

Бондарь Н. Т.

О нестационарности и
частоте колебаний...

Автореферат диссертации:

„О жесткости и частоте свободных колебаний
арочных конструкций массивных мостов.“

В современном мостостроении широкое распространение получили массивные арочные мосты. Однако, строительная механика распорных систем до сих пор уделяла внимание, главным образом, вопросам прочности, меньше уделено вниманию вопросам жесткости и устойчивости и чрезвычайно мало опубликовано работ по исследованию колебаний арочных систем.

Имеющиеся работы по жесткости мостовых арок затруднительно использовать в проектной практике из-за громоздкости результатов этих работ. Между тем, ряд вопросов проектной практики / доикратное раскружаливание арок, расчет надарожного строения с учетом деформаций арок и т.д. / настоятельно требуют составления таблиц ординат линий влияния перемещений сегментов мостовых арок

Что касается динамики распорных систем, то в этой области сделано неизмеримо меньше, чем в области динамики балочных систем. При этом, существующая литература по динамике распорных систем посвящена, главным образом, свободным колебаниям круговых арок.

Исследованиями частоты основного тона свободных колебаний двухшарнирных параболических арок занимались доц. А.Б. Моргаевский и Феусергофер Н. / арки постоянного сегмента /, проф. Глывасевич С.А., доктор технических наук Золденблат Г.Г. и доц. Н.С. Рахувненко / арки с постоянной вертикальной жесткостью /.

Насколько нам известно, единственной работой, посвященной определению частот свободных колебаний параболитических бесшарнирных арок постоянного сечения, является исследование доцента Мельникова Н.Н.

Работ по динамике бесшарнирных параболитических и цепных арок переменного сечения мы не встречали. Между тем, актуальные вопросы современной проектной практики - проверка сейсмостойкости каменных мостов и динамический расчет железобетонных мостов настоятельно требуют детального изучения частот колебаний бесшарнирных параболитических и цепных арок переменного сечения.

Реферируемая диссертация рассматривает вопросы жесткости и частот свободных колебаний таких арок. При этом, как огибание оси, так и законы изменения момента инерции сечений арок приняты такими, которые наиболее часто встречаются в проектной практике.

Указанные исследования проведены, исходя из следующих предположений:

- 1/ Опоры арки абсолютно жесткие.
- 2/ Модуль упругости материала арки постоянный.
- 3/ Арка предполагается линейно-деформируемой системой.

Переходим к краткому изложению методологии исследований и основных результатов /по разделам/

А. Жесткость арок массивных мостов

Используя методом „детерминанта перемещений“ проф. С.А. Бернштейна, представляющий развитие идей проф. Рабиновича А.И. О физической интерпретации обобщенного неравенства Адомара, записанного для дискриминанта

потенциальной энергии системы, получены формулы для определения для горизонтальных и вертикальных перемещений сегментов арок от вертикальных и горизонтальных сил

Эти перемещения являются функциями соответствующих перемещений основной системы, которая выбрана в виде двух статически определимых консолей, с перенесением неизвестных усилий в упругий центр.

Перемещения сегментов основной системы определялись по Мору, пренебрегая влиянием кривизны, перерезывающей силы и нормальной силы от вертикальных внешних сил. Получены выражения перемещений сегментов основной системы с огертанием оси по цепной линии /катеноид/ и весьма близким огертанием по полиному пятой степени. Последние значительно проще первых и в то же время дают достаточную точность определения перемещений сегментов основной системы.

Проведено исследование влияния обжатия оси арки на перемещение ее сегментов. Показано, что это влияние мало. Практически имеет смысл учитывать влияние этого фактора только на вертикальные перемещения сегментов арок от вертикальных сил. Для сводов влияния обжатия оси можно полностью пренебречь.

Несмотря на ряд упрощений, формулы для определения перемещений мостовых арок оказались достаточно громоздкими. Поэтому нами, с целью возможности использования результатов указанных исследований жесткости в проектной практике, вычислены и составлены таблицы ординат линий влияния перемещений сегментов арок и сводов массивных мостов /объем 26 тыс. ординат/.

Таблицы даны для 11 параметров кривизны оси, и трех коэффициентов развития сегментов арки. Подсчитаны ординаты линий влияния горизонтальных и вертикальных перемещений от горизонтальных и вертикальных сил. Приведены ординаты линий влияния перемещений для сегментов арки через $1/20$ пролета. Каждая линия влияния определяется 21-ой ординатой [через $1/20$ пролета]. Вычислена таблица поправочных коэффициентов для учета обжатия оси арки.

К таблицам приложены графики линий влияния перемещений сегментов основной системы, которые позволяют, путем небольших вычислений, быстро рассчитать арку на любую нагрузку.

Б. Некоторые вопросы теории

Вычисление частот собственных колебаний арокных конструкций массивных мостов потребовало специального исследования некоторых вопросов теории осцилляционных матриц и исследования /в общем виде/ возможности некоторых новейших методов вычисления собственных чисел задач математической физики

Используя результаты работ проф. Бернштейна С.А. по исследованию кратности корней спектральной функции и применяя к ним теорему проф. Смирнова А.Ф. о соотношении между следом спектральной функции и следами соответствующей осцилляционной матрицы, установлены достаточные условия осцилляционности матриц.

Этот результат позволил исследовать точность методов профессоров Поповича А.Ф.,

Смирнова А.Ф. и Бернштейна С.А. вычисления собственных чисел осцилляционных матриц
Удалось показать что

1/ Точность оценок максимального собственного числа, установленных работами профессоров Смирнова А.Ф. и Бернштейна С.А. выше точности оценок, полученных профессорами Папковичем П.Ф. и Смирновым А.Ф.

2/ Если принять за значение максимального собственного числа полусумму верхней и нижней оценок Папковича П.Ф. - Смирнова А.Ф., то предельная относительная погрешность такого вычисления максимального собственного числа не превзойдет:

в первом приближении	- 20,7%
во втором	- 9,5%
в третьем	- 4%
в четвертом	- 2%

для любой осцилляционной матрицы.

3/ Точность оценок минимального собственного числа, установленных проф. Смирновым А.Ф., значительно ниже точности оценок максимального собственного числа.

Обобщив теорему проф. Смирнова А.Ф., упомянутую выше, для систем, каждая точка оси которых обладает двумя степенями свободы, показано, что все упомянутые выше оценки собственных чисел справедливы также для осцилляционных квазиматриц второго порядка, к нахождению максимальных собственных чисел которых приводятся задачи плоских свободных колебаний и устойчивости арочных и рамных систем с конечным числом степеней свободы. Полученный результат тривиально обобщается на такого рода квазиматрицы любого порядка

Вводятся в рассмотрение два класса бесконечных осцилляционных матриц, к нахождению максимальных собственных чисел которых можно свести задачи свободных колебаний и устойчивости систем с однажды и дважды бесконечным числом степеней свободы. Доказывается ряд теорем, устанавливающих свойства, достаточные условия осцилляционности и критерии существования конечных максимальных собственных чисел таких матриц. Устанавливаются условия справедливости методов профессоров Попковича П.Ф., Смирнова А.Ф. и Бернштейна С.А. для оценки наибольших собственных чисел бесконечных осцилляционных матриц.

Исследуется вопрос точности аппроксимации максимальных собственных чисел бесконечных осцилляционных матриц собственными числами конечных матриц. Это исследование проведено на базе интерпретации следов первой и второй степени конечных матриц, как механических квадратур и кубатур соответствующих следов бесконечных матриц.

Рассмотрены все возможные случаи такой аппроксимации. Получены выражения для предельных относительных погрешностей аппроксимации в каждом случае. Устанавливаются достаточные условия справедливости полученных формул.

Исследование бесконечных осцилляционных матриц позволило получить критерии сходимости одного вида кратных несобственных интегралов.

Вышеизложенные исследования приложены к одному классу задач математической физики — вычисления частот свободных колебаний упругих систем с конечными и бесконечными

числом степеней свободы.

Рассмотрена точность методов проф. Смирнова А.Ф. и С.А. Бернштейна определения частоты основного тона свободных колебаний упругих систем. Показано, что:

1/ Точность метода проф. Бернштейна С.А. выше точности метода проф. Смирнова А.Ф.

2/ Если принять за частоту полусумму верхней и нижней оценок метода проф. Смирнова А.Ф., то предельная относительная погрешность такого вычисления частоты не превзойдет:

в первом приближении - 9,5%

во втором " " - 2%

для любой упругой системы.

3/ Точность методов падает с увеличением жесткости упругой системы

4/ Для упругих систем конечным числом степеней свободы точность методов тем выше, тем равномернее сосредоточена масса системы в дискретных точках. При этом, под равномерным сосредоточением массы понимается сосредоточение участков распределенной массы в точках пересечения линий действия их равнодействующих с осью упругой системы.

Исследуется точность аппроксимации частоты основного тона свободных колебаний упругих систем с бесконечным числом степеней свободы частотой той же системы с массой, сосредоточенной в конечном числе дискретных точек /обобщенная задача Рэули/. Рассмотрены все возможные случаи такой аппроксимации. Получены формулы приближенного вычисления частоты, исследована их точность и достаточные условия справедливости.

Предлагается прием улучшения точности такой аппроксимации базирующийся на

интерпретации следов трансформированной спектральной функции аппроксимирующей системы, как механических квадратур и кубатур следов системы бесконечным числом степеней свободы/ для первого - по Симпсону, для второго - по двадцатипятичленной формуле замкнутого типа/

Метод спектральной функции проф. Бөрнштейна С.А. и метод проф. Смирнова Л.Ф. обобщены на определение частоты пространственных свободных колебаний арокных и рамных систем. Получены общие выражения следов трансформированной спектральной функции для систем с трижды бесконечным числом степеней свободы

В. Частота свободных колебаний арокных конструкций массивных мостов

Исследование частоты свободных колебаний мостовых арок проведено, исходя из следующих дополнительных/см. выше/предположений:

4/ Нагрузка/постоянная и временная/ предполагается жестко связанной с осью арки.

5/ Инерционными силами, вызванными вращением поперечных сечений, пренебрегаем, т.е. плоские свободные колебания арок рассматриваются как линейные.

Характер распределения нагрузок принят следующий:

1/ Временная нагрузка на арки/параболические и цепные/ предполагается равномерно распределенной по пролету.

2/ Постоянная нагрузка принята: для параболических арок - равномерно распределенной по пролету; для цепных арок - распре-

ленной нагрузки в пяте к интенсивности в замке равно параметру кривизны оси арки/.

Исследования показали, что частоту основного тона свободных колебаний арок и конструкций /арок и пролетных строений/ можно определять по простой формуле, аналогичной формуле для балок. Изменяются только значения коэффициента частоты.

Пользуясь методом спектральной функции проф. Бернштейна С.А., вычислены значения коэффициента частоты бесшарнирных параболитеских арок /различной пологости/ автогужевых и городских мостов. Предельная относительная погрешность вычисления коэффициента частоты /а значит и частоты основного тона свободных колебаний/ не превосходит 1%.

Если отношение стрелы подъема оси арки к пролету стремится к нулю, то бесшарнирная параболитеская арка переменного сечения вырождается в балку постоянного сечения с заштыленными концами. Оказалось, что если осуществить такой предельный переход с выражением частоты колебаний арки, то получаем известную частоту колебаний балки с заштыленными концами. Это обстоятельство можно рассматривать как проверку правильности выполненного исследования.

Для получения формулы коэффициента частоты бесшарнирных цепных арок ж.д. массивных мостов использована верхняя оценка частоты метода проф. Смирнова А.Р. для аппроксимирующей системы с шестью степенями свободы. Это позволило получить весьма простое выражение для коэффициента частоты, дающего возможность легко учесть влияние наличия временной нагрузки.

Исследования показали, что предельная относительная погрешность формулы не превышает 8%. Установлено, что полученная формула справедлива для всего диапазона практически применяемых при проектировании комбинаций пологости и параметра кривизны оси арки. Входящие в формулу коэффициенты подсчитаны, пользуясь таблицами ординат мний влияния перемещений сегментов мостовых арок, для 11 параметров кривизны оси и трех коэффициентов развития сегмента арки.

Получены простые формулы для вычисления частоты основного тона свободных колебаний весьма пологих мостовых арок ж.д. и городских массивных мостов.

Проведено исследование влияния обжатия оси арки на частоту свободных колебаний ее. Оказалось, что этим фактором можно вполне пренебречь, так как учет влияния обжатия оси арки понижает значение частоты на 1-3% даже для весьма пологих арок.

Получен ряд простых приближенных зависимостей различной точности между пролетом и частотой как для арок, так и для сводов железобетонных арочных пролетных строений ж.д. мостов.

В реферируемой работе впервые делается попытка приближенной оценки частоты основного тона свободных колебаний пролетных строений /сездой по верху/. При этом, под частотой колебаний пролетного строения понимается частота основного несущего элемента конструкции - арки или свода с учетом влияния надарочного строения на перемещения арки и влияния характера расположения нагрузок.

Для получения коэффициента частоты

железобетонных пролетных строений использована верхняя оценка частоты метода проф. Смирнова А.Ф. для аппроксимирующей системы десятию степенями свободы (сосредоточение массы в замке и раменах арки, а также в середине ригелей надорозных рам).

Исследования показали что для нагруженных железобетонных пролетных строений с ездой по верху, частота основного тона свободных колебаний на 50-65% выше частоты колебаний несущего элемента. Это обстоятельство позволило значительно упростить выражение коэффициента частоты нагруженных пролетных строений.

Получены простые формулы для определения частоты основного тона свободных колебаний весьма пологих арочных пролетных строений ж.д. и городских массивных мостов.

Найдены простые приближенные зависимости, различной точности между пролетом и частотой свободных колебаний пролетных пролетных строений железобетонных ж.д. мостов как с раздельными арками, так и со сводами.

В заключение проведено сравнение теоретического и экспериментального значений частоты основного тона свободных колебаний пролетного строения старого Днепропетровского моста. Совпадение значений частоты оказалось вполне удовлетворительным.

/Бондарь/

Сподлинным Верно
учений секретарь совета

/Третьяков/