

УДК 622.5: 628.35

Н.Н. Беляєв, д-р техн. наук, професор
(ДНУЖТ ім. В. Лазаряна)
Н.П. Нечитайло, канд. техн. наук, доцент
(ГВУЗ «ПГАСА»)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКУПОРИВАНИЯ ПОР МЕМБРАНЫ ПРИ УЛЬТРАФИЛЬТРАЦИИ ШАХТНЫХ ВОД

М.М. Біляєв, д-р техн. наук, професор
(ДНУЖТ ім. В. Лазаряна)
Н.П. Нечитайло, канд. техн. наук, доцент
(ДВУЗ «ПДАБА»)

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАКУПОРЮВАННЯ ПОР МЕМБРАНИ ПРИ УЛЬТРАФІЛЬТРАЦІЇ ШАХТНИХ ВОД

N.N. Belyaev, D.Sc. (Tech.), Professor
(DNURT named after V. Lazaryan)
N.P. Nechyaylo, Ph.D. (Tech.), Associate Profitor
(SHEI «PSACEA»)

MATHEMATICAL MODELING OF THE MEMBRANE PORE CLOSING IN THE CASE OF THE ULTRAFILTRATION OF MINE WATERS

Аннотация.

Ультрафильтрация является одним из наиболее перспективных методов очистки сточных вод. При применении данного метода очень важно прогнозировать процесс закупоривания пор мембраны. В работе представлено численная модель для расчета этого процесса. В основу модели положено уравнение движения идеальной жидкости и уравнение массопереноса. Для численного моделирования моделирующих уравнений используются разностные схемы. Численный расчет осуществляется на прямоугольной разностной сетке. Для формирования вида расчетной области и ее изменения в силу закупоривания поры применяется метод маркирования. Модель позволяет рассчитать процесс закупоривания поры при использовании компьютеров малой и средней мощности. Время расчета одного варианта задачи составляет несколько секунд. Представляются результаты проведенного вычислительного эксперимента.

Ключевые слова: численное моделирование, ультрафильтрация, закупоривание поры мембраны.

Введение. Одной из важных экологических проблем в горнорудной отрасли является повышение качества очистки шахтных вод. Для решения этой проблемы начинает применяться ультрафильтрация – один из наиболее перспективных методов очистки. Но при применении ультрафильтрации возникает один отрицательный эффект – закупоривание пор мембраны с течением времени.

Поэтому производительность мембран падает, что соответственно влияет на качество очистки шахтных вод. В этой связи крайне важно иметь расчетные методики, которые позволяли бы на этапе принятия проектных решений по очистке шахтных вод прогнозировать эффективность работы мембран для конкретных условий эксплуатации. Поскольку процесс закупоривания поры мембраны является крайне сложным, то создание методик прогноза - очень сложная задача [1, 6, 7]. Целью данной работы является разработка CFD модели для прогнозирования процесса закупоривания поры мембраны при ультрафильтрации.

Моделирующие уравнения.

Рассматривается процесс фильтрации воды, содержащей примесь в поре мембраны установки для ультрафильтрации (рис.1).

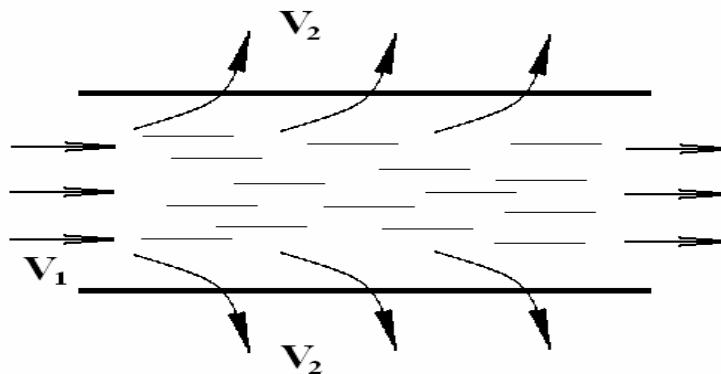


Рисунок 1 – Схема поры мембраны

Для расчета процесса закупоривания поры мембраны используется осредненное по ширине канала (профильная задача) уравнение массопереноса [2,4]

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial u C}{\partial x} + \frac{\partial v C}{\partial y} + k C = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (1)$$

где C – концентрация примеси в воде; u, v , – компоненты вектора скорости движения потока внутри поры; $\mu = (\mu_x, \mu_y)$ – коэффициенты диффузии; t – время; k – коэффициент скорости сорбции примеси на стенке поры мембраны.

Ось Y направлена вертикально вверх.

Постановка краевых условий для уравнения массопереноса рассмотрена в работах [4,6].

Профиль скорости на входе в расчетную область (пору) полагается равномерным.

Решение уравнения (1) можно получить, если известно поле скорости потока внутри поры, причем особенностью процесса является то, что с течением времени происходит процесс ее закупоривания, а значит, меняется геометрическая форма поры и, как результат этого – изменение поля скорости потока внутри нее. Для расчета поля скорости потока с учетом этой особенности ис-

пользуется модель потенциального течения. Для решения задачи в такой постановке необходимо проинтегрировать уравнение [2,3]

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0. \quad (2)$$

где P - потенциал скорости.

Для уравнения (2) ставятся такие граничные условия [2,3]:

– на твердых стенках поры (где произошло формирование осадка):
 $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$, где n - единичный вектор внешней нормали к данному участку границы;

– на входной границе: (граница втекания потока, а также на боковых границах поры, где нет закупоривания) $\frac{\partial P}{\partial n} = V_n$, где V_n - известное значение скорости на этой границе ;

– на выходной границе расчетной области: $P = P_0 + const.$ (условия Дирихле).

Компоненты вектора скорости водного потока рассчитываются на основе зависимостей

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial P}{\partial y},$$

Численное интегрирование моделирующих уравнений. Численное интегрирование уравнений гидродинамики и массопереноса осуществляется на прямоугольной разностной сетке. Для формирования вида расчетной области и ее изменения с течением времени, за счет сорбции примеси на стенках поры используется метод маркирования [2].

Для численного интегрирования уравнения (2) используется метод Либмана. [5]. Для численного интегрирования уравнения (1) используется попеременно – треугольная неявная разностная схема [2]. Программная реализация численной модели осуществлена на алгоритмическом языке ФОРТРАН.

Исходные данные для моделирования.

Для 2 – D моделирования процесса закупоривания поры мембраны необходимо задать следующие исходные данные:

1. Диаметр поры мембраны.
2. Длина расчетного участка поры мембраны.
3. Скорость потока на входе в пору мембраны V_1 (рис.1).
4. Скорость потока V_2 через стенки поры (рис.1).
5. Коэффициент сорбции загрязнителя на стенках поры 'k'.
6. Концентрацию примеси (загрязнителя в воде) на входе в пору мембраны, коэффициент диффузии.

Расчет процесса закупоривания поры мембраны при ультрафильтрации

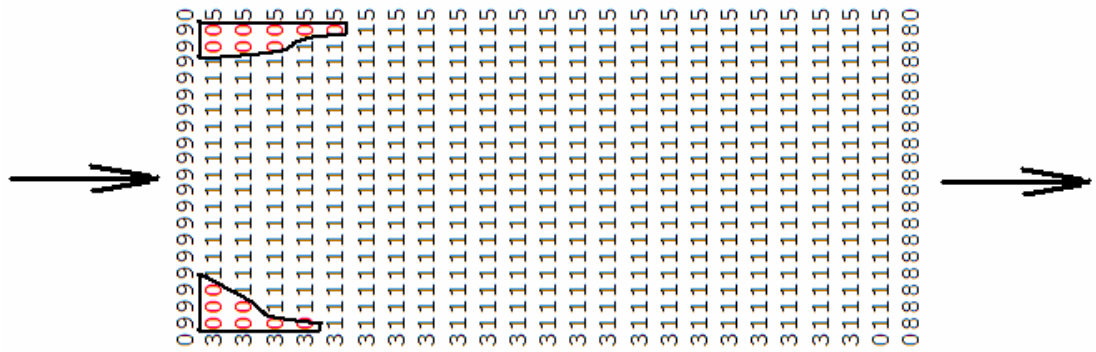


Рисунок 3 – Область течения
для момента времени $t=10$
(частичное сужение поры мембраны)

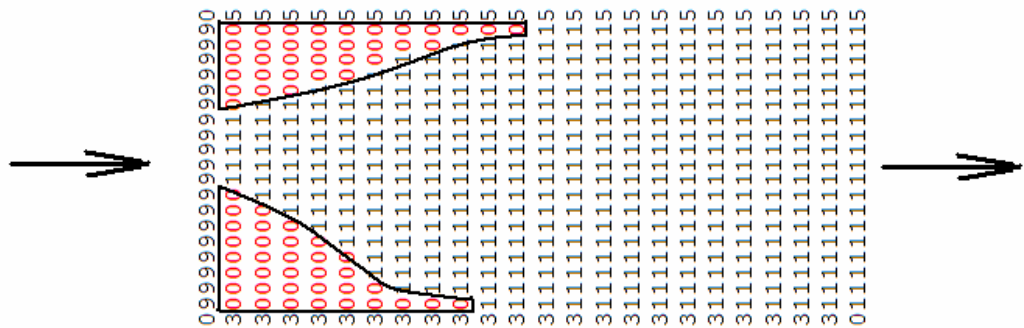


Рисунок 4 – Область течения
для момента времени $t=32$
(существенное сужение поры мембраны)

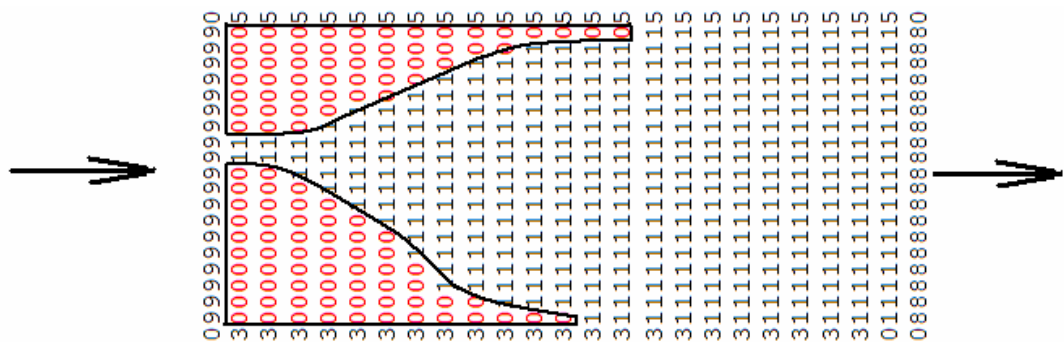


Рисунок 5 – Область течения
для момента времени $t=53$
(практически полное сужение поры)

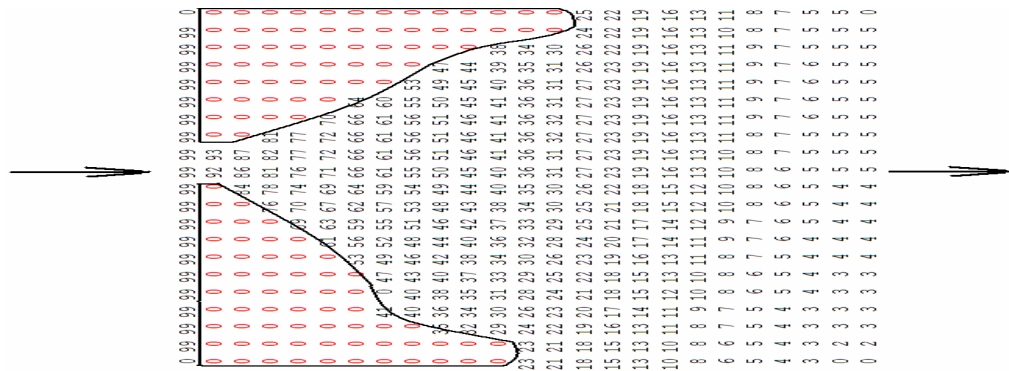


Рисунок 6 – Распределение концентрации примеси в поре мембраны для момента времени $t=53$ (практически полное сужение поры).

Отметим, что для расчета одного варианта задачи потребовалось 15с компьютерного времени. Таким образом, для решения многопараметрической задачи массопереноса в области сложной геометрической формы, изменяющейся с течением времени требуются незначительные временные затраты при использовании разработанной численной модели.

Выводы. В работе представлена новая численная модель для расчета процесса закупоривания поры мембраны при ультрафильтрации. Дальнейшее совершенствование рассмотренной в работе модели необходимо проводить в направлении ее адаптации к моделированию трехмерного процесса массопереноса в порах мембраны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брык, М.Т., Цапюк Е.А. Ультрафильтрация. Киев: Наукова Думка, 1989.
2. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде / М. З. Згуровский, В. В. Скопецкий, В. К. Хрущ, Н. Н. Беляев. – К.: Наук. думка, 1997. – 368 с.
3. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа. / Л.Г. Лойцянский - М.: Наука, 1978. – 735 с.
4. Марчук, Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. / Г.И. Марчук – М.: Наука, 1982. – 320 с.
5. Самарский, А. А. Теория разностных схем. / А.А. Самарский - М.: Наука, 1983. – 616 с.
6. Polyakov, Yu. S. "Beneficial Effect of Practicle Adsorption in UF/MF Outside-In Hollow Fiber Filters" // Proceedings of the 2005 Annual Meeting of North American Membrane Society, Providence, Rhode Island, June 11 – 15, 2005, pp. 66 – 77.
7. Polyakov, Yu. S. Hollow fiber membrane adsorber: Mathematical model // J. Member. Sci. 2006. V. 280, P. 610.

REFERENCES

1. Bryik, M.T. and Tsapyuk, E.A. (1989), *Ultrafiltratsiya* [Ultra-filtration], Naukova Dumka, Kiev, Ukraine.
2. Zgurovskiy, M.Z., Skopetskiy, V.V., Hrusch, V.K. and Belyaev, N.N. (1997), *Chislennoye modelirovaniye rasprostraneniya zagryazneniya v okruzhayuschey srede* [Numerical design of distribution of contamination in an environment – Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
3. Loytsyanskiy, L. G. (1978), *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas], Nauka, Moscow, SU.
4. Marchuk, G. I. (1982), *Matematicheskoye modelirovaniye v probleme okruzhayuschhey sredy* [Mathematical modeling in the problem of environment], Nauka, Moscow, SU.
5. Samarskiy, A. A. (1983), *Teoriya raznostnykh skhem* [Theory of difference charts], Nauka, Moscow, SU.

6. Polyakov Yu. S. "Beneficial Effect of Practicle Adsorption in UF/MF Outside-In Hollow Fiber Filters" // Proceedings of the 2005 Annual Meeting of North American Membrane Society, Providence, Rhode Island, June 11 – 15, 2005, pp. 66 – 77.

7. Polyakov Yu. S. Hollow fiber membrane adsorber: Mathematical model // J. Member. Sci. 2006. V. 280, P. 610.

Об авторах

Беляев Николай Николаевич, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Гидравлика и водоснабжение» Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, Днепропетровск, Украина.

Нечитайло Николай Петрович, канд. техн. наук, ассистент кафедры «Гидравлика» Приднeпровской государственной академии строительства и архитектуры, Днепропетровск, Украина.

About the authors

Belyaev Nikolai Nikolaievich, Doctor of Technical Sciences D.Sc (Tech.), professor, head of the department «Gydraulics and water supply» of Dnepropetrovsk national university of railway transport named after V. Lazaryan. Dnepropetrovsk, Ukraine.

Nechytailo Nikolai Petrovich, Candidate of Technical Sciences Ph.D. (Tech.), Associate Professor of the department «Gydraulics» of Pridneprovskaya State Academy of Civil Engineering and Architecture.

Анотація.

Ультрафільтрація є одним з найбільш перспективних методів очищення стічних вод. При застосуванні цього методу дуже важливо прогнозувати процес закупорювання пір мембрани. У роботі представлено чисельна модель для розрахунку цього процесу. У основу моделі покладено рівняння руху ідеальної рідини і рівняння масопереносу. Для чисельного моделювання моделюючих рівнянь використовуються різницеві схеми. Чисельний розрахунок здійснюється на прямокутній різницевій сітці. Для формування виду розрахункової області і її зміни в силу закупорювання пори застосовується метод маркування. Модель дозволяє розрахувати процес закупорювання пори при використанні комп'ютерів малої і середньої потужності. Час розрахунку одного варіанту завдання складає декілька секунд. Видаються результати проведеного обчислювального експерименту.

Ключові слова:

чисельне моделювання, ультрафільтрація, закупорювання пори мембрани

Abstract.

Ultrafiltration is one of the most promising methods of wastewater treatment. With this method it is very important to predict the process of clogging the pores of the membrane. In this paper we presented a numerical model of the process. The model is based on equations of motion of an ideal fluid and mass transfer equation. For numerical simulation the finite difference schemes are used. The numerical calculation is carried out on a rectangular grid. For the formation of the computational domain and its change due to the clogging of the pores markers are used. The model allows to calculate the process of clogging pores using computers small and medium power. Calculation time of one variant of the problem is a few seconds. The results of a computational experiment are presented.

Keywords.

numerical simulation, ultra filtration, decreasing of the pore

Статья поступила в редакцию 25.02.2014

Рекомендовано к печати д-ром техн. наук В.Г. Шевченко