

Введение. Предлагаемая задача рассмотрена еще Галилеем, который установил время движения тела по наклонной плоскости под действием силы тяжести. Было установлено, что это время относится к длине пути как время падения с той же высоты.

Без учета сопротивления трению качения этот закон легко выводится из закона свободного падения с применением правила разложения сил.

Очевидно, что общее время скатывания вагона по участку BEA (рис. 1) будет равно времени движения по участкам длиной L_1 и L_2 .

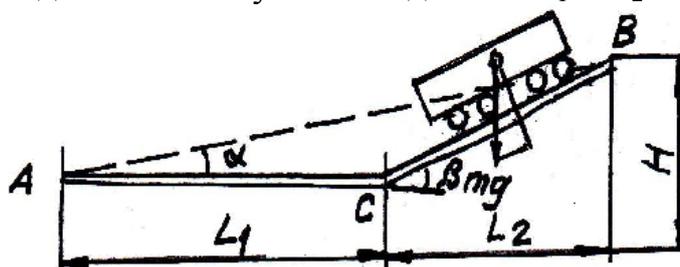


Рис. 1. Расчетная схема

Естественно, что подобная задача решалась ранее, но отсутствие аналитических зависимостей для определения сопротивления качению колеса и в буксах колесных пар не позволяли дать законченное решение этой задачи.

Например, в задаче о движении колесного катка, приведенной в известном учебнике по теоретической механике [1], утверждается, что коэффициент трения качения не зависит от величины реакции, но имеет различные значения для разных материалов. Для стальных бандажа и рельса рекомендуется $k=0,05$ см.

В не менее известном учебнике о подвижном составе поездов [2] сопротивление трению качения колеса рекомендуется определять через удельное сопротивление качению $\omega=0,3\dots 0,4$.

Очевидно, авторам не были известны формулы, полученные Табором [3] которые, правда, требовали определения коэффициента гистерезисных потерь и поэтому не получившие практического применения.

В [4] предложены формулы, в которых коэффициент гистерезисных потерь представлен аналитически, а коэффициент трения качения рекомендуется определять по формулам:

при линейном контакте

$$k = 0,225 \cdot b \cdot e^{-1,2 \cdot R},$$

при точечном контакте

$$k = 0,16 \cdot b \cdot e^{0,2 \cdot R},$$

где b – полуширина пятна контакта, определяемая теорией контактных деформаций Герца [5]; R – радиус тела качения (в метрах).

Отметим, что коэффициент гистерезисных потерь в формулах Табора здесь определяется экспонентой.

Цель исследований. Найти конечную скорость вагона, скатывающегося по сортировочной горке, состоящей (для общности решения) из наклонного и горизонтального участков.

Основной материал исследований. Полуширина пятна контакта между колесом и рельсом при силе давления P , радиусе закругления головки рельса R_p , радиусе колеса R_K [5]

$$b = 1,397 \cdot n_b \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot \cos \beta}{E} \cdot \frac{R_K \cdot R_p}{R_K + R_p}}, \quad (1)$$

где n_b – коэффициент, зависящий от отношения R_K/R_p ; здесь принято равенство модулей упругости материалов колеса и рельса $E_K=E_p=E$, а коэффициент Пуассона принят равным 0,3.

Например, при нагрузке $P=105$ кН, $R_p=300$ мм, $R_K=525$ мм, $[\sigma]=1000$ МПа полуширина пятна контакта $b = 5,5 \cdot \sqrt[3]{\cos \beta}$ мм, $k = 1,25 \cdot \sqrt[3]{\cos \beta}$ мм сопротивление качению колеса составит $W_K = 2000 \cdot \sqrt[3]{\cos \beta}$ Н.

Сопротивление в буксах при подшипниках 2Н32732Г найдем, приведя всю нагрузку к одному ролику не обращая внимания на величину контактных напряжений. Это, как доказано в [6] возможно при нагрузке, на группу тел качения изменяющейся по косинусоидальному закону.

Статическая полуширина пятна контакта условного ролика с внутренней беговой дорожкой

$$b_{BH} = 1,522 \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot \cos \beta}{B \cdot E} \cdot \frac{r_p \cdot r_{дв}}{r_p + r_{дв}}}, \quad (2)$$

где $Q=P/2$ – нагрузка на один подшипник; r_p , $r_{дв}$ – радиусы ролика и внутренней дорожки катания; B – длина ролика.

Между наружной дорожкой и роликом полуширина пятна контакта

$$b_{HP} = 1,522 \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot \cos \beta}{B \cdot E} \cdot \frac{r_p \cdot r_{дн}}{r_p + r_{дн}}}, \quad (3)$$

где $r_{дн}$ – радиус наружной дорожки катания.

Коэффициенты трения качения соответственно составят:

$$\begin{aligned} k_{BH} &= 0,225 \cdot b_{BH} \cdot \exp(-1,2 \cdot r_p), \\ k_{HP} &= 0,225 \cdot b_{HP} \cdot \exp(-1,2 \cdot r_p). \end{aligned} \quad (4)$$

Сопротивление одного подшипника, приведенное к радиусу катания колеса

$$W_1 = \frac{W_H \cdot r_H + W_B \cdot r_B}{R_K}. \quad (5)$$

При $Q=52,5$ кН, $r_B=99$ мм, $r_H=r_B+2\cdot r_P=141$ мм, $b_{BH}=0,393\cdot\sqrt{\cos\beta}$,
 $b_{HP}=0,469\cdot\sqrt{\cos\beta}$; $k_{BH}=0,0884\cdot\sqrt{\cos\beta}$, $k_{BP}=0,1055\cdot\sqrt{\cos\beta}$;
 $W=112\cdot\sqrt{\cos\beta}$ Н.

Если вагон порожний, то $b_{BH}=0,2\cdot\sqrt{\cos\beta}$; $b_{HP}=0,24\cdot\sqrt{\cos\beta}$ мм,
 $k_{BH}=0,045\cdot\sqrt{\cos\beta}$; $k_{HP}=0,054\cdot\sqrt{\cos\beta}$ мм, $W=15,05\cdot\sqrt{\cos\beta}$ Н.

Полное сопротивление движению груженого вагона от трения в буксах и качения колес по рельсам $W_{TP}=W\cdot n_{ПШ}+W_K\cdot n_K=3754\cdot\sqrt{\cos\beta}$ Н, где $n_{ПШ}$ – количество подшипников; n_K – количество колес; для порожнего вагона $W_{TP.П}=570\cdot\sqrt{\cos\beta}$ Н.

Дифференциальное уравнение движения груженого вагона как точки в центре его тяжести при нулевых начальных условиях

$$x=0,5\cdot t^2\cdot(g\cdot\sin\beta-3754\cdot\frac{\cos\beta}{m}), \quad (6)$$

где m – масса вагона.

Скорость вагона в конце спуска (точка E)

$$V_E=\sqrt{2\cdot\sqrt{H^2+L_2^2}\cdot(g\cdot\sin\beta-3754\cdot\sqrt{\cos\beta}/m)}. \quad (7)$$

При движении вагона по прямой AE в качестве начальных условий можно принять $x_1=0$ и $\dot{x}_1=V_E$ тогда

$$V_A=\sqrt{\frac{2\cdot W_{TP}}{m}\cdot(\frac{V_0^2\cdot m}{2\cdot W_{TP}}-L_1)}. \quad (8)$$

Если движение вагона осуществляется по прямой BA , то во всех формулах вместо угла β необходимо поставить α .

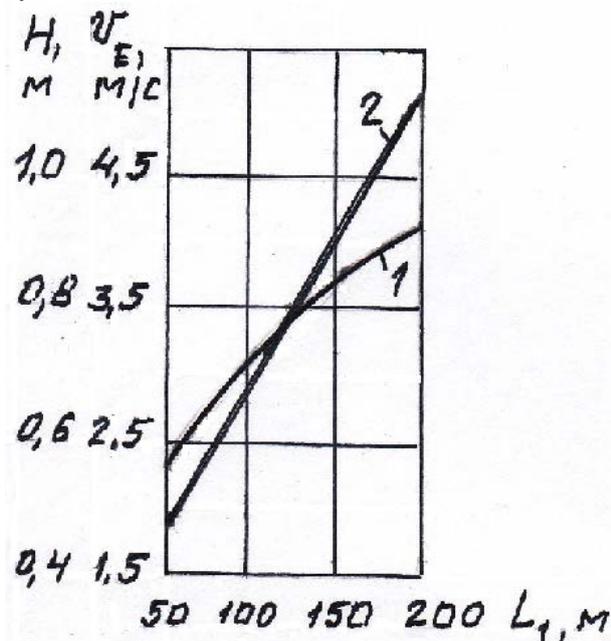


Рис. 2. Зависимости от длины горизонтального участка L_1 скорости V_E (1) при необходимой величине скорости $V_A=0,6$ м/с и высоты H , обеспечивающей заданную скорость (2)

На рис. 2 показаны зависимости от длины L_1 скорости в точке $E(V_E)$ для обеспечения скорости $V_A=0,6$ м/с и высоты H для обеспечения этой скорости при $L_2=40$ м для груженого вагона.

Анализ полученных формул и графиков на рис. 2 позволяет сделать вывод о том, что формулы позволяют выдержать более точно рекомендуемую конечную скорость вагона и необходимые длины сортировочной горки.

Литература

1. Николаи Е.П. Теоретическая механика. В 2 ч. Ч. 2. – М.: Гостехиздат, 1956. – 484 с.
2. Подвижной состав и тяга поездов / Третьяков А.П., Деев В.В., Перов А.А. и др. – М.: Транспорт, 1979. – 368 с.
3. *Tabor D/ The mechanism of rolling friction: the elastic range. – Proc Roy. Soc., 1955. – P. 198.*
4. Бондаренко Л.М. Аналітично – експериментальне визначення коефіцієнта тертя кочення. – Будівництво України. – 2001. - №5. – С. 47-48.
5. Писаренко Г.С. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наук. Думка, 1988. – 736 с.
6. Бондаренко Л.М., Ракша С.В., Брильова М.Г. Уточнення розрахункових схем навантаження груп тіл кочення. – Підйомно – транспортна техніка. – 2003. - №1. – С. 47-52.