

УДК 629.423.62-83

А. Е. ДРУБЕЦКИЙ^{1*}

^{1*}Каф. «Электроподвижной состав железных дорог», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днипро, Украина, 49010, тел. +38 (0562) 33 55 38, эл. почта drubetskiy@mail.ru, ORCID 0000-0001-5691-0925

АППРОКСИМАЦИЯ УНИВЕРСАЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЯГОВЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Цель. В научной работе предполагается получить аналитическое выражение, описывающее универсальную магнитную характеристику и дающее возможность учитывать размагничивающее действие реакции якоря. А на базе универсальной магнитной характеристики необходимо получить универсальные выражения для индуктивных параметров тяговых электрических машин постоянного и пульсирующего токов. **Методика.** Универсальная магнитная характеристика (УМХ) представляет собой зависимость в относительных единицах магнитного потока от магнитодвижущей силы (МДС) обмотки возбуждения. Так как УМХ построена для машин, работающих под нагрузкой, следовательно, на самом деле она представляет собой зависимость и от МДС обмотки возбуждения, и от МДС реакции якоря. Для расчета электромеханических характеристик при неизменном возбуждении можно пользоваться одним из известных выражений, аппроксимирующих УМХ. Однако при моделировании работы тягового электродвигателя в широком диапазоне изменения возбуждения необходимо выражение, в котором присутствует вторая переменная в виде МДС реакции якоря. Такое выражение также необходимо для определения индуктивных параметров тягового электродвигателя, в большой степени зависящих от тока. Выражение для аппроксимации УМХ с двумя переменными можно получить путем анализа распределения магнитного поля в воздушном зазоре на расчетной полюсной дуге. **Результаты.** Автором получено выражение для аппроксимации УМХ, которое зависит от двух переменных: МДС возбуждения и МДС реакции якоря. Для конкретного режима ослабления возбуждения возможно преобразование данного выражения в функцию одной переменной, например, тока якоря. Также в качестве аргумента может выступать МДС обмотки возбуждения. **Научная новизна.** Для аппроксимации УМХ предложена методика, позволяющая ввести в аппроксимирующее выражение вторую переменную в виде МДС реакции якоря. **Практическая значимость.** Имея в наличии скоростную характеристику или коэффициент насыщения данного тягового электродвигателя, можно определить его индуктивные параметры в конкретном режиме работы или получить их зависимость от токов обмоток для любого режима работы.

Ключевые слова: универсальная магнитная характеристика; аппроксимация; тяговый электродвигатель; индуктивные параметры

Введение

В практике проектирования тяговых электродвигателей постоянного и пульсирующего тока широко используется так называемая универсальная магнитная характеристика (УМХ) [13]. Она представляет собой зависимость магнитного потока от магнитодвижущей силы (МДС) обмотки возбуждения в относительных единицах (о.е.) и используется для построения магнитной характеристики проектируемой машины в абсолютных единицах. Магнитная характеристика, в свою очередь, является базовой, определяющей все остальные электромеханические характеристики [15, 17–21]. Построение магнитной характеристики по УМХ

выполняют после определения коэффициента насыщения в номинальном режиме. Также, при известном коэффициенте насыщения существующих машин, можно построить их магнитную характеристику без использования скоростной характеристики.

В настоящее время, при широком использовании ЭВМ для проектирования и моделирования электрических машин, возникает задача в представлении УМХ в виде аналитического выражения [5, 6]. Во всех аналитических выражениях, представленных в [5], в качестве аргумента аппроксимирующей функции выступает только МДС обмотки возбуждения. Такой подход является очень удобным, если описываемая

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

такої функцією характеристика використовується для розрахунків або моделювання тільки при заданому коефіцієнті ослаблення возбуждення. Однак, для отримання вираження, описуючого змінення магнітного потоку во всем діапазоні змінення току двигателя і степені ослаблення возбуждення, необхідно апроксимувати УМХ функцією, зависящою і від МДС обмотки возбуждення і від МДС реакції якоря.

Цель

Получить выражение для аппроксимации УМХ, которое учитывает влияние МДС реакции якоря для всего диапазона изменения степени ослабления возбуждения. Разработать методику применения данного выражения для определения индуктивных параметров существующих машин при известном коэффициенте насыщения.

Методика

Процесс разработки методики для определения индуктивных параметров машины по УМХ разделим на несколько этапов:

1. Вывод выражения для основного магнитного потока машины с учетом размагничивающего действия реакции якоря.
2. Вывод общих выражений для индуктивных параметров электродвигателя.
3. Определение индуктивных параметров электродвигателя с учетом реакции якоря.
4. Аппроксимация УМХ выражением для основного магнитного потока.
5. Определение на базе аппроксимирующего выражения для УМХ универсальных формул для индуктивных параметров машины (будет рассмотрено в следующих работах).

1. Вывод выражения для основного магнитного потока машины с учетом размагничивающего действия реакции якоря. Как известно, реакция якоря машины постоянного тока – это явление, представляющее собой наложение магнитного поля, создаваемого обмоткой якоря, на основное магнитное поле. При увеличении тока якоря (МДС реакции якоря) происходит искажение основного магнитного потока и, как следствие, его уменьшение. Для определе-

ния истинного магнитного потока под нагрузкой существует ряд методик [3, 4, 7, 9, 14].

В фундаментальных работах по теории электрических машин [4, 7, 9] описана графическая методика определения основного магнитного потока в машине под нагрузкой. В работе [15] описаны графические и графоаналитические методики, наиболее широко применяющиеся при проектировании тяговых электромашин. Несмотря на свою простоту, графические и графоаналитические методики не удовлетворяют требованиям, предъявляемым к ним при моделировании электрических машин. Главное требование – это возможность определения согласно выбранной методике аналитического выражения, описывающего изменение основного магнитного потока во всем диапазоне изменения МДС обмотки возбуждения и реакции якоря. Наиболее полно этому требованию соответствует методика, описанная в [3].

Задачей, решаемой в работе [3], было получение на основе известных функций, описывающих кривую намагничивания, выражения, в котором была бы вторая переменная, представляющая собой МДС реакции якоря. В конечном счете, такое выражение дает возможность определить значение магнитного потока при любой степени ослабления возбуждения.

В качестве базового выражения для данной методики можно использовать характеристику намагничивания машины $\Phi_d(F_e)$ или переходную характеристику $B_\delta(F_{\delta Z})$. Характеристика намагничивания машины представляет собой зависимость основного магнитного потока от МДС обмотки возбуждения F_e , определенная из опыта холостого хода. Переходная характеристика представляет собой зависимость индукции в воздушном зазоре от суммы падений магнитного напряжения в зазоре и в зубцовом слое якоря машины $F_{\delta Z}$. Заметим, что использование переходной характеристики весьма затруднительно, так как для получения ее аналитического выражения необходимо апроксимировать:

- собственно переходную характеристику,
- кривую намагничивания зубцового слоя машины и ярма якоря,
- кривую намагничивания стального литья остова машины и главных полюсов, что, в свою

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

очередь, вносить дополнительную погрешность в расчеты.

Поэтому при моделировании предпочтительно использовать характеристику намагничивания машины $\Phi_d(F_\delta)$.

Для аппроксимации характеристики намагничивания можно воспользоваться одной из существующих математических моделей кривых намагничивания [1, 2, 11, 12]. В качестве аппроксимирующего выражения возьмем функцию арктангенса, как одну из функций, наиболее точно описывающую кривую намагничивания [11]. Данная функция известна в литературе как формула Дрейфуса. Для характеристики намагничивания она имеет вид

$$\Phi_d(F_\delta) = p_1 \arctg(p_2 F_\delta) + p_3 F_\delta, \quad (1)$$

где p_1, p_2, p_3 – коэффициенты аппроксимации; F_δ – МДС обмотки возбуждения.

При нагрузке, основной магнитный поток зависит также и от МДС реакции якоря, действующей в пределах расчетного полюсного деления

$$F_{aq}^* = \frac{1}{2} b_\delta \frac{N}{2aD_a} i_a, \quad (3)$$

где i_a – ток якоря, А. Здесь и в дальнейшем предполагается, что ток якоря, в общем случае, зависит от времени, поэтому обозначается маленькой буквой; b_δ – расчетное полюсное деление; N – число проводников обмотки якоря; D_a – диаметр якоря, м; a – число пар параллельных ветвей обмотки якоря.

Члены в выражении (3), стоящие перед i_a , представляют собой конструктивные параметры электрической машины и являются константами. Поэтому, их удобно будет обозначить через w_a^* – число витков обмотки якоря, приходящихся на одно расчетное полюсное деление

$$w_a^* = \frac{1}{2} b_\delta \frac{N}{2aD_a},$$

так как МДС представляет собой произведение числа витков катушки на ток, протекающий по ней. Введя данное обозначение, выражение (3) принимает вид

$$F_{aq}^* = w_a^* i_a. \quad (4)$$

Согласно [3] для основного магнитного потока с учетом реакции якоря F_{aq}^* имеем

$$\Phi_{dq}(F_\delta, F_{aq}^*) = \frac{1}{2F_{aq}^*} \int_{F_\delta - F_{aq}^*}^{F_\delta + F_{aq}^*} \Phi_d(F) dF. \quad (5)$$

Подставляя выражение (1) в выражение (5), обозначив через $F_1 = F_\delta - F_{aq}^*$ и $F_2 = F_\delta + F_{aq}^*$, получаем выражение для основного магнитного потока в машине, работающей под нагрузкой

$$\Phi_{dq}(F_\delta, F_{aq}^*) = \frac{p_1}{2F_{aq}^*} \left[F_2 \arctg(p_2 F_2) - F_1 \arctg(p_2 F_1) - \frac{1}{2p_2} \ln \left(\frac{1 + p_2^2 F_2^2}{1 + p_2^2 F_1^2} \right) \right] + p_3 F_\delta. \quad (6)$$

Выражение (6) дает возможность определить истинный магнитный поток в машине под нагрузкой, располагая только характеристикой намагничивания машины (характеристикой холостого хода).

2. *Вывод общих выражений для индуктивных параметров электродвигателя.* Имея выражение для основного магнитного потока при любой нагрузке, появляется возможность определения индуктивных параметров машины в динамическом режиме, например при работе ее в квазистационарном режиме при питании от импульсного источника напряжения. Для получения данных зависимостей необходимо записать уравнение электромагнитного состояния некомпенсированного тягового электродвигателя последовательного возбуждения без учета влияния вихревых токов

$$L_{\sigma\sigma} \frac{d(i_a \beta)}{dt} + (L_{a\sigma} + L_{o\sigma} + L_o) \frac{di_a}{dt} + \frac{d\Psi_\delta}{dt} + \frac{d\Psi_{aq}}{dt} + i_\delta(t) R_\delta + i_a(t) (R_a + R_o) + e(\Phi_{dq}, \omega) + \Delta U_{ui} = u(t), \quad (7)$$

где $i_a(t)$ – ток обмотки якоря; $i_\delta(t) = i_a(t) \beta$ – ток обмотки возбуждения, где β – степень ослабления возбуждения. Для двигателей постоянного тока $\beta \in [\beta_{\min}; 1]$, для двигателей пульсирующего тока $\beta \in [\beta_{\min}; (\beta_{\max} < 1)]$; β_{\max} все-

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

гда меньше единицы вследствие наличия постоянно включенного шунтирующего сопротивления. В частном случае, для двигателей постоянного тока, при $\beta = 1$, $i_e(t) = i_a(t)$; $u(t)$ – напряжение источника питания. При питании двигателя постоянным током $u(t) = U_{уст} = \text{const}$, а при питании источником импульсного напряжения с периодом $T = 1/f$ и временем импульса t_u :

$$u(t) = \begin{cases} U_{уст} & 0 \leq t \leq t_u; \\ 0 & t_u < t \leq T. \end{cases}$$

$e(\Phi_{dq}, \omega)$ – ЭДС вращения (противо-ЭДС), зависящая от основного магнитного потока и угловой скорости вращения якоря,

$$e(\Phi_{dq}, \omega) = c\Phi_{dq}(F_e, F_{aq}^*)\omega;$$

R_a, R_o, R_e – активные сопротивления обмоток якоря, дополнительных полюсов и обмотки возбуждения; $L_{ас}, L_{ос}, L_{еос}$ – индуктивности рассеяния обмоток якоря, дополнительных полюсов и обмотки возбуждения; L_o – индуктивность дополнительного полюса (так как магнитная система дополнительного полюса выполнена ненасыщенной, то можно считать его индуктивность постоянной в рабочем диапазоне токов двигателя); $\Delta U_{щ}$ – падение напряжения на щетках; Ψ_{aq}, Ψ_e – потокосцепления от основного магнитного потока обмоток якоря и возбуждения для всех полюсов [3]

$$\Psi_e = 2pw_e\Phi_{dq}(F_e, F_{aq}^*); \quad (8)$$

$$\Psi_{aq} = \frac{2pw'_a}{2F_{aq}^{*2}} \int_{F_e - F_{aq}^*}^{F_e + F_{aq}^*} (F - F_e)\Phi_d(F)dF, \quad (9)$$

где p – число пар полюсов; w_e – число витков обмотки возбуждения; w'_a – число витков обмотки якоря, приходящиеся на один полюс (одно полюсное деление τ)

$$w'_a = N/8ap.$$

В соответствии с [3] выражения $d\Psi_{aq}/dt$ и $d\Psi_e/dt$ могут быть представлены в виде:

$$\frac{d\Psi_{aq}}{dt} = \frac{\partial\Psi_{aq}}{\partial i_a} \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial\Psi_{aq}}{\partial i_e} \frac{di_e}{dt}; \quad (10)$$

$$\frac{d\Psi_e}{dt} = \frac{\partial\Psi_e}{\partial i_a} \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial\Psi_e}{\partial i_e} \frac{di_e}{dt}. \quad (11)$$

Согласно определению индуктивности и взаимной индуктивности [8] частные производные по току в выражениях (10) и (11) можно обозначить

$$\frac{\partial\Psi_{aq}}{\partial i_a} = L_{aq}(F_e, F_{aq}^*); \quad (12)$$

$$\frac{\partial\Psi_{aq}}{\partial i_e} = M_{a-e}(F_e, F_{aq}^*); \quad (13)$$

$$\frac{\partial\Psi_e}{\partial i_a} = M_{e-a}(F_e, F_{aq}^*); \quad (14)$$

$$\frac{\partial\Psi_e}{\partial i_e} = L_e(F_e, F_{aq}^*), \quad (15)$$

где $L_{aq}(F_e, F_{aq}^*)$, $L_e(F_e, F_{aq}^*)$ – индуктивности обмоток якоря и возбуждения; $M_{a-e}(F_e, F_{aq}^*)$, $M_{e-a}(F_e, F_{aq}^*)$ – взаимные индуктивности между якорем и обмоткой возбуждения и между обмоткой возбуждения и якорем.

Очевидно, что вследствие нелинейной зависимости основного магнитного потока от МДС обмотки возбуждения и реакции якоря $\Phi_{dq}(F_e, F_{aq}^*)$, индуктивные параметры машины, определенные в выражениях (12–15), также являются нелинейно зависимыми от этих МДС.

3. *Определение индуктивных параметров электродвигателя с учетом реакции якоря.* Потокосцепление катушки с током можно определить не только как произведение тока на индуктивность, но и как произведение числа витков на магнитный поток, сцепленный с катушкой [8]. Такой подход используется при выводе выражений (8), (9). Так как в выражении (6) в качестве аргументов использованы МДС, то индуктивные параметры удобнее выразить через производную потокосцеплений по МДС якоря и обмотки возбуждения. Для этого выражения (12–15) помножим и разделим на число витков соответствующих обмоток, по МДС ко-

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

торых берется производная. Учитывая это, выражения для индуктивных параметров электродвигателя (12–15) примут вид

$$L_{aq}(F_{\sigma}, F_{aq}^*) = 2pw_a'^2 \times \left(\frac{\partial \Phi_{dq}(F_{\sigma}, F_{aq}^*)}{\partial F_{\sigma}} - \frac{\int_{F_{\sigma}-F_{aq}^*}^{F_{\sigma}+F_{aq}^*} (F-F_{\sigma}) \Phi_d(F) dF}{F_{aq}^{*3}} \right); \quad (16)$$

$$M_{a-\sigma}(F_{\sigma}, F_{aq}^*) = \frac{2pw_a' w_{\sigma}}{2F_{aq}^{*2}} \times \left(\frac{\partial \left(\int_{F_{\sigma}-F_{aq}^*}^{F_{\sigma}+F_{aq}^*} (F-F_{\sigma}) \Phi_d(F) dF \right)}{\partial F_{aq}^*} \right); \quad (17)$$

$$M_{\sigma-a}(F_{\sigma}, F_{aq}^*) = 2pw_a' w_{\sigma} \frac{\partial \Phi_{dq}(F_{\sigma}, F_{aq}^*)}{\partial F_{aq}^*}; \quad (18)$$

$$L_{\sigma}(F_{\sigma}, F_{aq}^*) = 2pw_{\sigma}^2 \frac{\partial \Phi_{dq}(F_{\sigma}, F_{aq}^*)}{\partial F_{\sigma}}. \quad (19)$$

Подставляя выражение (6) в выражения (16–19) и учитывая, что

$$M_{a-\sigma}(F_{\sigma}, F_{aq}) = M_{\sigma-a}(F_{\sigma}, F_{aq}) \quad [3],$$

получим окончательный вид выражений для индуктивных параметров электродвигателя

$$L_{aq}(F_{\sigma}, F_{aq}^*) = 2pw_a'^2 \times \left(\frac{p_1}{p_2 F_{aq}^{*2}} \times \left(\frac{1 + \frac{p_2^2 F_{\sigma}^2 - 1}{2 p_2 F_{aq}^*} \times \left(\arctg(p_2 F_2) - \arctg(p_2 F_1) \right) - \frac{F_{\sigma}}{2 F_{aq}^*} \ln \left(\frac{1 + p_2^2 F_2^2}{1 + p_2^2 F_1^2} \right)} \right) + \frac{p_3}{3} \right); \quad (18)$$

$$M_{\sigma-a}(F_{\sigma}, F_{aq}^*) = M_{a-\sigma}(F_{\sigma}, F_{aq}^*) = -2pw_{\sigma} w_a' \frac{p_1}{2F_{aq}^2} \times \left(\frac{F_{\sigma} (\arctg(p_2 F_2) - \arctg(p_2 F_1)) - \frac{1}{2 p_2} \ln \left(\frac{1 + p_2^2 F_2^2}{1 + p_2^2 F_1^2} \right)} \right); \quad (19)$$

$$L_{\sigma}(F_{\sigma}, F_{aq}^*) = 2pw_{\sigma}^2 \times \left(\frac{p_1}{2F_{aq}^*} (\arctg(p_2 F_2) - \arctg(p_2 F_1)) + p_3 \right). \quad (22)$$

Здесь необходимо обратить внимание на физическое обоснование такого индуктивного параметра, как взаимная индуктивность между обмоткой возбуждения и обмоткой якоря $M_{\sigma-a}(F_{\sigma}, F_{aq}^*)$. Для этого нужно определить степень магнитной связи этих обмоток. Она выражается через коэффициент связи [10]

$$K = \frac{M_{\sigma-a}}{\sqrt{L_{aq} L_{\sigma}}}.$$

На рис. 1 построена зависимость коэффициента связи от тока для тягового двигателя РТ-51Д.

Как видно из рис. 1, значение коэффициента связи при малых токах относительно невелико, что согласовывается с физическими процессами при возникновении реакции якоря [4, 7, 9]. При таких токах слабо проявляется насыщение магнитопровода, и реакция якоря оказывает в основном только искажающее воздействие на магнитный поток. При токах, близких к часовому, коэффициент связи достигает максимума. Это связано с тем, что край полюса, под которым происходит увеличение индукции, насыщается, а противоположный край все еще находится на ненасыщенном участке кривой намагничивания. Таким образом, увеличение магнитного потока под насыщенным краем полюса происходит не в такой же степени, как его уменьшение под противоположным краем. Это обуславливает наиболее сильное уменьшение магнитного потока относительно характеристи-

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

ки намагнічування холостого ходу. При даль-
нейшем збільшенні токів оба кінця полюса ока-
зуються насиченими, що викликає зменше-
ння різниці індукцій, в зв'язі з чим, реак-
ція якоря викликає менше розмагнічую-
ще впливу на основний магнітний потік.
Слідством цього, являється зменшення коэф-
фіцієнта зв'язі.

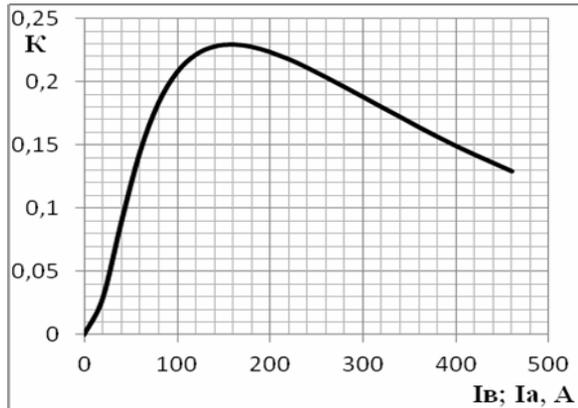


Рис. 1. Зависимость коэффициента связи от тока возбуждения и тока якоря

Fig.1. Dependence of coupling coefficient on excitation and armature current

Також із рис. 1 видно, що коефіцієнт зв'язі може досягати суттєвих значень. Тому, незважаючи на відносно малу величину абсолютних значень $M_{e-a}(F_e, F_{aq}^*)$, порівнянню з $L_e(F_e, F_{aq}^*)$ даним параметром не слід пренебрегати, особливо в разі ослаблення збудження, коли для джерела живлення величина $L_e(F_e, F_{aq}^*)$ суттєво зменшена, а дія реакції якоря проявляється сильніше.

4. *Апроксимація УМХ вираженням для основного магнітного потоку.* Як правило, в справочній літературі не приводиться характеристика намагнічування машини $\Phi_d(F_e)$. Найбільш розповсюдженими даними являються швидкісні характеристики тягових двигателів $V(I_a)$ [14] і коефіцієнт насичення в годинному режимі k_n [16].

Для кожної конкретної машини, використовуючи швидкісну характеристику при конкретній ступені ослаблення збудження (ОВ), можна визначити основний магнітний потік і по-

будувати магнітну характеристику під навантаженням $\Phi_{dq}(F_e, F_{aq}^*)$. Таку ж характеристику можна побудувати, використовуючи УМХ при відомому коефіцієнті насичення [13, 15], використовуючи одну з апроксимуючих функцій [5].

Як уже було сказано, на основний магнітний потік викликає вплив не тільки МДС обмотки збудження, а також і МДС реакції якоря, зменшуючи його. Відповідно, вираження, апроксимуюче магнітну характеристику машини при певній ступені ОВ (або УМХ), буде давати суттєву похибку при будь-яких інших ступенях ОВ. Щоб усунути цю похибку, в апроксимуюче вираження необхідно ввести ще одну змінну в вигляді МДС реакції якоря. Для цього можна використати вираження (5).

Для формули Дрейфуса апроксимуюче вираження має вигляд формули (6).

Щоб перевірити адекватність такого рішення, необхідно оцінити ступінь розходження між УМХ, заданою таблично і апроксимацією її вираженням (6), а також розрахувати характеристики реально існуючих машин відповідно до описаної методики.

Так як УМХ, по суті, є функцією однієї змінної, виконувати порівняння зручно, приведши (6) також до функції однієї змінної, наприклад, току якоря. Вибір току якоря як аргумента обумовлено більшою наочністю отриманих результатів. В разі вибору як аргумента МДС обмотки збудження, результат буде таким же, однак процес розрахунку характеристик потребує деяких пояснень.

В зв'язі з цим, виконаємо перетворення в вираженні (6). Так як МДС обмотки збудження і реакції якоря є добутком токів, що протікають по цим обмоткам, на число витків, а потік обмотки збудження може бути виражений, як добуток току якоря на ступінь ослаблення збудження. Таким чином, з'являється можливість перетворити вираження для основного магнітного потоку з функції двох змінних в функцію однієї змінної при певній ступені ослаблення збудження.

Якщо $F_e = i_e w_e = i_a \beta w_e$ і $F_{aq}^* = w_a^* i_a$, тоді F_1

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

и F_2 , присутствующие в (6), преобразуются к виду

$$F_1 = F_\epsilon - F_{aq}^* = i_a \beta w_\epsilon - w_a^* i_a = i_a (\beta w_\epsilon - w_a^*); \quad (23)$$

$$F_2 = F_\epsilon + F_{aq}^* = i_a \beta w_\epsilon + w_a^* i_a = i_a (\beta w_\epsilon + w_a^*); \quad (24)$$

Учитывая (23) и (24), при заданной степени ослабления возбуждения, выражение (6) в относительных единицах принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{dq}(\tilde{i}_a) &= \frac{p_1}{2w_a^* i_a} \times \\ &\times \left[\tilde{i}_a (\beta w_\epsilon + w_a^*) \operatorname{arctg} \times \right. \\ &\times \left(p_2 \tilde{i}_a (\beta w_\epsilon + w_a^*) - \tilde{i}_a (\beta w_\epsilon - w_a^*) \right) \times \\ &\times \left. \operatorname{arctg} \left(p_2 \tilde{i}_a (\beta w_\epsilon - w_a^*) \right) - \right. \\ &\left. - \frac{1}{2p_2} \ln \left(\frac{1 + p_2^2 (\tilde{i}_a (\beta w_\epsilon + w_a^*))^2}{1 + p_2^2 (\tilde{i}_a (\beta w_\epsilon - w_a^*))^2} \right) \right] + p_3 \tilde{i}_a \beta w_\epsilon = \\ &= \frac{p_1 \tilde{i}_a}{2w_a^* \tilde{i}_a} \left[(\beta w_\epsilon + w_a^*) \operatorname{arctg} \times \right. \\ &\times \left(p_2 \tilde{i}_a (\beta w_\epsilon + w_a^*) - (\beta w_\epsilon - w_a^*) \right) \times \\ &\times \left. \operatorname{arctg} \left(p_2 \tilde{i}_a (\beta w_\epsilon - w_a^*) \right) - \right. \\ &\left. - \frac{1}{2p_2 \tilde{i}_a} \ln \left(\frac{1 + p_2^2 (\tilde{i}_a (\beta w_\epsilon + w_a^*))^2}{1 + p_2^2 (\tilde{i}_a (\beta w_\epsilon - w_a^*))^2} \right) \right] + p_3 \tilde{i}_a \beta w_\epsilon \end{aligned} \quad (25)$$

где $\tilde{\Phi}_{dq}$ и \tilde{i}_a – основной магнитный поток и ток якоря машины в относительных единицах.

Как показывает опыт тягового электромашиностроения, отношение числа витков обмотки якоря и обмотки возбуждения (о.я.в.) для различных машин представляет собой значения, довольно близко колеблющиеся относительно какого-то среднего числа. Причем, оно различно для компенсированных и некомпенсированных машин вследствие большего числа витков обмотки возбуждения у последних. В соответствии с этим выражение (25) можно упростить, избавившись от w_a^* путем вынесения в выражениях (23) и (24) w_ϵ за скобки и заменой о.я.в. их средним числом.

Средним числом о.я.в. для некомпенсированных машин является 0,316. Тогда выражение (25) принимает вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{dq}(\tilde{i}_a) &= \frac{p_1}{2} \left[\frac{w_\epsilon}{w_a^*} \left(\beta + \frac{w_a^*}{w_\epsilon} \right) \operatorname{arctg} \times \right. \\ &\times \left(p_2 \tilde{i}_a w_\epsilon \left(\beta + \frac{w_a^*}{w_\epsilon} \right) \right) - \\ &\left. - \frac{w_\epsilon}{w_a^*} \left(\beta - \frac{w_a^*}{w_\epsilon} \right) \operatorname{arctg} \times \right. \\ &\times \left(p_2 \tilde{i}_a w_\epsilon \left(\beta - \frac{w_a^*}{w_\epsilon} \right) \right) - \\ &\left. - \frac{1}{2p_2 \tilde{i}_a w_a^*} \ln \left(\frac{1 + p_2^2 \left(\tilde{i}_a w_\epsilon \left(\beta + \frac{w_a^*}{w_\epsilon} \right) \right)^2}{1 + p_2^2 \left(\tilde{i}_a w_\epsilon \left(\beta - \frac{w_a^*}{w_\epsilon} \right) \right)^2} \right) \right] + \\ &+ p_3 \tilde{i}_a \beta w_\epsilon = \\ &= \frac{p_1}{2} \left[\frac{1}{0,316} (\beta + 0,316) \operatorname{arctg} \times \right. \\ &\times \left(p_2 \tilde{i}_a w_\epsilon (\beta + 0,316) \right) - \\ &\left. - \frac{1}{0,316} (\beta - 0,316) \operatorname{arctg} \times \right. \\ &\times \left(p_2 \tilde{i}_a w_\epsilon (\beta - 0,316) \right) - \\ &\left. - \frac{1}{2p_2 \tilde{i}_a w_a^*} \ln \times \right. \\ &\times \left. \left(\frac{1 + p_2^2 (\tilde{i}_a w_\epsilon (\beta + 0,316))^2}{1 + p_2^2 (\tilde{i}_a w_\epsilon (\beta - 0,316))^2} \right) \right] + p_3 \tilde{i}_a \beta w_\epsilon. \end{aligned} \quad (26)$$

Видно, что в выражении (26) в слагаемом, содержащем логарифм, не удалось избавиться от w_a^* . Однако, как показали расчеты выражения (26) для разных машин, значения слагаемого

$$\frac{1}{2p_2 \tilde{i}_a w_a^*} \ln \left(\frac{1 + p_2^2 (\tilde{i}_a w_\epsilon (\beta + 0,316))^2}{1 + p_2^2 (\tilde{i}_a w_\epsilon (\beta - 0,316))^2} \right), \quad (27)$$

остаются одинаковыми во всем диапазоне зна-

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

чений тока. Следовательно, каждый раз при расчете характеристик по УМХ, учет w_a^* в выражении (27) можно не производить. Для этого достаточно получить коэффициент аппроксимации p_2 для любой существующей некомпенсированной машины и подставить его в (27) вместе с числом витков обмотки возбуждения этой машины. Например, для двигателя РТ-51Д $p_2 = -0,088$, $w_6 = 68$, а произведение $2p_2w_a^* = -3,342$.

Расчет характеристик ТЭД по выражению (26), а также, применение его для расчета характеристик компенсированных машин будет рассмотрено в последующих работах. Там же в последующих работах будут рассмотрены примеры расчета характеристик, в случае если аргументом в (25) является МДС обмотки возбуждения.

Результаты

Получено выражение для аппроксимации УМХ которое зависит от двух переменных: МДС возбуждения и МДС реакции якоря. Для конкретного режима ослабления возбуждения возможно преобразование данного выражения в функцию одной переменной, например, тока

якоря. Также, в качестве аргумента, может выступать МДС обмотки возбуждения.

Научная новизна и практическая значимость

Для аппроксимации УМХ предложена методика, позволяющая ввести в аппроксимирующее выражение вторую переменную в виде МДС реакции якоря. Таким образом, на базе одного аппроксимирующего выражения может быть получено семейство характеристик при любой степени ослабления возбуждения.

Выводы

Предложенная методика позволяет определять основной магнитный поток тягового электродвигателя (ТЭД) для любой степени ослабления возбуждения, располагая магнитной характеристикой холостого хода или, в случае использования УМХ, только коэффициентом насыщения машины. Также, появляется возможность определить индуктивные параметры машины в виде аналитических функций, что удобно для моделирования различных режимов работы ТЭД.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Афанасов, А. М. Аппроксимация магнитных характеристик тяговых двигателей электроподвижного состава / А. М. Афанасов // Электромагнітна сумісність та безпека на залізн. транспорті. – 2012. – № 4. – С. 25–29.
2. Белкина, Е. Н. Анализ способов аппроксимации кривой намагничивания электротехнической стали / Е. Н. Белкина, С. А. Жуков // Инновационная наука. – 2015. – № 5. – С. 22–27.
3. Бельман, М. Х. Переходные процессы в микродвигателях постоянного тока при импульсном питании / М. Х. Бельман. – Ленинград : Энергия, 1975. – 184 с.
4. Вольдек, А. И. Электрические машины : учеб. для студ. высш. техн. учеб. заведений / А. И. Вольдек. – 3-е изд., перераб. – Ленинград : Энергия, 1978. – 832 с.
5. Гетьман, Г. К. Аналіз аналітичних функцій для апроксимації універсальної магнітної характеристики тягових двигунів постійного та пульсуючого струму / Г. К. Гетьман, С. Л. Марікуца // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2011. – Вип. 37. – С. 63–71.
6. Гетьман, Г. К. Об использовании универсальной магнитной характеристики для расчета электромеханических характеристик тяговых двигателей / Г. К. Гетьман, С. Н. Голик // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2007. – Вип. 16. – С. 21–25.
7. Иванов-Смоленский, А. В. Электрические машины : учеб. для вузов / А. В. Иванов-Смоленский. – Москва : Энергия, 1980. – 928 с.
8. Калантаров, П. Л. Расчет индуктивностей : справ. книга / П. Л. Калантаров, Л. А. Цейтлин. – 3-е изд., перераб. и доп. – Ленинград : Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.
9. Костенко, М. П. Электрические машины : в 2 ч. : учеб. для студ. высш. техн. учеб. заведений / М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский. – 3-е изд., перераб. – Ленинград : Энергия, 1972. – Ч. 1: Машины постоянного тока. Трансформаторы. – 544 с.

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

10. Костін, М. О. Теоретичні основи електротехніки : підручник в 3 т. / М. О. Костін, О. Г. Шейкіна. – Дніпропетровськ : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2006. – 336 с.
11. Матюк, В. Ф. Математические модели кривой намагничивания и петель магнитного гистерезиса. Ч. I : Анализ моделей / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов // Неразрушающий контроль и диагностика. – 2011. – № 2. – С. 3–35.
12. Моделирование тягового электропривода с двигателями постоянного тока последовательного возбуждения / А. А. Шавелкин, И. А. Костенко, В. А. Герасименко, А. Н. Мовчан // Восточно-Европ. журн. передовых технологий. – 2016. – № 1 (2). – С. 42–48. doi: 10.15587/1729-4061.2016.60322.
13. Находкин, М. Д. Универсальная магнитная характеристика / М. Д. Находкин, В. С. Хвостов // Вестн. электропромышленности. – 1958. – № 1. – С. 44–48.
14. Правила тяговых расчетов для поездной работы. – Москва : Транспорт, 1985. – 287 с.
15. Проектирование тяговых электрических машин : учеб. пособие для вузов ж.-д. трансп. / М. Д. Находкин, Г. В. Василенко, В. И. Бочаров, М. А. Козорезов. – Москва : Транспорт, 1976. – 624 с.
16. Справочник по электроподвижному составу тепловозам и дизель-поездам / под ред. А. И. Тищенко. – Москва : Транспорт, 1976. – 432 с.
17. Discrete-Time Neural Sliding-Mode Block Control for a DC Motor With Controlled Flux / С. E. Castaneda, A. G. Loukianov, E. N. Sanchez, C.-T. Bernardino // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2012. – Vol. 59. – Iss. 2. – P. 1194–1207. doi: 10.1109/TIE.2011.2161246.
18. Castañeda, C. E. Direct current motor control based on high order neural networks using stochastic estimation / С. E. Castañeda, P. Esquivel // The 2010 Intern. Joint Conference on Neural Networks (IJCNN) (18.07–23.07.2010). – Barcelona, Spain, 2010. – P. 1515–1520. doi: 10.1109/IJCNN.2010.5596331.
19. Hayek, El. J. Experiences with a traction drive laboratory model / El. J. Hayek, T. J. Sobczyk, G. Skarpetowski // Electromotion. – 2010. – Vol. 17. – Iss. 1. – P. 30–36.
20. Design and Simulation of Heavy Haul Locomotives and Trains / M. Spiriyagin, P. Wolfs, C. Cole, [et al.]. – Boca Raton ; London ; New York : Taylor & Francis Group, 2017. – 465 p.
21. Electromechanical Coupled Vibration between Traction Motor and Bogie of High-Speed Train / Z. Zhang, X. Zhao, X. Li [et al.] // Proc. of the 6th Intern. Conf. on Mechatronics, Materials, Biotechnology and Environment ICMMBE-2016 (13.08–14.08.2016). – Yinchuan, China, 2016. – P. 153–158. doi: 10.2991/icmmbe-16.2016.30.

А. Ю. ДРУБЕЦЬКИЙ^{1*}

^{1*}Каф. «Електрорухомий склад залізниць», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (0562) 33 55 38, ел. пошта drubetskiy@mail.ru, ORCID 0000-0001-5691-0925

АПРОКСИМАЦІЯ УНІВЕРСАЛЬНОЇ МАГНІТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТЯГОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН

Мета. У науковій роботі передбачається отримати аналітичний вираз, що описує універсальну магнітну характеристику та дає можливість враховувати розмагнічуючу дію реакції якоря. А на базі універсальної магнітної характеристики необхідно отримати універсальні вирази для індуктивних параметрів тягових електричних машин постійного та пульсуючого струмів. **Методика.** Універсальна магнітна характеристика (УМХ) являє собою залежність у відносних одиницях магнітного потоку від магніторушійної сили (МРС) обмотки збудження. Так як УМХ побудована для машин, що працюють під навантаженням, отже, насправді вона являє собою залежність і від МРС обмотки збудження, і від МРС реакції якоря. Для розрахунку електромеханічних характеристик при незмінному збудженні можна користуватися одним із відомих виразів, апроксимуючих УМХ. Однак при моделюванні роботи тягового електродвигуна в широкому діапазоні зміни збудження необхідний вираз, в якому присутня друга змінна у вигляді МРС реакції якоря. Такий вираз також необхідний для визначення індуктивних параметрів тягового електродвигуна, у великій мірі залежних від струму. Вираз для апроксимації УМХ з двома змінними можна отримати шляхом аналізу розподілу магнітного поля в повітряному зазорі на розрахунковій полюсній дузі. **Результати.** Автором отриманий вираз для апроксимації УМХ, який залежить від двох змінних: МРС порушення і МРС реакції якоря. Для конкрет-

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

ного режиму ослаблення збудження можливо перетворення цього виразу в функцію однієї змінної, наприклад, струму якоря. Також в якості аргументу може виступати МРС обмотки збудження. **Наукова новизна.** Для апроксимації УМХ запропонована методика, що дозволяє ввести в апроксимуючий вираз другу змінну у вигляді МРС реакції якоря. **Практична значимість.** Маючи в наявності швидкісну характеристику або коефіцієнт насичення даного тягового електродвигуна, можна визначити його індуктивні параметри в конкретному режимі роботи або отримати їх залежність від струмів обмоток для будь-якого режиму роботи.

Ключові слова: універсальна магнітна характеристика; апроксимація; тяговий електродвигун; індуктивні параметри

A. YU. DRUBETSKYI^{1*}

^{1*}Dep. «Electric Rolling Stock of Railways», Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 373 15 31, e-mail drubetskiy@mail.ru, ORCID 0000-0001-5691-0925

APPROXIMATION OF UNIVERSAL MAGNETIC CHARACTERISTIC FOR MODELLING ELECTRIC TRACTION MACHINES

Purpose. The scientific work is aimed to obtain an analytic expression describing universal magnetic characteristic and enabling to take into account the demagnetizing effect of the armature. On the basis of the universal magnetic characteristics one need to obtain universal expressions for inductive parameters of electric traction machines of direct and pulsating currents. **Methodology.** A universal magnetic characteristic (UMC) is the dependence of the relative units of the magnetic flux on the magnetomotive force (MMF) of the excitation winding. Since MMF was built for machines operating under load, therefore, in fact it is a dependency on the MMF and on the MMF of the armature reaction. For the calculation of electromechanical characteristics at constant excitation one can use one of the well-known expressions approximating the UMC. However, during modeling the electric traction engine operation in wide ranges of excitation change it is necessary the expression, in which there is a second variable in the form of MMF of the anchor reaction. Such an expression is also necessary to determine the inductive parameters of electric traction engine, to a large extent dependent on the current. The expression for the approximation of the UMC with two variables can be obtained by analyzing the magnetic field distribution in the air gap at the calculated pole arc. **Findings.** The author obtained expression for approximation of the UMC, which depends on two variables: MMF of excitation and MMF of armature reaction. For a particular mode of excitation weakening it is possible to convert the expression into the function of one variable, for example, the anchor current. Also, the MMF of excitation winding can be the argument. **Originality.** For the UMC approximation it was proposed a methodology that makes it possible to record into approximating expression the second variable in the form of the anchor reaction MMF. **Practical value.** Due to the presence of speed characteristic or saturation ratio of this electric traction engine, one can determine its inductive parameters in a particular operation mode or to obtain their dependencies on the winding currents for all modes of operation.

Keywords: universal magnetic characteristics; approximation; electric traction engine; inductive parameters

REFERENCES

1. Afanasov, A. M. (2012). Approximation of the magnetic characteristics of the traction motors of electric rolling stock. *Electromagnetic Compatibility and Safety on the Railway Transport*, 4, 25-29.
2. Belkina, Y. N., & Zhukov, S. A. (2015). Analiz sposobov approksimatsii krivoy namagnichivaniya elektrotekhnicheskoy stali. *Innovatsionnaya nauka*, 5-2, 22-27.
3. Belman, M. K. (1975). *Perehodnyye protsessy v mikrodivigatelyakh postoyannogo toka pri impulsnom pitanii*. Leningrad: Energiya.
4. Voldek, A. I. (1978). *Elektricheskiye mashiny* (3rd ed.). Leningrad: Energiya.
5. Hetman, H. K., & Marikutsa, S. L. (2011). The analysis of analytical functions for approximative do-all magnetic characteristic of direct – current and undulated – current traction motors. *Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport*, 37, 63-71.
6. Hetman, H. K., & Golik, S. M. (2007). About the use of universal magnetic characteristics to calculate the electromechanical characteristics of traction motors. *Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport*, 16, 21-25.

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

7. Ivanov-Smolenskiy, A. V. (1980). *Elektricheskiye mashiny*. Moscow: Energiya.
8. Kalantarov, P. L., & Tseytlin, L. A. (1986). *Raschet induktivnostey: spravochnaya kniga* (3rd ed.). Leningrad: Energoatomizdat.
9. Kostenko, M. P., & Piotrovskiy, L. M. (1972). *Mashiny postoyannogo toka. Transformatory: Elektricheskiye mashiny* (3rd ed.). Leningrad: Energiya.
10. Kostin, M. O., & Sheikina, O. H. (2006). *Teoretychni osnovy elektrotekhniki* (Vol. 1-3). Dnipropetrovsk: Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan Press.
11. Matyuk, V. F., & Osipov, A. A. (2011). The mathematical models of the magnetization curve and the magnetic hysteresis loops, Part 1: Analysis of models. *Nerazrushayushchiy kontrol i diagnostika*, 2, 3-35.
12. Shavelkin, A., Gerasimenko, V., Kostenko, I., & Movchan, A. (2016). Modeling of traction electric drive with DC series motors. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1, 2(79), 42-48. doi: 10.15587/1729-4061.2016.60322
13. Nakhodkin, M. D., & Khvostov, V. S. (1958). Universalnaya magnitnaya kharakteristika. *Vestnik elektropromyshlennosti*, 1, 44-48.
14. All-Soviet Union Research Institute of Railway Transport. (1985). *Pravila tyagovykh raschetov dlya poyezdnoy raboty*. Moscow: Transport.
15. Nakhodkin, M. D., Vasilenko, G. V., Bocharov, V. I., & Kozorezov, M. A. (1976). *Proyektirovaniye tyagovykh elektricheskikh mashin*. Moscow: Transport.
16. Tishchenko, A. I. (Ed.). (1976). *Spravochnik po elektropodvizhnomu sostavu teplovozam i dizel-poyezdam*. Moscow: Transport.
17. Castaneda, C. E., Loukianov, A. G., Sanchez, E. N., & Bernardino, C.-T. (2012). Discrete-Time Neural Sliding-Mode Block Control for a DC Motor With Controlled Flux. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(2), 1194-1207. doi: 10.1109/TIE.2011.2161246
18. Castañeda, C. E., & Esquivel, P. (2010). Direct current motor control based on high order neural networks using stochastic estimation. *Proceedings of the 2010 International Joint Conference on Neural Networks IJCNN, July 18-23, 2010, Barcelona, Spain*, 1515-1520. doi: 10.1109/IJCNN.2010.5596331
19. Hayek, E. J., Sobczyk, T. J., & Skarpetowski, G. (2010). Experiences with a traction drive laboratory model. *Electromotion*, 17(1), 30-36.
20. Spiriyagin, M., Wolfs P., Cole, C., Sun, Y. Q., McClanachan, M., Spiriyagin, V., & McSweeney, T. (2017). *Design and Simulation of Heavy Haul Locomotives and Trains*. Boca Raton, London, New York: Taylor & Francis Group.
21. Zhang, Z., Zhao, X., Li, X., Lin, F., & Yang, Z. (2016). Electromechanical Coupled Vibration between Traction Motor and Bogie of High-Speed Train. *Proceedings of the 6th International Conference on Mechatronics, Materials, Biotechnology and Environment ICMME-2016, August 13-14, 2016, Yinchuan, China*. 153-158. doi: 10.2991/icmme-16.2016.30

Статья рекомендована к публикации д.т.н., проф. Г. К. Гетьманом (Украина); д.т.н., проф. Ф. П. Шкрабцом (Украина)

Поступила в редколлегию: 17.10.2016

Принята к печати: 11.01.2017