

Распопов А. С., Артемов В. Е., Русу С. П.

ОСОБЕННОСТИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ МОСТОВ

Введение

В области расчета строительных конструкций наиболее часто применяется специализированное программное обеспечение – системы автоматизированного проектирования (САПР) [1, 2], для которых существует разделение на три основных типа: CAD (computer-aided design), CAM (computer-aided manufacturing) и CAE (computer-aided engineering). На практике часто возникает необходимость в совмещении указанных технологий, вследствие чего становится обоснованным появление в последнее время так называемых гибридных систем автоматизированного проектирования, имеющих в наличии не только развитые средства визуализации, но и высокий расчетный потенциал (Ansys, Nastran, Adams, UM).

Тем не менее, многие повседневные задачи инженера имеют достаточно узкую специализацию и не требуют для своего решения привлечения универсальных расчетных комплексов. В таких случаях можно воспользоваться небольшими профильными пакетами программ [3]. Функционально профильные САПР значительно проще универсальных расчетных комплексов, однако они более гибко учитывают особенности моделирования, в которых нуждается пользователь. Примерами могут служить программы как отечественной разработки (SCAD, Лира, Мономах, Сапфир), так и зарубежных авторов (Abacus, Robot, Catia и др.).

В работах [2, 4, 5] подробно рассматриваются основополагающие подходы к созданию систем автоматизированного проектирования CAE с использованием геометрического моделирования и численных методов расчета. Оригинальный подход к реализации САПР для определения напряженно-деформированного состояния транспортного сооружения предложен авторами [4], где в основу расчета положен метод конечных элементов. Неотъемлемой частью каждой современной САПР является модуль, осуществляющий визуализацию геометрии проектируемого объекта. Принципы построения модулей геометрического моделирования на основе параметрических кривых, поверхностей, тел, статических и динамических моделей с применением языка программирования PLaSM изложены в [6]. Следует подчеркнуть важность наличия в расчетной программе специали-

зированной интерфейса или проблемно-ориентированного языка сверхвысокого уровня [7], а также его тесной интеграции с другими комплексами через информационно-логические модели [8].

Однако следует отметить, что среди современных систем автоматизированного проектирования, в частности расчетных САЕ-комплексов, сравнительно мало продуктов, ориентированных на динамический расчет мостовых конструкций. В данной работе авторы представляют основные результаты по разработке программного комплекса Belinda для расчета статики и динамики стержневых конструкций применительно к железнодорожным мостам, в основу которого положены метод конечных элементов и уравнения динамики твердого тела.

2. Составление конечно-элементной модели пролетного строения

Рассмотрим балочное металлическое пролетное строение однопутного железнодорожного моста расчетной длиной 33,6 м (рис. 1).

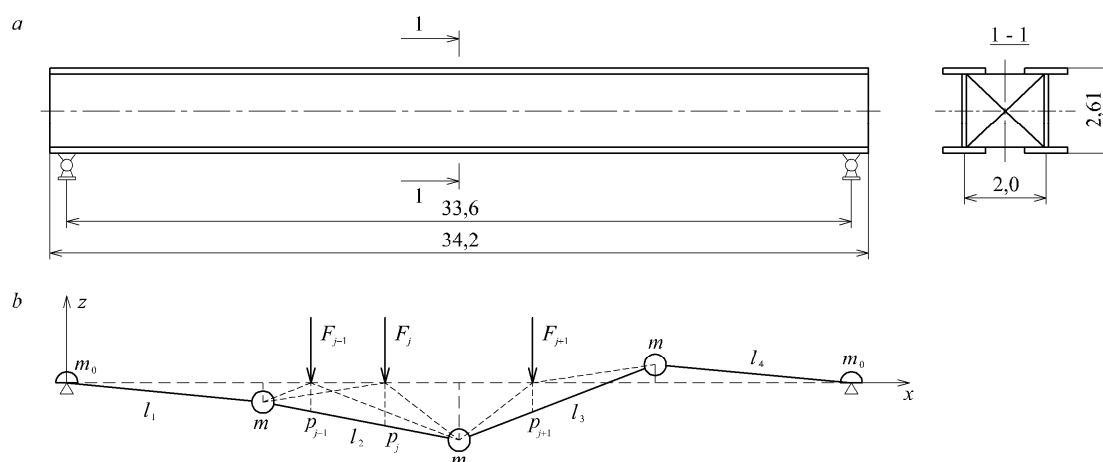


Рис. 1. Пролетное строение и его стержневая модель

Поперечное сечение пролетного строения состоит из двух главных балок, объединенных системой продольных, поперечных и диагональных связей. В средней части пролета каждая балка имеет высоту вертикального листа 2,61 м, горизонтальные листы располагаются симметрично и имеют размеры 25×490 мм (внутренний) и 40×590 мм (внешний).

Примем дискретную расчетную модель пролетного строения (рис. 1). Разделим конструкцию на четыре участка равной длины, заменим главные балки пролетного строения системой невесомых упругих стержней длиной $l_j = 8,4$ м, стыкуемых в узлах с номерами $i = 1, 2, \dots, n$. Свяжем с каждым j -м стержнем локальную правостороннюю систему координат $O_{c,j}$, $j = 1, 2, \dots, n-1$. Для всей конструкции определим глобальную систему координат O (рис. 2):

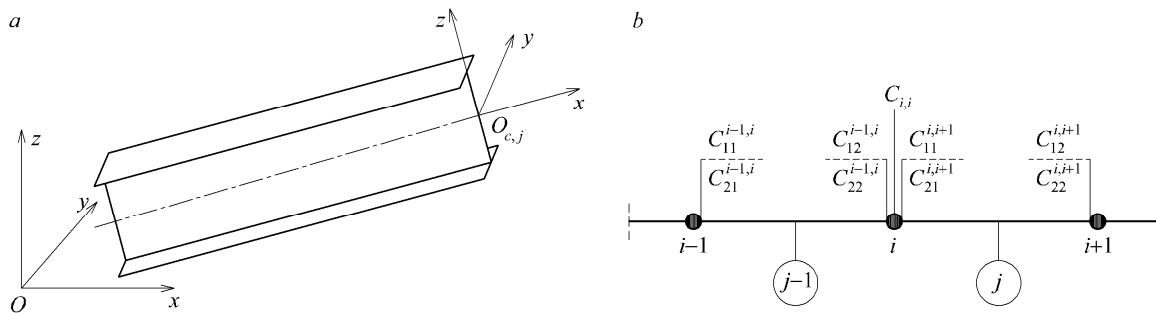


Рис. 2. Ориентация стержня и компоновка матрицы жесткости

Стержневой элемент (рис. 2) работает на изгиб в плоскостях xu , zx , растяжение-сжатие и кручение относительно продольной оси x . Моменты инерции поперечного сечения равны соответственно $J_y = 0,131 \text{ м}^4$, $J_z = 7,44 \times 10^{-3} \text{ м}^4$, $J_x = 3,2 \times 10^{-5} \text{ м}^4$. Площадь сечения $A = 0,102 \text{ м}^2$. Модуль упругости материала балки составляет $E = 2,1 \times 10^{11} \text{ Па}$, модуль сдвига – $G = 7,8 \times 10^{10} \text{ Па}$. Предполагается, что в рассматриваемой системе все стержни геометрически и физически линейны, выполняются гипотеза Бернулли и принцип Сен-Венана.

В пространственной постановке свободный от кинематических закреплений i -й узел конструкции обладает шестью степенями свободы и его положение в глобальной системе координат в любой момент времени можно описать вектором с шестью компонентами $Z^{(i)}$. В направлении этих перемещений формируется главный вектор узловых усилий $R^{(i)}$:

$$Z^{(i)} = \{x \ y \ z \ \varphi_x \ \varphi_y \ \varphi_z\}; \quad R^{(i)} = \{F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z\}. \quad (1)$$

Для определения перемещений и усилий в концевых сечениях j -го стержня, соединяющего i -й и $(i+1)$ -й узлы, введем соответствующие блочные матрицы

$$Z_j = \begin{bmatrix} Z_j^{(i)} \\ Z_j^{(i+1)} \end{bmatrix}; \quad R_j = \begin{bmatrix} R_j^{(i)} \\ R_j^{(i+1)} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где верхний индекс (в скобках) соответствует номеру узла, нижний – номеру стержня.

Каждая из матриц (2) строится путем объединения двух соответствующих матриц (1) и имеет порядок 12×1 . Связь между перемещениями i -го конца стержня и усилиями в этом сечении описывается линейным уравнением

$$R_j^{(i)} = C_j^{(i)} Z_j^{(i)}, \quad (3)$$

где $C_j^{(i)}$ – квадратная матрица жесткости размером 6×6 для i -го сечения стержня.

Для обоих концов стержня имеем

$$R_j = C_j Z_j, \quad (4)$$

где матрица жесткости C_j представляет собой квадратную блочную матрицу размером 12×12 вида

$$C_j = \left[\begin{array}{c|c} C_{11} & C_{12} \\ \hline C_{21} & C_{22} \end{array} \right]. \quad (5)$$

Каждая из четырех вложенных матриц жесткости (5) размером 6×6 содержит реакции на единичные перемещения конца j -го стержня в его локальной системе координат $O_{c,j}$ [9]. Элемент общей матрицы жесткости C стержневой системы вычисляется как алгебраическая сумма жесткостей отдельных стержней, стыкующихся в данном узле. Так, для i -го узла, смежного двум соседним стержням $j-1, j$ (рис. 2), соответствующий элемент общей матрицы жесткости будет иметь вид

$$C_{i,i} = \left[\begin{array}{c|c|c} \begin{array}{c} C_{11}^{i-1,i} \\ \hline C_{21}^{i-1,i} \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ \hline C_{12}^{i-1,i} + C_{11}^{i,i+1} \\ \hline C_{22}^{i-1,i} + C_{21}^{i,i+1} \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ \hline 0 \\ \hline C_{12}^{i,i+1} \\ \hline C_{22}^{i,i+1} \end{array} \\ \hline 0 & & 0 \end{array} \right]. \quad (7)$$

В канонических уравнениях метода перемещений известными считаются внешние обобщенные силы, сосредоточенные в узлах стержневой системы, а искомыми – перемещения [10]. Однако система может перейти в напряженно-деформированное состояние и под влиянием таких факторов, как вынужденные перемещения ее отдельных точек (вертикальные, горизонтальные смещения узлов, повороты сечений и т. п.). Поэтому будем

разделять кинематические параметры данной математической модели на две группы – параметры, определяемые решением системы канонических уравнений метода перемещений (искомые) и параметры, определяемые решением системы уравнений движения или исходной геометрией конструкции (заданные). Параметры первой группы получаются, как правило, в результате статического расчета системы, параметры второй – в результате прямого интегрирования системы уравнений движения. Эти параметры относятся к факторам кинематического возмущения системы и могут быть преобразованы в эквивалентные узловые силы. Используя зависимость (4) и учитывая, что главный вектор узловых реакций равен по абсолютному значению главному вектору сил от внешней нагрузки и противоположен ему по знаку, для j -го стержня имеем

$$F_{j,\Delta} = -R_j = -C_j \cdot \Delta_j, \quad (8)$$

где Δ_j – вектор-столбец вынужденных перемещений обоих концов j -го стержня в глобальной системе координат.

Для всей стержневой системы запишем

$$F_{\Delta} = -C \cdot \Delta. \quad (9)$$

Далее силы F_{Δ} , эквивалентные вынужденным перемещениям, прикладываются к узлам конструкции вместе с остальными внешними нагрузками и воздействиями F_0 и система канонических уравнений метода перемещений в матричной форме примет вид

$$Z = L(F_{\Delta} + F_0); \quad L = C^{-1}, \quad (10)$$

где L – матрица податливости.

Обозначим вектор суммарных узловых нагрузок:

$$F = F_{\Delta} + F_0, \quad (11)$$

тогда уравнение (10) примет вид

$$Z = LF. \quad (12)$$

Порядок матриц Z , C , L , F зависит от количества узлов системы n . Чтобы избежать вырожденности, исключим из всех матриц (12) строки и столбцы, соответствующие кинематическим закреплениям узлов:

$$\bar{Z} = \bar{L}\bar{F}; \quad \bar{L} = \bar{C}^{-1}, \quad (13)$$

где черта над матрицей означает редуцированную форму этой матрицы.

Используя соотношения (4), (13), найдем значения внутренних усилий (реакций) в узлах системы:

$$\tilde{R} = C(\bar{L}\bar{F}), \quad (14)$$

при этом в матрицу $\tilde{R}$ добавлены исключенные ранее столбцы и строки с заполнением их нулевыми элементами.

Зависимости (12), (14) позволяют найти силовые и деформационные факторы во всех узлах стержневой системы, что соответствует статическому расчету конструкции. Для проведения динамического расчета необходимо задаться временным интервалом, выбрать начальные условия, определить размеры матриц жесткости, податливости и т. д. После этого можно переходить к непосредственному интегрированию уравнений движения узлов системы с приложением к конструкции заданных статических и динамических сил.

3. Программный комплекс Belinda в задачах статики и динамики стержневых систем

Программный комплекс Belinda [11] функционирует под управлением 32-разрядной операционной системы Microsoft Windows. В общем случае, не накладывается ограничений на тип используемого процессора и оперативной памяти, однако для эффективного проведения динамических расчетов рекомендуются процессоры Intel Pentium III, AMD Athlon и выше, с доступной оперативной памятью не менее 1 Гб. Комплекс носит название Belinda и служит для расчета нелинейной динамики конструкций на основе интегрируемых уравнений Эйлера–Лагранжа.

Функционально комплекс разделен на три блока, характерных для большинства САЕ-программ этого класса: моделирование (препроцессор), расчет (процессор), анализ результатов (постпроцессор). Первый блок обслуживают элементы интерфейса, отвечающие за создание расчетной схемы конструкции средствами геометрического моделирования. Исходная аналитическая модель в виде командного файла может быть подготовлена в любом текстовом редакторе.

Математическое обеспечение вычислений реализовано в модулях комплекса Matrixes.pas, UnitMath.pas. Первый модуль отвечает за формирование, работу и удаление экземпляров класса данных TMatrix, TVector (матрица и вектор вещественных чисел, соответственно), во втором объявлены различные математические процедуры и функции.

Процедуры для моделирования и статического расчета упругой стерж-

невой системы описаны в модуле FEM.pas. Топология классов данных этого модуля представлена на следующем рисунке.

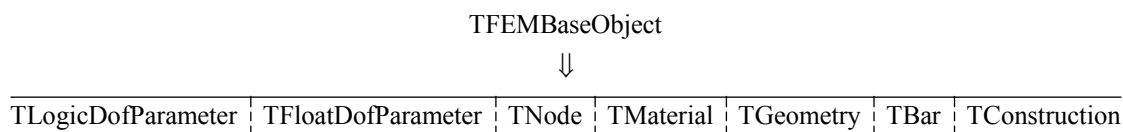


Рис. 3. Классы данных модуля FEM.pas

В классе данных TFEMBaseObject задекларированы базовые процедуры и функции для работы с объектами расчетной модели: создание текстовой метки объекта, представление параметров объекта в виде матрицы и т. п.

Автономный класс данных TConstruction описывает основные свойства стержневой системы, управляет списками узлов (Nodes) и стержней (Bars), а также реализует функции и процедуры ее статического расчета методом конечных элементов, топология которых представлена на следующем рисунке (рис. 4).

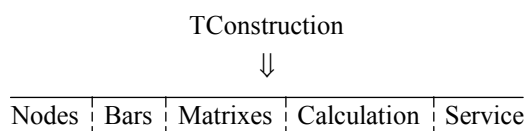


Рис. 4. Свойства класса данных TConstruction

Порядок вызова процедур в блоке Calculation крайне важен с точки зрения эффективности проведения расчетов и сведения к минимуму затрат времени. Это мало заметно при статическом расчете, который длится, как правило, от нескольких секунд до нескольких минут (для систем с большим числом степеней свободы), но существенно проявляется при расчете динамики, когда для определения напряженно-деформированного состояния системы статический расчет выполняется многократно. В связи с этим последовательность вызова процедур блока Calculation определяется алгоритмом, показанном на рис. 5. Для проведения статического расчета достаточно подготовить информацию о кинематических закреплениях узлов системы (процедура SetStaticFixations) и последовательно выполнить три этапа расчета: CS1 (формирование основных матриц), CS2 (предварительный статический расчет по вынужденным перемещениям узлов), CS3 (основной статический расчет). По завершению расчета становятся доступными средства просмотра результатов (процедура Postprocessor).

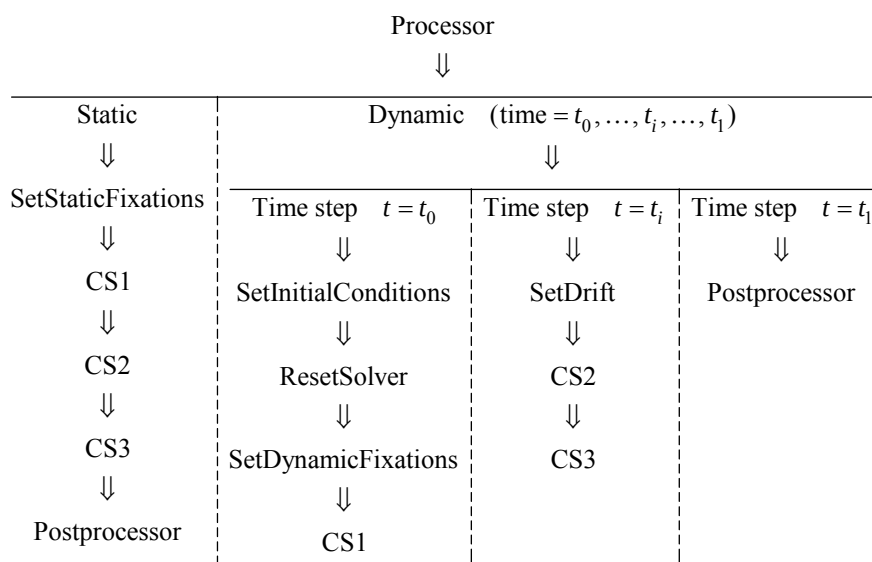


Рис. 5. Алгоритм работы блока Calculation при статическом и динамическом расчетах

Как видно из рис. 5, для динамических расчетов нет необходимости проводить первый этап вычислений CS1 на каждом шаге интегрирования. После подготовки начальных условий (SetInitialConditions) и решателя системы дифференциальных уравнений (ResetSolver) действия на первом шаге динамического расчета аналогичны действиям в статическом расчете. Этапы расчета CS2, CS3 выполняются на каждом шаге интегрирования.

Условия, по которым на перемещения узлов системы накладываются кинематические закрепления, в статическом и динамическом расчетах различны. Так, в динамике к этим условиям добавляется еще одно: узел должен быть кинематически закреплен, если в нем сосредоточена масса или момент инерции массы. Последнее обстоятельство определяет участие кинематических параметров узла в общей системе уравнений движения.

В последней версии программного комплекса Belinda с помощью специализированных программных объектов «контактная группа» и «динамическая нагрузка» реализовано взаимодействие пространственной стержневой системы с серией подвижных гармонических сил. Сосредоточенные силовые факторы при этом могут обладать линейной скоростью и двигаться поступательно в указанном направлении. В следующих версиях планируется реализовать другие типы динамических нагрузок – распределенные, импульсные, а также рассмотреть переходные режимы их движения.

4. Моделирование вынужденных колебаний балочных пролетных строений железнодорожных мостов

Рассмотрим стержневую модель балочного пролетного строения (рис. 1), находящуюся под действием сосредоточенных динамических нагрузок, моделирующих воздействие на конструкцию одиночного локомо-

тива серии ВЛ8. Принимается три различные модели нагружения – в виде одной, двух и восьми сосредоточенных сил. В первом случае величина силы эквивалентна весу всего локомотива, во втором – его половине, в третьем – давлению на ось колесной пары (рис. 6).

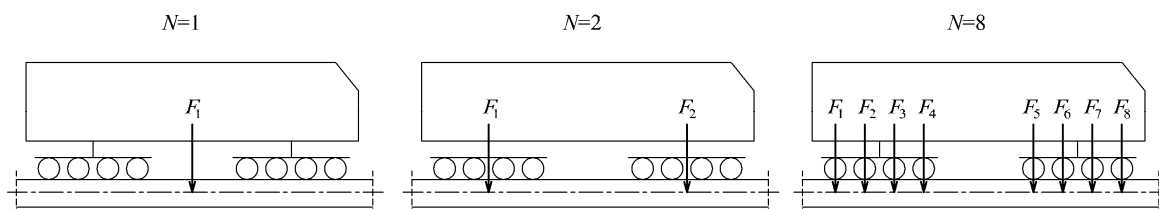


Рис. 6. Схемы представления локомотива как системы подвижных сил

На рис. 7 представлены результаты моделирования динамики пролетного строения при различных скоростях движения локомотива. В первом случае все нагрузки были приняты в виде постоянных сосредоточенных сил, движущихся по конструкции (рис. 7, а), во втором к ним были добавлены гармонические составляющие собственной частоты колебаний локомотива (рис. 7, б) вида

$$F(t) = F_s (1 + A_1 \sin 2\pi v_1 t + A_2 \sin 2\pi v_2 t) \quad (15)$$

где F_s – статическая составляющая, A_i – динамическая добавка i -й гармоники вертикальных свободных колебаний локомотива с частотой v_i .

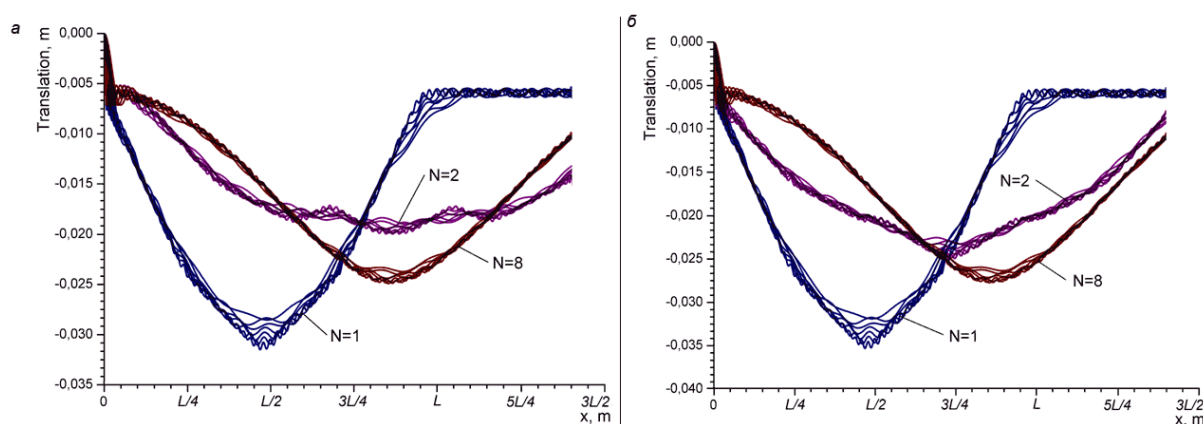


Рис. 7. Прогибы середины пролета при движении со скоростями локомотива от 5 до 35 м/с для серии сил (N – количество):

а) постоянных сил; б) постоянных сил с гармоническими добавками

Из рис. 7 следует, что выбранная расчетная схема локомотива существенно влияет на максимальный прогиб середины пролетного строения. В динамических расчетах желательно принимать схему с количеством сил, равным числу колесных пар подвижного состава. Прогибы середины пролетного строения для рассмотренного диапазона скоростей больше зависят от выбранной расчетной схемы, чем от скорости движения нагрузки.

Также рассматривается задача о вынужденных колебаниях балочного пролетного строения моста при движении по пролетному строению грузового состава, который состоит из одиночного локомотива серии ВЛ8 и 60-ти грузовых полувагонов серии 11-066. Динамические модели локомотива и грузовых полувагонов (рис. 8) представляют собой серию подвижных постоянных вертикальных сил с гармоническими добавками вида (15).

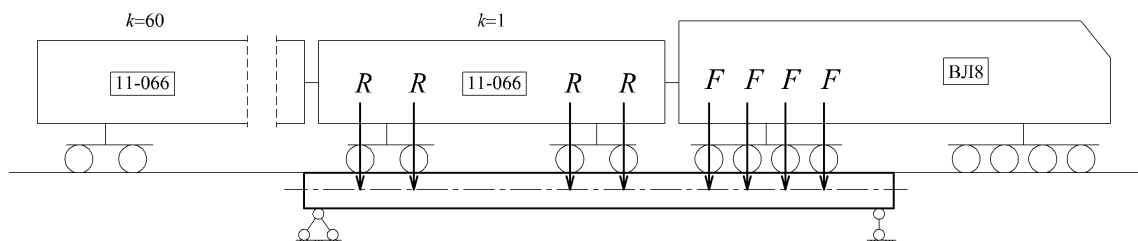


Рис. 8. Модель нагрузки на пролетное строение от грузового поезда

Модель нагрузки от локомотива серии ВЛ8 описывается с помощью восьми сил F , сосредоточенных в центрах колесных пар, при этом динамические характеристики, входящие в формулу (15), составляют: $F_s = 230$ кН; $A_1 = 0,05$; $\nu_1 = 4,95$ Гц; $A_2 = 0,15$; $\nu_2 = 20,0$ Гц. Для описания нагрузки от грузового полувагона серии 11-066 используется четыре силы R аналогичного вида (15), сосредоточенные в центрах колесных пар. Динамические характеристики полувагона при этом составляют: $R_s = 212$ кН; $A_1 = 0,15$; $\nu_1 = 1,5$ Гц; $A_2 = 0,05$; $\nu_2 = 2,05$ Гц.

На рис. 9 представлены результаты расчета вертикальных колебаний середины пролетного строения при прохождении грузового поезда со скоростями движения от 10 до 30 м/с. По оси абсцисс указано положение локомотива относительно начала пролетного строения (м), по оси ординат – прогиб середины пролета (м). Длина всего грузового состава составляет 911,32 м.

Можно отметить, что при увеличении скорости движения амплитуда колебаний конструкции увеличивается только для моментов въезда поезда на пролетное строение и после съезда с него последнего вагона. При непосредственном проходе локомотива по пролетному строению амплитуда колебаний незначительно зависит от скорости движения и колебания носят установившийся характер.

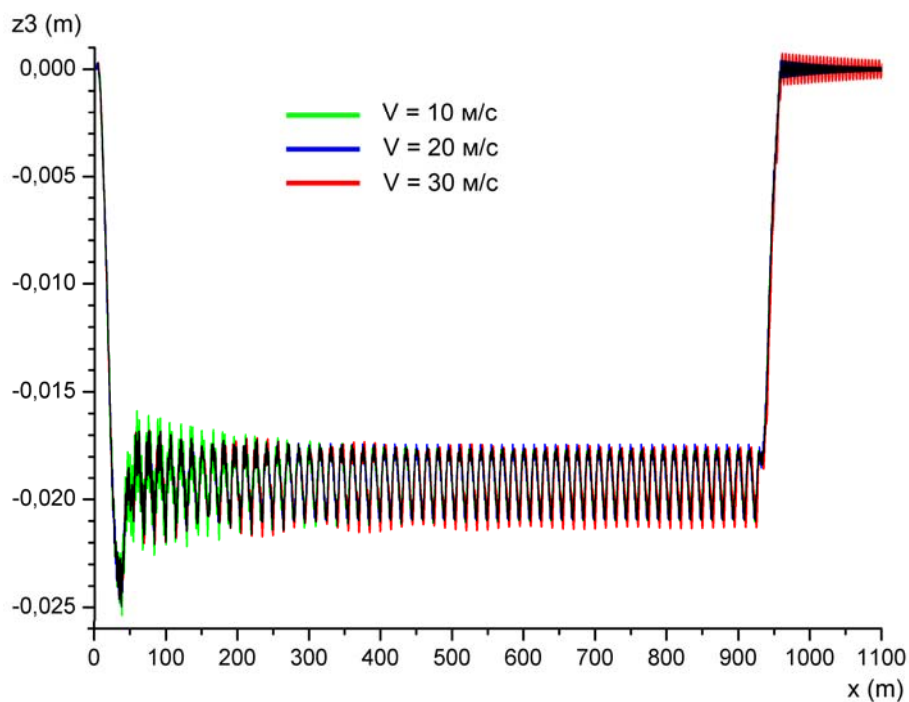


Рис. 9. Прогибы середины пролета при движении грузового поезда

5. Выводы

В работе описаны некоторые особенности объединения уравнений метода конечных элементов с уравнениями динамики твердого тела для моделирования динамических процессов, возникающих при взаимодействии пролетных строений мостов и железнодорожного подвижного состава. Представленные алгоритмы реализованы в программном комплексе Belinda, предназначенном для расчета статики и динамики стержневых конструкций, в том числе железнодорожных мостов. Показана объектно-ориентированная топология классов данных, используемых в модулях этого комплекса.

В качестве примера показана динамика металлического балочного пролетного строения моста длиной 33,6 м при движении по нему одиночного локомотива и грузового поезда. Показана важность исследования переходных участков движения при расчете совместной динамики «пролетное строение моста – грузовой поезд», а также выбора расчетной схемы подвижной нагрузки.

В дальнейшем планируется провести исследование пространственной динамики пролетных строений со сквозными фермами под действием подвижной нагрузки.

Список использованной литературы

1. Ли, К. Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / К. Ли. -СПб.: Питер, 2004. - 560с.

2. Жермен-Лакур, П. Математика и САПР: В 2-х кн. Кн. 2 / П. Жермен-Лакур, П. Л. Жорж, Ф. Пистр и др. -М.: Мир, 1989. -264с.
3. Тассел, Д. В. Стил, разработка, эффективность, отладка и испытание программ / Ван Д. Тассел. -М.: Мир, 1985. -332с.
4. Городецкий, В. И. Автоматизация расчетов транспортных сооружений / В. И. Городецкий, В. И. Заворицкий, А. И. Лантух-Лященко и др. -М.: Транспорт, 1989. -232с.
5. Рвачев, Ю. А. Машинное проектирование автодорожных мостов / Ю. А. Рвачев. -М.: Транспорт, 1983. -256с.
6. Paoluzzi, A. Geometric Programming for Computer-Aided Design / A. Paoluzzi. -England, West Sussex: PO19 8SQ, Wiley & Sons Ltd, 2003. -799p.
7. Барабаш, М. С. Методы автоматизации моделирования и анализа свойств проектируемого объекта / М. С. Барабаш // Строительство, материаловедение, машиностроение: Сб. науч. тр. Приднпр. гос. акад. стр-ва и арх-ры. -2008. -Вып. 47. -С. 52-58.
8. Барабаш, М. С. Вопросы интеграции программных комплексов, на основе информационно-логической модели строительного объекта / М. С. Барабаш // Строительство, материаловедение, машиностроение: Сб. науч. тр. Приднпр. гос. акад. стр-ва и арх-ры. -2006. -Вып. 37. -С. 29-35.
9. Чирас, А. А. Строительная механика: Теория и алгоритмы: Уч. для вуз. / А. А. Чирас. -М.: Стройиздат, 1989. -255с.
10. Рабинович, И. М. Основы строительной механики стержневых систем / И. М. Рабинович. -М.: Гос. изд-во лит-ры по стр., арх-ре и стр. мат., 1960. -519с.
11. Распопов, А. С. Разработка программного комплекса «Belinda» для расчета нелинейных колебаний железнодорожных мостов [Текст] / А. С. Распопов, С. П. Русу, В. Е. Артемов // Дороги і мости : Зб. наук. пр. в 2-х томах : Т. II / - К. : ДерждорНДІ, 2007. - Вип. 7. - С. 136-143.

Ключевые слова: динамика балочных пролетных строений моста, локомотив, грузовой состав, Delphi, FEM, CAE, Belinda

Анотація: Описані особливості об'єднання методів скінченних елементів та рівнянь динаміки твердого тіла та основні етапи створення програмного комплексу Belinda для статичного і динамічного розрахунків стержневих конструкцій залізничних мостів.

Аннотация: Описаны особенности объединения методов конечных элементов и уравнений динамики твердого тела и основные этапы создания программного комплекса Belinda для расчета статики и динамики стержневых конструкций применительно к железнодорожным мостам.

Abstract: The peculiarities of combination of finite-element method and equations of solid dynamics, the basic stages of development of the program complex Belinda for calculation of statics and dynamics of the rods constructions as applied to railway bridges are described.