

О нормативном расчете тонкостенных стержней на устойчивость по изгибно-крутильной форме

Маневич А¹, Ракша С.В.²

¹Днепропетровский национальный университет,

²Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В.Лазаряна, г. Днепропетровск, Украина

Методика расчета тонкостенных стержней на устойчивость по изгибно-крутильной форме, принятая в СНиП II-23-81, основана на предположении, что соотношение критических сил для изгибной и изгибно-крутильной формы при работе элемента за пределом упругости можно принять таким же, как при работе его в пределах упругости. Такой подход не имеет под собой логической основы. В работе показано, что расчет устойчивости сжатых стержней для изгибно-крутильной формы по СНиП II-23-81, как правило, приводит к значительной ошибке в сторону занижения несущей способности и изложен логически последовательный подход к расчету изгибно-крутильных критических напряжений с учетом пластических деформаций, основанный на использовании "эквивалентной гибкости" для изгибно-крутильной формы.

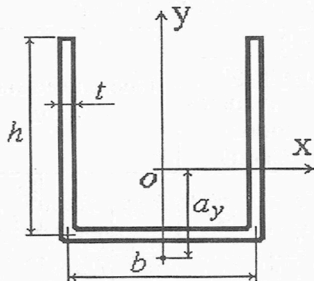


Рис. 1. Профиль стержня

1. Согласно СНиП II-23-81, п. 5.5 [1], [2] центрально сжатые стальные элементы со сплошными стенками открытого П-образного сечения (рис. 1) с соотношением гибкости $\lambda_x < 3\lambda_y$ при отсутствии планок или решеток рекомендуется проверять на изгибно-крутильную устойчивость по формуле

$$\frac{N}{c\varphi_y A} \leq R_y \gamma_c, \quad (1)$$

где N – сжимающая сила; A – площадь поперечного сечения; R_y – расчетное сопротивление стали сжатию по пределу текучести; γ_c – коэффициент условий работы; φ_y – коэффициент продольного изгиба; c – коэффициент, учитывающий снижение критической нагрузки для изгибно-крутильного выпучивания по сравнению с изгибным, в упругой области (относительно оси oy , $c = N_{u,кр.}/N_y$).

В СНиП приведено выражение для определения коэффициента c , основанное на теории В.З.Власова [3], однако оно содержит ошибку, отмеченную в работе [4] (см. также [5]). При вычислении секториального момента инерции по формулам гл. 2, § 1, п. 2 [3] координата центра изгиба П-образного сечения была взята со знаком "–", тогда как формула В.З.Власова была записана в предположении, что эта координата

считается положительной. В результате значения коэффициента c оказались завышенными в 1,5-3 раза [5].

Однако расчеты с исправленным значением коэффициента c показали, что значения допускаемой силы согласно СНиП (по изгибно-крутильному выпучиванию) оказываются противоречащими здравому смыслу. В таблице, взятой из работы [5], приведены результаты расчетов центрально-сжатого П-образного стержня различной гибкости с сечением $h=75$ мм, $b/h=0,5$, $h/t=15$ (параметры соответствуют примеру, приведенному в “Пособии... к СНиП” [2], п. 5.10). Для различных значений гибкости (длины стержня) приведены значения критических сил при изгибном и изгибно-крутильном выпучивании, рассчитанные по формулам Власова для упругого материала [3], допускаемые значения этих сил по СНиП (определялись из выражений $[N_{изг}] = \varphi A R_y \gamma_c$ и $[N_{и.кр}] = c \varphi_y A R_y \gamma_c$), с ошибочным значением коэффициента c и после исправления ошибки. Коэффициенты φ здесь и далее определялись по формулам (8)-(10) [1]; расчетное сопротивление R_y принималось равным 240 МПа). Последние три колонки таблицы поясняются ниже.

Таблица

Критические и допускаемые силы при различной гибкости

Гиб- кость стержня	Расчет по Власову		Расчет по формулам СНиП							Предлагаемый подход		
			Изгибная форма	Изгибно-крутильная форма								
				φ_y	без исправ- лений СНиП	с исправле- ниями СНиП						
λ_y	$N_{изг}$, кН	$N_{и.кр}$, кН	φ	$[N_{изг}]$, кН	c	$[N_{и.кр}]$, кН	c	$[N_{и.кр}]$, кН	$\lambda_{и.кр}$	$\varphi_{и.кр}$	$[N_{и.кр}]$, кН	
40	2330	178	0,936	211	0,893	0,716	144	0,246	49,5	80,8	0,678	153
60	1040	126	0,882	198	0,804	0,728	132	0,319	57,6	107	0,498	112
80	583	101	0,818	184	0,683	0,743	114	0,401	61,6	127	0,380	85,6
100	373	83.1	0,746	168	0,539	0,760	92,2	0,483	58,6	144	0,296	66,5
120	259	69.3	0,641	144	0,415	0,778	72.7	0,558	52.1	161	0,240	54.0

Сравнение допускаемых сил по СНиП с расчетом критических сил в упругой области по Власову для изгибно-крутильной формы показывает, что существующий СНиП (с ошибкой) дает, для гибкостей λ_y , больших 60, несколько завышенное значение допускаемой силы (запас меньше 1), а исправленный СНиП во всех случаях – явно заниженное значение. Так, при гибкости $\lambda_y=40$ и критической силе 178 кН допускаемая сила по СНиП равна 49,5 кН, т.е. запас равен 3,6. Очевидно, что этот результат свидетельствует о некорректности расчетной формулы СНиП.

2. Вернемся к исходной концепции СНиП, к формуле (1). Эта формула “основана на предположении, что соотношение критических сил при работе элемента за пределом упругости принято таким же, как при работе его в пределах упругости” ([2], с. 18). Это предположение принципиально

ошибочно, причем не только для изгибно-крутильного выпучивания, но и для любой формы потери устойчивости. Рассмотрим, например, приведенные в таблице данные для изгибной формы. Отношение критических нагрузок при $\lambda_y=40$ и $\lambda_y=120$ в упругой области равно $2330/259=9$, а то же отношение в упруго-пластической области равно $211/144=1,47$, т.е. отличается более, чем в 6 раз. Отношение критических нагрузок в упруго-пластической области равно отношению коэффициентов φ , а эти коэффициенты с уменьшением гибкости возрастают значительно медленнее, чем критические нагрузки для упругих стержней.

Подход, заложенный в СНиП, эквивалентен предположению о пропорциональности коэффициента φ эйлеровым критическим напряжениям σ_y , что, конечно, неверно. Зависимость φ (σ^*), где $\sigma^*=(\sigma_y/E) \cdot 10^3$ (множитель 10^3 введен для удобства) представлена на рис. 2 для стали с расчетным сопротивлением $R_y=240$ МПа.

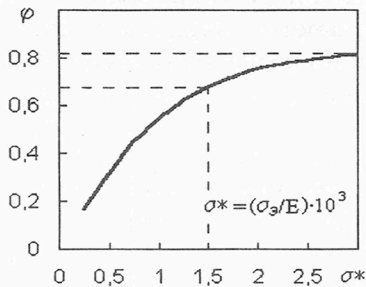


Рис. 2. Зависимость коэффициента продольного изгиба от безразмерных эйлеровых напряжений для стали с расчетным сопротивлением $R_y=240$ МПа

3. Логически последовательный подход к расчету критических напряжений изгибно-крутильной формы в упруго-пластической области должен основываться на введении "эквивалентной" гибкости для изгибно-крутильной формы $\lambda_{u.kp}$, связанной с изгибно-крутильными критическими напряжениями формулой

$$\sigma_{u.kp} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{u.kp}^2}, \quad (3)$$

Эта зависимость сильно нелинейна. Она получена из зависимости $\varphi(\lambda)$, заданной таблицами СНиП, с учетом связи между гибкостью λ и эйлеровым критическим напряжением σ_y

$$\frac{\sigma_y}{E} = \frac{\pi^2}{\lambda^2}. \quad (2)$$

Таким образом, подход, рекомендуемый СНиП, основан на ошибочном предположении. Та описка, которая оказалась в СНиП, замаскировала эту принципиальную ошибку, и она осталась незамеченной.

По этой гибкости следует определять коэффициент $\varphi_{u.kp}$ для этой формы с использованием той же зависимости $\varphi(\lambda)$, что и для изгибной формы. При этом расчетная формула будет иметь вид

$$\frac{N}{\varphi_{u.kp} A} \leq \gamma_c R_y. \quad (4)$$

Предлагаемый подход основывается, по сути, на допущении, что коэффициент снижения допускаемых напряжений φ для изгибно-крутильной формы можно определять по той же кривой, что получена для изгибной формы. Достаточно очевидные физические соображения позволяют считать такое предположение не только оправданным, но и обеспечивающим дополнительный запас устойчивости.

Гибкости для изгибной и изгибно-крутильной формы связаны между собой соотношением

$$\lambda_{u.kp} = \frac{\lambda_y}{\sqrt{c}}. \quad (5)$$

Различие между подходом СНиП и предлагаемым подходом иллюстрирует рис. 3, на котором построены эйлерова кривая σ_y^* и кривая "допускаемых напряжений" $[\sigma^*]$ для стального стержня с расчетным сопротивлением $R_y=240$ МПа, определенная по коэффициенту φ .

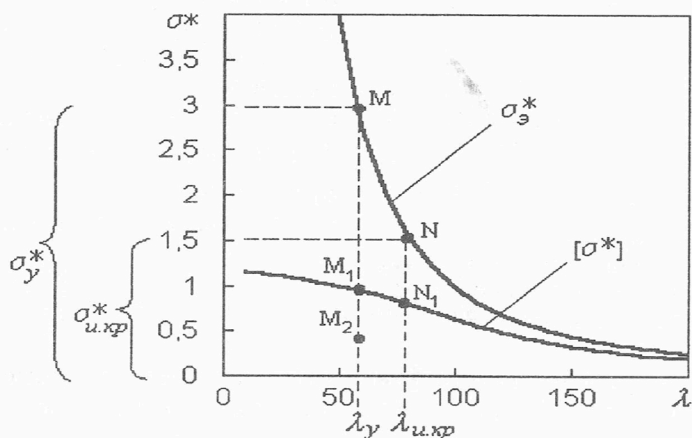


Рис. 3. Сравнение различных подходов к определению допускаемых напряжений для изгибно-крутильной формы

Пусть точка M отвечает эйлеровому критическому напряжению σ_y^* , определенному по гибкости λ_y (на рис. 3 взяты данные из примера, приведенного в предыдущем параграфе).

Критическое напряжение изгибно-крутильной формы $\sigma_{u.kp}^*$ определяет точку N на эйлеровой кривой. Гибкость, соответствующая точке N , является эквивалентной гибкостью для изгибно-крутильной формы $\lambda_{u.kp}$.

Подход, рекомендуемый СНиП, соответствует определению вначале точки M_1 (по коэффициенту φ), а затем точки M_2 (умножение ординаты точки M_1 на c). В предлагаемом подходе допускаемое напряжение для изгибно-крутильной формы определяется точкой N_1 , а не точкой M_2 .

В таблице в последней колонке приведены результаты расчетов по предлагаемому подходу. Сравнение третьей колонки (критические силы для изгибно-крутильного выпучивания в упругой области) с последней колонкой (допускаемые значения силы) показывает, что во всех случаях получаются разумные значения допускаемой силы для изгибно-крутильной потери устойчивости (запасы примерно такие же, как и для изгибной формы).

Литература

1. СНиП II-23-81. Строительные нормы и правила. Часть 2. Нормы проектирования. Глава 23. Стальные конструкции. – М.: Госстрой СССР, 1990. – С. 9-10.
2. Пособие по проектированию стальных конструкций (к СНиП II-23-81* "Стальные конструкции")/ ЦНИИСК им. Кучеренко Госстроя СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 148 с.
3. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. – М.: Физматгиз, 1959. – 568 с.
4. Грабинский Н.Г. К вопросу о проверке на устойчивость тонкостенных стержней открытого профиля по СНиП II-23-81 // Известия вузов. Строительство. – 1992. – № 9, 10. – С.112-115.
5. Маневич А.И., Ракша С.В. О расчете по СНиП II-23-81 тонкостенных стержней на устойчивость по изгибно-крутильной форме // Известия вузов. Строительство. – 2000. – №12. – С. 119-123.