн.наук  
Дніпровський національний університет залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна,  
вул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010, Україна.  
E-mail: [d.zemskyi@ukr.net](mailto:d.zemskyi@ukr.net), [elpostz@i.ua](mailto:elpostz@i.ua), [dake@i.ua](mailto:dake@i.ua)

*В статті пропонується підхід сумісного моделювання несиметричних режимів роботи систем тягового та зовнішнього електропостачання на основі пофазного представлення трифазних електричних мереж. Підхід дозволяє врахувати різну конфігурацію підключення тягових підстанцій до живлячої мережі, нелінійні параметри магнітної системи трансформатора через апроксимацію залежності магнітної проникності від напруженості магнітного поля, нелінійні параметри електротягового навантаження через використання активної та обмінної характеристик електровозу однофазного змінного струму. За допомогою аналітичного визначення параметрів досліджуваної системи математична модель формується у вигляді системи диференціальних рівнянь, зведених до нормальної форми. Використання модульного принципу у вигляді визначення уніфікованого блоку дозволяє побудувати математичну модель системи будь-якої складності, оскільки виділені таким чином подібні елементи описуються типовими рівняннями. Сумісне моделювання систем тягового та зовнішнього електропостачання дає змогу виконувати розрахунки та аналіз показників якості електричної енергії, проводити дослідження, направлені на перевірку роботи системи у разі впровадження нового обладнання чи нових технічних рішень в усталених та перехідних режимах. Бібл. 29, рис. 6, табл. 2.*

**Ключові слова:** математичне моделювання, фазні координати, тягове електропостачання, система зовнішнього електропостачання, несиметричний режим, навантаження, активна та обмінна характеристика.

**Вступ.** Розвиток сучасного суспільства супроводжується постійним зростанням попиту на електроенергію. В умовах обмеженої кількості енергетичних ресурсів, одним із напрямків державної економічної політики є підвищення ефективності експлуатації електричного обладнання. Всі науковці одностайні у тому, що збільшення транзиту потужності, зростання частки нелінійного, різкозмінного та несиметричного навантаження погіршить якість електричної енергії та призведе до зниження надійності та безпеки функціонування електротехнічного обладнання, прискорить процеси старіння ізоляції, збільшить витрати потужності при її передачі і споживанні. У цьому випадку значний резерв енергозбереження та підвищення надійності функціонування елементів електричної мережі та електроприймачів, закладений у вирішенні проблеми електромагнітної сумісності, інтерес до якої також підтверджують відомі публікації [1-6].

Системи зовнішнього та тягового електропостачання разом із мережами живлення нетягових споживачів утворюють складний енергетичний комплекс із взаємним багатofакторним електромагнітним впливом. Вивчення такої складної системи потребує застосування математичної моделі, яка дає змогу розраховувати струми та напруги у вузлах схеми заміщення системи із необхідною точністю. У разі впровадження нового обладнання важливою задачею є моделювання електричних систем з урахуванням нелінійності параметрів елементів та їхнього впливу на перехідні процеси у системах електропостачання, що можливо при використанні моделей на основі диференціальних рівнянь стану електричного кола.

**Метою** роботи є розробка математичної моделі для розрахунку показників якості електроенергії з урахуванням різного підключення фаз тягових підстанцій змінного струму до системи зовнішнього електропостачання, нерівномірного завантаження тягового трансформатора та несинусоїдності первинних струмів електровозів. Оскільки у процесі вирішення науково-практичних задач у електроенергетиці мають місце системи різної складності, необхідно також передбачити можливість швидкого та автоматизованого складання моделей з уніфікованих блоків.

**Аналіз публікацій.** Електромагнітні процеси у системах електропостачання є предметом багатьох наукових робіт, зокрема, результати досліджень, які стосуються систем тягового електро-

постачання, опубліковано у [7–10]. Наукові публікації, які використовують математичний апарат для моделювання систем електропостачання, акцентують увагу на перевагах пофазного підходу до побудови моделі при несиметричних режимах роботи системи, протиставляючи його методу симетричних складових [11–15]. У трифазних схемах заміщення можливо просто враховувати з'єднання елементів мережі та їхні нелінійні характеристики, реалізовувати різні типи коротких замикань. Тому приходимо до висновку, що моделювання несиметричних режимів у мережах, що живлять систему тяги змінного струму з різною схемою підключення підстанцій до живлячої мережі, доцільніше проводити у фазних координатах.

Значний вклад до розробки математичних моделей системи тягового електропостачання внесений колективом авторів, серед яких варто відзначити В. П. Закарюкіна та А. В. Крюкова. У [16] показано загальні підходи до створення моделей основних елементів електричних систем та навантаження у фазних координатах, наведено результати моделювання режимів роботи у електричних мережах загального призначення та у системах тягового електропостачання. Розроблену модель використано для імітаційного моделювання системи тягового електропостачання з урахуванням графіку руху поїздів та реалізовано у програмному комплексі Фазонорд. Однак запропонований авторами [16] підхід базується на символічному методі представлення синусоїдних величин, що значно спрощує розрахунок електричних кіл, обмежує його застосування виключно в усталеному режимі та потребує застосування методу накладання при моделюванні нелінійного навантаження.

Використання моделей, побудованих на основі інтегро-диференціальних рівнянь стану електричного кола, вочевидь, дає змогу вирішувати більш широкий клас задач, а за сучасного рівня розвитку засобів обчислювальної техніки та існуючих спеціальних програмних комплексів процес визначення невідомих функцій значно спрощується. Диференціальні рівняння для побудови трифазних схем заміщення використані у роботах М. С. Сегеди, О. В. Кириленка, О. Ф. Буткевича, Т. А. Мазура, Ю. М. Веприка [17, 18]. В цих роботах представлено узагальнені математичні моделі окремих пристроїв електроенергетики, які можливо застосовувати при розрахунках систем тягового електропостачання.

Аналіз публікацій показав, що частина підходів до моделювання систем електропостачання базується на символічному методі розрахунку, який не придатний для досягнення поставленої мети, а інша частина опублікованих результатів досліджень, де використано моделі на диференціальних рівняннях, – не враховує специфіку роботи електротягових мереж. Варто також зазначити, що відомі програмні комплекси для сумісного моделювання систем тягового і зовнішнього електропостачання, які здатні відтворювати перехідні режими, розроблено у інших країнах та використовуються на комерційній основі, що ускладнює їхнє широке використання у процесі вирішення науково-практичних задач.

**Основна частина.** Задля досягнення поставленої мети пропонується систему електропостачання залізниці змінного струму представити у вигляді уніфікованих підсистем (блоків), математичний опис яких дасть змогу автоматизувати формування моделі системи електропостачання різної конфігурації. Приклад системи електропостачання показано на рис. 1, а, де СЗЕ – система зовнішнього електропостачання; СТЕ – система тягового електропостачання; ТМ – тягова мережа; ЕРС – електрорухомий склад; ДПР – фідери лінії «два проводу-рейка».

Розглянемо декомпозицію системи електропостачання залізниці та результати її моделювання на

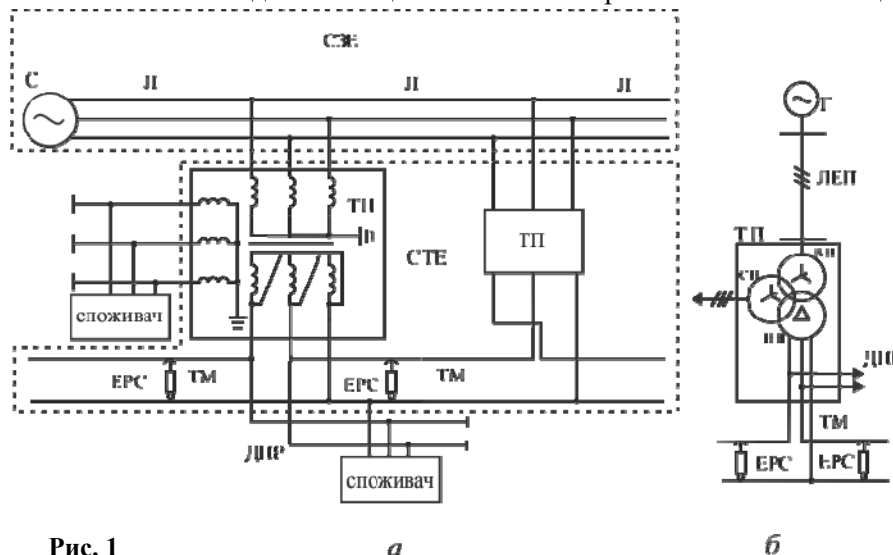


Рис. 1

а

б

прикладі СТЕ, що працює за схемою консольного живлення (рис. 1, б), де Г – джерело трифазної напруги (генератор); ЛЕП – лінія електропередачі.

Система електропостачання розділяється на блоки: електроенергетична система (рис. 2, а), трифазна лінія електропередачі (рис. 2, б), тяговий трансформатор (рис. 3, а-г), тягова мережа та електрорухомий склад (рис. 3, д). На схемах заміщення цих блоків та у рівняннях, що їх

описують, джерело напруги позначено як  $e_{kj}$ ; струм –  $i_{kj}$ ; похідна від струму –  $i'_{kj}$ ; активний опір –  $r_{kj}$ ; коефіцієнт самоіндукції –  $L_{kj}$ ; коефіцієнт взаємоіндукції –  $M_{kj}$ ; магнітний потік –  $\phi_{kj}$ ; похідна від магнітного потоку –  $\phi'_{kj}$ ; активний магнітний опір –  $r_{mkj}$ ; магнітна індуктивність (див. пояснення до формули (18)) –  $L_{mkj}$ ; кількість витків у обмотці трансформатора –  $w_{kj}$ ; провідність чотирипроменевої зірки лінії –  $y_{kj}$ ; порядковий номер підсистеми у загальній моделі –  $k$ ; номер вітки у схемі заміщення –  $j$ . У індексах струмів та елементів електричного кола, що відносяться до землі або нейтрального проводу, замість номеру вітки  $j$  використовується, відповідно,  $g$  – для землі або  $n$  – для нейтрального проводу.

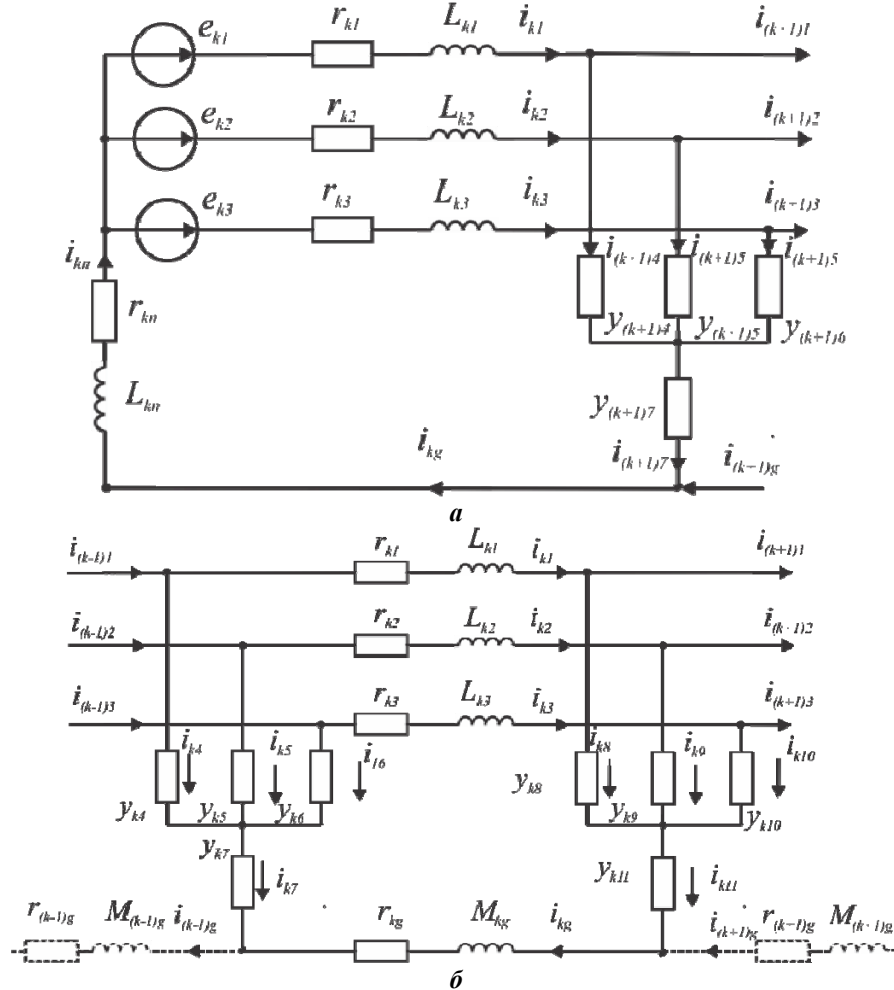


Рис. 2

Схема заміщення блоку «Електроенергетична система» (рис. 2, а) складається з поєднаних у спільну точку реальних джерел електрорушійних сил та нейтрального проводу. Фазні проводи блоку джерела замикаються на землю через провідності лінії електропередачі – наступної складової моделі системи електропостачання.

Вважаючи, що первинна напруга живлення тягових підстанцій, як правило, не перевищує 220 кВ, то у схемі заміщення лінії можна не враховувати втрати на корону та характер провідності представити ємнісним. Власні, взаємні та часткові ємності, при цьому, доцільно перетворити у чотирипроменеву зірку для уникнення сингулярності за наступними формулами [17]:

$$C_1 = C_0 + 3C_M ; \quad (1)$$

$$C_N = C_0 C_1 / C_M , \quad (2)$$

де  $C_0$  – власна часткова ємність фази лінії;  $C_M$  – взаємна часткова ємність між фазами лінії. У зв'язку із транспозицією проводів у лінії її параметри вважатимемо симетричними. Магнітний зв'язок між лінійними проводами враховується через включення коефіцієнта взаємоіндукції у вітку із струмом нейтрального проводу.

Математичне представлення схем заміщення всіх наступних блоків записується законами Кірхгофа, що використовуються у електротехніці.

Нижче наведено приклад запису рівнянь для схеми на рис. 2, а, де (3)–(5) – рівняння напруги для контурів, (6)–(12) – рівняння балансу струмів у вузлах, (13)–(15) – вирази для змінних стану електричного кола блоку «Електроенергетична система». Рівняння записуються наступним чином:

$$e_{k1} = i_{k1}r_{k1} + i'_{k1}L_{k1} + u_{c(k+1)4} + u_{c(k+1)7} + i_{kn}r_{kn} + i'_{kn}L_{kn}; \quad (3)$$

$$e_{k2} = i_{k2}r_{k2} + i'_{k2}L_{k2} + u_{c(k+1)5} + u_{c(k+1)7} + i_{kn}r_{kn} + i'_{kn}L_{kn}; \quad (4)$$

$$e_{k3} = i_{k3}r_{k3} + i'_{k3}L_{k3} + u_{c(k+1)6} + u_{c(k+1)7} + i_{kn}r_{kn} + i'_{kn}L_{kn}; \quad (5)$$

$$-i_{kn} + i_{k1} + i_{k2} + i_{k3} = 0; \quad i_{k1} - i_{(k+1)4} - i_{(k+1)1} = 0; \quad i_{k2} - i_{(k+1)4} - i_{(k+1)2} = 0; \quad (6)-(8)$$

$$i_{k3} - i_{(k+1)5} - i_{(k+1)3} = 0; \quad i_{(k+1)4} + i_{(k+1)5} + i_{(k+1)6} - i_{(k+1)7} = 0; \quad (9), (10)$$

$$i_{(k+1)7} - i_{kg} - i_{(k+1)g} = 0; \quad (11)$$

$$u'_{c(k+1)4} = i_{(k+1)4} / C_1; \quad u'_{c(k+1)5} = i_{(k+1)5} / C_1; \quad (12), (13)$$

$$u'_{c(k+1)6} = i_{(k+1)6} / C_{11}; \quad u'_{c(k+1)7} = i_{(k+1)7} / C_N, \quad (14), (15)$$

де  $u_c$  – напруга на ємності чотирипроменевої зірки та  $u'_c$  – похідна від неї.

На рис. 3 наведено схеми заміщення підсистем, що моделюють трансформатор підстанції та тягову мережу із електрорухомим складом, де а, б, в, г – схеми заміщення, відповідно, первинної обмотки трансформатора, магнітопровода, тягової та третьої (районної) обмотки; д – схема заміщення блока «Тягова мережа та електрорухомий склад».

Моделювання трансформатора у фазних координатах за несиметричного навантаження потребує визначення параметрів взаємодії між його обмотками. При формуванні рівнянь, що описують стан магнітного кола, використано відомий із теорії розрахунку магнітних кіл підхід, де відношення магніторушійної сили до магнітного потоку інтерпретують електричним опором.

Той факт, що магнітний потік у феромагнітному осерді відстає від струму в обмотці на кут  $\alpha$  при заміні нелінійного струму його синусоїдним еквівалентом, дає підставу використовувати комплексний магнітний опір  $\underline{Z}_m$ . Таким чином, вираз комплексної магніторушійної сили (МРС) матиме наступний вигляд:

$$\underline{F} = \underline{\Phi} \cdot \underline{Z}_m = \underline{\Phi} \cdot R_m + \underline{\Phi} \cdot jX_m = F_a + jF_p, \quad (16)$$

де  $\underline{\Phi}$ ,  $\underline{F}$ ,  $\underline{Z}_m$  – відповідно магнітний потік, магніторушійна сила та повний магнітний опір у комплексній формі;  $R_m$ ,  $X_m$  – активний та індуктивний опори магнітного осердя;  $F_a$ ,  $F_p$  – активна та реактивна складова магніторушійної сили.

Використовуючи аналогію до символьного методу розрахунку електричних кіл з синусоїдним струмом, вираз (16) можна переписати у вигляді

$$f = \phi \cdot r_m + \phi' \cdot L_m, \quad (17)$$

де  $f$  – магніторушійна сила;  $\phi \cdot r_m$  – визначає магнітний спад напруги, який перебуває із магнітним потоком у фазі;  $\phi' \cdot L_m$  – магнітний спад напруги, що випереджає магнітний потік на 90 ел. гр. Оскільки вираз (17) подібний до рівняння напруги для простого електричного кола, то для параметру  $L_m$  запропоновано термін «магнітна індуктивність». Аналогічний термін використано і у роботі [19] при вирішенні більш вузької задачі.

При врахуванні реальної залежності магнітного потоку  $r_m$  є динамічним опором магнітного кола, який залежить від розмірів осердя та динамічної магнітної проникності. Остання у цьому випадку не враховує явища гістерезису, а втрати активної потужності у магнітопроводі визначаються параметром  $L_m$ .

При використанні магнітної проникності, яка описувала б гістерезисний процес, можливо уникнути розділення на складові  $r_m$  та  $L_m$ . Перемагнічування феромагнетиків з урахуванням гістерезису при моделюванні електричних машин використовують у своїх роботах Зірка С. Е., Мороз Ю. І. та Мороз Є. Ю. [20], але у рамках даного дослідження достатньо використовувати описаний підхід.

Визначення параметрів схеми заміщення виконується наступним чином. Індуктивність  $L_m$  з урахуванням визначених припущень приймається постійною та розраховується за формулою

$$L_m = \rho l_c / (2f\pi S_c) = \frac{P_0 d}{2(\pi f B_m)^2} \cdot l_c / S_c, \quad (18)$$

де  $l_c$ ,  $S_c$  – середня лінія та переріз осердя сердечника;  $\rho$  – уявна частина питомого магнітного опору [21];  $P_0$  – питомі активні втрати у сталі;  $d$  – густина сталі;  $B$  – максимальна індукція;  $f$  – частота.

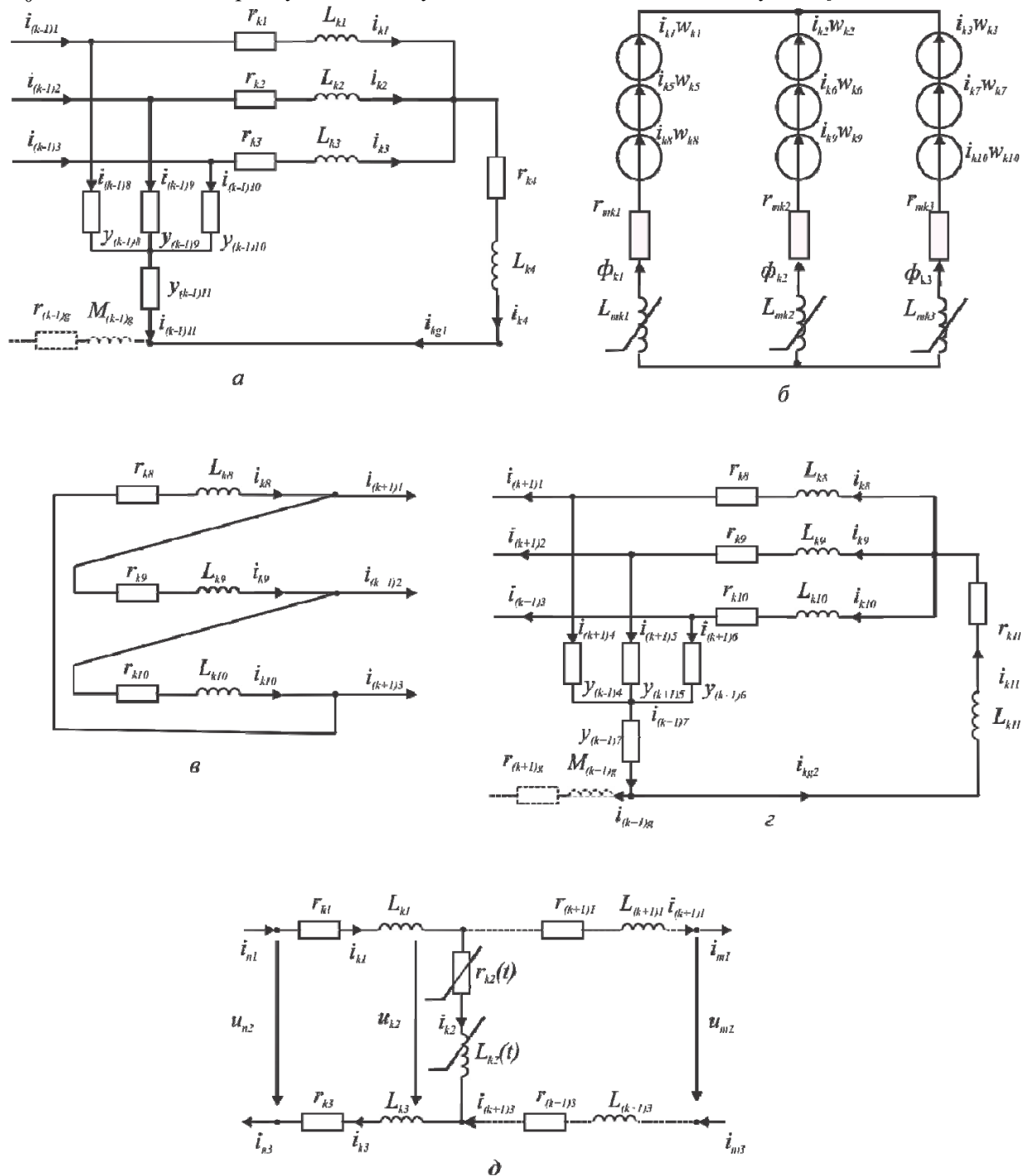


Рис. 3

Активний магнітний опір представимо у вигляді функції від напруженості магнітного поля  $H$

$$r_m(H) = \frac{l_c}{\mu(H) \cdot S_c}, \quad (19)$$

де  $\mu(H)$  – залежність магнітної проникності від напруженості поля. Під час моделювання показав свою придатність підхід до апроксимації залежності  $\mu(H)$ , запропонований у [22]. Його суть полягає у

використанні універсальної апроксимуючої кривої електротехнічних сталей, яку шляхом зміни вхідних параметрів приводять до реальної залежності  $\mu(H)$ .

Для моделювання електротягового навантаження використано запропонований у [9] метод, де параметри електро рухомого складу визначають у вигляді активної  $r_e(i_e)$  та обмінної характеристики  $L_e(i_e)$ . Для їхньої побудови можна використати виміряні миттєві значення напруги на струмоприймачі та первинного струму електровоза змінного струму. Необхідні характеристики визначаються на підставі рівняння напруги на електровозі у момент часу  $t_1$  та  $t_2$ , коли  $i(t_1) = i(t_2)$ ,  $i'(t_1) \neq i'(t_2)$ , а саме

$$u(t_1) = i(t_1) \cdot r_e(i_e) + L_e(i_e) \cdot i'_e(t_1); \quad u(t_2) = i(t_2) \cdot r_e(i_e) + L_e(i_e) \cdot i'_e(t_2) . \quad (20, 21)$$

Звідки вирази для характеристик  $r_e(i_e)$  та  $L_e(i_e)$  запишуться

$$r_e = \frac{u(t_1) - L_e i'_e(t_1)}{i(t_1)}; \quad L_e = \frac{u(t_1) - u(t_2)}{i'(t_1) - i'(t_2)} , \quad (22, 23)$$

які повинні бути функціями від абсолютного значення струму, тобто  $r_e(|i_e|)$  та  $L_e(|i_e|)$ . Наприклад, для електровозу ВЛ-80 активна та обмінна характеристики матимуть вигляд, що наведено на рис. 4 (а, б).

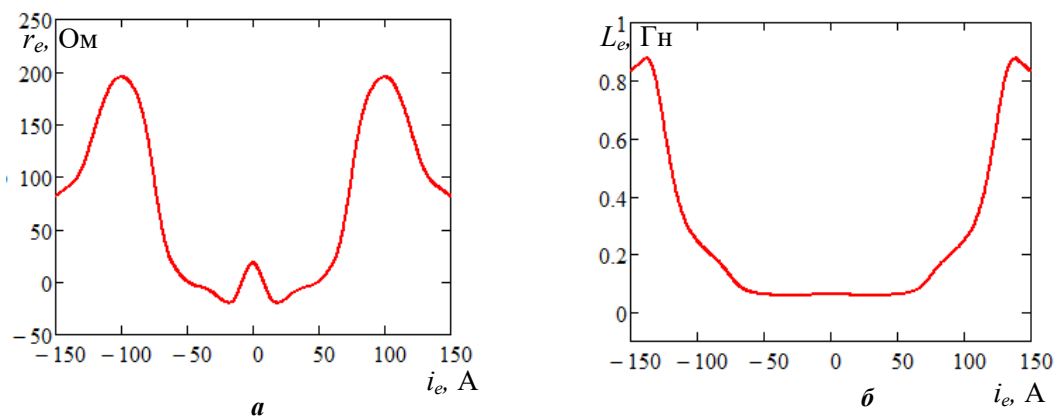


Рис. 4

Системи рівнянь, отримані за схемами зміщення електричних та магнітних кіл, використано як шаблони для конструювання математичної моделі системи електропостачання за допомогою наступного алгоритму.

1. На основі вхідних даних про конфігурацію системи електропостачання, кількості, координат розташування підстанцій та споживачів складається структурована таблиця, що визначає порядок використання підсистем для побудови кінцевої системи рівнянь.

2. Кожна підсистема описується матрицею із коефіцієнтів при похідних та вектором вільних членів, при цьому матриці при похідних об'єднуються за діагоналлю, вектори – зверху до низу.

3. На підставі розташування підсистем у структурованій таблиці алгоритм доповнює матриці коефіцієнтами зв'язку.

Чисельний розрахунок отриманої математичної моделі вимагає її приведення до явного виду. Для цього проводиться заміна складових рівнянь балансу струмів і потоків у вузлах на їхні похідні від часу, чим система алгебраїчно-диференціальних рівнянь перетворюється у систему диференціальних рівнянь. Наприклад, для системи рівнянь (3)–(15) отримаємо

$$\begin{bmatrix} i'_{k1} \\ i'_{k2} \\ \dots \\ u'_{c(k+1)7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{k1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & L_{k2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} e_{k1} - i_{k1}r_{k1} - i_{kn}r_{kn} - \\ -i'_{kn}L_{kn} - u_{c(k+1)4} - u_{c(k+1)7} \\ e_{k2} - i_{k2}r_{k2} - i_{kn}r_{kn} - \\ -i'_{kn}L_{kn} - u_{c(k+1)5} - u_{c(k+1)7} \\ \dots \\ i_{(k+1)7} / C_N \end{bmatrix} . \quad (24)$$

Таким чином, математична модель системи електропостачання у матрично-векторній формі зводиться до вигляду

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}, \quad (25)$$

де  $\mathbf{X}$  – вектор невідомих;  $\mathbf{A}$  – матриця системи (коефіцієнти при невідомих);  $\mathbf{B}$  – вектор вільних коефіцієнтів. Строки матриці  $\mathbf{A}$  та вектору  $\mathbf{B}$  відповідають рівнянням системи, стовпці у матриці  $\mathbf{A}$  – невідомим.

Отриману математичну модель використаємо для оцінки ефективності та якості передачі електроенергії системою тягового електропостачання. Для цього визначимо показники несиметрії та несинусоїдності напруги на обмотках трансформатора тягової підстанції для різних режимів тягового навантаження. Також визначимо зміну показників якості напруги при забезпеченні повнофазної двосторонньої схеми живлення тягової мережі. У табл. 1 наведено розраховані показники несиметрії та несинусоїдності напруги для кожної обмотки тягового трансформатора в залежності від співвідношення тягового навантаження в плечах живлення. Під повнофазним режимом двостороннього живлення розуміється забезпечення можливості перетікання вирівнювальних струмів між усіма фазами напруги тягових обмоток трансформаторів суміжних тягових підстанцій. Зазвичай на практиці має місце неповнофазний режим двостороннього живлення тягової мережі, коли тяговою мережею виконується транзит потужності лише за однією фазою напруги.

**Таблиця 1**

| Струми плечей живлення тягової підстанції |       | Показники якості електроенергії в обмотках |                     |                     |                     |                     |                     | ΔP , %              |
|-------------------------------------------|-------|--------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Іл, А                                     | Іп, А | ВН                                         |                     | СН                  |                     | НН                  |                     |                     |
|                                           |       | $K_U$ , %                                  | $K_{2U}$ , %        | $K_U$ , %           | $K_{2U}$ , %        | $K_U$ , %           | $K_{2U}$ , %        |                     |
| 0                                         | 0     | $\frac{0,08}{0,08}$                        | $\frac{0,02}{0,02}$ | $\frac{0,08}{0,08}$ | $\frac{0,02}{0,02}$ | $\frac{0,08}{0,08}$ | $\frac{0,02}{0,02}$ | $\frac{0,01}{0,01}$ |
|                                           |       |                                            |                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| 200                                       | 0     | $\frac{1,5}{1,3}$                          | $\frac{2,1}{1,9}$   | $\frac{1,6}{1,4}$   | $\frac{2,2}{2,0}$   | $\frac{5,9}{5,5}$   | $\frac{4,1}{3,5}$   | $\frac{2,53}{2,12}$ |
|                                           |       |                                            |                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| 0                                         | 200   | $\frac{1,5}{1,3}$                          | $\frac{2,1}{1,9}$   | $\frac{1,6}{1,4}$   | $\frac{2,2}{2,0}$   | $\frac{5,9}{5,5}$   | $\frac{4,1}{3,5}$   | $\frac{2,53}{2,12}$ |
|                                           |       |                                            |                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| 100                                       | 100   | $\frac{1,0}{0,9}$                          | $\frac{1,5}{1,3}$   | $\frac{1,2}{1,0}$   | $\frac{1,7}{1,4}$   | $\frac{5,6}{5,2}$   | $\frac{3,8}{3,2}$   | $\frac{3,11}{2,63}$ |
|                                           |       |                                            |                     |                     |                     |                     |                     |                     |

Примітка: в чисельнику значення відповідають неповнофазному режиму двостороннього живлення тягової мережі; у знаменнику – повнофазному режиму двостороннього живлення.

Для розрахунків, результати яких показано на рис. 5 та у табл. 1, прийняті значення параметрів схеми заміщення визначені для типового обладнання систем тягового і зовнішнього електропостачання:

- джерело наруги: індуктивність 16 мГн, ЕРС в кожній фазі –  $110/\sqrt{3}$  кВ;
- лінія зовнішнього електропостачання: довжина 20 км, питома індуктивність – 1,4 мГн/км, питомий активний опір – 0,4 Ом/км, часткова ємність фази – 8,085 нФ/км, взаємна ємність – 1,25 нФ/км, питомий опір землі – 0,05 Ом/км, питома взаємодукація – 1,05 мГн/км;
- контактна мережа довжиною 25 км для кожного плеча: питомий активний опір та індуктивність 0,085 Ом/км та 0,9 мГн/км відповідно, питомий активний опір та індуктивність контактної рейки із урахуванням шунтуючої дії землі 0,07 Ом/км та 0,4 мГн/км відповідно;
- трансформатор тягової підстанції: індуктивність обмоток ВН/СН/НН – 178/1,2/18 мГн, активний опір обмоток – 1,4/0,498/0,254 Ом, кількість витків у обмотках – 880/490/365, активний опір стрижня трансформатора 2,143 Ом, залежність  $\mu(H)$  визначена для сталі марки 3407.

Оскільки в розрахунках використовуються нульові початкові умови, то в результаті роботи моделі отримаємо осцилограми з наявністю перехідного процесу. Наприклад, на рис. 5, а наведено осцилограми струмів у первинній обмотці при вмиканні тягового трансформатора на холостий хід у разі відсутності споживачів; у збільшеному масштабі показано один період струму однієї фази.

За наведеними на рис. 4, а, б характеристиками розраховано миттєві значення струмів електрорухомого складу у плечах живлення (рис. 5, б). Амплітудні значення тягового струму в лівому і

правому плечах живлення склали 188 та 170 А, діючі значення – 141 та 137 А, сумарний коефіцієнт гармонійних спотворень струму – 35,4 та 35,5% відповідно. Спотворення синусоїдності напруги при цьому складає 5–6 % відповідно у кожній фазі мережі 27,5 кВ. В обмотках високої напруги трансформатора виникає несиметрична система струмів з амплітудами у фазах 65, 68, 38 А (рис. 5, в) та сумарним коефіцієнтом спотворення синусоїдності струму 3,2; 3,2 та 4,0%. Спотворення синусоїдності напруги при цьому складає 1,3; 1,3 та 1,5 % відповідно у кожній фазі мережі 110 кВ.

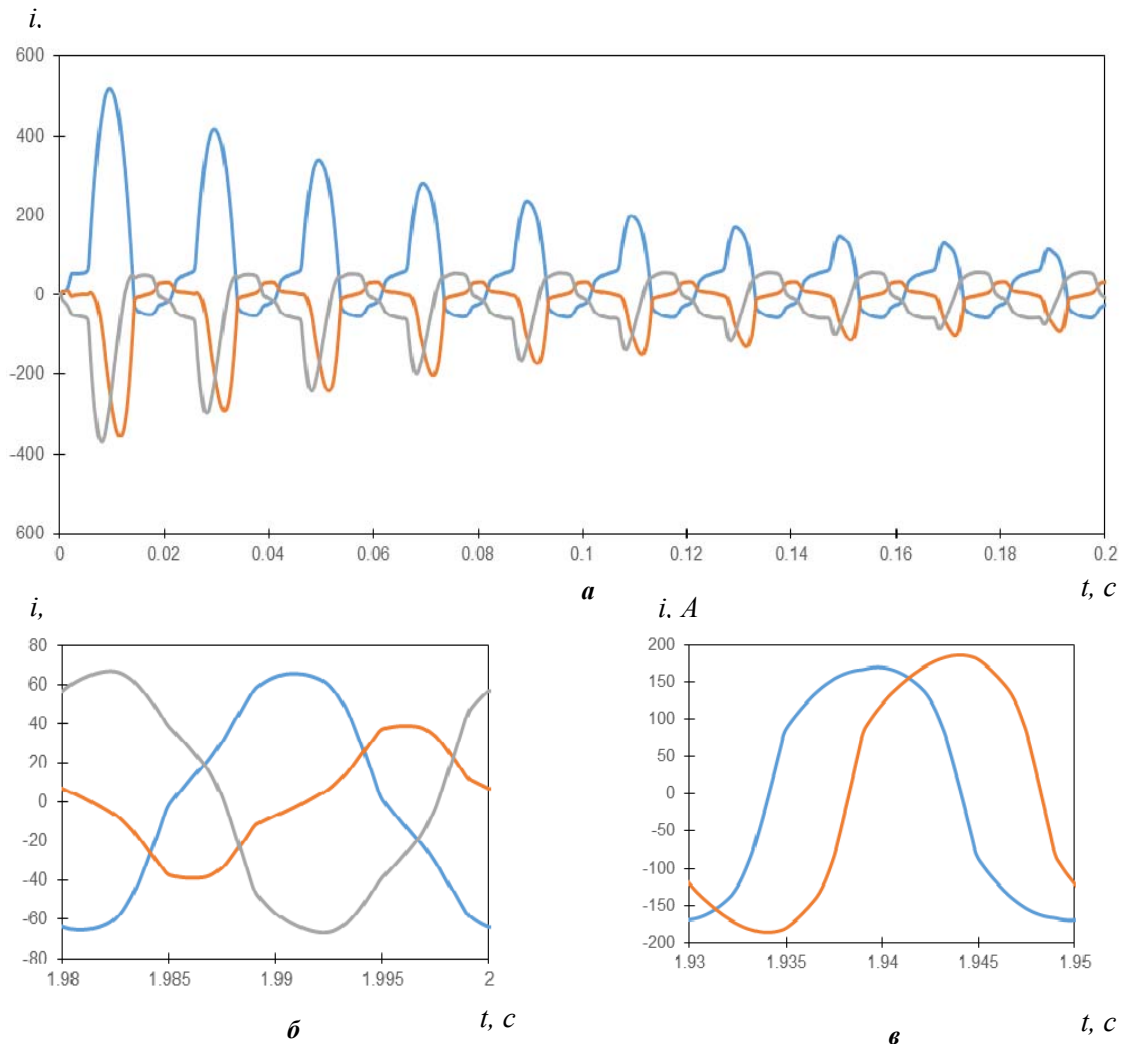


Рис. 5

Адекватність розробленої моделі оцінено порівнянням результатів моделювання із експериментальними даними [28]. На рис. 6, а показано значення коефіцієнта несиметрії напруги під час експерименту та моделювання, що демонструє співпадіння характеру їхньої зміни. Загальний результат перевірки адекватності надано у табл. 2, де наведено середні значення показників несиметрії та несинусоїдності напруги, які були отримані під час експерименту та розраховані на моделі. Розбіжність у значеннях числових характеристик знаходиться в межах 5%.

Таблиця 2

| Інтервали часу, год | $K_U, \%$          |                    |              | $K_{2U}, \%$ |             |              |
|---------------------|--------------------|--------------------|--------------|--------------|-------------|--------------|
|                     | експеримент        | моделювання        | $ D_{\max} $ | експеримент  | моделювання | $ D_{\max} $ |
| 06:00-09:00         | 3,85 / 4,01 / 3,99 | 4,05 / 4,21 / 4,12 | 0,021        | 2,25         | 2,18        | 0,025        |
| 09:00-12:00         | 3,03 / 3,36 / 3,70 | 2,95 / 3,29 / 3,62 | 0,020        | 1,41         | 1,34        | 0,022        |
| 12:00-15:00         | 2,77 / 3,63 / 3,24 | 2,89 / 3,52 / 3,30 | 0,019        | 1,55         | 1,63        | 0,025        |

Примітка: через риску вказані значення для кожної фази

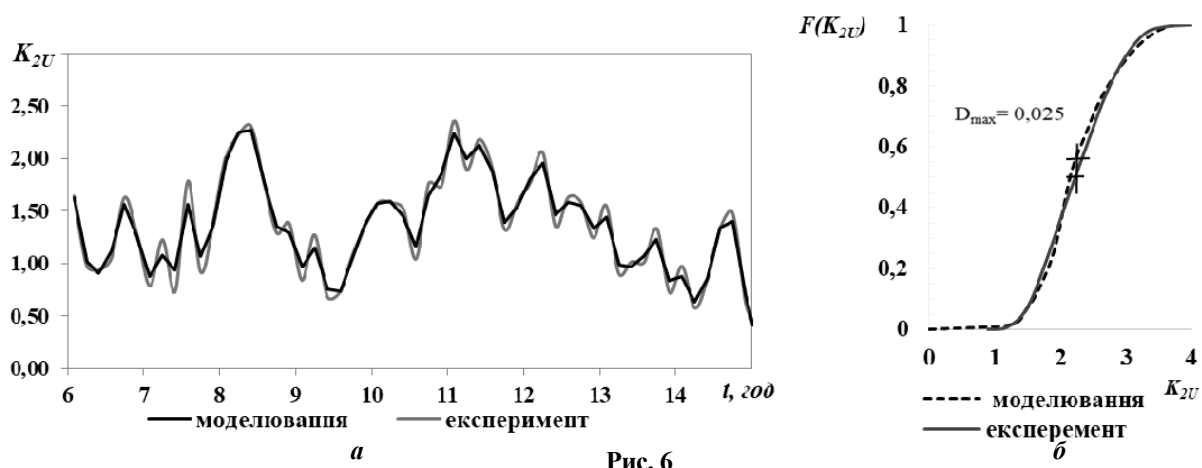


Рис. 6

Для статистичної оцінки адекватності використано непараметричний критерій незалежних вибірок Смирнова, критичне значення якого розраховано за методикою [29] при рівні значущості 5% та для відповідної кількості вимірювань становить 0,054. Найбільші абсолютні значення розходжень кумулятивів у кожному інтервалі часу наведено у табл. 2. Функцію розподілу  $K_{2U}$  у інтервалі часу від 06:00 до 09:00 наведено на рис. 6, б. Оскільки отримані значення різниці інтегральних кумулятивів для кожного показника менші критичного, робимо висновок про підпорядкованість результатів моделювання та експерименту одному закону розподілу, що вказує на адекватність розробленої моделі.

#### Висновки.

1. Відомі підходи до моделювання систем тягового і зовнішнього електропостачання базуються на непридатному для оцінки якості електроенергії символічному методі розрахунку або використовують математичні моделі на основі диференціальних рівнянь, які, в свою чергу, не враховують специфіку роботи систем електропостачання електрифікованих залізниць.

2. Використаний у роботі підхід до побудови математичної моделі взаємодії систем тягового і зовнішнього електропостачання відрізняється від існуючих врахуванням одночасно несиметричних і несинусоїдних режимів. Це дозволяє отримати оцінку показників якості електроенергії між дослідними системами в усталених та перехідних режимах на основі чисельного розв'язання диференціальних рівнянь стану. Оскільки математична модель складається з уніфікованих блоків, то програмний алгоритм на основі вхідної інформації про топологію системи автоматично формує загальну модель системи електропостачання будь-якої складності.

3. Розроблена математична модель сумісної роботи системи зовнішнього і тягового електропостачання залізниць змінного струму дає змогу з похибкою не більше 5% розраховувати показники якості електроенергії з урахуванням нелінійних параметрів тягового трансформатора, електрорухомого складу та різної конфігурації підключення групи підстанцій до первинної мережі.

1. Жаркін А.Ф., Палачов С.О., Новський В.О. Нормативно-правове регулювання якості напруги в електричних мережах з джерелами розосередженої генерації. Київ: Інститут електродинаміки НАН України, 2018. 161 с.

2. Гриб О.Г. Качество электрической энергии. Т. 1. Экономико-правовая база качества электрической энергии в Украине и Евросоюзе. Харьков: ПП «Граф-Ікс», 2014. 300 с.

3. Кузнецов В.Г., Шполянський О.Г., Яремчук Н.А. Узагальнений показник якості енергії в електричних мережах і системах. *Технічна електродинаміка*. 2011. № 3. С. 46-52.

4. Шидловський А.К., Новський В.О., Жаркін А.Ф. Стабілізація параметрів електричної енергії в трифазних системах напівпровідниковими коригуючими пристроями. Київ : ІЕД НАН України, 2013. 378 с.

5. Жаркін А.Ф., Новський В.О., Малахатка Д.О. Комплексне покращення якості електроенергії та забезпечення електробезпеки в локальних системах електропостачання при застосуванні гібридних фільтрокомпенсуючих перетворювачів. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 1. С. 69-77. DOI: <https://doi.org/10.15407/techmed2018.01.069>

6. Bollen M.H.J., Gu I.Y.H. Signal processing of power quality disturbances. John Wiley & Sons, 2006. 861 p.

7. Сиченко В.Г., Саєнко Ю.Л., Босий Д.О. Якість електричної енергії у тягових мережах електрифікованих залізниць. Дніпропетровськ: Стандарт-Сервіс, 2015. 340 с.

8. Земський Д.Р. Експериментальне дослідження якості електроенергії у споживачів, що живляться від лінії ДПП 27,5 кВ залізниць змінного струму. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2018. № 1 (136). С. 66-71.
9. Косарев А.Б. Основы теории электромагнитной совместимости систем тягового электроснабжения переменного тока. Москва: Интекст, 2004. 272 с.
10. Василянський А.М., Мамошин Р.Р., Якимов Г.Б. Совершенствование системы тягового электроснабжения железных дорог, электрифицированных на переменном токе 27,5 кВ, 50 Гц. *Железные дороги мира*. 2002. № 8. С. 40-46.
11. Laughton M.A. Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase coordinates. Part 1. System representation in phase frame of reference. *Proceedings of the IEEE*. 1968. Vol. 115. No 8. Pp. 1163-1172.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1049/piee.1968.0206>
12. Berman A., Wilsun Xu. Analysis of faulted power systems by phase coordinates. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 1998. Vol. 13. Issue 2. Pp. 587-595.
13. Лосев С.Б., Чернин А.Б. Вычисление электрических величин в несимметричных режимах электрических систем. Москва: Энергоатомиздат, 1983. 528 с.
14. Берман А.П. Расчет несимметричных режимов электрических систем с использованием фазных координат. *Электричество*. 1985. № 12. С. 6-12.
15. Бернас С., Цёк З. Математические модели элементов электроэнергетических систем. Москва: Энергоиздат, 1982. 312 с.
16. Закарюкин В.П., Крюков А.В., Авдиенко И.М. Моделирование систем тягового электроснабжения, оснащенных симметрирующими трансформаторами. Москва, Берлин: Директ-Медиа, 2017. 166 с.
17. Кириленко О.В., Сегеда М.С., Буткевич О.Ф., Мазур Т.А. Математичне моделювання в електроенергетиці. Львів: Нац. ун-т «Львівська політехніка», 2010. 608 с.
18. Веприк Ю.Н. Представление силовых трансформаторов в математических моделях установившихся несимметричных режимов электрических систем. *Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ"*: темат. вып.: Проблемы совершенствования электрических машин и аппаратов. Теория и практика. 2012. № 28. С. 3-11.
19. Александров Г.Н., Шакиров М.А. Трансформаторы и реакторы. Новые идеи и принципы. Санкт-Петербург: Политехн. ун-т, 2006. 204 с.
20. Зирка С.Е., Мороз Ю.И., Мороз Е.Ю. Модель перемагничивания изотропной электротехнической стали в переходном режиме. *Технічна електродинаміка*. 2012. № 4. С. 8-12
21. Зевеке Г.В. Основы теории цепей. Москва: Энергия, 1975. 752 с.
22. Пентегов И.В., Красножон А.В. Универсальная аппроксимация кривых намагничивания электротехнических сталей. *Електротехніка і електромеханіка*. 2006. № 1. С. 66-70.
23. ДСТУ EN 50160:2014. Характеристики напруги електропостачання в електричних мережах загальної призначеності (EN 50160:2010, IDT). Київ: ДП «УкрНДНЦ», 2014. 32 с.
24. ГОСТ 13109-97. Электрическая энергия. Совместимость технических средств. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. К.: Госстандарт Украины, 1999. 32 с.
25. Молотиллов Б.В. Холоднокатаные электротехнические стали. Москва: Металлургия, 1989. 168 с.
26. Ершевич В.В. Справочник по проектированию электроэнергетических систем. Москва: Энергоатомиздат, 1985. 352 с.
27. Сапожников А.В. Конструирование трансформаторов. Москва: Госэнергоиздат, 1959. 361 с.
28. Zemskyi D.R., Bosyi D.O. Energy Efficient Modes of Distribution Power Supply Systems with Different Vector Group of Transformer. IEEE 6th International Conference on *Energy Smart Systems*, Ukraine, Kyiv, April, 17-19. 2019. Pp. 64-69. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS.2019.8764246>.
29. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. Москва: Наука, 1983. 416 с.

УДК 621.311

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЫ СИСТЕМ ВНЕШНЕГО И ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА В НЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕЖИМАХ

Д.Р. Земский, В.Г. Сыченко, докт.техн.наук, Д.А. Босый, докт.техн.наук  
Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта им. акад. В. Лазаряна,  
ул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010, Україна.  
E-mail: [d.zemskyi@ukr.net](mailto:d.zemskyi@ukr.net), [elpostz@i.ua](mailto:elpostz@i.ua), [dake@i.ua](mailto:dake@i.ua)

В статье предлагается подход к совместному моделированию систем тягового и внешнего электроснабжения в несимметричных режимах работы на основе пофазного представления трехфазных электрических сетей. Использование такого подхода позволяет учесть различную конфигурацию подключения тяговых подстанций к питающей сети, нелинейные параметры магнитной системы трансформатора через аппроксимацию зависимости магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля и нелинейные параметры электротяговой

нагрузки путем использования активной и обменной характеристик электровоза однофазного переменного тока. С помощью аналитического определения параметров исследуемой системы возможно сформировать математическую модель в виде системы дифференциальных уравнений, приведенных к нормальной форме. Использование модульного принципа в виде определения унифицированного блока позволяет построить математическую модель системы разной сложности, поскольку выделенные таким образом подобные элементы описываются типовыми уравнениями. Совместное моделирование систем тягового и внешнего электроснабжения позволяет выполнять расчеты и анализ показателей качества электрической энергии, проводить исследования, направленные на проверку работы системы при внедрении нового оборудования или новых технических решений в установившихся и переходных режимах. Библ. 29, рис. 6, табл. 2.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, фазные координаты, тяговое электроснабжение, система внешнего электроснабжения, несимметричный режим, нагрузка, активная и обменная характеристика.

## **SIMULATION OF THE PARALLEL OPERATION OF EXTERNAL AND RAILWAY AC TRACTION POWER SUPPLY SYSTEM TAKING INTO ACCOUNT UNBALANCED CONDITIONS**

**Zemskiy D.R., Sychenko V. G., Bosyi D. O.**

**Dnipro National University of Railway Transport named after academician V. Lazaryan, Lazaryana 2 Str., Dnipro, 49010, Ukraine.**

E-mail: [d.zemskiy@ukr.net](mailto:d.zemskiy@ukr.net), [elpostz@i.ua](mailto:elpostz@i.ua), [dake@i.ua](mailto:dake@i.ua)

*The article proposes an approach to the simulation of parallel operation of external power supply system and AC traction power supply system in unbalanced conditions which based on separated phase representation of three-phase electric networks. Using this approach allows to take into account various configuration of traction substation connection to external power supply system, nonlinear transformer parameters with the use of approximation the magnetic permeability by function from magnetic field strength and nonlinear parameters of traction load by using active and exchange characteristics of AC electric locomotives. Analytic expressions for determining parameters of evaluation system help formulate mathematical model in the normal form of differential equation system. Using this method, various complex mathematical models can be created, because every block are described with the typical equations. Parallel simulation of external and traction power supply system allows to calculate and analyze the power quality indices, perform research focused on power system checking while new equipment or new technical decision provides in steady-state and transient modes. References. 29, figures 6, tables 2.*

**Keywords:** mathematical modeling, phase coordinates, traction power supply, external power system, unbalanced mode, load, active and exchange characteristic.

1. Zharkin A.F., Palachov S.O., Novskiy V.O. Technical regulation of voltage quality in electrical grids with sources of distributed generation. Kyiv: Instytut elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy, 2018. 161 p. (Rus)
2. Gryb O.G. Quality of electrical energy. Vol. 1, Economic and legal basis of the quality of electrical energy in Ukraine and European Union. Kharkov: PP Graf-Iks, 2014. 300 p. (Rus)
3. Kuznietsov V. H., Shpolianskyi O. H., Yaremchuk N. A. Integrated power quality index in electric power systems and networks. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2011. No 3. Pp. 46-52. (Ukr)
4. Kuznietsov V.H., Shpolianskyi O.H., Yaremchuk N.A. Stabilization of electrical energy parameters in the three-phase systems by semiconductor correction devices. Kyiv: Instytut elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy, 2013. 378 p. (Ukr)
5. Zharkin A.F., Novskiy V.O., Malakhata D.O. Complex improvement of power quality and ensure electrical safety in local power supply systems when using hybrid filter compensating converters. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 1. Pp. 69-77. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.01.069>
6. Bollen M.H.J., Gu I.Y.H. Signal processing of power quality disturbances. John Wiley & Sons, 2006. 861 p.
7. Sychenko V.H., Saienko Yu.L., Bosyi D.O. Power Quality in the Traction Network of the Electrified Railways. Dnipropetrovsk: Standart-Servis, 2015. 340 p. (Ukr)
8. Zemskiy D.R. Experimental Research of Power Quality at Consumers Getting Electricity from the Line TWR 27,5 kV of Alternating Current Railways. *Visnyk Vinnytskoho Politekhnychnoho Instytutu*. 2018. No 1 (136). Pp. 66-71. (Ukr)
9. Kosarev A.B. Fundamentals of electromagnetic compatibility theory in AC traction supply system. Moskva: Intekst, 2004. 272 p. (Rus)
10. Vasilianskii A.M., Mamoshin R.R., Iakimov G.B. Improvement of AC traction power supply system 27 kV, 50Hz for railways. *Zheleznye dorogi mira*. 2002. No 8. Pp. 40-46. (Rus)
11. Laughton M.A. Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase coordinates. Part 1. System representation in phase frame of reference. *Proc. IEEE*. 1968. Vol. 115. No 8. Pp. 1163-1172. DOI: <http://dx.doi.org/10.1049/piee.1968.0206>

12. Berman A., Wilsun Xu. Analysis of faulted power systems by phase coordinates. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 1998. Vol. 13. Issue 2. Pp. 587-595.
13. Losev S.B., Chernin A.B. Calculation of electrical quantities in asymmetric modes of electrical systems. Moskva: Energoatomizdat, 1983. 528 p. (Rus)
14. Berman A.P. Calculation of electrical systems using phase coordinates in asymmetric modes. *Elektrichestvo*. 1985. No 12. Pp. 6-12. (Rus)
15. Bernas S., Tsek Z. Mathematical models of electric power systems elements. Moskva: Energoizdat, 1982. 312 p. (Rus)
16. Zakariukin V.P., Kriukov A.V., Avdienko I. M. Simulation of traction power supply systems equipped with balancing transformers. Moskva, Berlin: Direkt-Media, 2017. 166 p. (Rus)
17. Kyrenenko O.V., Sehedra M.S., Butkevych O.F., Mazur T.A. Mathematical models in electric power systems. Lviv: Lvivska politekhnika, 2010. 608 p. (Ukr)
18. Veprik Iu.N. Representation of power transformers in mathematical models of electric systems in stationary asymmetrical modes of operation. *Vestnik natsionalnoho tekhnicheskogo universiteta «KhPI»*. 2012. No 28. Pp. 3-11. (Rus)
19. Aleksandrov G.N., Shakirov M.A. Transformers and reactors. New ideas and principles. St.-Petersburg: Polytekhnikeskii Universitet, 2006. 204 p. (Rus)
20. Zirka S.E., Moroz Iu.I., Moroz E.Iu. Model of isotropic electrical steel during magnetization transients. *Tekhnichna elektrodinamika*. 2012. No 4. Pp. 8-12 (Rus)
21. Zeveke G.V. Fundamentals of electrical circuit theory. Moskva: Energiia, 1975. 752 p. (Rus)
22. Pentehov Y.V., Krasnozhan A.V. Universal approximation of magnetization curves of electrotechnical steels. *Elektrotehnika i elektromekhanika*. 2006. No 1. Pp. 66-70. (Rus)
23. DSTU EN 50160:2014. Voltage characteristics of electricity supplied by public electricity networks (EN 50160:2010, IDT). Kyiv: DP "UkrNDNTs", 2014. 32 p. (Ukr)
24. GOST 13109-97. Electric energy. Compatibility of technical means. Standards of quality of electric energy in power supply systems of general purpose, Kiev: Gosstandart Ukrainy, 1999. 32 p. (Rus)
25. Molotilov B.V. Cold Rolled Electrical Steel. Moskva: Metallurgiya, 1989. 168 p. (Rus)
26. Ershevych V.V. Handbook above design of electrical power systems. Moskva: Enerhoatomizdat, 1985. 352 p. (Rus)
27. Sapozhnikov A.V. Design of transformers. Moskva: Gosenergoizdat, 1959. 361 p. (Rus)
30. Zemskyi D.R., Bosyi D.O. Energy Efficient Modes of Distribution Power Supply Systems with Different Vector Group of Transformer. IEEE 6th International Conference on *Energy Smart Systems*. Ukraine, Kyiv, April, 17-19. 2019. Pp. 64-69. DOI: <https://doi.org/10.1109/ESS.2019.8764246>.
28. Bolshev L.N., Smirnov N.V. Tables of mathematical statistics. Moskva: Nauka, 1983. 416 p. (Rus)

Надійшла 24.10.2018  
Остаточний варіант 16.01.2020