

Бондаренко Л.Н., к.т.н., доцент, Колбун В.В., к.т.н., доцент, ДНУЗТ
Жаковский А.Д., к.т.н., доцент, ДОСЖТ

Количественная зависимость между коэффициентами трения качения и скольжения

Постановка проблемы. На практике различают несколько видов трения, появляющегося в зависимости от характера относительного движения кинематических пар: трение при скольжении, трение при качении и трение при качении со скольжением.

Предельное значение сопротивления скольжению, как известно, называют силой трения покоя, а ее отношение к нормальной силе коэффициентом трения покоя или коэффициентом статического трения.

В качестве первого приближения силу трения скольжения выражают следующей формулой:

$$F = A + \mu \cdot N,$$

где A – постоянная, зависящая от поверхностей; μ – коэффициент трения движения; N – сила нормального давления.

Во многих случаях силой A пренебрегают и пользуются связью между силой трения и силой нормального давления, известной под названием закона Кулона.

Сопротивление, оказываемое телом при чистом качении, получило название трения качения и определяется, главным образом, внутренним трением материала и зависит от прижимающей силы, модулей упругости материалов перекатываемых тел, радиусов кривизны элементов.

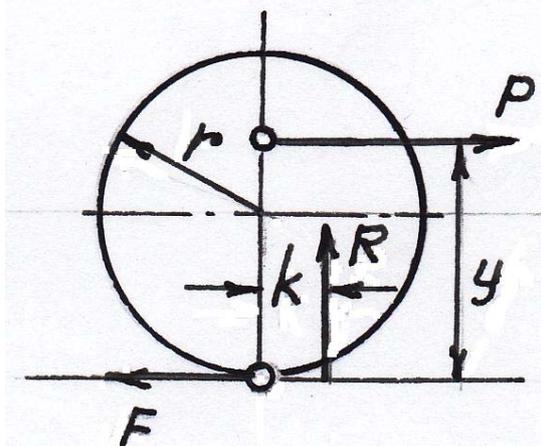


Рис. 1. К определению отношения между коэффициентом трения качения и расстоянием приложения движущей силы

Если вертикальная составляющая реакции смещена на величину k (рис. 1) от направления прижимающей силы Q то из условия равновесия

равномерно движущегося катка силу P , которую необходимо приложить на расстоянии y от точки касания

$$P = \frac{k}{y} \cdot Q. \quad (1)$$

Отсюда следует, что величина силы P зависит от ее точки приложения. В месте касания возникает сила трения $F = \mu \cdot Q$, называемая силой сцепления. Если $P < \mu \cdot Q$ то каток в точке катания не проскальзывает и происходит качение. Если наоборот, то качение невозможно и каток будет скользить потому, что движение происходит в направлении меньшего сопротивления.

Таким образом, условием качения будет:

$$P < F \text{ или } \mu > \frac{k}{y}. \quad (2)$$

Если

$$y < \frac{k}{\mu} \quad (3)$$

то сопротивление при качении больше, чем при скольжении, т.е. относительным движением будет скольжение.

Обычно силу P в (1) прикладывают в центре катка и тогда формула (1) принимает вид

$$P = \frac{k}{r} \cdot Q \quad (4)$$

Исходя из которой в [1] утверждается, что с уменьшением радиуса катка сила, необходимая для перекатывания увеличивается.

Цель статьи. Установить количественную зависимость между сопротивлениями качению и скольжению при линейном и точечном контактах.

Материал исследований. С математической точки зрения утверждение о том, что с уменьшением радиуса катка сила, необходимая для перекатывания увеличивается не вызывает сомнения. Однако, надо иметь в виду, что величина радиуса катка r не берется произвольно, а должна определяться исходя из допустимых контактных напряжений, а величина коэффициента трения качения k зависит от полуширины пятна контакта, определяемой из теории контактных деформаций Герца.

Силу, необходимую для перекатывания, например, цилиндра и шара можно найти без явного наличия в формулах радиусов.

1. Сила необходимая для перекатывания цилиндра по плоскости.

При равенстве модулей упругости материалов цилиндра и плоскости, коэффициентах Пуассона равном 0,3 наибольшие контактные напряжения [2]

$$\sigma = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot E}{B \cdot r}}, \quad (5)$$

где B – ширина цилиндра.

Полуширина пятна контакта

$$b = 1,526 \cdot \sqrt{\frac{Q \cdot r}{B \cdot E}} \quad (6)$$

Коэффициент трения качения при линейном контакте без учета гистерезисных потерь [3]

$$k = \frac{2}{3 \cdot \pi} \cdot b \quad (7)$$

Определив радиус из формулы (5) и подставив в формулу (6) получим величину k из (7), и тогда вместо формулы (4) будем иметь

$$P = \frac{2,43}{\pi} \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot Q \quad (8)$$

в которой явно отсутствует коэффициент трения качения.

Найдем величину P по формуле (8) и формуле (4) при величине допускаемого давления на площадке контакта при первоначальном контакте по линии $\sigma=800$ МПа, $Q=5; 10; 15; 20; 25$ кН; $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа; $B=50$ мм.

Величины k, r, P в зависимости от Q представлены графически на рис. 2.

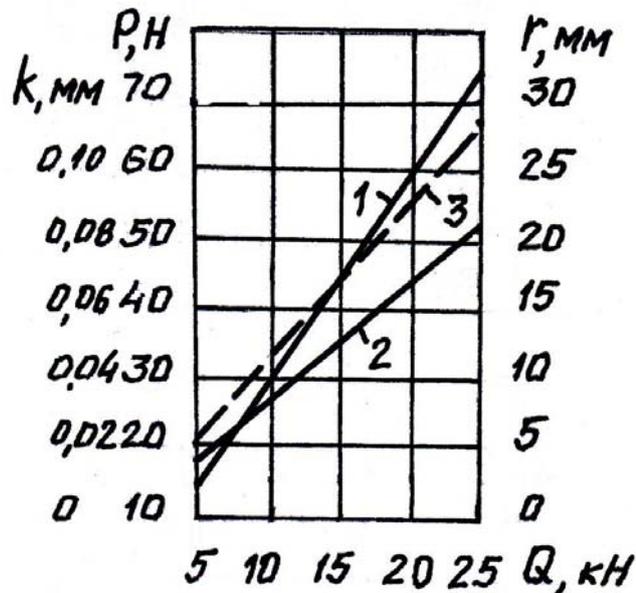


Рис. 2. Зависимость от силы Q : 1 – силы сопротивления качению; 2 – коэффициента трения качению; 3 – радиуса катка

Исследуем формулу (2). При скольжении стали по стали минимальная величина трения скольжения принимается $\mu=0,04$ при жидкой смазке в масляной ванне [4] и при величине $y < k/\mu$ относительным движением будет скольжение. В рассматриваемом примере при $y=r$ величина k/μ на порядок меньше и только при $y < 0,1r$ будет скольжение.

2. Сила необходимая для перекачивания шара по плоскости.

Формулы (5), (6), (7) и (8) для схемы касания сферическое тело – плоскость имеют вид

$$\sigma = 0,388 \cdot \sqrt[3]{\frac{Q \cdot E^2}{r^2}}; \quad (9)$$

$$b = 1,109 \cdot \sqrt[3]{\frac{Q \cdot r}{E}}; \quad (10)$$

$$k = \frac{3}{16} \cdot b; \quad (11)$$

$$P = 0,54 \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot Q \quad (12)$$

Для расчетов примем те же величины, что и в предыдущем примере увеличив, ввиду точечного контакта, допускаемое давление до $\sigma=1000$ МПа.

Величины k , r , P в зависимости от Q представлены графически на рис. 3.

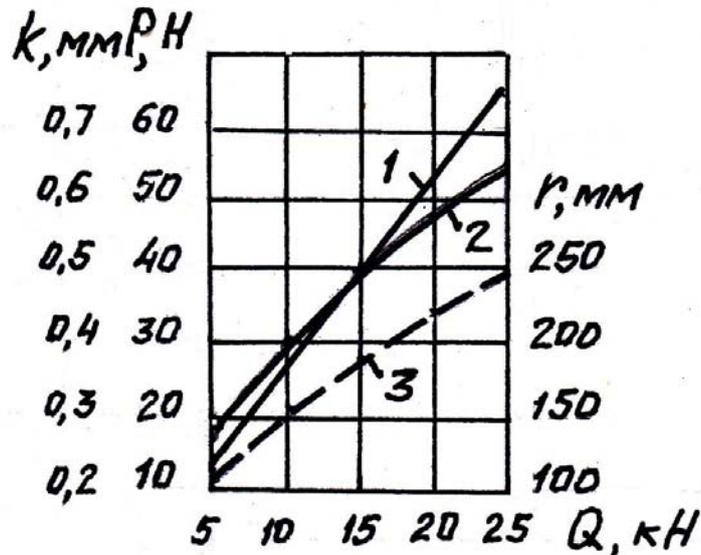


Рис. 3. Зависимость от силы Q : 1 – силы сопротивления качению; 2 – коэффициента трения качения; 3 – радиуса шара

Приняв, как и в предыдущем примере, коэффициент трения скольжения $\mu=0,04$ получим, что при $y=r$ величина k/μ примерно в 15 раз меньше r и только при $y < 0,06r$ будет скольжение.

Анализ полученных зависимостей и графиков на рис. 2 и рис. 3 позволяет сделать следующие выводы:

- с уменьшением радиуса катка сила, необходимая для перекатывания, уменьшается;

- сопротивление при качении в случае приложения силы к центру катка меньше сопротивления при скольжении для реальных материалов и смазок.

Литература

1. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1969. – 584 с.
2. Справочник по сопротивлению материалов/ Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. – Киев: Наук. думка, 1988. – 736 с.
3. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
4. Справочник по кранам: в 2 т. Т. 2 / Александров М.П., Гохберг М.М., Ковин А.А. и др. – Л.: Машиностроение, 1988. – 559 с.