МПС СССР

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

БАРДЗИЛОВСКИЙ В. П.

На правах рукописи.

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ КРИВЫХ НЕОДНОРОДНЫХ БРУСЬЕВ

(специальность № 022 — сопротивление материалов и строительная механика)

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель доктор технических наук, профессор АБРАМОВ В. В.

Днепропетровск,
1968

МПС СССР

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

БАРДЗИЛОВСКИЙ В. П.

На правах рукописи.

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ КРИВЫХ НЕОДНОРОДНЫХ БРУСЬЕВ

(специальность № 022 — сопротивление материалов
и строительная механика)

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель доктор технических наук, профессор
АБРАМОВ В. В.

Днепропетровск,
1968

Работа выполнена в Запорожском машиностроительном институте имени В. Я. Чубаря.

Научный руководитель — доктор технических наук, профессор **АБРАМОВ В. В.**

Официальные оппоненты:

Доктор технических наук, профессор **ВОЛСКИЙ М. И.**

Кандидат технических наук, доцент **БАРБАС И. Г.**

Ведущее предприятие: Запорожский проектно-конструкторский технологический институт.

Автореферат разослан « 7 » сентября 1968 г

Защита диссертации состоится « 10 » октября 1968 г. на заседании совета Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта.

Адрес: г. Днепропетровск, 10, ул. Университетская, 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь совета, доцент

РАДЗИХОВСКИЙ Ю. А.

Большое число элементов конструкций, используемых в машиностроении, могут быть отнесены к кривым брусьям. Это крюки, скобы, элементы конструкции транспортных и сельскохозяйственных машин, пружины, кольца и т. д.

Для их изготовления применялись однородные материалы. Однако, во многих случаях возрастающие требования, предъявляемые к продукции машиностроения в настоящее время, уже не могут быть удовлетворены при использовании только однородных материалов.

Существенным моментом технического прогресса в настоящее время является умение «...экономично создавать материалы и вещества, удовлетворяющие требованиям различных производств». (Доклад М. В. Келдыша на XXIII съезде КПСС).

Одним из методов решения указанной задачи является создание композиционных материалов. Так уже в настоящее время композиционные материалы, в частности, биметаллы, используются для изготовления элементов конструкций в судостроении, для изготовления подшипников скольжения, элементов терморегулирующих устройств, труб, применяемых в химическом машиностроении.

Все шире применяются нелинейно упругие материалы типа пластмасс.

Армирование конструкционных материалов является эффективным средством повышения механических свойств изделий. Именно «...создание композиционных армированных материалов позволит выйти на значительно более высокий уровень прочности и жаростойкости». (Доклад М. В. Келдыша на XXIII съезде КПСС).

В этом плане необходимо отметить большую важность теоретического решения задач по определению напряжений в элементах конструкций, выполненных из композиционных материалов, так как только на их основе металлургия может получить параметры будущих материалов (соотношение толщин, размещение арматуры), обеспечивающих наиболее эффективное использование несущей способности компонентов.

Задача по исследованию напряженного состояния неоднородных брусьев возникает не только в случае, когда материал брусьев состоит из различных компонентов (биметаллы, армированные пластмассы и т. п.). Такая же задача возникает при исследовании напряженного состояния кривых брусьев, выполненных из однородного материала, но подверженных действию температурного поля. Как известно, механические свойства конструкционных материалов (модуль упругости Е, коэффициент линейного расширения α, характеристики прочности $\sigma_т$, $\sigma_в$ изменяются в зависимости от температуры нагрева материала. И в тех случаях, когда по сечению бруса имеет место значительный перепад температур, пренебрежение изменением механических свойств может привести к значительным ошибкам при определении напряжений в реальных деталях.

Задача такого рода возникла, например, при проектировании оптимальной формы бандажей чугунных изложниц. В качестве одного из решений задачи увеличения упругой деформации бандажа, необходимой для нормальной совместной работы бандажа и изложницы, была предложена гофрированная конструкция последнего. При такой конструкции бандажа участок гофра может быть рассмотрен как неоднородный брус большой кривизны, подверженный действию температурных и механических нагрузок.

В связи с отсутствием достаточно полной разработки вопросов как упругого, так и упруго-пластического расчетов, в реферируемой работе и рассмотрены некоторые задачи упругого и упруго-пластического нагружения кривых неоднородных брусьев.

Диссертационная работа состоит из трех глав. В первой главе рассматриваются задачи упругого нагружения кривых брусьев.

Приведенный в начале главы литературный обзор показывает, что задаче упругого расчета кривых брусьев посвящено большое количество работ различных авторов (Головин Х. С., Демидов С. П., Космодемьянский Д. С., Берман М. Э. Полищук Ю. М., Чистов Д. И., Янушевич Е. С., Деркач В. Ф., Лехницкий С. Г Boley V Myers S., Ghosh F Nakamura K., Anderson C)

Однако, некоторые задачи не имеют достаточно полного решения в настоящее время. Среди них можно назвать следующие задачи:

1. Задача чистого изгиба кривых брусьев, выполненных из композиционного материала, сечения которых имеют переменную ширину.

2. Задача поперечного изгиба кривых неоднородных брусьев переменной ширины.

3. Задача по определению температурных напряжений в кривых неоднородных брусьях большой кривизны.

4. Задача по определению напряжений в неоднородных кривых брусьях при совместном действии механических и температурных нагрузок.

Приведенные выше задачи в принципе могут быть решены как точными методами теории упругости, так и приближенными методами сопротивления материалов.

Использование первого метода является предпочтительным, однако существующие точные решения показывают, что сложность решения возрастает значительно при незначительном усложнении типа сечения, как с точки зрения механических свойств, так и геометрии сечения.

Более широкий круг задач может быть решен с использованием различных приближенных методов, в частности, экспериментально-теоретического метода, предложенного профессором Абрамовым В. В. в работе «Остаточные напряжения и деформации в металлах» (Машгиз, 1963 г.).

Правомерность той или иной упрощающей гипотезы может быть определена путем сравнения приближенного решения с точным решением методами теории упругости. Так, например, сравнение точного и приближенного решений задачи чистого изгиба кривых однородных брусьев постоянной ширины подтвердило правомерность использования гипотезы плоских сечений, позволяющей значительно упростить решение.

Аналогичный прием при исследовании напряженного состояния кривых брусьев, выполненных из неоднородных материалов, был невозможен в виду отсутствия точного решения данной задачи. В связи с этим в первой главе приводится решение задачи чистого изгиба кривого бруса постоянной ширины, модуль упругости которого меняется по закону $E = E_0 r^n$ выполненное методами теории упругости.

В этом случае используется уравнение неразрывности в виде:

$$\frac{d^2\varepsilon_\theta}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} - \frac{1}{r}\frac{d\varepsilon_r}{dr} = 0 \qquad (1)$$

Основное дифференциальное уравнение задачи будет:

$$r^4 \frac{d^4\varphi}{dr^4} + 2(1-n)r^3 \frac{d^3\varphi}{dr^3} + \left[n(n+\mu)-(n+1)\right]r^2 \frac{d^2\varphi}{dr^2} + (n+1)(1+\mu n)r \frac{dr}{d\varphi} = 0 \quad (2)$$

Как частный случай, при $n=o$ получаем дифференциальное уравнение известной задачи Головина для однородного бруса:

$$r^4 \frac{d^4\varphi}{dr^4} + 2r^3 \frac{d^3\varphi}{dr^3} - r^2 \frac{d^2\varphi}{dr^2} + r \frac{dr}{d\varphi} = 0$$

При $n=2$ и $\mu=0{,}5$ уравнение (2) имеет вид:

$$r^4 \frac{d^4\varphi}{dr^4} - 2r^3 \frac{d^3\varphi}{dr^3} + 2r^2 \frac{d^2\varphi}{dr^2} = 0 \quad (3)$$

Компоненты напряжений σ_r и σ_θ определятся из выражений:

$$\sigma_\theta = C_1 r^2 + C_2 r$$

$$\sigma_r = \frac{C_1}{3} r^2 + \frac{C_2}{2} r + \frac{C_3}{r} \quad (4)$$

Постоянные C_1, C_2, C_3 определяются из обычных граничных условий.

Получение решения для различных значений n и μ затруднено в виду сложности решения основного уравнения данной задачи (2).

Более универсальное решение можно получить, используя метод, предложенный Берманом М. Э. («Расчеты на прочность, Машиностроение», выпуск 11, 1963 г.).

В этом случае при выводе уравнения неразрывности деформации используется гипотеза плоских сечений.

Полученное общее решение задачи чистого изгиба кривых брусьев, модуль упругости материала которых меняется по закону $E=E_0 r^n$ а ширина меняется по закону $c=C_0 r^m$ позволяет получить решение для любых значений n, m μ

Как частный случай, при $n=o$ можно получить решение Бермана М. Э.

При $m=o$ можно получить решение задачи чистого изгиба кривых брусьев постоянной ширины с переменным модулем упругости.

Сравнение этого решения с решением полученным ранее (4) показало их тождественность.

Таким образом, использование гипотезы плоских сечений для исследования напряженного состояния кривых неоднородных брусьев при постоянном коэффициенте Пуассона μ приводит к аналогичным результатам, полученным на основании точного решения методами теории упругости.

Приближенное решение задачи на основе использования экспериментально-теретического метода может быть осуществлено для кривых брусьев с любым, в том числе и скачкообразным законом изменения модуля упругости материала и ширины поперечного сечения бруса.

В случае действия только механических нагрузок напряжения определяются по формуле:

$$\sigma_\theta = \left[\frac{P}{R_0} + \left(-y + \frac{R_1}{R_0} \right) \frac{1}{\rho} \right] \lambda E$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{-P\left(a + \frac{R_1}{R_0}\right) R_0}{(R_1)^2 - R_2 R_0} \qquad (5)$$

где:
$$R_j = \int_F E \lambda y^j dF, \quad (j = 0, 1, 2)$$

Функция $\lambda = f(y)$ для кривого бруса по предложению многих авторов имела различный вид. Так, например, Навье и Бресс полагали, что деформация ε_θ по высоте сечения кривого бруса распределяется по линейному закону, что соответствует принятию функции $\lambda = 1$. Однако, экспериментальные данные, полученные при определении напряжений в брусьях большой кривизны не подтвердили этой гипотезы.

Следующей аппроксимацией закона распределения ε_θ была аппроксимация Винклера, который предположил, что деформация ε_θ распределяется по высоте сечения кривого бруса по гиперболическому закону, что равносильно принятию функции $\lambda = f(y)$ в виде:

$$\lambda = \frac{a}{a+y} \qquad (6)$$

где: a — радиус внутренней поверхности кривого бруса,
y — координата точки поперечного сечения бруса.

Точное решение задачи чистого изгиба кривых брусьев прямоугольного поперечного сечения (Головин Х. С.) показало, что между решением на основе гипотезы Винклера и точным решением имеются некоторые расхождения, хотя и значительно меньшей величины, чем расхождения между точным и решением на основе гипотезы Навье-Бресса.

Повысить точность определения напряжений в кривых брусьях можно с использованием экспериментально-теоретического метода, на основе которого вид функции $\lambda = f(y)$ не постулируется, а определяется из эксперимента или на основе точного решения.

В данном случае возможно использование точного решения Головина Х. С., на основании которого функция $\lambda = f(y)$ имеет вид:

$$\lambda = \frac{A+By}{A+Dy} \quad A = \frac{a}{b-a}; \; B = \frac{0{,}0893}{b-a}, \; D = \frac{1{,}2312}{b-a} \qquad (7)$$

где: a — радиус внутренней поверхности кривого бруса,
в — радиус наружной поверхности кривого бруса,
y — координата точки поперечного сечения бруса.

Аппроксимация функции $\lambda = f(y)$ и определение ее аналитического вида проводилось с помощью ЭЦВМ «Промінь»

С использованием функции $\lambda = f(y)$ в виде (7) возможен некоторый учет влияния напряжений σ_r на величину деформаций ε_θ, что приводит в конечном счете к увеличению точности определения напряжений σ_θ по всей высоте поперечного сечения.

Универсальность формулы (5) позволили просто определить все компоненты напряжения.

С использованием функции Эри компоненты напряжения σ_θ, σ_r и $\tau_{r\theta}$ могут быть выражены следующим образом:

$$
\begin{aligned}
&\sigma_\theta=\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}; \qquad \sigma_r=\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\,\partial\theta} \\
&\tau_{r\theta}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial\varphi}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\,\partial\theta}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Определив на основании формулы (5) и соотношений (8) функцию φ, получим следующие выражения для определения напряжений при поперечном изгибе кривых неоднородных брусьев переменной ширины:

$$
\begin{aligned}
&\sigma_r=\frac{1}{C(y)(a+y)^2}\left[S(aK_0+K_1)-\frac{1}{\rho}(aK_1+K_2)\right]\sin\theta \\
&\tau_{r\theta}=\frac{1}{C(y)(a+y)^2}\left[S(aK_0+K_1)-\frac{1}{\rho}(aK_1+K_2)\right]\cos\theta
\end{aligned}
\tag{9}
$$

где:

$$
S=\left(\frac{P}{R_0}+\frac{R_1}{R_0}\frac{1}{\rho}\right); \qquad K_j=\int_{F_y}E\lambda y^j\,dF \quad (j=0,1,2)
$$

$C(y)$ — ширина сечения на уровне точки с координатой y.

$F(y)$ — площадь части сечения до точки с координатой y.

Аналогичным образом может быть получена формула и для чистого изгиба кривых неоднородных брусьев переменной ширины.

При определении температурных напряжений в неоднородных брусьях методика расчета, приведенная в работе «Остаточные напряжения и деформации», дополняется учетом влияния изменения кривизны продольных слоев бруса вследствие изменения поперечных размеров бруса при нагреве. Указанное уточнение становится существенным для брусьев большой кривизны $\left(\beta=\frac{в}{a}>3\right)$. Формулы для определения напряжений имеют вид:

$$\sigma_\theta=\left[-\delta+\frac{R_\delta}{R_0}\lambda+\left(-y+\frac{R_1}{R_0}\right)\frac{1}{\rho}\lambda+k\lambda\right]E$$

$$\frac{1}{\rho}=\frac{-R_\delta R_1+R_{\delta_1}R_0}{(R_1)^2-R_2R_0} \qquad (10)$$

где:

$$k=\frac{1}{a}\int_0^y \delta dy \qquad \delta=\alpha t;\quad \lambda=\frac{a}{a+y}$$

$$R_\delta=\int_F E\delta dF-\int_F Ek\lambda dF. \qquad R_{\delta_1}=\int_F E\delta y dF-\int_F Ek\lambda y dF$$

α — коэффициент линейного расширения материала.

Для определения напряжений σ_θ при действии как механических, так и температурных нагрузок, имеем:

$$\sigma_\theta=\left[-\delta+\frac{P+R_\delta}{R_0}\lambda+\left(-y+\frac{R_1}{R_0}\right)\frac{1}{\rho}\lambda+k\lambda\right]E$$

$$\frac{1}{\rho}=\frac{-P\left(a+\frac{R_1}{R_0}\right)R_0-R_\delta R_1+R_{\delta_1}R_0}{(R_1)^2-R_2R_0} \qquad (11)$$

В случае, если аналитический вид законов изменения c, t, E, α неизвестен, коэффициенты R_j K_j, R_δ R_{δ_i} определяются в виде сумм.

Полученные решения были применены для исследования напряженного состояния в шайбах и толстостенных цилиндрах, подверженных действию стационарного температурного поля, для решения задачи проектирования равнопрочных брусьев (в смысле равенства напряжений на внутренней и внешней поверхностях брусьев).

Решение (10, 11) позволяет решать задачи по определению температурных напряжений в неоднородных брусьях при неустановившемся температурном поле. В этом случае процесс нагружения разбивается по времени на ряд малых этапов, в пределах которых температурное поле предполагается постоянным. Полная картина распределения напряжений получается путем соответствующего суммирования результатов на каждом этапе.

Полученные решения являются приближенными. Для оценки их точности были поставлены эксперименты, а также проведено сравнение с существующими точными решениями.

Эксперимент производился на специально изготовленных биметаллических образцах (сталь-бронза). Напряжения определялись в опасном сечении образцов при помощи проволочных тензодатчиков при действии как механических (поперечный изгиб), так и температурных нагрузок ($t=const$).

Для следующих задач было проведено сравнение точного и приближенного решений:

1. Задача чистого изгиба кривых брусьев $E=const$, $c=const$.
2. Задача поперечного изгиба кривых брусьев $E=const$, $c=const$.
3. Задача чистого изгиба кривых брусьев $E=const$, $c=C_0r^m$
4. Задача чистого изгиба кривых брусьев $E=E_0r^n$, $c=const$.
5. Задача поперечного изгиба кривых брусьев $E=E_0r^n$, $c=const$.
6. Температурная задача для кривых брусьев $E=const$, $c=const$.
7. Температурная задача для шайб $E=const$, $c=const$.

Результаты экспериментов и проведенное сравнение точных и предлагаемых приближенных решений позволяет сделать следующие выводы.

1. Предлагаемые решения имеют универсальный характер, сочетающийся с простотой проведения практических расчетов.

2. Простота решения не приводит к значительным погрешностям при расчете. Так при определении максимальных напряжений σ_θ по сечению кривого бруса при чистом изгибе погрешность не превышает величины 3% (для $\beta \leqslant 3$). При определении максимальных напряжений в условиях поперечного изгиба аналогичная погрешность не превышает величины 5 %.

3. При определении температурных напряжений в однородных кривых брусьях постоянной ширины в случае линейного $t = T_0\left(\frac{y}{h}\right)$ и квадратичного $t = T_0\left(\frac{y}{h}\right)^2$ законов распределения температуры погрешность при определении максимальных напряжений не превышает 3% и 6% соответственно при $\beta = 3$.

4. При определении напряжений в однородных шайбах (цилиндрах) при стационарном температурном поле аналогичная погрешность не превышает 10%.

5. При определении напряжений в неоднородных кривых брусьях погрешность приближенного решения имеет величину того же порядка, что и для однородных брусьев, в случае, если коэффициенты Пуассона компонентов приблизительно одинаковы.

6. Универсальность и простота полученных решений позволяют решать задачи оптимального проектирования элементов конструкций типа кривых брусьев, выполненных из неоднородных материалов.

Во второй главе рассматриваются задачи упруго-пластического нагружения кривых брусьев.

Литературный обзор упруго-пластических решений, приведенный в начале главы, показывает, что в настоящее время выполнены решения сравнительно узкого круга задач. В достаточной мере разработаны лишь задачи упруго-пластического нагружения кривых однородных брусьев прямоугольного поперечного сечения, выполненных из идеально пластичного материала. (Малинин Н. Н. Свида В. С., Eason G., March S., Shaffer B., House R., Shepherd W., Gaydon F.),

Этот факт объясняется трудностью получения точного решения для определения напряжения как в упругой стадии нагружения, так и в пластически деформируемых зонах поперечного сечения.

Расширение круга задач за счет упрощения решения для пластически деформируемых зон поперечного сечения брусьев проводилось в основном при помощи использования условия текучести в форме:

$$\sigma_\theta = \pm \sigma_T \qquad (12)$$

где σ_θ^n — напряжение в пластически деформируемых зонах поперечного сечения бруса.

$\sigma_т$ — напряжение предела текучести материала бруса.

При таком подходе представляется возможным проведение упруго-пластических расчетов для брусьев различных поперечных сечений, выполненных как из идеально пластичных, так и из упрочняющихся материалов. (Маликов Г Ф., Свида В. С., Степанов Е. П., Phillips A.),

Проведенный литературный обзор позволяет отметить следующие задачи, которые не нашли достаточно полного освещения в настоящее время:

1. Задача чистого упруго-пластического изгиба кривых брусьев переменной ширины, выполненных из идеально пластического материала.

2. Задача чистого упруго-пластического изгиба кривых неоднородных брусьев.

3. Задача поперечного упруго-пластического изгиба кривых неоднородных брусьев.

4. Задача упруго-пластического нагружения кривых неоднородных брусьев с учетом реальных свойств деформируемых материалов.

Решение указанных задач и представляет содержание второй главы.

Задача чистого изгиба кривых брусьев переменной ширины, выполненных из идеально пластичного материала решается методами теории пластичности. В задаче рассматривается кривой брус, ширина которого меняется по закону $c = Cr_0{}^m$. При определении напряжений в упругой стадии нагружения используется решение Бермана М. Э. При определении напряжений в пластических зонах сечения используется условие пластичности Треска-Сен-Венана. В задаче рассматриваются только малые пластические деформации, в связи с чем представляется возможным пренебречь изменением размеров поперечного сечения бруса.

Полученное решение позволило отметить следующее. Во-первых, решение конкретной задачи, особенно при наличии двух зон пластичности возможно только с использованием ЭВМ. Однако, решение носит специфический характер, определяемый видом зависимости $c = f(r)$, что затрудняет составление универсальной программы для ЭВМ.

Во-вторых, величина момента полной пластичности кривого бруса $M^п$ составляет приблизительно 93—94% величины момента полной пластичности прямого бруса, имеющего то же поперечное сечение. Последнее заключение совпадает с выводом Малинина Н. Н. («Расчеты на прочность, машиностроение». Выпуск 12-й. 1966 г.).

Для некоторых задач исследование напряженного состояния в пластически деформируемых зонах сечения не представляет большой трудности. Однако, в виду отсутствия точного решения соответствующей задачи в упругой стадии нагружения, не представляется возможным получить точное решение при наличии как упруго, так и пластически деформированных зон по сечению бруса.

К таким задачам относится и задача чистого упруго-пластического изгиба кривых брусьев трапецеидального поперечного сечения. Решение данной задачи в упругой стадии нагружения, полученное Nakamura K., имеет громоздкий характер, не удобный для использования в упруго-пластическом расчете.

Использование обычных методов сопротивления материалов как для определения напряжения в упругой, так и в пластических зонах сечения (условие пластичности в форме (12)), позволяет решить данную задачу. Однако, при таком решении допускается значительная ошибка при определении напряжений в пластических зонах.

Экспериментально-теоретический метод позволяет решить эту задачу с большей точностью в виду возможности учета влияния σ_r на величину σ_θ в пластических зонах сечения.

Общая формула для определения напряжений σ_θ без учета упрочнения материала в упруго-пластической стадии нагружения имеет вид:

$$\begin{gathered} \sigma^{y} = \left[-\frac{K_0}{S_0} - \left(-y + \frac{S_1}{S_0}\right)\frac{1}{\rho}\right]\lambda E \\ \sigma^{п} = \sigma^{пл} \\ \frac{1}{\rho} = \frac{-M_0 S_0 - K_1 S_0 + K_0 S_1}{(S_1)^2 - S_2 S_0} \end{gathered} \qquad (13)$$

где $S_j = \int\limits_{F_{уп}} E\lambda y^j dF \; (j=0,1,2); \quad K_j = \int\limits_{F_{пл}} \sigma^{пл} y^j dF \; (j=0,1)$

$F_{пу}$ — площадь упруго деформированной части сечения.

$F_{пл}$ — площадь пластически деформированной части сечения.

Напряжение $\sigma^{пл}$, входящее в формулу (13), представляет собой напряжение σ_θ в пластических зонах сечения. Оно может быть определено из условия текучести Треска-Сен-Венана, или без учета влияния σ_r из условия текучести в форме (12).

В случае использования условия текучест Треска-Сен-Венана напряжения $\sigma_\theta^{пл}$ в пластических зонах сечения бруса определится из совместного решения уравнений равновесия и условия текучести:

$$\sigma_{max} - \sigma_{min} = \sigma$$

В случае использования условия текучести в форме (12) возможно решение значительно более широкого круга задач.

В частности, могут быть решены задачи упруго-пластического нагружения неоднородных брусьев (гл. 2, § 6) произвольного поперечного сечения, имеющего одну ось симметрии. Могут быть решены также задачи с учетом упрочения материала по линейному закону.

На основе экспериментально-теоретического метода возможен также упруго-пластический расчет с учетом реальной диаграммы деформирования материалов бруса.

В этом случае расчет кривого бруса, выполненного из однородного материала, нагруженного упруго-пластически, сводится к расчету неоднородного кривого бруса, нагруженного упруго.

Расчет производится по формулам:

$$\sigma^y = \left(-y + \frac{V_1}{V_0}\right)\frac{1}{\rho}\lambda E$$

$$\sigma_i^n = \left(-y + \frac{V_1}{V_0}\right)\frac{1}{\rho}\lambda E_i' \qquad (14)$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{-M_0 V_0}{(V_1)^2 - V\,V_0}$$

Упругие свойства i-го пластически деформированного слоя материала бруса оцениваются приведенным модулем упругости E_i, определяемым из реальной диаграммы деформирования материала по формуле:

$$E_i' = \frac{G_i^g}{\varepsilon_i^y}$$

где ε_i^y — деформация i-го слоя, определенная из упругого расчета;

$\sigma_i^д$ — напряжение, соответствующее данной деформации, определяемое из реальной диаграммы деформирования материала.

При проведении упруго-пластических расчетов с использованием экспериментально-теоретического метода определение координат границ разделов упругой и пластической областей производится методом последовательных приближений из условия выполнения непрерывности функции ε_0 по высоте поперечного сечения.

Графоаналитический метод расчета (14) может быть использован для упругого расчета нелинейно упругих материалов.

Предлагаемая методика упруго-пластического расчета позволяет учитывать неравнопрочность материала бруса, а также влияние эффекта Баушингера.

Остаточные напряжения определяются на основании теоремы об упругой разгрузке.

В главе 2 § 6 показано, что в случае композиционных материалов пластические деформаци могут иметь место не только при нагрузке, а и при разгрузке. Пренебрежение этим фактам приводит к значительным погрешностям при определении величины остаточных напряжений.

В третьей главе проводятся результаты экспериментального исследование точности предлагаемой методики расчета кривых брусьев в упруго-пластической стадии нагружения.

В процессе эксперимента определялась величина нагрузки полной пластичности, а также величина деформаций в опасном сечении брусьев при поперечном изгибе.

Для определения нагрузки полной пластичности использовались кольцеобразные брусья прямоугольного и трапецеидального сечений. ($a=85$ мм и $в=170$ мм). Для определения деформаций использовались подковообразные брусья больших размеров. Брусья изготавливались из сталей 10Г2С1 и Ст3

Деформации измерялись в опасном сечении брусьев на внутренней и внешней поверхностях при помощи тензометров Гугенбергера (база $l_0 = 20$ мм).

Величина предельной нагрузки определялась по резкому возрастанию показаний тензометра, установленного со стороны внешних волокон.

Величина деформации на поверхностях подковообразных брусьев контролировалась в течение всего процесса нагрузки и разгрузки, что позволило определить не только величину остаточных деформаций в местах установки тензометров, а и величину остаточных напряжений.

Повторные нагружения образцов проводились после высокого отжига ($t=900°C$, $\tau=2$ час).

Результаты эксперимента показали достаточную стабильность показаний при нагружении как в упругой, так и в упруго-пластической стадиях нагружения.

В результате эксперимента было установлено, что расхождение предельных нагрузок не превысило величины 15% от величины, определенной на основании экспериментально-теоретического метода.

Проведенное теоретическое и экспериментальное исследование задач упруго-пластического нагружения кривых брусьев позволяет сделать следующие выводы.

1. Точное решение задач упруго-пластического нагружения кривых брусьев переменной ширины имеет сложный вид и может быть осуществлено только с использованием ЭВМ. Однако, составление типовых программ для ЭВМ предоставляется затруднительным в виду специфичности вида решения, определяемой характером зависимости $c=f(r)$.

2. Экспериментально-теоретический метод позволяет в достаточно простой форме решать задачи упруго-пластического нагружения кривых брусьев произвольного поперечного сечения, имеющего одну ось симметрии.

3. С использованием предлагаемой методики расчета возможен для некоторых задач учет влияния σ_r на величину σ_θ в пластических зонах сечения. В частности, это позволило ре-

шить задачу чистого упруго-пластического изгиба кривых брусьев трапецеидального сечения, выполненных из идеально пластичных материалов.

4. Предлагаемая методика расчета позволяет решать задачи упруго-пластического нагружения для неоднородных брусьев.

5. С использованием экспериментально-теоретического метода представляется возможным учитывать реальные свойства материалов, т. е. проводить расчеты на основе реальной диаграммы деформирования материалов.

6. Простота упруго-пластических расчетов на основе экспериментально-теоретического метода сочетается с универсальностью предлагаемой методики расчета. Это позволяет широко использовать ЭВМ при решении большого круга задач, связанных с учетом как особенностей геометрии поперечного сечения бруса, так и механических характеристик материала бруса.

7 Сравнение решения на основе предлагаемой методики и точных решений задач чистого изгиба кривых брусьев прямоугольного, поперечного сечений в постановке плоского напряженного состояния и плоской деформации показали, что погрешность экспериментально-теоретического метода при проведении упруго-пластических расчетов является величиной того же порядка, что и при проведении упругих расчетов.

8. Экспериментальное исследование показало, что и в случае поперечного изгиба предлагаемая методика расчета позволяет достаточно точно исследовать развитие пластических деформаций по сечению бруса и определять величину предельных нагрузок.

Материалы диссертационой работы опубликованы в следующих работах:

1. **Бардзиловский В. П.** «Упруго-пластический изгиб кривых брусьев». В сб. «Упругопластическая деформация биметаллистических элементов конструкций». Под ред. проф. Абрамова В. В. Изд. ХГУ, г. Харьков, 1968 г.

2. **Бардзиловский В. П.** «Анализ точности экспериментально-теоретического метода». (Там же).

3. **Абрамов В. В., Бардзиловский В. П.** «Поперечный изгиб кривых неоднородных брусьев». (Республиканская межвузовская конференция по машинострению. Запорожье, 1967 г.).

4. **Абрамов В. В., Бардзиловский В. П.** и др. «Исследование напряжений в пластинах сложной формы». (Там же).

Диссертационная работа доложена:

1. На отчетной научно-технической конференции Запорожского машиностроительного машиностроительного института ского машиностроительного института 17 III. 1968 г.

2. На научном семинаре Горьковского института инженеров водного транспорта. 22. III. 1968 г.

3. На научном семинаре Воронежского технологического института 27 III. 1968 г.

Сдано в набор 11-VII-68 г. Подписано к печати БЕ 04374. 23-VII-68 г. Формат бумаги 60×84/16. Объем 1,25 п. л.
Заказ № 2178. Тираж 200 экз.
Типография Запорожского трансформаторного завода.