

СССР — МПС

**ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**

На правах рукописи

Инженер В. Я. ХАИН

**ГЛУБИНА ПРОМЕРЗАНИЯ ГРУНТА
ПРИ НАЛИЧИИ МИГРАЦИИ
И ЗОНЫ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ
ГРУНТОВОЙ ВЛАГИ**

(Специальность № 481 — основания, фундаменты
и подземные сооружения)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Днепропетровск
1969

СССР — МПС

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

Инженер В. Я. ХАИН

ГЛУБИНА ПРОМЕРЗАНИЯ ГРУНТА
ПРИ НАЛИЧИИ МИГРАЦИИ
И ЗОНЫ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ
ГРУНТОВОЙ ВЛАГИ

(Специальность № 481 — основания, фундаменты
и подземные сооружения)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Научный руководитель доктор технических наук,
профессор М. Н. ГОЛЬДШТЕЙН

Днепропетровск
1969

3967a

Днепропетровский институт инженеров железнодорожного транспорта направляет Вам для ознакомления автореферат диссертации инженера В. Я. Х а н н а.

Просим Вас и всех заинтересованных лиц Вашего учреждения принять участие в публичной защите диссертации или прислать свой отзыв в письменном виде в 2-х экземплярах, заверенных печатью Вашего учреждения, по адресу: г. Днепропетровск, 10, Университетская, 2, ДИИТ

Работа выполнена в Днепропетровском институте инженеров железнодорожного транспорта.

Научный руководитель — доктор технических наук, профессор М. Н. Г о л ь д ш т е й н.

Официальные оппоненты — доктор технических наук, профессор И. А. З о л о т а р ь, кандидат технических наук В. О. О р л о в.

Ведущее предприятие — Производственный научно-исследовательский институт по инженерным изысканиям в строительстве (ПНИИИС), г. Москва.

Автореферат разослан февраля 1969 года.

Защита диссертации состоится 25 марта 1969 года на заседании Ученого Совета Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь совета, доцент Л. Н. Л е б е д н е ц.

ВВЕДЕНИЕ

Глубокое промерзание грунтов земляного полотна железных и автомобильных дорог, под фундаментами зданий и сооружений наблюдается на значительной части территории страны. Связанное с сезонным промерзанием зимнее пучение грунтов (равномерное и неравномерное), а также оттаивание грунтов в весенне-летний период приводят в ряде случаев к нарушению нормальных условий эксплуатации дорог, зданий.

По исследованиям ЦНИИ МПС протяженность железных дорог, пораженных пучением, составляет почти треть общей протяженности деформируемых участков, что ежегодно требует больших средств для поддержания пути в исправном состоянии. Одним из способов устранения пучин является полное или частичное предотвращение промерзания пучащих грунтов. Последнее может быть достигнуто с оптимальной затратой сил, времени и средств при правильном определении глубины промерзания грунта. Определение глубины промерзания может иметь первостепенное значение при строительстве аэродромов, для выбора глубины заложения фундаментов, при прокладке в ряде районов подземных водопроводных и канализационных сетей и других трубопроводов, электрических коммуникаций. Все это определяет интерес к изучению глубины промерзания с целью осуществления ее прогноза и регулирования.

Глава I. Современное состояние вопроса и задачи настоящих исследований

Эффективное прогнозирование и регулирование глубины промерзания должно опираться на результаты исследований природы (физики) явлений, связанных с промерзанием грун-

та, и на достаточно точные количественные описания законов, которым подчиняются эти явления. По современным представлениям, промерзание грунта представляет собой результат одновременного протекания нескольких взаимосвязанных процессов, главными из которых являются: теплообмен поверхности грунта с атмосферой, теплообмен в грунтовой толще, фазовые превращения и массоперенос (миграция) грунтовой влаги (А. А. Ананян, В. Г. Балобаев, М. Н. Гольдштейн, И. А. Золотарь, Н. С. Иванов, А. Г. Колесников, В. А. Кудрявцев, В. С. Лукьянов, А. В. Лыков, Г. А. Мартынов, В. Г. Меламед, З. А. Нерсесова, А. В. Павлов, И. А. Тютюнов, Н. А. Цытович, А. Ф. Чудновский, Такажи С., Уильямс П., Юмикис А.). Математическое описание процесса промерзания и связанного с ним влагонакопления может быть дано в достаточно полной форме в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений тепло-массообмена (А. В. Лыков, Г. А. Мартынов и др.). Однако трудности в получении решения этой системы уравнений заставляют идти как по пути различных упрощений в постановке задачи, так и по пути отыскания приближенных решений. Поэтому изучение глубины промерзания грунта развивается по нескольким направлениям (математическое, инженерно-физическое, аналоговое, полуэмпирическое, эмпирическое), отличающихся методами решения задачи.

Наиболее часто принимаемое упрощение состоит в расчете глубины промерзания без учета миграции влаги. С использованием некоторых дополнительных упрощающих предположений решен большой круг задач, связанных с расчетом глубины промерзания грунта в работах отечественных и зарубежных исследователей (А. А. Абрамов, М. Н. Гольдштейн, В. В. Докучаев, И. А. Золотарь, А. Г. Колесников, В. А. Кудрявцев, М. М. Крылов, Г. И. Лапкин, Л. С. Лейбензон, В. С. Лукьянов, А. В. Лыков, Г. А. Мартынов, В. Г. Меламед, А. В. Павлов, В. П. Пономарев, Н. А. Пузаков, Л. И. Рубинштейн, А. Я. Тулаев, Г. М. Фельдман, Х. Р. Хакимов, В. Б. Швец, Ф. Н. Шехтер, У. Бикли, Р. Гибсон, Р. Скотт, У. Шенон, Э. Уэст, П. Уильямс и др.).

Явление незамерзания части грунтовой влаги при отрицательных температурах, исследованное в работах А. А. Ананяна, М. Н. Гольдштейна, Н. С. Иванова, З. А. Нерсесовой, В. О. Орлова, А. Е. Федосова, Н. А. Цытовича, Л. В. Чистотинова, Юнга и др. известно сравнительно давно, однако су

ществующие методы и формулы для расчета глубины промерзания учитывают это явление недостаточно полно. В настоящей работе изложен метод расчета, позволяющий учесть указанное явление с достаточной для практики точностью.

В расчетах глубины промерзания с учетом миграции влаги в большинстве случаев используются допущения об отсутствии диапазона температур замерзания и о наличии миграции лишь в талом грунте (М. Н. Гольдштейн, И. А. Золотарь, Т. А. Мартынов, В. Г. Меламед, М. Г. Мурашко, В. О. Орлов и др.). В то же время известны работы, подтверждающие наличие миграции влаги и в мерзлом грунте. Поэтому определенный интерес представляет решение задачи о промерзании грунта с учетом миграции влаги в мерзлой и талой зонах при замерзании влаги в диапазоне температур. Решение такой задачи изложено в данной работе. Сравнительно мало разработанным является вопрос о влиянии различных параметров на глубину промерзания грунта, который тесно связан с вопросом о достижимой точности расчетных значений глубины промерзания при наличии неточностей (ошибок) в определении исходных данных для расчета. Оба вопроса, как имеющие определенный практический интерес, также получили развитие в настоящей работе. Экспериментальная часть работы проведена с целью проверки применимости расчетной схемы и введения необходимых поправок в расчетные формулы для определения глубины промерзания. Проведенные исследования легли в основу разработанной инструкции по расчету глубины промерзания грунтов, теплоизолирующих подушек и грунта под подушкой применительно к земляному полотну железных дорог.

Работа содержит 180 страниц машинописного текста и 50 иллюстраций и состоит из введения, четырех глав, заключения и приложения. Список использованной литературы включает 132 наименования.

Глава II. Расчет глубины промерзания грунта с учетом зоны фазовых превращений

Учету миграции влаги при промерзании посвящена глава III. Здесь миграция влаги учитываться не будет: во-первых, поскольку в некоторых случаях учет миграции влаги дает меньший эффект, чем учет зоны фазовых превращений; во-

вторых, чтобы в более чистом виде оценить влияние учета зоны фазовых превращений в расчете глубины промерзания. Нелинейное уравнение теплопроводности, описывающее теплообмен в грунте при промерзании, имеет вид (ТЗ, М2, М1)

$$c_s(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (1)$$

где c_s — эффективная объемная теплоемкость;
 λ — коэффициент теплопроводности грунта.

Для решения нелинейного уравнения (1) применен приближенный зональный метод расчета [Л. 9] с разделением грунта на 3 зоны по температурному признаку: талая зона $T_s \leq T \leq T_o$, зона интенсивных фазовых превращений $T_k \leq T \leq T_s$, зона мерзлого грунта $T_n \leq T < T_k$, где T_s — температура начала замерзания влаги в грунте, которая может быть совмещена с началом отсчета температуры, т. е. $T_s = 0$; T_o — начальная температура, T_n — температура поверхности грунта.

При этом уравнение (1) заменяется системой линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial t} &= a_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} &= a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial T_3}{\partial t} &= a_3 \frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где λ_i , c_i и $a_i = \frac{\lambda_i}{c_i}$ имеют постоянные, осредненные по каждой зоне значения.

Задача о промерзании грунта решается при постоянных начальных и граничных условиях

$$\left. \begin{aligned} T_1(0, t) &= T_n < 0 \\ T_3(x, 0) &= T_3(\infty, t) = T_o > 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

и условиях для температур и потоков тепла на подвижных границах h_1 и h_2 (h_1 — глубина проникновения изотермы $T = T_k$, h_2 — глубина проникновения изотермы $T = 0$):

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=h_1} &= 0; \quad T_1(h_1, t) = T_2(h_1, t) = T_k \\ \left(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} - \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \right)_{x=h_2} &= \Delta Q_{\phi} \frac{dh_2}{dt}; \quad T_2(h_2, t) = T_3(h_2, t) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь ΔQ_{ϕ} —количество тепла фазовых превращений свободной влаги в единице объема грунта, выделяющееся на границе $h_2(t)$.

Системе уравнений (2)–(4) удовлетворяют выражения вида

$$T_i(x, t) = A_i + B_i \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_i t}}; \quad h_1 = b_1 \sqrt{t}; \quad h_2 = b_2 \sqrt{t} \quad (5)$$

где $\operatorname{erf} y = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y \exp(-\xi^2) d\xi$ — интеграл вероятности.

Постоянные b_1 и b_2 определяются решением системы двух трансцендентных уравнений

$$\frac{c_1(T_{\kappa} - T_n) \exp\left(-\frac{b_1^2}{4a_1}\right)}{\operatorname{erf} \frac{b_1}{2\sqrt{a_1}}} - \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} \frac{c_2(-T_{\kappa}) \exp\left(-\frac{b_1^2}{4a_2}\right)}{\operatorname{erf} \frac{b_2}{2\sqrt{a_2}} - \operatorname{erf} \frac{b_1}{2\sqrt{a_2}}} = 0 \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{c_1(T_{\kappa} - T_n) \exp\left(-\frac{b_1^2}{4a_1}\right)}{\operatorname{erf} \frac{b_1}{2\sqrt{a_1}}} - \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} \frac{\exp\left(-\frac{b_1^2}{4a_2}\right) - \exp\left(-\frac{b_2^2}{4a_2}\right)}{\operatorname{erf} \frac{b_2}{2\sqrt{a_2}} - \operatorname{erf} \frac{b_1}{2\sqrt{a_2}}} c_2(-T_{\kappa}) - \\ & - \sqrt{\frac{a_3}{a_1}} \frac{c_3 T_0 \exp\left(-\frac{b_2^2}{4a_3}\right)}{1 - \operatorname{erf} \frac{b_2}{2\sqrt{a_3}}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Delta Q_{\phi} b_2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Исследование системы (6) — (7) показало допустимость замены трансцендентных функций приближенными, но достаточно точными выражениями (при $0 < y < 0,7$; $0 < z < 1$ $0 < p < 1$)

$$F_1(y) = \frac{\exp(-y^2)}{\operatorname{erf} y} \cong \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1 - 0,6y^2}{y} \quad (8)$$

$$F_2(y) = \frac{\exp(-y^2)}{1 - \operatorname{erf} y} \cong 1 + 1,24 y \quad (9)$$

$$F_3(p, z) = \frac{\exp(-p^2 z^2)}{\operatorname{erf} z - \operatorname{erf} pz} \cong \frac{1 + 0,5 z^2 (1 - p^2)}{\frac{2}{\sqrt{\pi}} z (1 - p)} \quad (10)$$

$$F_4(p, z) = \frac{\exp(-p^2 z^2) - \exp(-z^2)}{\operatorname{erf} z - \operatorname{erf} pz} \cong \frac{\sqrt{\pi}}{2} z (1 - p) \quad (11)$$

Эта замена переводит систему (6) — (7) в квадратное уравнение для определения темпа промерзания b_z , положительный корень которого вычисляется по формуле

$$b_z = \sqrt{\frac{R}{M} + \left(\frac{N}{M}\right)^2} - \frac{N}{M} \quad (12)$$

где

$$\left. \begin{aligned} M &= \Delta Q_{\phi} + 0,3\rho^2 c_1 (T_k - T_n) + 0,25(1 + \rho)^2 c_2 (-T_k) + 0,7c_3 T_o \\ N &= \sqrt{\frac{\lambda_3 c_3}{\pi}} T_c \\ R &= 2\lambda_1 (T_k - T_n) + 2\lambda_2 (-T_k) \\ \rho &= \frac{\lambda_1 (T_k - T_n)}{\lambda_1 (T_k - T_n) + \lambda_2 (-T_k)} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Формулы (5), (12) — (13) позволяют рассчитать глубину промерзания грунта h_z при наличии зоны фазовых превращений.

В работе В. Г. Меламеда [М. 6] темп промерзания грунтов (суглинка и песка) рассчитывался с учетом криволинейной зависимости $c_s(T)$ на ЭЦВМ „Стрела“. При тех же исходных данных расчет темпа промерзания по формулам (12)—(13) дает значение b_z , отличающееся от результатов [М. 6] не более, чем на 2% для суглинка и до 4-х% для песка. В то же время, как показано серией расчетов, расчет темпа промерзания по методу 2-х зон (без учета зоны фазовых превращений) может приводить к ошибке до 20%—40%, зависящей от влажности грунта и температуры поверхности.

Как следует из (5), (12) — (13), глубина промерзания зависит от большого числа параметров. Можно предположить, что не все параметры одинаково сильно влияют на изменение h . Величина частной производной h по параметру X_i , т. е. $\beta_i = \frac{\partial h}{\partial X_i}$ позволяет оценить влияние любого параметра. Однако сравнение влияния разных параметров оказывается невозможным из-за того, что размерность величин β_i различна и зависит от физической природы исследуемого параметра. Для сравнительной численной оценки влияния любого параметра X_i на глубину h предлагается использовать безразмерную величину

$$r_{ih} = \frac{\partial \ln h}{\partial \ln X_i} \cong \frac{\frac{\Delta h_i}{h}}{\frac{\Delta X_i}{X_i}} \quad (14)$$

называемую степень влияния и показывающую, во сколько раз относительное изменение глубины промерзания больше вызвавшего его относительного изменения параметра. Исходя из (5), например, легко найти степень влияния времени на глубину промерзания

$$r_{th} = \frac{\partial \ln h}{\partial \ln t} = 0,5 \quad (15)$$

а формула Стефана $h = \sqrt{\frac{2\lambda(-T_n)t}{\Delta Q}}$ дает

$$r_{\lambda h} = r_{th} = r_{T_n h} = -r_{\Delta Q h} = 0,5 \quad (16)$$

Формула (14) может служить для расчета r и в тех случаях, когда X_i является некоторой функцией параметров, например, b, M, N, R, p . Проведенные расчеты показывают, что в большинстве случаев $r_{Rh} \cong 0,5 \div 0,6$; $r_{Mh} \cong -0,4 \div -0,5$; $r_{Nh} \cong 0 \div -0,2$; $r_{bh} = 1$. Для 11 исходных расчетных параметров получены следующие значения степеней влияния:

Таблица 1

№№ п.п.	Параметр	Степень влияния	
		суглинок	глина
1	t	0,50	0,50
2	T_n	0,48	0,47
3	ΔQ_Φ	-0,35	-0,35
4	λ_1	0,35	0,29
5	λ_2	0,15	0,23
6	c_2	-0,09	-0,08
7	T_o	-0,05	-0,07
8	T_k	-0,05	-0,04
9	c_3	-0,03	-0,05
10	λ_3	-0,02	-0,02
11	c_1	-0,01	-0,01

Степень влияния можно рассматривать не только как отношение относительных приращений, но и как отношение относительных ошибок. Общая относительная ошибка, согласно теории ошибок, равна

$$\delta h = \frac{\Delta h_{общ}}{h} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\Delta h_i}{h} \right| = \sum_{i=1}^n \left| r_{ih} \right| \left| \frac{\Delta X_i}{X_i} \right| \quad (17)$$

Поэтому при одинаковой относительной ошибке в определении всех параметров наибольший вклад в ошибку результата расчета вносят главные параметры, имеющие наибольшие (по модулю) степени влияния.

Например, при $\frac{\Delta X_i}{X_i} = \text{const} = 10\%$ получаем $\delta h = 21\%$, причем первые шесть (главных) параметров создают ошибку 19%, а остальные только 2%.

Теоретически показано, что из $r_{th} = 0,5$ и $r_{tnh} \cong 0,5$ вытекает зависимость $\frac{h_1}{h_2} = \sqrt{\frac{T_{n1}t_1}{T_{n2}t_2}}$, известная, как чисто эмпирическая.

Кроме того, учет отличия r_{tnh} от 0,5 позволяет объяснить также и отклонение от указанной зависимости, наблюдавшееся при одинаковых $|T_n t|$, но при различных T_n и t в расчетах В. С. Лукьянова и М. Д. Головки [Л.4].

В работе рассмотрен случай промерзания грунта под переменным по высоте снежным покровом, изменяющимся по закону $h_{cn} = b_1 \sqrt{t}$. Подобная задача, но без учета зоны фазовых превращений, решена Г. М. Фельдманом. В нашей задаче система уравнений (2) дополняется уравнением Фурье для зоны снежного покрова и условиями для температур и потока тепла на границах этой зоны:

$$\frac{\partial T_4}{\partial t} = a_4 \frac{\partial^2 T_4}{\partial x^2} \quad (2')$$

$$T_1(h_1, t) = T_n < 0 \quad (3')$$

$$\left(\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_{x=0} = 0; \quad T_1(0, t) = T_1(0, t) \quad (4')$$

Решение системы 4-х уравнений имеет вид (5). Для приближенного решения трансцендентных уравнений относительно темпа промерзания использованы соотношения (9)–(11), а вместо (8)–соотношение:

$$F_1' = \frac{\exp(-y^2)}{\text{erfi} y - \beta \text{erfi} u} \cong \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1 - 0,6y^2}{y + \beta u} \quad (8')$$

что приводит к следующей формуле для расчета темпа промерзания:

$$b_2 = \frac{2\sqrt{a_1} (1 - 2nv + 2rv^2)}{\sqrt{2m(1 - 2nv - 2rv^2)} \sqrt{[n + v(m - r - 0,3)]^2 + n + v(m - r - 0,3)}} \quad (17)$$

где

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{\Delta Q_{\Phi}}{c_1 |T_n|} + 0,3 \left(1 - \frac{T_k}{T_n}\right)^2 + 0,5 \frac{c_2 T_k}{c_1 T_n} \left(2 - \frac{T_k}{T_n}\right) + 0,7 \frac{c_3 T_o}{c_1 |T_n|}; \\ n &= \sqrt{\frac{a_3}{\pi a_1}} \frac{c_3 T_o}{c_1 |T_n|} \quad r = \left(0,5 \frac{c_2}{c_1} - 0,3\right) \left(\frac{T_k}{T_n}\right)^2 \\ v &= \frac{\lambda_1}{\lambda_4} \frac{b_4}{2\sqrt{a_1}} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Поскольку наличие снега приводит к повышению температуры поверхности грунта, то оно же приводит к увеличению влияния зоны фазовых превращений на глубину промерзания грунта.

В работе приводится ряд расчетов, показывающих, что неучет зоны фазовых превращений дает занижение расчетного значения глубины промерзания, которое зависит от максимальной высоты снежного покрова. Например, при $h_{\text{сн max}} = 30$ см, $\frac{\Delta h}{h}$ составляет 14%, а при $h_{\text{сн max}} = 50$ см — достигает 24 %.

Глава III. Расчет глубины промерзания грунта с учетом миграции и зоны интенсивных фазовых превращений грунтовой влаги

Многочисленные исследования природы пучения, выполненные отечественными и зарубежными учеными, показали, что пучение всегда связано с увеличением влажности верхнего слоя грунта, а иногда и всей зоны сезонного промерзания (С. А. Бастамов, Г. П. Бредюк, М. Н. Гольдштейн, И. А. Золотарь, Л. Н. Любимов, Г. М. Моченов, В. О. Орлов, Н. В. Орнатский, В. П. Пономарев, Л. А. Преферансова, Н. А. Пузаков, А. М. Пчелинцев, М. И. Сумгин, В. П. Титов, А. Я. Тулаев, Г. М. Фельдман, В. И. Штукенберг, Г. Бесков, А. Казагранде, С. Тэбер и другие). Единого мнения относительно природы сил, вызывающих перемещение влаги вверх при промерзании, пока нет (А. А. Ананян, М. Н. Гольдштейн, Н. С. Иванов, Н. А. Пузаков, М. И. Сумгин, М. А. Тютюнов, С. Тэбер, В. И. Штукенберг). В этих условиях эффективным оказался феноменологический подход, который привел к созданию А. В. Лыковым потенциальной теории переноса влаги в капиллярно-пористых телах, получившей развитие в рабо-

тах А. В. Лыкова и Ю. А. Михайлова, И. А. Золотаря, Г. А. Мартынова, В. Г. Меламеда, Г. М. Фельдмана. Основой этой теории является пропорциональность между плотностью потока влаги j_m и градиентом потенциала переноса θ

$$j_m = -k_\theta \frac{\partial \theta(w, T)}{\partial x} = -k_w \frac{\partial w}{\partial x} - k_w \delta \frac{\partial T}{\partial x} \quad (19)$$

где k_θ — коэффициент потенциалопроводности;

k_w — коэффициент влагопроводности;

δ — термоградиентный коэффициент;

w — влажность грунта.

Уравнение массопереноса, учитывающее фазовые превращения грунтовой влаги, впервые предложено А. В. Лыковым и содержит критерий фазового превращения ε , требующий экспериментального определения. После подстановки соотношений, определяющих величину ε , уравнение массопереноса принимает вид:

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial u_n}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \delta \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial w_n}{\partial t} \quad (20)$$

где $k = \frac{k_w}{\gamma_0}$ — коэффициент массопроводности;

γ_0 — плотность скелета грунта;

w_n, u_n — весовое содержание льда и незамерзшей влаги на единицу веса скелета грунта.

Уравнение теплопроводности, учитывающее конвективный перенос тепла и выделение тепла фазовых превращений, записывается в виде:

$$\left. \begin{aligned} c_{ad} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - c_n k \gamma_0 \frac{\partial u_n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + c_n k \gamma_0 \delta \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \\ \gamma_0 Q \frac{\partial w_n}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Если незамерзшая влага находится в термодинамическом равновесии со льдом, то

$$u_n = w_n(T) \quad (22')$$

где $w_n(T)$ — экспериментально определяемая в стационарном состоянии зависимость содержания незамерзающей влаги от температуры.

В ряде случаев переход незамерзающей влаги в лед сопровождается релаксационными процессами (Л. В. Чистотин и др.), что может быть объяснено наличием термодинамически неравновесной влаги. Поэтому для нестационарных состояний справедливым оказывается соотношение

$$u_n = w_n(T) - \tau_p \frac{\partial w_n}{\partial t} \quad (22)$$

где τ_p — время релаксации при переходе воды в лед.

По вопросу о назначении граничных условий для влажности на подвижной границе промерзания существует несколько различных точек зрения (И. А. Золотарь, Г. А. Мартынов, В. Г. Меламед, Г. М. Фельдман). В работе рассмотрен вопрос о предельных значениях влажности и о скачке влажности по жидкой фазе на границе $h(t)$. Показано, что скачок влажности по жидкой фазе Δw_c на границе $h(t)$ может быть связан только со скачком массемкости грунта Δc_w при $T = 0$. Выдвигается гипотеза о близких к нулю значениях скачка массемкости, основанная на известных экспериментальных работах М. Н. Гольдштейна, З. А. Нерсесовой, Н. А. Цытовича по исследованию незамерзающей грунтовой влаги.

Следствием $\Delta c_w \rightarrow 0$ является $\Delta w_c \rightarrow 0$, при этом условия на подвижной границе $h(t)$ записываются в виде:

$$k \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \delta \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=h} - k_- \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \delta_- \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=h} = \Delta w_c \frac{dh}{dt} \quad (23)$$

$$\left(\lambda_- \frac{\partial T}{\partial x} - \lambda_+ \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=h} = \gamma_0 Q \Delta w_c \frac{dh}{dt} \quad (24)$$

где Δw_c — скачок льдистости на границе промерзания.

Если $\Delta c_w \neq 0$ и $\Delta w_c \neq 0$, то правая часть уравнения (23) дополняется слагаемым $\left(-\Delta w_c \frac{dh}{dt} \right)$, где

$$\Delta w_c = \frac{\Delta c_w}{c_w -} w_n(0) \quad (25)$$

Индексами "+" и "-" обозначены предельные значения величин T , w , λ , k , δ , c_w соответственно снизу и сверху от границы $h(t)$.

В отличие от известных аналогичных уравнений Г. А. Мартынова (М. 3) система уравнений (20) — (22) описывает процессы тепломассообмена в промерзающем грунте с учетом релаксации при фазовых превращениях грунтовой влаги.

Задача о промерзании грунта с учетом миграции влаги в талой зоне решается, как и предыдущие, зональным методом. Исследования Г. А. Мартынова (М. 3) показали, что доля конвективного переноса тепла в общем теплопереносе не превосходит $(5 \div 500) \cdot 10^{-2}\%$, а термоградиентный перенос влаги в зоне фазовых превращений также незначителен. В некоторых случаях влагопроводность мерзлого грунта значительно ниже, чем талого ($k_- \ll k_+$), тогда миграцией влаги в мерзлой зоне можно пренебречь. С учетом указанных и некоторых других ограничений, задача может быть сформулирована следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_i}{\partial t} &= a_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}; \quad i = 1, 2 \\ \frac{\partial w_2}{\partial t} &= k_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=h} &= \gamma_0 Q \Delta w_{\text{л}} \frac{dh}{dt}; \quad T_1(h, t) = T_2(h, t) = 0 \\ k_2 \frac{dw_2}{dx} \Big|_{x=h} &= \Delta w_{\text{л}} \frac{dh}{dt}; \quad w_2(h, t) - w_n(0) \equiv w_h \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

При постоянных начальных и граничных условиях

$$\left. \begin{aligned} T_1(0, t) &= T_n < 0; \quad T_2(x, 0) = T_2(\infty, t) = T_0 > 0 \\ w_2(x, 0) &= w_2(\infty, t) = w_0 > w_h \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

система (27) имеет решение в виде

$$\left. \begin{aligned} T_1(x, t) &= A_i + B_i \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_1 t}} \\ w_2(x, t) &= C + G \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{k_2 t}} \\ h &= b\sqrt{t} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Темп промерзания b является корнем трансцендентного уравнения

$$\left. \begin{aligned} \gamma_0 Q \sqrt{k_2} (w_0 - w_h) &\frac{\exp\left(-\frac{b^2}{4k_2}\right)}{1 - \operatorname{erf} \frac{b}{2\sqrt{k_2}}} - \frac{\sqrt{\lambda_1 c_1} (T_n) \exp\left(-\frac{b^2}{4a_1}\right)}{\operatorname{erf} \frac{b}{2\sqrt{a_1}}} - \\ &\frac{\sqrt{\lambda_2 c_2} T_0 \exp\left(-\frac{b^2}{4a_2}\right)}{1 - \operatorname{erf} \frac{b}{2\sqrt{a_2}}} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Из (30), пользуясь соотношениями (8) и (9), можно получить квадратное уравнение для определения b .

В зависимости от величины коэффициента влагопроводности k_2

$$\frac{\exp\left(-\frac{b^2}{4k_2}\right)}{1 - \operatorname{erf} \frac{b}{2\sqrt{k_2}}} = \begin{cases} 1 + 0,62 \frac{b}{\sqrt{k_2}}, & \text{при } \frac{b}{\sqrt{k_2}} \leq 1,4 \end{cases} \quad (31)$$

$$\frac{\exp\left(-\frac{b^2}{4k_2}\right)}{1 - \operatorname{erf} \frac{b}{2\sqrt{k_2}}} = \begin{cases} \frac{b}{2} \sqrt{\frac{\pi}{k_2}}, & \text{при } \frac{b}{\sqrt{k_2}} > 1,4 \end{cases} \quad (32)$$

В случае (32) общая влажность мерзлой зоны практически не изменяется. Формулы для расчета b в этом случае имеют такой же вид, как и в задаче без учета миграции (12), где

$$\left. \begin{aligned} M &= \gamma_0 Q (w_0 - w_h) + 0,3c_1(-T_n) - 0,7c_2T \\ N &= \sqrt{\frac{\lambda_2 c_2}{\pi}} T_0, \quad R = -2\lambda_1 T_n \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Такие же соотношения могут быть получены из (13) при $T_k=0$, $p=1$, что и следовало ожидать.

Условие слабой миграции (32) может быть записано также в виде

$$Lu = \frac{k}{a} < 0,03 \quad (34)$$

где Lu — критерий А. В. Лыкова.

В случае сильной миграции условие (31) может быть записано в виде

$$Lu > 0,3 \quad (35)$$

При этом формула (12) не изменяется, а значения M и N должны рассчитываться по формулам (36)

$$\left. \begin{aligned} M &= 0,7\gamma_0 Q (w_0 - w_h) + 0,3c_1(-T_n) + 0,7c_2T_0 \\ N &= \sqrt{\frac{\lambda_2 c_2}{\pi}} T_0 + \sqrt{\frac{k_2}{\pi}} \gamma_0 Q (w_0 - w_h) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Неравенство (35) в ряде случаев выполнимо, т. к. $a \sim 10^{-3} \frac{M^2}{\text{час}}$, а по измерениям А. В. Лыкова [Л. 9]

$$0,4 \cdot 10^{-4} \frac{M^2}{\text{час}} < K_2 < 40 \cdot 10^{-4} \frac{M^2}{\text{час}}$$

Приводится пример расчета, показывающий, что при $Lu=0,5$ неучет миграции влаги приводит к завышению глубины промерзания на 31%.

В работе решена также задача о промерзании грунта в более полной постановке, учитывающей наличие зоны фазовых превращений и миграции влаги в мерзлой и талой зонах. Принимается, что $\tau_p = 0$, поскольку время релаксации невелико по сравнению с длительностью промерзания.

Система уравнений тепломассообмена в данной задаче имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_i}{\partial t} &= a_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} \quad i = 1, 2, 3 \\ w_i(x_1 t) &= w_{\text{н}}(T_i) \quad i = 1, 2 \\ \frac{\partial w_3}{\partial t} &= k_3 \frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

с условиями на подвижных границах h_1 и h_2 :

$$\left(k_{i-1} \frac{\partial w_{i-1}}{\partial x} - k_i \frac{\partial w_i}{\partial x} \right)_{x=h_i} \Delta w_{,i1} \frac{dh_{i1}}{dt}; \quad i = 1, 2 \quad (38)$$

$$\left(\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x} - \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x} \right)_{x=h_i} = \gamma_0 Q \Delta w_{,i1} \frac{dh_{i1}}{dt}; \quad i = 1, 2 \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} T_1(h_1, t) &= T_2(h_1, t) = T_n < 0; \quad w_{,11}(h_1, t) = w_{,12}(h_1, t) + \Delta w_{,11} \\ T_2(h_2, t) &= T_3(h_2, t) = 0; \quad w_3(h_2, t) = w_n(0) = w_n; \\ w_{,12}(h_2, t) &= \Delta w_{,12} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

при постоянных начальных и граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} T_1(0, t) &= T_n < 0; \quad T_3(x, 0) = T_0 > 0; \quad T_3(\infty, t) = T_0 \\ w_3(x, 0) &= w_0 > w_n; \quad w_3(\infty, t) = w_0; \quad \Delta w_c = 0 \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

где $a_i = \frac{\bar{\lambda}_i}{c_i}$ — эффективная температуропроводность;

$\bar{\lambda}_i = \lambda_i + k_i c_i$ — эффективная теплопроводность;

$c_i = c_{\text{ад}} + c_i^1$ — эффективная объемная теплоемкость

$$c_i^1 = \gamma_0 Q \frac{dw_{,i1}}{dT}; \quad c^1 = 0$$

В рассматриваемом случае задача имеет решения для границ $h_i(t)$ и температур $T_i(x, t)$, совпадающие по форме

с (5), а для влажности талой зоны — совпадающее с (29). При слабой миграции формулы для расчета глубины промерзания остаются те же, что и в задаче без учета миграции. В случае сильной миграции, используя (31), приходим снова к формуле (12), однако формулы для расчета M , N , R , p изменяются:

$$\left. \begin{aligned} M &= Q \gamma_0 (w_0 - w_h) \left(0,7 + 0,3 p^2 c_1 (T_k - T_n) + \right. \\ &\quad \left. + 0,25 c_2 (-T_k) (1 + p)^2 + 0,7 c_3 T_0 \right) \\ N &= \sqrt{\frac{\lambda_3 c_3}{\pi}} T_0 + \sqrt{\frac{k_3}{\pi}} \gamma_0 Q (w_0 - w_h) \\ R &= 2 \bar{\lambda}_1 (T_k - T_n) + 2 \bar{\lambda}_2 (-T_k); \quad p = \frac{\bar{\lambda}_1 (T_k - T_n)}{\bar{\lambda}_1 (T_k - T_n) + \bar{\lambda}_2 (-T_k)} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Получены также соотношения для расчета льдовыделения $w_{\lambda 1}(x, t)$ и $w_{\lambda 2}(x, t)$. На основе анализа формулы для расчета $\Delta w_{\lambda 1}$ высказывается предположение о том, что в условиях данной задачи наибольшее изменение льдистости по глубине должно наблюдаться в тех местах мерзлой зоны, температура которых соответствует наибольшему значению величины $\frac{d^2 w_{\lambda}}{dT^2}$.

В работе показано, что полученные в этой главе решения и расчетные формулы легко распространяются на случай, когда $\Delta w_c \neq 0$.

Г л а в а IV Экспериментальные лабораторные исследования процесса промерзания — протаивания грунта

Целью экспериментальных исследований была проверка применимости трехзонной расчетной схемы, принятой при решении всех задач. Предпосылки трехзонной расчетной схемы одинаковы для задач как промерзания, так и протаивания грунта. Проверка осуществлялась путем сравнения теоретических (вычисленных) и экспериментально измеренных значений темпа протаивания (b_T и b_s).

При небольших отклонениях величины $z = \frac{b_s}{b_T}$ от единицы расчетная схема может быть признана приемлемой. Для определения величины z производилась серия опытов по

измерению b_z и всех параметров, определяющих b_T . Показано, что при ограниченном числе серий опытов (от 8 до 13) можно достичь точности исследования не ниже 5% ÷ 10% с доверительной вероятностью 80% ÷ 90%.

Для проведения опытов был сконструирован прибор, моделирующий процесс промерзания-протаивания полупространства. В работе описана методика проведения экспериментов по моделированию промерзания-протаивания полупространства, разработанная автором.

Измерение теплопроводности грунта при положительных и отрицательных температурах производилось по методу стационарного режима, а удельной энтальпии, теплоемкости и количества незамерзшей влаги—калориметрическим методом. Последний был несколько усовершенствован: применена автоматическая система записи температуры калориметра; уменьшена длительность главного периода благодаря применению образцов в виде тонкой пластинки; применен жидкостный термостат, сокращающий с 20 часов до 30—40 минут время, необходимое для стабилизации температуры образца.

В десяти сериях проведено около 20 измерений темпа протаивания b_z , около 100 опытов по измерению теплоемкости и удельной энтальпии, около 40 опытов по измерению теплопроводности грунта. Опыты проводились с суглинком и глиной при разных влажностях твердой, полутвердой и пластичной консистенций. Плотность изменялась в пределах от 1,91 г/см³ до 2,09 г/см³ для глины и от 1,70 г/см³ до 2,10 г/см³ для суглинка. Результаты экспериментов следующие:

Диапазон измеренных значений b_z простирается от $3 \cdot 10^{-2}$ см/сек^{1/2} до $7 \cdot 10^{-2}$ см/сек^{1/2}, что соответствует глубинам сезонного промерзания-протаивания от 0,7 м до 2,8 м в натуральных условиях. Отношение $z = \frac{b_z}{b_T}$ изменяется в пределах от 0,93 до 1,19, при этом в 80% случаев опыты дают $z > 1$. Среднее значение $\bar{z} = 1,07$, среднее квадратическое отклонение от среднего $\sigma = 0,083$. Наиболее вероятное отклонение от среднего составляет $\tau = \pm 2\%$. Таким образом, вычисленные значения b_T меньше экспериментальных в среднем на $7 \pm 2\%$.

В приложении изложена пояснительная записка к инструкции по расчету глубины промерзания, инструкция и примеры расчета. Расчет глубины промерзания производится по формулам и номограммам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты исследований заключаются в следующем:

1. Получено решение задачи о промерзании грунта с учетом зоны фазовых превращений грунтовой влаги в мерзлом грунте. На основе этого решения получены новые формулы для расчета глубины промерзания, погрешность которых (по сравнению с численным решением на ЭЦВМ) не превышает $2\% \div 4\%$. Серией расчетов показано, что учет зоны фазовых превращений влаги приводит к повышению точности определения глубины промерзания грунта в среднем на $10\% \div 15\%$, а в отдельных случаях — до $20\% \div 40\%$.

2. В работе произведена оценка влияния всех параметров на глубину промерзания грунта. Главными параметрами, имеющими наибольшие по модулю степени влияния, являются: длительность периода отрицательных температур на поверхности грунта, температура поверхности грунта, влажность грунта, коэффициент теплопроводности замерзшего грунта, коэффициент теплопроводности и эффективная теплоемкость в зоне интенсивных фазовых превращений. Рассчитанные степени влияния всех параметров позволяют оценить погрешность в определении глубины промерзания, связанную с неточностью задания исходных данных.

3. Получено новое решение задачи о промерзании грунта и формулы для расчета глубины промерзания при переменной во времени высоте снежного покрова с учетом зоны фазовых превращений. Показано, что наличие снежного покрова повышает влияние зоны фазовых превращений грунтовой влаги на глубину промерзания грунта.

4. Получено решение задачи о промерзании грунта с учетом миграции влаги в талой зоне. Показано, что пользуясь критерием А. В. Лыкова (Lu), можно оценить влияние миграции влаги на изменение глубины промерзания.

В случае $Lu \leq 0,03$ (слабая миграция) миграцию влаги можно не учитывать при расчете глубины промерзания. В случае $Lu \geq 0,3$ (сильная миграция) неучет миграции влаги приводит к заметному завышению расчетной глубины промерзания. При $Lu = 0,5$ это завышение достигает 31%.

5. Получено решение задачи о промерзании грунта с учетом зоны фазовых превращений и миграции влаги как в талой, так и в мерзлой зонах. Предложены формулы для рас-

чета глубины промерзания и влагонакопления в указанном случае. Расчет влагонакопления может быть использован при расчете величины пучения.

6. Экспериментальная лабораторная проверка показала, что принятые в расчете предпосылки (разделение грунта на три зоны и кусочно-линейная аппроксимация теплофизических характеристик грунта) вносят небольшую ошибку ($7\% \pm 2\%$) в вычисленные значения глубины промерзания.

7. На основе проведенных исследований разработана инструкция по расчету глубины промерзания грунтов, теплоизолирующих подушек и глубины промерзания грунта под подушкой.

Основные положения диссертации опубликованы в работах:

1. ХАИН В. Я. — О влиянии миграции влаги на движение границы промерзания. Сб. «Вопросы геотехники» № 9, 1965.
2. ХАИН В. Я. — Предупреждение пучин методом тепловой изоляции. Сб. «Вопросы геотехники» № 11, гл. V, 1967.
3. ХАИН В. Я. — Промерзание влажного грунта. Тезисы докладов XVII научно-технической конференции ДИИТа, 1967.
4. ХАИН В. Я. — О точности и методике задания параметров, определяющих промерзание грунта. Сб. «Вопросы геотехники» № 13, 1968.
5. ХАИН В. Я. — Прибор для моделирования процесса промерзания-протаивания грунта. Журнал «Колыма» (в печати)

БТ 00277. Подписано к печати 5 февраля 1969 года.

Бумага 60x84¹/₁₆. Объем 1,25 печ. листа. Заказ № 1681. Тираж 200.

Городская типография № 3 областного управления по печати,
г. Днепрпетровск-2, ул. Фрунзе, 6