МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ СССР
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Л. В. БЕЛИК

ПРИМЕНЕНИЕ ЭЦВМ К ИССЛЕДОВАНИЮ ПУСКА В ХОД ПОЕЗДОВ С СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫМИ МЕЖДУВАГОННЫМИ СОЕДИНЕНИЯМИ

(01.025. Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата технических наук

ДНЕПРОПЕТРОВСК
1970

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ СССР

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Л. В. БЕЛИК

ПРИМЕНЕНИЕ ЭЦВМ К ИССЛЕДОВАНИЮ ПУСКА В ХОД ПОЕЗДОВ С СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫМИ МЕЖДУВАГОННЫМИ СОЕДИНЕНИЯМИ

(01.025. Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата технических наук

ДНЕПРОПЕТРОВСК
1970

Работа выполнена в Днепропетровском институте инженеров железнодорожного транспорта.

Научные руководители:

Заслуженный деятель науки УССР,
член-корреспондент АН УССР,
доктор технических наук, профессор В. А. ЛАЗАРЯН,
кандидат технических наук, доцент Е. П. БЛОХИН.

Официальные оппоненты:

Доктор технических наук, профессор С. В. ВЕРШИНСКИЙ,
кандидат технических наук, доцент Ю. А. РАДЗИХОВСКИЙ.

Ведущая организация — Всесоюзный научно-исследовательский институт вагоностроения.

Автореферат разослан 1970 г.

Защита диссертации состоится « 1970 г. на заседании Ученого совета Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта (г. Днепропетровск, 10, Университетская, 2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Отзыв просим направлять в двух экземплярах по адресу: г. Днепропетровск, 10, Университетская, 2, Институт инженеров железнодорожного транспорта.

Ученый секретарь совета,
кандидат технических наук Б. М. КЛИМКОВСКИЙ.

Непрерывно возрастающий объем перевозок на железных дорогах требует увеличения скорости движения и дальнейшего увеличения веса поездов. Увеличение веса поездов может привести к увеличению продольных усилий, действующих на вагоны, включенные в поезд, особенно при переходных режимах движения (трогании, торможении, движении через переломы профиля и т. п.).

Фундаментальные исследования переходных режимов движения поездов проведены Н. Е. Жуковским, Л. М. Годыцким-Цвирко, В. А. Лазаряном, Ф. В. Флоринским, С. В. Вершинским и другими учеными.

При аналитических исследованиях переходных режимов движения поездов получение численного результата связано с громоздкими вычислениями. Теоретические исследования по расчетным схемам, наиболее полно отображающим исследуемый поезд, связаны с определенными трудностями и поэтому проведение их без математических машин затруднительно, а иногда и невозможно. Простейшим средством решения задач о переходных режимах движения является электрическое моделирование. Для решения нелинейных задач более целесообразно применять математические машины непрерывного действия (АВМ) или машины дискретного счета (ЭЦВМ). Электронные модели с успехом используются для решения задач о переходных режимах движения поездов с существенно нелинейными междувагонными соединениями. Однако увеличение числа масс при решении задачи на АВМ связано с увеличением числа блоков операционных усилителей, а, следовательно, и с большими трудностями по обеспечению устойчивой работы сложных электрических цепей.

Возможности ЭЦВМ проявляются также при исследовании процессов торможения, когда функциональную зависимость тормозной силы приходится выбирать довольно сложной.

Настоящая работа посвящена исследованию с помощью ЭЦВМ переходных режимов движения поездов с существенно

нелинейными междувагонными соединениями. Задача исследования неустановившихся режимов движения сводится к решению задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассматривается вопрос о возможности применения численных методов интегрирования к решению исследуемой системы уравнений. Показано, что система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих движение существенно нелинейной механической системы, удовлетворяет требованиям теоремы существования и единственности решения. Путем сопоставления результатов численного и аналитического решения задачи показано, что погрешность вычислений, которая помимо погрешности самого численного метода включает в себя погрешность, полученную в результате выполнения на ЭЦВМ большого числа арифметических операций, не превышает допустимую.

Учитывая время вычислений и необходимый объем оперативной памяти, а также принимая во внимание устойчивость численных методов при изменении шага интегрирования, производится выбор метода численного решения задачи. С учетом этого разработан алгоритм и программа вычислений с помощью ЭЦВМ.

Исследования проводятся в предположении, что грузовые поезда оборудованы упруго-фрикционными поглощающими аппаратами. С точки зрения сокращения времени вычислений исследуется влияние величины начальной затяжки на величину наибольшего усилия в составе. Рассматривается вопрос о способе учета рассеивания механической энергии при пуске поезда в ход. Исследуется вопрос о влиянии величины зазоров в междувагонных связях и распределения их вдоль состава на максимальные усилия в составе.

Результаты численного решения задачи сопоставляются с результатами экспериментов в реальных условиях.

В качестве расчетной схемы поезда принята механическая система деформируемых тел, соединенных в одномерную цепочку связями с различными упругими несовершенствами. Каждое тело упрощенно можно представить в виде массы m^i (i-номер тела и номер связи перед ним) и безынерционного деформируемого элемента «К». Тела соединяются в одномерную цепочку амортизаторами «А». Относительно амортизаторов «А» предполагается, что это два последовательно включенных поглощающих аппарата. Очевидно, что на харак-

тер переходного процесса влияние оказывают не свойства каждого аппарата в отдельности, а свойства междувагонного соединения. Поэтому в дальнейшем будем говорить о зависимости усилия в соединении от его абсолютной деформации и скорости этой деформации.

На i-тое тело рассматриваемой системы действуют продольные усилия S_i и S_{i+1} и силы F_i, которые в зависимости от направления играют роль сил сопротивления или ускоряющих сил. Функции F_i позволяют моделировать силы тяги одного или нескольких локомотивов, расположенных в различных местах состава, силы сопротивления поступательному движению, тормозные силы и т. п.

Дифференциальные уравнения движения поезда записываются в виде:

$$m_i \ddot{x}_i = S_i - S_{i+1} + F_i \tag{1}$$

$$(i = 0,1,2,\dots n; \quad S_0 = S_{n+1} = 0),$$

где x_i — абсолютное перемещение центра масс i-того вагона.

Обозначив через $q_i = x_{i-1} - x_i$ абсолютную деформацию связи, уравнение (1) можно преобразовать к виду:

$$\ddot{q}_i = \frac{S_{i-1}}{m_{i-1}} - \frac{m_{i-1} + m_i}{m_{i-1}\, m_i} S_i + \frac{S_{i+1}}{m_{i+1}} + \frac{F_{i-1}}{m_{i-1}} - \frac{F_i}{m_i} \tag{2}$$

$$(i = 0,1,2,\dots,n)$$

или к виду:

$$\dot{v}_i = \frac{S_i - S_{i+1} + F_i}{m_i} \qquad (i = 01,,2,\dots,n)$$

$$\dot{q}_i = v_{i-1} - v_i \qquad (i = 1,2,\dots,n) \tag{3}$$

где v_i — абсолютная скорость движения i-того вагона.

Выражения (3) более удобны, так как позволяют в процессе решения вычислять абсолютную скорость вагона, что особенно важно при исследовании режимов торможения. С другой стороны, правые части уравнений (3) более удобны при программировании.

Систему уравнений (3) следует интегрировать при начальных условиях:

$$v_i(0) = v_{i0} \qquad q_i(0) = q_{i0}, \tag{3'}$$

которые могут быть нулевыми (пуск в ход поезда, у которого к началу переходного режима в междувагонных соединениях усилия S_{i0}, а, следовательно, и деформации q_{i0} равны нулю)

и ненулевыми (торможение поезда, соударения вагонов или отцепов, пуск в ход при наличии ненулевых усилий, а значит и деформаций q_{io} связей, увеличение силы тяги локомотива в процессе движения и т. п.).

При продольных колебаниях поезда усилие S в междувагонной связи является функцией абсолютной деформации q связи и скорости этой деформации $\dot{q}$. Функции $S(q, \dot{q})$, как правило, являются существенно нелинейными и в общем случае математическое описание их может быть представлено в виде:

$$
S(q,\dot{q}) = \begin{cases}
0, & \text{если } |q| \leqslant |\delta|; \\
 & \text{при } |q| > |\delta|: \\
f_к(q-\delta, \dot{q}), & \text{если } |f_к(q-\delta, \dot{q})| \leqslant |S_{оп}| \\
 & \quad \text{и } \; q\dot{q} \geqslant 0 \\
 & \text{или } |f_к(q-\delta, q)| \leqslant |S_{ор}| \\
 & \quad \text{и } \; q\dot{q} < 0; \\
f_н(q,\dot{q}), & \text{если } |f_н(q,\dot{q})| \leqslant |f_{нп}(q-\bar{q}_р, \dot{q}) + \bar{f}_р| \\
 & \quad \text{и } \; q\dot{q} \geqslant 0; \\
f_{нп}(q-\bar{q}_р, \dot{q}) + \bar{f}_р, & \text{если } |f_н(q,\dot{q})| > |f_{нп}(q-\bar{q}_р,\dot{q}) + \bar{f}_р| \\
 & \quad \text{и } \; q\dot{q} \geqslant 0; \\
f_р(q,\dot{q}), & \text{если } |f_р(q,\dot{q})| \geqslant |f_{рп}(q-q_н, q) + \bar{f}_н| \\
 & \quad \text{и } \; q\dot{q} < 0, \\
f_{рп}(q-\bar{q}_н,\dot{q}) + f_н, & \text{если } |f_р(q,\dot{q})| < |f_{рп}(q-\bar{q}_н,\dot{q}) + \bar{f}_н| \\
 & \quad \text{и } \; q\dot{q} < 0; \\
f_к(q-\delta-\Delta) + S_{ан}, & \text{если } |f_к(q-\delta-\Delta) + S_{ан}| > |S_{ан}|. \\
 & \quad \text{и } \; q\dot{q} \leqslant 0 \\
 & \text{или } |f_к(q-\delta-\Delta) + S_{ап}| > |S_{ар}| \\
 & \quad \text{и } \; q\dot{q} \leqslant 0;
\end{cases}
$$

здесь приняты следующие обозначения:

$$\delta = \delta_0 \left[\psi + \frac{1}{2}\left(\mathrm{Sign}\, q - 1\right)\right], \tag{5}$$

где δ_0 — максимальная величина зазора связи;

ψ — положительное число, которое определяет величину и знак зазора ($\psi = 0$ — в полностью растянутом составе; $\psi = 1$ — в полностью сжатом составе; $0 \leqslant \psi \leqslant 1$ — в случае моделирования связи при произвольном состоянии состава);

$S_{он}, S_{ор}$ — величины усилий начальной затяжки амортизаторов соответственно при нагрузке и разгрузке;

$S_{ан}$ — усилие, при котором ход двух последовательно включенных аппаратов исчерпывается;

Δ — полное сжатие связи;

$$f_к(q - \delta, \dot q), \ f_н(q, \dot q), \quad f_р(q, \dot q), \ f_{нп}(q - \bar q_р, \dot q),$$
$$f_{рп}(q - \bar q_н, \dot q), \quad f_к(q - \delta - \Delta, \dot q)$$

— непрерывные по q и $\dot q$ функции, характеризующие закон изменения усилия в связи на различных этапах нагрузки и разгрузки;

$\bar f_н, \bar f_р$ — значение усилия в момент изменения знака произведения $q.\dot q$ с «плюса» на «минус» ($\bar f_н$) и наоборот ($\bar f_р$);

$\bar q_н, \bar q_р$ — соответствующие им значения абсолютной деформации связи.

Описание математической зависимости усилия в связи от ее абсолютной деформации выражением (4) может быть всегда реализовано при вычислениях, если четко определены выражения функций

$$f_к(q - \delta, \dot q), \ f_н(q, \dot q), \quad f_р(q, \dot q), \quad f_{нп}(\bar q - q_р, \dot q),$$
$$f_{рп}(q - \bar q_н, \dot q), \quad f_к(q - \delta - \Delta, \dot q).$$

Если предположить, что амортизаторы «А» — два последовательно включенных упруго-фрикционных поглощающих аппарата, то, опираясь на результаты опытов в реальных условиях, можно предположить, что усилие в связи в то время, когда аппараты не работают, зависит только от абсолютной деформации конструкции вагона. Если предположить, что эта зависимость линейная, то можно записать

$$
\begin{aligned}
&f_к(q-\delta,\dot q)=k_к(q-\delta);\\
&f_к(q-\delta-\Delta,\dot q)=k_к(q-\delta-\Delta);\\
&f_{нп}(q-\bar q_р,\dot q)=k_к(q-\bar q_р);\\
&f_{рп}(q-\bar q_н,\dot q)=k_к(q-\bar q_н),
\end{aligned}
\tag{6}
$$

где $k_к$ — продольная жесткость конструкции вагона.

Если, кроме того, предположить, что функции $f_н(q,\dot q)$ и $f_р(q,\dot q)$ отражают линейную зависимость усилия в связи от ее абсолютной деформации, то можно записать:

$$
\begin{aligned}
&f_н(q,\dot q)=S_{он}+k_н\left(q-\delta-\frac{S_{он}}{k_к}\right);\\
&f_р(q,\dot q)=S_{ор}+k_р\left(q-\delta-\frac{S_{ор}}{k_к}\right);
\end{aligned}
\tag{7}
$$

где $k_н$, $k_р$ — жесткости связи при нагрузке и разгрузке $\left(k_н=\dfrac{k_{на}k_к}{k_{на}+k_к},\quad k_р=\dfrac{k_{ра}k_к}{k_{ра}+k_к}\right.$; здесь $k_{на}$, $k_{ра}$ — жесткости двух последовательно включенных аппаратов при нагрузке и разгрузке).

Для получения удовлетворительного совпадения результатов расчета и эксперимента в реальных условиях необходимо учитывать рассеивание механической энергии. При продольных колебаниях поезда рассеивание энергии имеет место в амортизаторе, в системе «кузов вагона, груз» и зависит от типа амортизатора, температуры окружающей среды, типа грузов, их креплений и т. п.

В упруго-фрикционных амортизаторах рассеивание энергии происходит вследствие трения поверхностей. Влияние скорости скольжения на коэффициент трения трущихся поверхностей поглощающих аппаратов может быть, как показал Л. Н. Никольский, учтено при помощи функции

$$
R(\dot q)=\frac{A+B|\dot q|}{C+D|\dot q|},
\tag{8}
$$

где А, В, С и Д — постоянные для данного амортизатора величины, зависящие от его геометрических параметров и характеристик трущихся материалов.

Учитывая такого рода рассеивание энергии, выражение (7) следует переписать следующим образом:

$$
\begin{aligned}
f_н(q, \dot q) &= R(\dot q)\left[S_{он} + k_н\left(q - \delta - \frac{S_{он}}{k_к}\right)\right];\\
f_р(q, \dot q) &= R(\dot q)\left[S_{ор} + k_р\left(q - \delta - \frac{S_{ор}}{k_к}\right)\right].
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Если рассеивание энергии пропорционально скорости деформации междувагонной связи, то такое рассеивание можно считать вязким и учитывать с помощью коэффициента β вязкого сопротивления. В таком случае.

$$
\begin{aligned}
f_к(q - \delta, \dot q) &= k_к(q - \delta) + \beta\dot q;\\
f_к(q - \delta - \Delta, \dot q) &= k_к(q - \delta - \Delta) + \beta\dot q;\\
f_{нп}(q - \bar q_р, \dot q) &= k_к(q - \bar q_р) + \beta\dot q;\\
f_{рп}(q - \bar q_н, \dot q) &= k_к(q - \bar q_н) + \beta\dot q;
\end{aligned}
\tag{10}
$$

$$
\begin{aligned}
f_н(q, \dot q) &= S_{он} + k_н\left(q - \delta - \frac{S_{он}}{k_к}\right) + \beta\dot q;\\
f_р(q, \dot q) &= S_{ор} + k_р\left(q - \delta - \frac{S_{ор}}{k_к}\right) + \beta\dot q.
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Если одновременно учитывать вязкие свойства системы и влияние скорости скольжения на коэффициент трения, то

$$
\begin{aligned}
f_н(q, \dot q) &= R(\dot q)\left[S_{он} + k_н\left(q - \delta - \frac{S_{он}}{k_к}\right) + \beta\dot q\right];\\
f_р(q, \dot q) &= R(\dot q)\left[S_{ор} + k_р\left(q - \delta - \frac{S_{ор}}{k_к}\right) + \beta\dot q\right].
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Очевидно, что все функции $f_к(q - \delta)$, $f_н(q, \dot q)$, $f_р(q, \dot q)$, $f_{нп}(q - \bar q_р, \dot q)$, $f_{рп}(q - \bar q_н, \dot q)$, $f_к(q - \delta - \Delta, \dot q)$, определяемые выражениями (6)—(12), непрерывны относительно переменных q и $\dot q$. Следовательно, функция $S(q, \dot q)$, определяемая описанием (4), также непрерывна относительно переменных q и $\dot q$.

Таким образом, исследование переходных режимов движения поездов с существенно нелинейными междувагонными соединениями сводится к решению задачи Коши для системы

обыкновенных дифференциальных уравнений (3) при начальных условиях (8).

Решение этой системы будем искать при помощи методов численного интегрирования. Эти методы могут дать реальное представление об искомом решении системы (3) только при полной уверенности, что ее решение при заданных начальных условиях существует, единственно и определено в данном интервале изменения независимой переменной. Для этого требуется доказать, что рассматриваемая система уравнений удовлетворяет требованиям теоремы существования и единственности решения. Если в некоторой области вида

$$D: \ |t - t_0| \leqslant t_к; \quad |v_i - v_{io}| \leqslant v_{ik}; \quad |q_i - q_{io}| \leqslant q_{ik}$$

функции $V_i = V_i(t, q_i\, q_{i+1},\, v_{i-1},\, v_i,\, v_{i+1}) = \frac{1}{m_i}(S_i - S_{i+1} + F_i)$

и $Q_i = Q_i(t,\, v_{i-1},\, v_i) = v_{i-1} - v_i$ определены, непрерывны относительно переменных q_i, v_i и интегрируемы (в смысле Римана) относительно переменной t, а также удовлетворяют условию Липшица относительно всех переменных, исключая независимую переменную t, то система (3) имеет единственное определенное в интервале $|t - t_0| \leqslant t_к$ решение, непрерывное вместе со своей первой производной и удовлетворяющее заданным начальным условиям.

Существование функций V_i и Q_i и их непрерывность по переменным q_i, v_i очевидна. Относительно t функции V_i, Q_i будут непрерывны в случае непрерывности по t функций $F_i(t)$ или могут иметь конечное число точек разрыва первого рода. В таком случае функции V_i, Q_i интегрируемы в смысле Римана.

Решение будет единственным, если функции V_i, Q_i удовлетворяют условию Липшица, которое, вообще говоря, представляет оценку роста правых частей уравнений (3) по аргументам v_i, q_i. Это условие будет выполнено, если функции V_i, Q_i имеют ограниченные частные производные по аргументам v_i, q_i. Можно показать, что это условие выполняется.

Следовательно, можно утверждать, что для рассматриваемой системы дифференциальных уравнений существует единственное, удовлетворяющее заданным начальным условиям, решение, определенное на всем интервале $|t - t_0| \leqslant t_к$.

Решение системы будет всегда непрерывным вместе со своей первой производной и непрерывно-дифференцируемым (существуют и непрерывны все производные) в случае непрерывности функций $F_i(t)$ по независимому переменному t.

Для отыскания этого решения существуют многочисленные методы.

Широкое распространение получили методы, основанные на замене искомого решения несколькими членами его тейлоровского разложения. В таком случае решение системы (3) должно удовлетворять теореме Тейлора, т. е. быть непрерывным и иметь непрерывные производные до r-того порядка включительно.

Как отмечено выше, в нашем случае, решение и его первая производная всегда непрерывны, а разрывы непрерывности могут иметь только его старшие производные в том случае, когда функция $F_i(t)$ имеет разрыв первого рода. При численном интегрировании достаточно, чтобы условие непрерывности решения и всех его производных выполнялось локально, то есть только в пределах рассматриваемого шага интегрирования. Очевидно, что для уравнений (3) непрерывность по t функций V_i и Q_i может быть доказана всюду, за исключением некоторого числа точек, где может иметь место конечный разрыв. Но в силу специфики дискретного задания функций и получения решения в таком же виде, при наличии разрыва первого рода, производная этой функции в окрестности точки разрыва может быть достаточно велика, но не обращается в бесконечность. Это обстоятельство вносит, конечно, некоторую погрешность, которая зависит от того, где находится точка разрыва по отношению к начальной точке.

Учитывая выше сказанное, можно сделать вывод, что систему уравнений (3) можно решать с помощью численных методов интегрирования, основанных на замене искомого решения его тейлоровским разложением.

Классическим примером методов такого рода служит метод Эйлера. На базе этого метода построены многие одношаговые и многошаговые методы. Наилучшими среди одношаговых методов при решении задач с помощью ЭЦВМ считаются методы типа Рунге-Кутта. В практической работе наиболее популярны формулы второго и четвертого порядков.

Ошибки этих формул имеют порядок h^3 и h^5 соответственно. Следует отметить, что формулы порядка r требуют r-крат-

ного вычисления правых частей. Так как основная часть вычислений приходится на счет правых частей, то отмеченный выше факт имеет серьезные последствия.

Преимущество двухстрочного метода Рунге-Кутта — в быстроте вычислений при сравнительно небольшой точности, которая во многих случаях устраивает решающего задачу. Метод четвертого порядка применяется, если результат должен быть получен с большей точностью и время счета не столь важно.

Решение системы дифференциальных уравнений (3) может быть получено также путем непосредственного использования формул Тейлора.

Все выше упомянутые методы могут быть применены для численного интегрирования системы (3). Формула Тейлора для системы (3) запишется следующим образом:

$$v_i(t+h) = v_i(t) + h\dot{v}_i(t) + \frac{h^2}{2!}\ddot{v}_i(t) + \cdots + \frac{h^{r-1}}{(r-1)!}\overset{(r-1)}{v_i}(t) + \frac{h^r}{r!}\overset{(r)}{v_i}(t+\Theta h) = \tilde{v}_i(t+h) + R_i^r(v_i); \qquad (13)$$

$$q_i(t+h) = q_i(t) + h\dot{q}_i(t) + \frac{h^2}{2!}\ddot{q}_i(t) + \cdots + \frac{h^{r-1}}{(r-1)!}\overset{(r-1)}{q_i}(t) + \frac{h^r}{r!}\overset{(r)}{q_i}(t+\Theta h) = \tilde{q}_i(t+h) + R_i^r(q_i), \qquad (14)$$

где $0 < \Theta < 1$.

Следует отметить, что исследование переходных режимов движения поездов связано с интегрированием систем дифференциальных уравнений (3) высоких порядков. С увеличением количества масс в рассматриваемой системе увеличивается время вычислений на каждом шаге, увеличивается участок интегрирования, следовательно, значительно увеличивается количество выполняемых операций. Так как разрядная сетка ЭЦВМ ограничена, то из-за ошибок округления вычислительная машина никогда не сможет реализовать численные методы в их абстрактной идеальной форме. То есть, к погрешности самого численного метода прибавляется погрешность за счет округлений при выполнении большого числа арифметических операций. Поэтому, прежде чем приступить к выбору метода, удовлетворяющего всем предъявляемым требованиям, следует

убедиться в том, что накопление погрешности округления совместно с погрешностью самого метода не приводит в результате к решению далекому от реального. Такую проверку можно произвести путем сравнения результатов численного решения задачи с ее аналитическим решением, которое может быть получено для случая, когда в качестве расчетной схемы поезда принимается упругий или упруго-вязкий стержень или дискретная система твердых тел, соединенных упругими или упруго-вязкими связями. Сопоставление результатов показало, что результаты численного и аналитического решения задачи достаточно хорошо совпадают между собой. Таким образом, задача определения продольных усилий, возникающих в упряжных приборах поездов, может быть решена путем численного интегрирования системы уравнений (3).

Решение задачи считается удовлетворительным только в том случае, когда имеется эффективный метод, дающий требуемый результат с достаточной точностью за приемлемый отрезок времени. Как уже отмечалось, при исследовании переходных режимов движения поездов приходится иметь дело с большим количеством дифференциальных уравнений. Поэтому при выборе метода не следует забывать о сокращении вычислений на каждом шаге. В то же время, учитывая особенности функций $S(q,\dot{q})$ и характер решений системы (3), шаг интегрирования не может быть выбран большим.

Каждый из численных методов интегрирования, которые могут быть использованы при решении системы обыкновенных дифференциальных уравнений (3), характеризуется различной точностью и различным временем счета на каждом шаге интегрирования, что зависит от порядка r метода.

В настоящей работе на примере решения линейной и нелинейной задачи об определении продольных усилий, возникающих при пуске поезда в ход, показано, что систему дифференциальных уравнений (3) целесообразно интегрировать с помощью формул Тейлора при $\Theta = \frac{1}{2}$ и $r = 2$, так как в этом случае результаты хорошо совпадают с результатами, полученными по методу Рунге-Кутта четвертого порядка, а принимать $r > 2$ нецелесообразно, так как время счета увеличится примерно на 30% и понадобится еще одна группа рабочих ячеек.

Составлена программа, реализующая описанный выше

алгоритм. Программа записана на алгоритмическом языке «А-Май», который является подмножеством широко распространенного языка АЛГОЛ-60.

Так как работа посвящена исследованию переходных режимов движения грузовых поездов, оборудованных упруго-фрикционными поглощающими аппаратами автосцепки типа Ш-1-Т, Ш-2-Т, то функции $f_к(q-\delta,\dot q)$ $f_н(q,\dot q)$, $f_р(q,\dot q)$, $f_{нп}(q-\bar q_р,\dot q)$, $f_{рп}(q-q_н,\dot q)$, $f_к(q-\delta-\Delta,\ q)$ в выражении (4) могут быть определены согласно (6) — (12). При составлении программы вычислений за основу принимаются выражения (6) и (7), соответствующие случаю, когда учитывается только фрикционное рассеивание энергии и зависимость усилия в связи от абсолютной деформации связи и конструкции вагона предполагается линейной. В таком случае выражение (4) может быть приведено к виду:

$$S=\begin{cases} 0, \text{ если } |q|\leqslant|\delta|; \\ \text{при } |q|>|\delta|: \\ k_к(q-\delta), \quad \text{если } |k_к(q-\delta)|\leqslant|S_{он}| \quad \text{и} \quad q\dot q\geqslant 0 \\ \qquad \text{или } |k_к(q-\delta)|\leqslant|S_{ор}| \quad \text{и} \quad q\dot q<0; \\ f_н(q), \text{ если } |f_н(q)|\leqslant|k_к(q-\delta)+A_н| \text{ и } q\dot q\geqslant 0; \\ k_к(q-\delta)+A_н, \text{ если } |f_н(q)|>|k_к(q-\delta)+A_н| \text{ и } q\dot q\geqslant 0; \\ f_р(q), \text{ если } |f_р(q)|\geqslant|k_к(q-\delta)+A_р| \quad q\dot q<0; \\ \qquad \text{и} \quad f_р(q)\,[k_к(q-\delta)+A_р]\geqslant 0 \\ \qquad \text{или } qq<0 \text{ и } f_р(q)\,[k_к(q-\delta)+A_р]<0; \\ k_к(q-\delta)+A_р, \text{ если } |f_р(q)|<|k_к(q-\delta)+A_р| \\ \qquad \text{и } q\dot q<0; \\ k_к(q-\delta-\Delta)+S_{ан}, \text{ если } |k_к(q-\delta-\Delta)+S_{ан}|>|S_{ан}| \\ \qquad \text{и } q\dot q \gtrless 0 \\ \qquad \text{или } |k_к(q-\delta-\Delta)+S_{ан}|>|S_{ар}| \text{ и } q\dot q \lesseqgtr 0, \end{cases} \qquad (15)$$

где $A_{н} = f_{р}(q) - k_{к}(q - \delta)$, $A_{р} = f_{н}(q) - k_{к}(q - \delta)$ и вычисляются в момент изменения знака произведения $q \cdot \dot{q}$; $f_{н}(q)$, $f_{р}(q)$ вычисляются согласно (7).

Влияние скорости скольжения на коэффициент трения трущихся поверхностей упруго-фрикционных поглощающих аппаратов может быть учтено при помощи функций (8) следующим образом:

$$S = \begin{cases} S^* \quad \text{при} \quad |q| \leqslant |\delta|; \\ \qquad \text{для} \quad |q| > |\delta| \\ R(q)\; S^*, \quad \text{когда аппараты работают,} \\ S^* \quad \text{когда аппараты не работают;} \end{cases} \tag{16}$$

где S^* — величина усилия, вычисленная согласно (15).

Рассеивание энергии за счет вязких свойств всей системы может быть учтено при помощи коэффициента вязкого сопротивления следующим образом:

$$S = \begin{cases} S^* \qquad \text{при} \quad q \leqslant \delta \\ S^* + \beta\dot{q} \quad \text{при} \quad |q| > \end{cases} \tag{17}$$

Если одновременно учитывать и вязкие свойства системы и влияние скорости скольжения на коэффициент трения, то усилия в связи может быть определено согласно

$$S = \begin{cases} S^* \quad \text{при} \quad |q| \leqslant |\delta|; \\ \qquad \text{для} \quad |q| > \delta|: \\ R(\dot{q})\; S^* + \beta\dot{q}, \quad \text{когда аппараты работают;} \\ S^* + \beta\dot{q}, \quad \text{когда аппараты не работают.} \end{cases} \tag{18}$$

В работе показано, что одновременный учет вязких свойств всей системы и влияние скорости скольжения на коэффициент трения приводит к силовой характеристике, которая может быть описана следующим образом:

$$S = \begin{cases} S^* \quad \text{при} \quad |q| \leqslant |\delta|; \\ \qquad \text{для} \quad |q| > |\delta|: \\ S^*, \quad \text{когда аппараты работают,} \\ S^* \quad \beta' q, \quad \text{когда аппараты не работают;} \end{cases} \tag{19}$$

где β' — соответствующий данному случаю коэффициент вязкого сопротивления. Вычисления согласно (19) значительно короче, чем по формулам (18).

В любом случае математическая модель реального процесса считается приемлемой, если она достаточно полно отображает моделируемый процесс, не загромождена второстепенными деталями, удобна и выгодна при вычислениях. С этой точки зрения в настоящей работе исследуется влияние на характер переходного процесса величины силы начальной затяжки, влияние сил сопротивления поступательному движению, способы моделирования зазоров в междувагонных соединениях.

В работе показано, что влиянием силы начальной затяжки величиною до 20 т, влиянием сил сопротивления поступательному движению при исследовании пуска в ход поезда с зазорами в связях можно пренебрегать и это приводит к погрешности, не превышающей 10% вычисляемой величины. Учитывая то обстоятельство, что некоторые параметры исследуемой системы получены экспериментально и, естественно, имеют некоторую погрешность, ошибка в вычислениях порядка 10% вполне приемлема. Показано также, что при исследовании пуска в ход полностью сжатых поездов зазоры в междувагонных соединениях можно считать равномерно распределенными по длине состава.

Все упомянутые выше упрощения приводят к сокращению времени вычислений и некоторому повышению порядка решаемых систем. Результаты численного интегрирования при этом достаточно хорошо качественно и количественно согласуются с результатами опытов с поездами в реальных условиях.

ВЫВОДЫ

1. При исследовании с помощью ЭЦВМ переходных режимов движения поездов с существенно нелинейными междувагонными связями приходится решать задачу Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений высокого порядка. В работе доказано, что дифференциальные уравнения, описывающие движение поезда, удовлетворяют требованиям теоремы существования и единственности решений. Путем сопоставления результатов численного и аналитического решений задачи показано, что погрешность вычислений, которая помимо погрешности самого численного метода, включает в себя погрешность, полученную в результате выполнения

на ЭЦВМ большого числа арифметических операций, не превышает допустимую.

Учитывая время вычислений и необходимый объем оперативной памяти ЭЦВМ, а также принимая во внимание устойчивость численных методов при изменении шага интегрирования, рекомендуется для решения рассматриваемых задач использовать формулу Тейлора (порядок старшей производной $r=2$).

С учетом этого разработан алгоритм и составлена программа вычислений с помощью ЭЦВМ.

2. Приведенное в работе математическое описание силовой характеристики позволяет моделировать связи с различными нелинейностями. В случае междувагонных связей фрикционного типа, выражение (19) позволяет неявно учитывать зависимость рассеивания энергии в аппаратах от скорости скольжения трущихся поверхностей и компенсирующее его на участке нагружения влияния вязкого сопротивления движению. Это позволяет упростить алгоритм и сократить время счета без существенного снижения точности окончательного результата.

3. Исследование переходных режимов движения, на протекание которых зазоры в упряжи оказывают влияние, показало, что сопротивлением поступательному движению и влиянием силы начальной затяжки величиною 20 тонн можно пренебрегать. Это позволяет без ущерба для точности инженерных расчетов значительно сократить время счета и несколько повысить порядок решаемой системы дифференциальных уравнений.

4. При теоретических исследованиях переходных режимов движения поездов можно предполагать, что зазоры в связях распределены по длине состава равномерно. Это позволяет освободить еще одну группу ячеек в оперативной памяти ЭЦВМ и, следовательно, повысить порядок решаемой системы дифференциальных уравнений.

5. Результаты численного решения задачи о пуске в ход поезда с существенно нелинейными междувагонными связями достаточно хорошо качественно и количественно согласуются с результатами опытов, выполненных в реальных условиях. Это позволяет утверждать, что приведенная в работе математическая модель поезда достаточно полно отображает процесс, имеющий место в реальных условиях; погрешность численного

метода интегрирования удовлетворяет требованиям инженерных расчетов, а принятые при расчетах численные значения параметров $k_н$, $k_к$, δ близки к действительности.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ ИЗЛОЖЕНО В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ:

1. Каблуков В. А., Манашкин Л. А., Белик Л. В. Автоматический выбор шага при решении задач методом Рунге-Кутта. Труды ДИИТа, вып. 50. Трансжелдориздат, 1964.

2. Лазарян В. А., Блохин Е. П., Манашкин Л. А., Белик Л. В., Рыжов А. В. Применение ЭВМ к исследованиям переходных режимов движения при пуске поезда в ход. Тезисы докладов на III Всесоюзной научной-технической конференции «Применение ЭВМ при проектировании, испытании и эксплуатации электропоездов», Рига, 1969.

3. Лазарян В. А., Блохин Е. П., Манашкин Л. А., Белик Л. В., Рыжов А. В. Исследование с помощью ЭВМ процессов торможения поездов. Тезисы докладов на III Всесоюзной научно-технической конференции «Применение ЭВМ при проектировании, испытании и эксплуатации электропоездов», Рига, 1969

4. Белик Л. В. Решение с помощью ЭЦВМ задач о переходных режимах движения и процессах соударения в одномерных многомассовых механических системах. Тезисы доклада на первой республиканской конференции молодых ученых-железнодорожников, Днепропетровск, 1969.

5. Каблуков В. А., Манашкин Л. А., Белик Л. В. Исследование с помощью ЭВМ переходных режимов движения электропоездов при синхронном и несинхронном включении тяг и отдельных моторвагонов. Тезисы докладов на III Всесоюзной научно-технической конференции «Применение ЭВМ при проектировании, испытании и эксплуатации электропоездов», Рига, 1969 г.

6. Лазарян В. А., Белик Л. В., Манашкин Л. А., Музыкин В. А. Численное решение задачи о переходных режимах движения одномерных многомассовых систем при помощи ЭЦВМ «Урал-3». Тезисы докладов на V Всесоюзном совещании пользователей ЭВМ типа «Урал-3». Секция 1, программы математических методов, Тарту, 1966.

7. Лазарян В. А., Белик Л. В., Манашкин Л. А., Музыкин В. А. Исследование процессов распространения упруго-пластических волн деформаций в одномерных системах. Тезисы докладов на III Всесоюзном симпозиуме по распространению упругих и упруго-пластических волн. Ташкент, 1966.

8. Белик Л. В., Лазарян В. А., Манашкин Л. А., Музыкин В. А. Исследование процессов, возникающих при продольном соударении двух одномерных многомассовых систем твердых тел, связанных упруго-пластическими связями. Тезисы докладов на совещании по проблеме нелинейных колебаний механических систем, Рига, 1966.

9. Барбас И. Г.; Белик Л. В., Блохин Е. П., Лазарян В. А., Манашкин Л. А. О распространении возмущений в одномерных системах с нелинейными упругими характеристиками и вязким сопротивлением связей. Аннотация докладов на Третьем Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике, М., 1968.

10. Бадикова Л. С., Белик Л. В., Лазарян В. А., Манашкин Л. А. Исследование переходных процессов в одномерных многомассовых системах с нелинейными характеристиками связей. Тезисы докладов на совещании по проблеме нелинейных колебаний механических систем, Рига, 1966.

11. Барбас И. Г., Белик Л. В., Блохин Е. П., Каблуков В. А., Лазарян В. А., Манашкин Л. А., Музыкин В. А. Разработка математических методов исследования переходных режимов движения поездов с нелинейными характеристиками упряжных приборов. Тезисы докладов на XVII научно-технической конференции ДИИТа, Днепропетровск, 1967.

МАТЕРИАЛЫ ДИССЕРТАЦИИ ДОЛОЖЕНЫ:

1. На совещании по проблеме нелинейных колебаний механических систем, Рига, 1966.
2. На III Всесоюзном симпозиуме по распространению упругих и упруго-пластических волн. Ташкент, 1966.
3. На V Всесоюзном совещании пользователей ЭВМ типа «Урал», Тарту, 1966.
4. На XVII научно-технической конференции ДИИТа, Днепропетровск, 1967.
5. На третьем Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике. Москва, 1968.
6. На III Всесоюзной научно-технической конференции «Применение ЭВМ при проектировании, испытании и эксплуатации электропоездов», Рига, 1969.
7. На I республиканской конференции молодых ученых-железнодорожников, Днепропетровск, 1969.
8. На заседаниях семинара по механике Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта, 1968, 1970.

БТ 14378. Подписано к печати 3.VII-1970 г. Бумага $60 \times 84^1/_{16}$. 1,25 печ. л.
Заказ № 5877. Тираж 140 экз.
Типография издательства «Зоря», Ленинградская, 56.