

Бондаренко І. О., Курган Д. М. (ДНУЗТ)

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМАЦІЙНОГО СТАНУ ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ

Викладені основні положення розробки математичної моделі напружено-деформаційного стану залізничної колії із застосуванням теорії розповсюдження пружних хвиль. Залізнична колія розглядається як просторова система об'єктів з певними характеристиками. Наведені рівняння для визначення геометрії положення фронтів хвиль в залежності від часу та взаємодії об'єктів. Визначена методика розрахунку напружень та деформацій відповідно до принципів хвильової теорії. Отримані результати можуть бути використані для вирішення задач надійності залізничної колії, особливо для швидкісного руху та оцінки застосування нових матеріалів.

Изложены основные положения разработки математической модели напряженно-деформированного состояния железнодорожного пути с применением теории распространения упругих волн. Приведены уравнения для определения геометрии положения фронтов волн в зависимости от времени и взаимодействия объектов. Определена методика расчета напряжений и деформаций в соответствии с принципами волновой теории. Полученные результаты могут быть использованы для решения задач надежности пути, особенно для скоростного движения и оценки использования новых материалов.

Substantive provisions of working out mathematical model for the is intense-deformed condition of a railway way with application of the theory of distribution of elastic waves are stated. The equations for definition of geometry of position of waves fronts depending on time and interaction of objects are resulted. The design procedure of pressure and deformations according to principles of the wave theory is defined. Results for the decision of problems of reliability of a way, especially for high-speed movement and an estimation of use of new materials are received.

Ключові слова: надійність, напруження, хвиля, пружність, колія.

Теоретична база розрахунків залізничної колії постійно оновлюється та розвивається. Основними напрямками розвитку традиційно є міцність, стійкість та безпека. В останні часи відокремився новий напрямок – надійність колії, тобто створення наукової бази, що дозволяє прогнозувати стан колії в процесі експлуатації під дією різноманітних факторів. Надійність вивчає закономірності виникнення відмов конструкції та методи їх прогнозування, надає засоби підвищення надійності виробів, а також розробляє методи підтримання надійності в процесі експлуатації. В практиці ведення колійного господарства доводиться

постійно вирішувати задачі, що пов'язані з теорією надійності: визначення міжремонтних термінів, облік впливу на них різних факторів, визначення періодичності контролю стану колії, прогнозування термінів служби елементів колії при різних умовах експлуатації та ін.

Щоб вести розробки в цьому напрямку необхідно мати розрахунковий інструмент. Якщо дослідити моделі, які зазвичай застосовуються при розрахунках колії, то їх можна поділити на три групи. По-перше, це максимально спрощені моделі, які дозволяють визначити напруження, застосувавши теорії опору матеріалів, в будь-якому елементі колії від дії поодинокі постійної сили. Ці розрахунки мають цілий ряд спрощень, припущень та емпіричних коефіцієнтів. По-друге, це моделі, що засновані на системі рівнянь Лагранжа другого роду. В динаміці твердого тіла приймається, що сила, яка прикладена до точки об'єкту, миттєво приводить до переміщення всі інші точки та тіло рухається як одне ціле відносно центру мас. При розрахунках надійності залізничної колії говорити про постійні маси можливо тільки умовно. Причому ці маси матимуть невеликі за значенням переміщення, які відбуваються за короткий термін часу. По-третє, це варіаційні методи, які, з появою потужних комп'ютерів, на сьогодні отримали широке застосування (метод кінцевих елементів, опорних операторів тощо), до недоліків яких треба віднести необхідність в добротному генераторі триангуляції та складності отримання апріорних і аналітичних оцінок. Всі вищезазначені моделі засновані на принципах класичної теорії пружності, де розглядається тіло, що знаходиться у стані рівноваги під дією прикладених сил, причому вважається, що пружні деформації вже досягли статичних значень. Такі трактовки можуть бути достатньо точними для задач, в яких час між моментом прикладення навантаження і встановленням дійсної рівноваги малий у порівнянні з часом, за який відбувається спостереження. Однак, для розрахунків надійності ще треба дослідити дію сил, які прикладені на короткий час або швидко змінюються. Потреби практики диктують необхідність вивчення коливань системи тіл, як одного з основних факторів, що впливають на безвідмовну експлуатацію конструкції колії та її споруд. Тільки на базі виявлення основних закономірностей з яким фізичним осмисленням природи динамічних явищ можна створювати найбільш ефективні методи оцінки та прогнозування експлуатаційно-технічного стану колії та її споруд, розробляти ефективні засоби захисту від негативної вібрації, вирішувати проблеми шумозабруднення навколишнього середовища, оцінювати ефективність нових нетрадиційних конструкцій залізниці. На основі цих факторів для вирішення поставлених задач було вибрано застосувати теорію хвильового розповсюдження.

Для застосування теорії пружних хвиль залізнична колія розглядається як просторова система об'єктів, які характеризуються геометричними розмірами і фізичними властивостями, що визначають швидкості розповсюдження хвиль та параметри деформацій пружності і здвигу. До них прикладаються сили, що мають будь-яку просторову орієнтацію, час дії та непостійність значення. В якості реакції на дію зовнішніх сил розглядається виникнення і розповсюдження в тілі об'єкта просторових сферичних хвиль. Їх геометрія буде підпорядкована хвильовому рівнянню

$$\begin{cases} (x, y, z) \in A(t) \left| \rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Delta; \right. \\ A(t) \subset \Omega \end{cases}, \quad (1)$$

де ∇^2 визначає оператор $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$;

(x, y, z) – геометричне місце точки фронту хвилі;

$A(t)$ – множина точок, що на момент часу t визначають межі розповсюдження хвилі;

ρ – щільність речовини;

Δ – об'ємне поширення;

λ, μ – постійні Ляме;

Ω – простір, обмежений поверхнею тіла.

Розповсюдження хвиль корегується розмірами об'єктів і враховує зміни у параметрах хвильового процесу при переході з одного об'єкту до іншого. При наявності на поточному часовому кроці в об'єкті декількох фрагментів хвильових процесів використовується метод суперпозиції [1]. На рис. 1 на прикладі двох об'єктів кубічної форми показано перехід хвильового процесу з одного об'єкту до іншого.

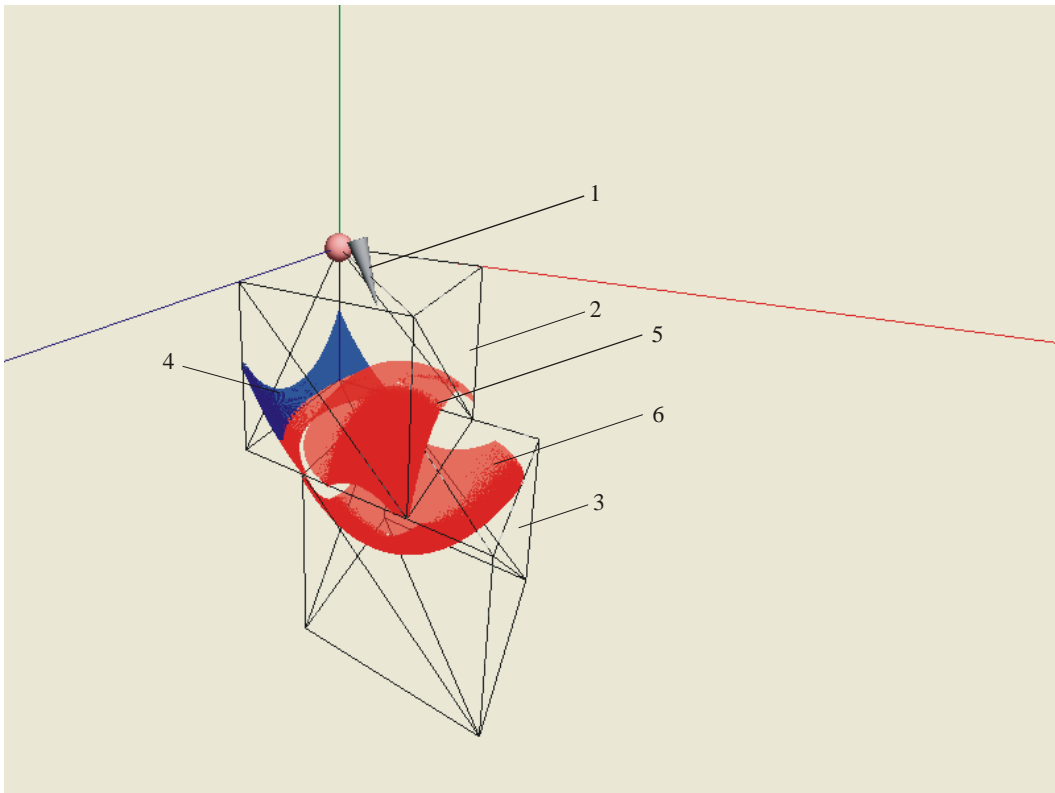


Рис. 1. Перехід хвильового процесу з одного об'єкту до іншого

1 – місце та напрямок дії зовнішньої сили; 2, 3 – контактуючі об'єкти з різними фізичними властивостями; 4 – фронт хвилі в об'єкті "2" від дії сили "1"; 5 – фронт хвилі в об'єкті "2" після відбиття від об'єкту "3"; 6 – фронт хвилі в об'єкті "3".

Визначити напруження та деформації можна згідно до теорії розповсюдження хвиль у твердому тілі [2, 3, 4]. Для отримання рішення в загальному вигляді тіло представляється як набір сегментів $B_i = A(t) \setminus A(t - \delta t)$. Для кожного такого сегмента у відповідності до другого закону Ньютона прискорення руху маси, яке приводить до виникнення деформацій пружності та здвигу, буде врівноважуватися різницею потенціалів напружень σ_i на суміжних поверхнях

$$\rho V(B_i) \frac{d^2 u_i}{dt^2} = \sigma_i S_i - \sigma_{i-1} S_{i-1}, \quad (2)$$

де $S_{i-1} = B_i \cap B_{i-1}$;

$V(B_i)$ – об'єм простору, обмеженого сегментом B_i .

Відповідно до закону Гука можна врахувати зв'язок між напруженнями та локальними деформаціями в сегменті $\left(\frac{u_i}{\delta y} \right)$

$$\sigma_i = K \frac{u_i}{\delta y}, \quad (3)$$

де K – модуль пружності речовини.

Тоді напружено-деформаційний стан тіла в цілому можна описати системою рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho V(B_1) \frac{d^2 u_1}{dt^2} = K S_1 \frac{u_1}{\delta y} - f(P); \\ \rho V(B_i) \frac{d^2 u_i}{dt^2} = K S_i \frac{u_i}{\delta y} - K S_{i-1} \frac{u_{i-1}}{\delta y}; \\ \dots \\ \rho V(B_n) \frac{d^2 u_n}{dt^2} = K S_n \frac{u_n}{\delta y} - K S_{n-1} \frac{u_{n-1}}{\delta y}. \end{array} \right. \quad (4)$$

де $f(P)$ – зовнішнє навантаження на поверхню об'єкта.

За наведеними обґрунтуваннями було розроблено теоретичну математичну модель залізничної колії та відповідну практичну програмну реалізацію для виконання розрахунків на персональному комп'ютері. На рис. 2 показано приклад розташування фронтів хвильових процесів в елементах залізничної колії для одного з кроків розрахунку.

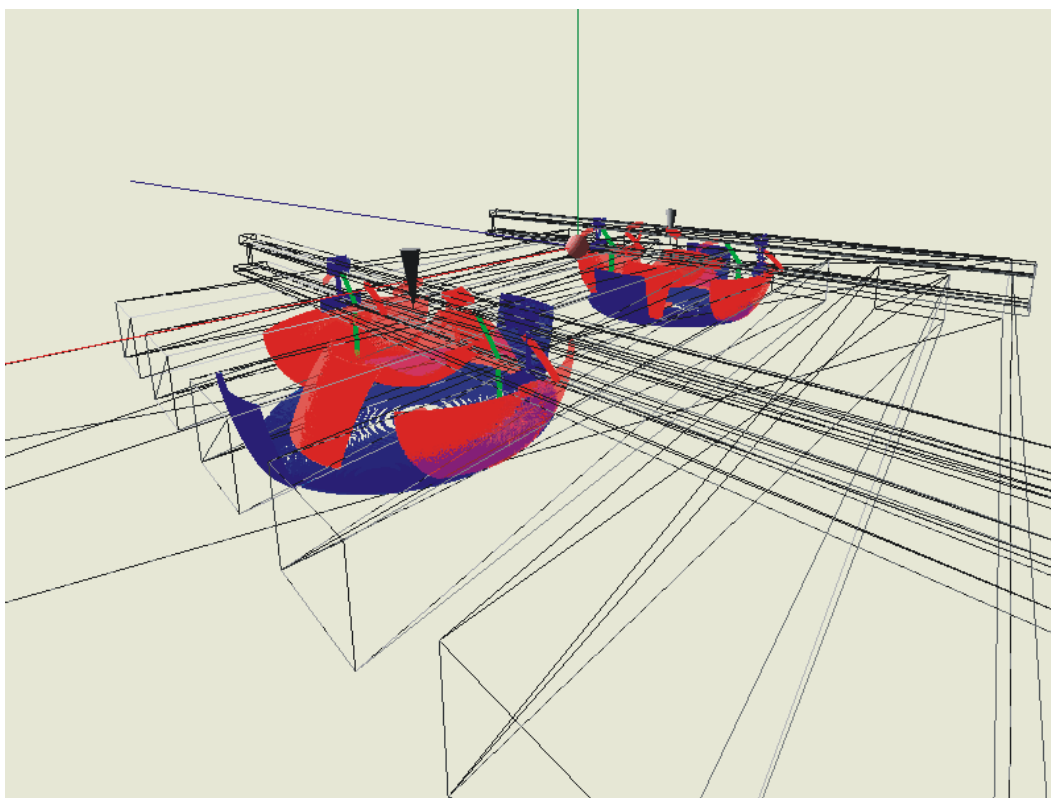


Рис. 2. Приклад розташування фронтів хвильових процесів в елементах залізничної колії

Таким чином, розглянуто теоретичні основи та практична реалізація просторової моделі залізничної колії основаної на принципах хвильової теорії. Запропонований підхід дозволяє отримувати рішення задач напружено-деформаційного стану залізничної колії у часі від просторового динамічного навантаження без залучення таких умовних характеристик, як, наприклад, приведена маса. Використання такої моделі насамперед доцільне при виконанні розрахунків для високих швидкостей руху, коли час дії сил може порівнюватись з часом реакції системи, або при проектуванні та застосуванні нових конструкцій і матеріалів, приведені розрахункові характеристики яких зазвичай визначаються експериментальним шляхом.

© **Бондаренко І. О., Курган Д. М., 2011**

ЛІТЕРАТУРА

1. *Овсянников А. С., Стариков В. А.* Метод суперпозиции сингулярных решений в осимметрических задачах теории упругости. – Киев: Наук. думка, 1989. – 100 с.
2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. VII. Теория упругости. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
3. *Кольский Г.* Волны напряжения в твердых телах. М., 1955. – 192 с.
4. *Ерофеев В. И., Кажяев В. В., Семерикова Н. П.* Волны в стержнях. Дисперсия. Диссипация. Нелинейность. – М.: Физматлит, 2002. – 208 с.