

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ СССР  
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА  
имени М.И.КАЛИНИНА

На правах рукописи

Синев Петр Алексеевич

УДК 539.3

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОТЕНЦИАЛА  
В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ЗАДАЧАХ  
СОСТАВНЫХ ОБЪЕКТОВ

Специальность 01.02.03 - Строительная механика

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Киев 1989

Работа выполнена в Киевском ордена Трудового Красного  
знамени институте инженеров гражданской авиации имени  
60 -летия СССР

Научный руководитель – доктор технических наук,  
профессор Верюжский Ю.В.

Официальные оппоненты – доктор технических наук,  
профессор Толок В.А.  
кандидат технических наук,  
доцент Радзиховский Ю.А.

Ведущая организация — Институт материаловедения АН УССР

Защита состоится 13 октября 1989 г. в 13<sup>00</sup>  
часов на заседании Специализированного совета К 114. 07.02.  
Днепропетровского института инженеров железнодорожного  
транспорта / 320700, ГСП, Днепропетровск, 10, ул. акад. В.А. Лаза-  
ряна, 2, ДИИТ/.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Днепропе-  
тровского института инженеров железнодорожного транспорта.

Автореферат разослан 11 сентября 1989 г.

Ученый секретарь  
Специализированного совета,  
кандидат технических наук,  
доцент



ТАРАСЕНКО В.П.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

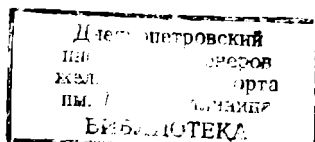
Актуальность темы. Развитие современной техники и возрастающие требования к снижению ее материалоемкости связано с разработкой конструкций, состоящих из элементов переменной геометрии с анизотропией механических свойств, располагаемых в соответствии с изменением характеристик нагружения объекта. В этой связи целесообразно использовать комплексный подход, позволяющий учитывать совместную работу анизотропных элементов составной конструкции. Поэтому исследование общего напряженно-деформированного состояния (НДС) пространственных составных анизотропных конструкций и локальных эффектов в зонах сопряжения элементов численно-аналитическим методом потенциала (ЧАМП) является актуальной задачей.

Целью работы является:

- развитие численно-аналитического метода потенциала для расчета составных пространственных анизотропных конструкций, состоящих из массивных элементов произвольной формы, на статические воздействия;
- построение универсального алгоритма решения граничной задачи для трехмерных составных объектов на основе использования дискретных аналогов формул Сомилиана при кусочно-постоянной аппроксимации граничных функций;
- разработка эффективных алгоритмов численного интегрирования для определения интегралов на неискривленных фрагментах границы анизотропной области;
- разработка и реализация пакета прикладных программ, использующего компактную исходную информацию и позволяющего автоматизировать процесс расчета сложных составных анизотропных конструкций;
- применение разработанной методики и пакета прикладных программ для исследования напряженно-деформированного состояния сложных реальных конструкций.

Научную новизну работы составляют:

- развитие численно-аналитического метода потенциала для решения трехмерных составных анизотропных задач;
- разработка алгоритма решения граничной задачи для составных анизотропных пространственных конструкций, состоящих из массивных элементов произвольной формы;



- исследование новых сложных задач, имеющих самостоятельное прикладное значение.

Достоверность решений подтверждается сопоставлением результатов численных исследований с решениями тестовых задач, а также с результатами, полученными при увеличении количества фрагментов, дискретизирующих поверхность исследуемых объектов.

Практическая ценность состоит в разработке методики расчета составных пространственных конструкций, выполненных из анизотропных материалов. Разработанная численно-аналитическая методика и созданный на ее базе пакет прикладных программ (ППП) могут быть использованы при расчетах сложных пространственных конструкций, выполненных из материалов, обладающих различными физико-механическими свойствами. Эффективность методики и ППП проверена при решении составных пространственных анизотропных объектов. Материалы проведенных исследований внедрены в ПОАТ "Харьковский турбинный завод им.С.М.Кирова". Получен годовой экономический эффект в размере 105 тыс.руб.

На защиту выносятся:

- методика применения ЧАМП для расчета пространственных составных анизотропных конструкций;
- алгоритм решения граничной задачи для составных конструкций;
- результаты численных исследований сложных задач, имеющих самостоятельное прикладное значение.

Апробация работы. Материалы диссертационной работы докладывались и обсуждались на 5-й Всесоюзной конференции по статике и динамике пространственных конструкций (Киев, КИСИ, 1985г.), на 4-й научно-технической конференции "Совершенствование эксплуатации и ремонта корпусов судов" (Калининград, 1986г.), на 2-й Республиканской научно-технической конференции "Интегральные уравнения в прикладном моделировании" (Киев, 1986г.), на Республиканской научно-технической конференции "Молодые ученые и специалисты в деле повышения качества строительства" (Тбилиси, 1987г.), на научном семинаре "Методы потенциала и конечных элементов в автоматизированных исследованиях инженерных конструкций" (Ленинград, 1988г.), на Республиканской научно-технической конференции "Качество и надежность строительных материалов и конструкций в сейсмическом строительстве" (Батуми, 1988г.), на Всесоюзной научно-технической конференции

"Современные проблемы развития наземной базы гражданской авиации" (Киев, 1988 г.), на X научном семинаре "Методы потенциала и конечных элементов в автоматизированных исследованиях инженерных конструкций" (Ленинград, 1989 г.)

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в пяти печатных работах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы и приложения. Диссертация содержит 122 страницы машинописного текста, 11 таблиц, 44 рисунка, список литературы из 78 наименований.

### ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, указывается направление проводимых исследований, содержится краткая характеристика работы и приводится краткий обзор современного состояния проблемы.

В частности, отмечено, что удовлетворение требований полноты и достоверности прочностных исследований инженерных сооружений и конструкций возможно лишь с привлечением универсальных численных методов. Наибольшее распространение среди них получили методы конечных элементов (МКЭ) и потенциала (граничных элементов, граничных интегральных уравнений и т.д.), реализованные в мощных программных комплексах.

МКЭ позволил довести до высокого уровня совершенства общую классическую методику решения задач строительной механики, базирующуюся на расчленении сложного составного объекта на взаимодействующие отдельные части. Развитие и становление МКЭ как основного средства прочностных исследований в инженерной практике получило отражение в многочисленных работах А.В.Александрова, Дж.Аргириса, Д.В.Вайнберга, О.Зенкевича, В.Я.Лашеникова, В.М.Лисицына, А.М.Масленникова, И.Ф.Образцова, В.А.Постнова, В.Л.Рвачева, Л.А.Розина, А.С.Сахарова, А.Л.Синявского, А.Ф.Смирнова, А.Г.Угодчикова, Н.Н.Шалопникова и других ученых.

Однако при исследованиях ряда конструкций МКЭ для получения достоверных результатов необходимо значительно повышать степень дискретизации области, что приводит к большим вычислительным затратам. По этой причине в последние годы получили развитие методы,

основанные на математической теории потенциала. В фундаментальных трудах Н.А.Кильчевского, В.Д.Купрадзе, С.Г.Михлина, Н.И.Мухелишвили была разработана строгая математическая база метода. На ее основе в работах А.Я.Александрова, М.О.Вашелейшвили, С.И.Белоносова, П.Бенерджи, К.Вреббия, Т.В.Вурчуладзе, Д.В.Вайнберга, Э.С.Венцеля, Д.В.Верджского, С.П.Гавели, Т.Г.Гегелиа, Р.В.Гольдштейна, В.М.Зиновьева, Д.Д.Копейкина, В.Г.Корнева, Т.Круза, М.Д.Мартыненко, Д.А.Мельникова, В.Новачкого, В.З.Партона, П.И.Перлина, Ф.Риццо, И.З.Ройтфарба, А.Л.Синявского и др. показано практическое применение теории потенциала.

Реализация этого направления в области анализа составных анизотропных конструкций в значительной мере опирается на общую теорию решения контактных задач и анизотропную теорию упругости, возможности приложения которых представлены в исследованиях А.В.Александрова, С.А.Амбарцумяна, В.А.Галанова, Э.И.Григолюка, С.Т.Лехницкого, А.Ф.Улитко и других ученых.

Для построения прикладного аппарата метода потенциала особое значение имеют работы М.О.Вашелейшвили, Е.Кронера, Т.А.Круза, И.М.Лифшица, А.Е.Осокина, Ф.Риццо, В.Сладека, в которых представлены фундаментальные решения для анизотропных сред и способы их реализации.

Анализ многочисленных работ показывает, что в настоящее время созданы необходимые предпосылки для разработки расчетного аппарата комплексного исследования составных пространственных анизотропных объектов. В качестве основы для решения этой задачи целесообразно использовать ЧАМП, предложенный в работах Д.В.Верджского, А.И.Вусатика, А.Я.Петренко, В.В.Савицкого, М.К.Сисенгалиева и других, что определяется накопленным опытом эффективного применения метода и программных средств его реализации "Потенциал" для решения пространственных задач строительной механики.

В первой главе приводятся основные соотношения линейной анизотропной теории упругости для трехмерных объектов. Анизотропный в общем случае материал объекта (области)  $S$  или отдельного элемента (подобласти)  $S_k$  ( $k = 1, \dots, t$ ) описывается тензором анизотропных упругих констант  $C = [C_{ijkl}]$ . В общем случае число независимых компонент тензора  $2I$ .

Граничные условия задают в локальной системе координат  $\Pi_i$ , где  $\Pi_i$  - внешняя нормаль к границе  $\Gamma$

Связь между напряжениями  $\sigma_{ij}$  и перемещениями  $u_i$  с учетом формул Коши выражается обобщенным законом Гука, который совместно с уравнениями равновесия образуют для анизотропного тела разрешающую систему уравнений. К ним для элемента  $S_k$  следует добавить условия сопряжения с соседними элементами. Предусмотрено 8 видов граничных условий для наружных поверхностей  $\Gamma_k$  и 16 для поверхностей сопряжения  $\Gamma_{k\ell}$  элемента  $S_k$ .

Интегральные соотношения метода потенциала строятся на основе применения теоремы о взаимности работ к основному и вспомогательному состояниям ( $\alpha$ ) элемента  $S_k$ . Выбирая в качестве вспомогательного состояние от действия единичных сосредоточенных воздействий, получают формулы Соммиана

$$\begin{aligned} u_j^{(\alpha)} &= \int_{S_k} \chi_i u_i^{(\alpha)*} dS + \int_{\Gamma_k} P_i u_{ji}^{(\alpha)*} d\Gamma - \int_{\Gamma_k} u_i P_{ji}^{(\alpha)*} d\Gamma + \\ &+ \sum_{\ell=1}^{t_k} \left[ \int_{\Gamma_{k\ell}} P_i u_{ji}^{(\alpha)*} d\Gamma - \int_{\Gamma_{k\ell}} u_i P_{ji}^{(\alpha)*} d\Gamma \right], \\ \sigma_{mj}^{(\alpha)} &= \int_{S_k} \chi_i u_{mji}^{(\alpha)*} dS + \int_{\Gamma_k} P_i u_{mjl}^{(\alpha)*} d\Gamma - \int_{\Gamma_k} u_i P_{mji}^{(\alpha)*} d\Gamma + \\ &+ \sum_{\ell=1}^{t_k} \left[ \int_{\Gamma_{k\ell}} P_i u_{mji}^{(\alpha)*} d\Gamma - \int_{\Gamma_{k\ell}} u_i P_{mji}^{(\alpha)*} d\Gamma \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $t_k$  - количество элементов, имеющих контакт с  $S_k$ .

Формулы Соммиана позволяют определить компоненты перемещений  $u_j^{(\alpha)}$  и напряжений  $\sigma_{mj}^{(\alpha)}$  в произвольной точке основного состояния как функцию полных граничных условий на контуре элемента  $S_k$ . Индекс ( $\alpha$ ) указывает, что воздействие приложено в произвольной системе  $\alpha_i$ .

Компоненты вспомогательных состояний получаем из фундаментального решения для анизотропной бесконечной среды

$$\begin{aligned} u_{ij}^* &= (8\pi^2 r)^{-1} G_{ij}, \quad P_{mj}^* = \sigma_{mj}^*, \\ \sigma_{mij}^* &= C_{ijkl} (8\pi^2 r)^{-1} (G_{mk,\ell} - n_\ell G_{mk} r^{-2}), \\ u_{ijm}^* &= -\sigma_{mji}^* \quad P_{ijp}^* = \sigma_{ijp}^* \\ \sigma_{ijdp}^* &= -C_{ijkl} C_{dpmn} (8\pi^2 r)^{-1} [G_{mk,\ell n} - \\ &- (\delta_{pn} G_{mk} + n_\ell G_{mk,n} + n_r G_{mk,\ell} r^{-2} + \\ &+ 3 n_\ell n_m G_{mk} r^{-4})] \end{aligned} \quad (2)$$

где  $u_{ij}^*$  и  $P_{mj}^*$  - перемещения и усилия, полученные для первой группы универсальных вспомогательных состояний в системе координат  $\Pi_i$ ;  $u_{ijm}^*$  и  $P_{ijp}^*$  - то же для второй;  $r$  - радиус-вектор между точкой наблюдения и точкой приложения воздействия.

Функция  $G_{ij} = \oint Q_{ij}^{-1} d\ell$  представляет собой контурный интеграл по окружности единичного радиуса, лежащей в плоскости, перпендикулярной вектору  $r$ . Полный набор функций  $G_{ij}^{-1}$  является матрицей, обратной матрице характеристик  $Q_{ij}$

$$Q_{ij} = C_{ijkl} \bar{z}_k \bar{z}_l \quad (3)$$

где  $\bar{z}_k$  - проекция единичного вектора  $\bar{z}$  на ось  $\Pi_k$ .

Контурный интеграл и производные от него можно вычислить в замкнутом виде только в некоторых частных случаях. Однако он является несингулярным и для его определения можно применить методы численного интегрирования.

Фундаментальное изотропное решение является частным случаем фундаментального решения для анизотропии общего вида.

Вторая глава посвящена дискретизации формул Сомильяна на основе кусочно-постоянной аппроксимации граничных функций без учета массовых сил. При этом граница элемента  $S_k$  аппроксимируется набором плоских треугольных и четырехугольных фрагментов.

Для удобства численной реализации ядра эластопотенциалов (2) представлены в компактной форме в виде матриц второго порядка. Приведены соотношения для вычисления элементов матриц.

Рассмотрены алгоритмы численного интегрирования ядер эластопотенциалов. Все интегралы, входящие в алгебраические аналоги формул Сомильяна, можно представить для фрагмента в следующем виде

$$I = \iint_{r_0} (F(n_1, n_2) \left[ \int_0^{2\pi} Y(\varphi, n_1, n_2) d\varphi \right] dn_1 dn_2, \quad (4)$$

где функция  $F$  может иметь особенность, а  $Y$  - регулярная функция.

Функция  $Y$  имеет период  $\pi$  и записывается в виде

$$Y(\varphi, n_i) = \frac{A_1 \cos^2 \varphi + A_2 \cos^4 \varphi \sin^2 \varphi + \dots + A_6 \sin^4 \varphi}{A_6 \cos^6 \varphi + A_7 \cos^4 \varphi \sin^2 \varphi + \dots + A_{12} \sin^6 \varphi} \quad (5)$$

где  $A_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ ) - коэффициенты, зависящие от координат и тензора  $C$ . Численное определение интеграла по окружности от функции  $Y$  выполняется с помощью квадратур Гаусса.



Для функций с особенностью  $1/r$  используются специальные кубатурные формулы. Компоненты с особенностью  $1/r^2$  вычисляются из решения задачи о перемещении ограниченного тела как твердого целого. Вычисление компонент, не содержащих особенности, производится либо путем повторного применения квадратур Гаусса с контролем точности вычислений, либо путем применения кубатур пятой и седьмой степени точности. Выполнены исследования по выбору порядка формул численного интегрирования.

В третьей главе изложен алгоритм реализации метода потенциалов для трехмерных составных анизотропных объектов.

Из алгебраических аналогов формул Соммиана, компоненты НДС для любой точки подобласти составного объекта можно определить, зная все граничные условия для данной подобласти (для трехмерных задач - три функции усилий и три функции перемещений). Для определения недостающих граничных условий используют алгебраические аналоги формул (I), но точку возмущения располагают последовательно в центре каждого элементарного фрагмента границы. Это позволяет сформировать систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных граничных условий.

В настоящей работе предлагается новый подход к расчету составных объектов. Аналогом ему могут служить некоторые суперэлементные подходы в МКЭ.

Объект разбивается на ряд однородных подобластей, границы которых аппроксимируются набором плоских треугольных или четырехугольных фрагментов. Аппроксимация поверхности контакта между двумя подобластями выполняется одинаково для обеих подобластей. На каждом из фрагментов для границы типа  $\Gamma_k$  неизвестны три из шести компонент граничных функций, а для границы типа  $\Gamma_{kl}$  число неизвестных функций больше трех. Выбирая для каждой подобласти свой вид вспомогательного состояния, по алгебраическим аналогам формул (I) формируют системы уравнений. Для каждой подобласти формирование производится независимо.

При формировании системы для произвольной подобласти  $S_k$  точка приложения единичного воздействия помещается на фрагменте  $i$ , а точка наблюдения на фрагменте  $j$ . Интегралы от ядер эластопотенциалов по фрагменту вычисляются для анизотропных подобластей численно, а для изотропных - аналитически. В пространственном случае единичные воздействия на фрагменте  $i$  прикладываются по трем

взаимно перпендикулярным направлениям и, следовательно, на фрагменте  $j$  одновременно формируются коэффициенты трех уравнений. Часть коэффициентов, умноженных на известные компоненты граничных функций, накапливаются в правой части системы, оставшиеся являются коэффициентами при неизвестных и составляют левую часть системы уравнений. Последовательно повторяя процедуру для каждого из фрагментов  $j$  ( $j = 1, N_k$ ), ограничивающих  $S_k$ , получим три уравнения для фрагмента  $i$ . Аналогично формируются уравнения и для остальных фрагментов  $i$  ( $i = 1, N_k$ ). Получим для  $S_k$  систему уравнений

$$\{A^k\}\{X^k\} = \{B^k\}\{Y^k\} \quad (6)$$

где  $\{A^k\}$  - прямоугольная матрица коэффициентов при неизвестных  $\{X^k\}$ , размером  $[3N_k(3N_k + M_k)]$ .  $M_k$  - число "лишних" неизвестных на  $\Gamma_k$ ;  $\{B^k\}$  - матрица коэффициентов при векторе заданных граничных нагрузок  $\{Y^k\}$ , размером  $[3N_k(3N_k - M_k)]$ . Условно  $\{A^k\}$  разбивается на две части (рис. I, а), квадратную  $(3N_k \times 3N_k)$  и прямоугольную часть  $(3N_k \times M_k)$ . Коэффициенты при неизвестных на фрагментах  $\Gamma_k$  образуют квадратную матрицу  $(3 \times 3)$  и заносятся в левую часть матрицы  $A^k$ . Для фрагментов границы  $\Gamma_k$ , коэффициенты образуют прямоугольные матрицы  $(3 \times 4)$ ,  $(3 \times 5)$ ,  $(3 \times 6)$ , в зависимости от количества неизвестных на фрагменте  $j$ . Коэффициенты при неизвестных перемещениях в связях между подобластями заносятся в правую часть  $\{A^k\}$ , а остальные - в левую. Такое формирование матрицы позволяет заполнить диагональ в левой части коэффициентами, полученными на фрагментах с особой точкой (при  $i = j$ ). После формирования системы уравнений для  $S_k$  производится редукцирование и система принимает вид (рис. I, б)

$$\{A^{k'}\}\{X^k\} = \{Z^k\} \quad (7)$$

В левой части матрицы  $A^{k'}$  получается единичная матрица, а в правой - матрица измененных коэффициентов.

Выделим из полученной системы (7) уравнение, соответствующее какой-либо связи, заданной на поверхности контакта подобласти  $S_k$ . Это можно записать в виде

$$R + \sum_{i=1}^{N_k} K_i U_i = Z \quad (8)$$

где через  $R$  обозначается реакция в связи между подобластями. В матрице  $A^{k'}$  (рис. I, б) при этой связи стоит коэффициент, равный единице.  $K_i$  - измененные коэффициенты при неизвестных перемеще-

иных  $U_i$ ,  $Z$  - правая часть.

Соберем все такие уравнения (8), полученные при приложении единичного воздействия по направлениям связей контакта подобласти  $S_k$  с другими подобластями, в систему уравнений

$$[K^*]\{U^*\} = \{Z^*\} - \{R^*\} \quad (9)$$

Здесь  $[K^*]$  соответствует матрице жесткости в МКЭ, если отметить следующее. В МКЭ связи между элементами осуществляются в узлах дискретной модели, а коэффициенты матрицы жесткости являются реакциями в узлах. В методе потенциала связь выполняется по всей площади контактирующих фрагментов, а коэффициенты при кусочно-постоянной аппроксимации являются суммарной реакцией по всей площади фрагмента, приложенной к его центру. В этом случае исследуемая подобласть представляет собой конечный элемент, на поверхностях сопряжения которого заданы связи по направлениям контакта. Векторы  $\{U^*\}$  и  $\{R^*\}$  - неизвестные перемещения и усилия в связях контакта.

Точно также формируются и редуцируются системы уравнений для остальных подобластей. Получив полный набор систем для объекта, объединяем их на основе условий сопряжения. При этом векторы неизвестных  $R^*$  взаимно уничтожаются, а система принимает вид

$$[K]\{U\} = \{Z\} \quad (10)$$

В результате решения (10) получаем перемещения в связях на границах сопряжения. Подставляем их во все системы (7), определяем полные граничные условия для всех подобластей.

Предложенный алгоритм решения граничной задачи позволяет заменить одну общую систему уравнений для всего объекта в целом рядом систем меньшего размера, что позволяет значительно сократить время решения задачи. Количество систем равно числу подобластей плюс одна глобальная система (10).

Определение перемещений и напряжений внутри области производится по алгебраическим аналогам формул Сомилиана. При этом используются полные граничные условия для той подобласти, которой принадлежит рассматриваемая точка.

Предложенная методика исследования составных анизотропных объектов испытывалась на ряде тестовых задач. Была рассмотрена бесконечная анизотропная среда (13 независимых компонент тензора  $C$ ) с действующей в ней единичной сосредоточенной силой. На

некотором расстоянии от точки приложения силы вырезался куб. На его гранях численным интегрированием выражений (2) определялись полные граничные условия. Затем часть их принималась известной, а другая часть определялась из решения граничной задачи. При такой постановке результат расчета зависит только от выбранного фундаментального решения, что исключает ошибки, вносимые другими факторами. Вторая задача - о радиальном перемещении края отверстия в бесконечной ортотропной (9 независимых компонент) пластине имеет аналитическое решение и позволяет в полной мере проверить методику исследования пространственных анизотропных объектов.

Эти тестовые задачи позволили обосновать выбор порядка кубатурной формулы численного интегрирования.

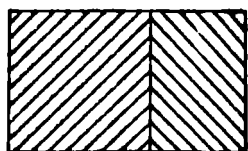
Следующая тестовая задача о цилиндрической обойме, жестко связанной с внутренним цилиндром бесконечной длины. Конструкция находится под действием радиального растяжения. Материалы цилиндра и обоймы изотропные, но с разными модулями упругости  $E$  и коэффициентами Пуассона  $\nu$ . Задача имеет аналитическое решение. В процессе исследований варьировался в начале модуль упругости цилиндра  $E_c$  от  $10^{-4}$  до  $10^4$  при модуле упругости обоймы  $E_o = 1$ ,  $\nu_o = \nu_c = 0,3$ , а затем коэффициент Пуассона  $\nu_c$  от 0 до 0,5 при  $E_o = E_c = 1$ ,  $\nu_o = 0,3$ .

Все тестовые задачи исследовались на сходимость решения и показали хорошее совпадение численных результатов с аналитическими при увеличении количества аппроксимирующих фрагментов. Проведенные исследования позволили сделать вывод о достоверности результатов, полученных с применением разработанной методики и обосновать решение сложных задач прикладного характера.

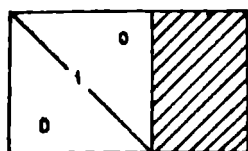
Методика исследования составных пространственных анизотропных конструкций реализована на базе ЛПП "Потенциал". Пакет состоит из 200 программ. Они написаны большей частью на языке *FORTRAN IV*. Программы нижнего уровня написаны на языке *ASSEMBLER*. Пакет предусматривает автоматизацию всех этапов решения задачи. Он ориентирован на ЭС СМ, использующие в качестве математического обеспечения версии операционной системы ОС.

В четвертой главе представлены результаты исследований реальных объектов.

Рассмотрена камера высокого давления (рис.2). Камера состоит из цилиндрической обоймы и вложенных в нее деталей (вкладышей).



a)



o)

Рис. 1

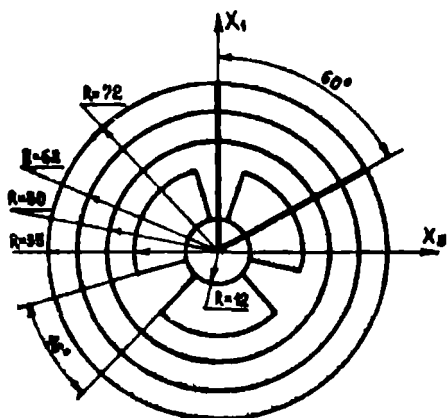


Рис. 2

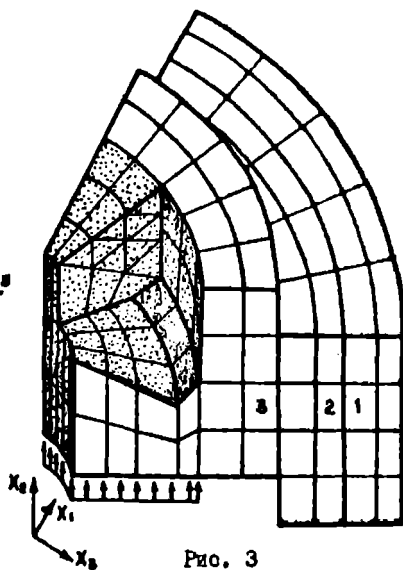


Рис. 3

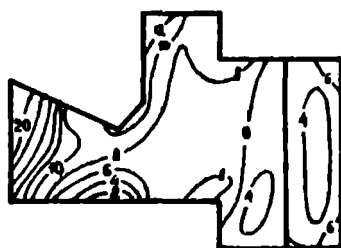


Рис. 4

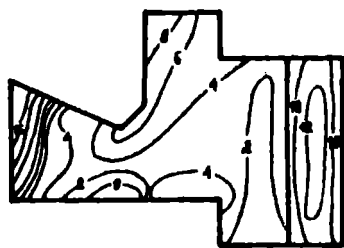


Рис. 5

Давление  $15 \times 10^2$  МПа создается агрессивной средой. Для изготовления обоймы и вкладышей используются различные виды материалов с широким диапазоном физико-механических свойств. В работе представлены два варианта: изотропный - вкладыш и обойма изготовлены из изотропного материала с одинаковыми характеристиками; анизотропный - вкладыши выполнены из изотропного материала, а обойма из трансверсально-изотропного (5 независимых констант) материала, близкого по свойствам к керамике. В анизотропном варианте в плоскости, перпендикулярной оси камеры, свойства материала изотропны. Это позволило в обоих вариантах выделить одну и ту же расчетную схему, состоящую из трех вкладышей и прилегающей к ним обоймы. С учетом цилиндрической симметрии выделялся сегмент в  $60^\circ$ . Общая расчетная схема состояла из 9 элементов. На рис.3 представлена часть дискретной схемы. Поверхности, подверженные давлению, затемнены. Сходимость решения задачи исследовалась на трех дискретных схемах. На рис.4 и рис.5, соответственно для изотропного и анизотропного вариантов, представлены изолинии нормальных напряжений, полученные на поверхности, расположенной под углом  $60^\circ$  к оси  $X_1$ .

Вторая задача - о фланцевом соединении правой турбины (рис.6). На конструкцию действуют растягивающие усилия вдоль оси турбины  $Q_g = 10^3$  кН, усилия от затяжки болтов  $Q_f = 240$  кН, и крутящий момент  $M = 3 \times 10^4$  кН см. В соответствии с нагрузками рассматривались две постановки задачи: определение зоны контакта между фланцами от растягивающих и сжимающих нагрузок; определение НДС болта при действии на вал турбины крутящего момента. Расчетные схемы выделялись из условий циклической симметрии конструкции.

Первая расчетная схема (рис.7) состоит из двух элементов. В первом приближении связи накладывались по всей предполагаемой зоне контакта (рис.8, невидимая зона, покрытая штрих-пунктиром рис.7). В результате расчета растягивающие усилия отбрасывались и задача пересчитывалась вновь. На рис.8 показано изменение зоны контакта по итерациям.

Вторая расчетная схема (рис.9) состоит из 7 элементов. Передача моментной нагрузки от фланца на болт осуществляется нормальными связями к поверхности болта. Дискретная схема предполагаемой зоны контакта болта с фланцем приведена на рис.10. Там же затемнением показана окончательная зона контакта, полученная на четвертой

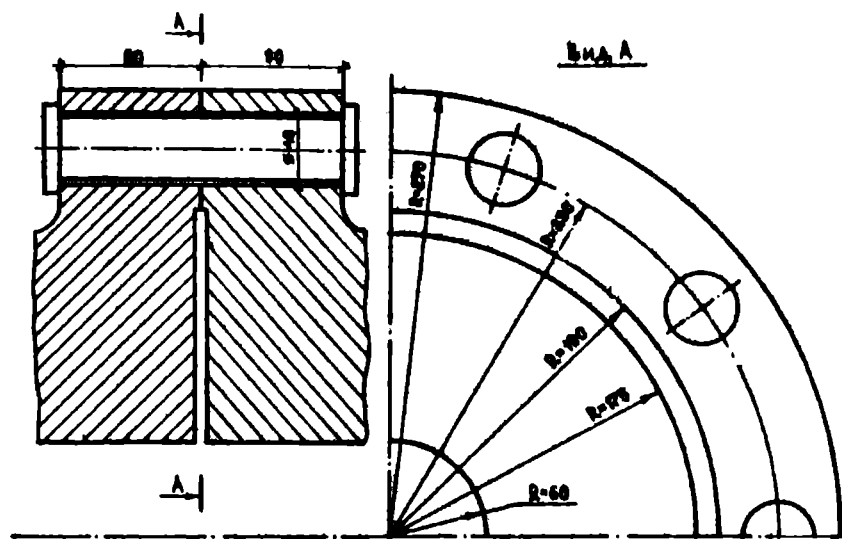


Рис. 6

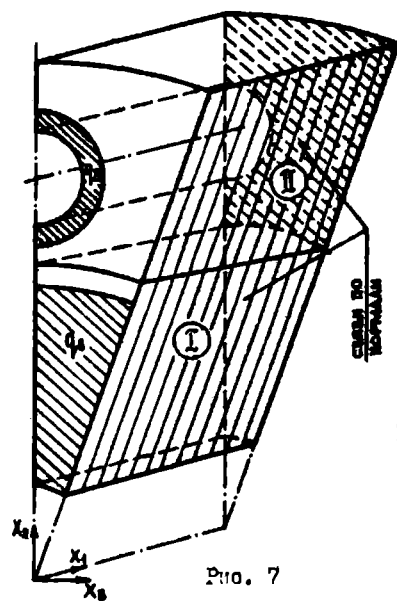


Рис. 7

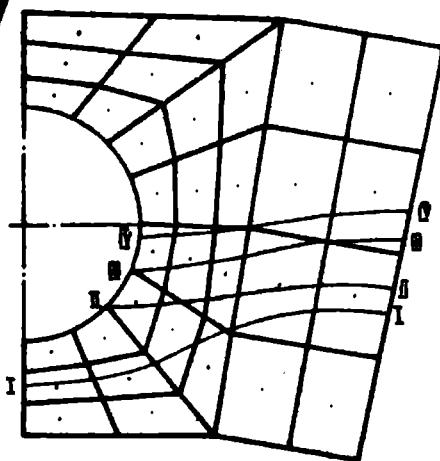


Рис. 8

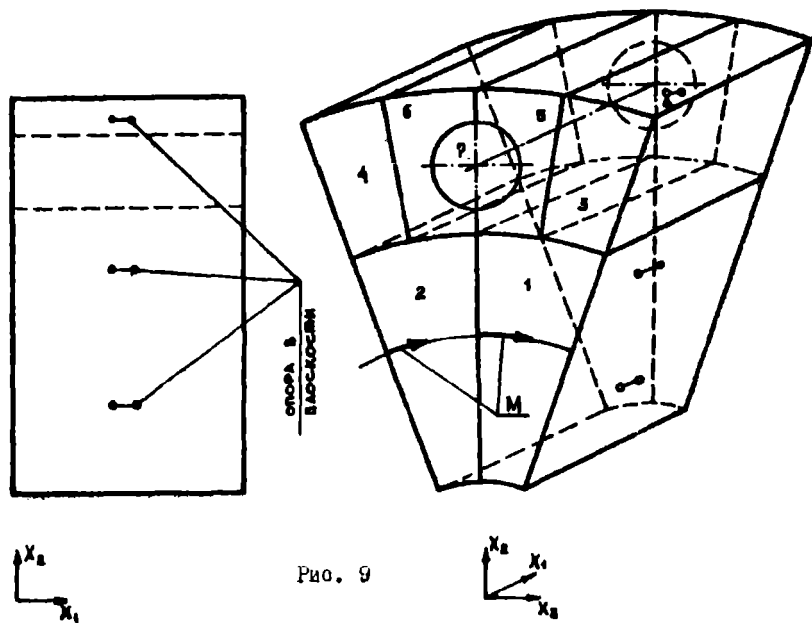


Рис. 9

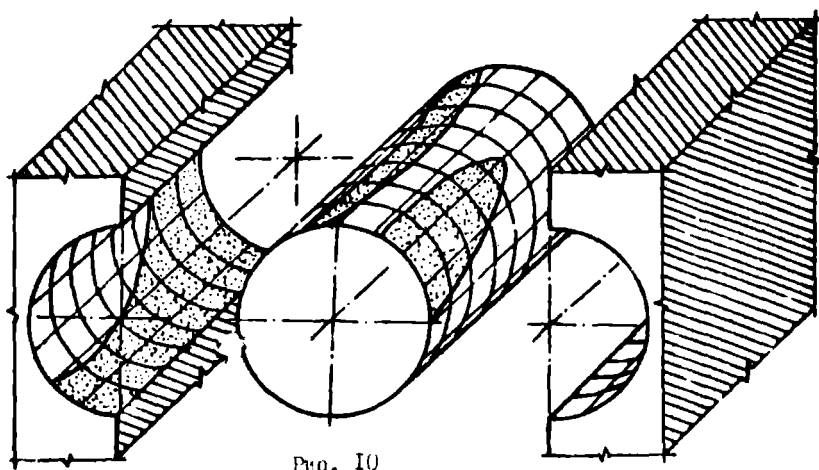


Рис. 10



итерации.

Все рассмотренные задачи снабжены большим количеством иллюстративного материала, позволяющим судить об НДС конструкций.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы, которые состоят в следующем:

1. На основе развития численно-аналитического метода потенциала разработана новая методика расчета трехмерных составных анизотропных объектов.

2. На основе численного определения трехмерных эластопотенциалов по фрагментам границы анизотропных областей построены эффективные алгоритмы реализации систем алгебраических аналогов сингулярных интегральных уравнений для анизотропных объектов и определения компонент напряженно-деформированного состояния в произвольно расположенных точках внутри области.

3. На ряде тестовых задач выявлен ряд характерных особенностей численного определения эластопотенциалов для анизотропных объектов.

4. Разработанные алгоритмы исследования напряженно-деформированного состояния составных анизотропных объектов реализованы в виде пакета прикладных программ, ориентированного на ЕС ЭВМ. Лакоניות описания исходных данных, высокий уровень автоматизации всех этапов расчета обеспечил внедрение пакета на ряде предприятий.

5. С помощью численных экспериментов показана сходимость используемой методики.

6. С помощью пакета прикладных программ для расчета составных анизотропных объектов решены сложные практические задачи:

- исследовано напряженное состояние камеры высокого давления;
- исследовано напряженное состояние фланцевого соединения паровых турбин.

Основные положения диссертации опубликованы в работах:

1. Анкянец К.И., Синев П.А. Расчет составных анизотропных объектов численно-аналитическим методом потенциала // Качество и надежность строительных материалов и конструкций в сейсмическом строительстве: Тез.докл. Республиканской конф. - Тбилиси, 1988. С.78.

2. Гигинейшвили Д.Я., Синев П.А. Применение численно-аналитического метода потенциала для расчета контактных стыков много-

этажах колонн // Молодые ученые и специалисты в деле повышения качества строительства: Тез. докл. Республиканской науч.-техн. конф. Тбилиси, 1987. - С.79.

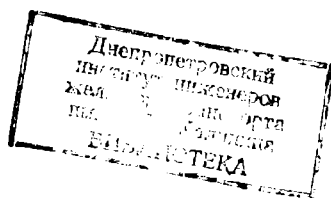
3. Савицкий В.В., Сисенгалиев И.К., Синева П.А. Анализ областей концентрации напряжений в физически-нелинейной постановке численно-аналитическим методом потенциала // У Всесоюзная конф. по статике и динамике пространственных конструкций: Тез. докл. Киев, КУСМ. - 1983. - С.169.

4. Синева П.А. Использование схемы реализации МКЭ при расчете составных пространственных конструкций численно-аналитическим методом потенциала // Совершенствование эксплуатации и ремонта корпусов судов: Тез. докл. IУ науч.-тех. конф. - Калининград, 1986 - С.149.

5. Синева П.А., Цинский В.С. Применение численно-аналитического метода потенциала для расчета трехмерных составных объектов// Интегральные уравнения в прикладном моделировании: Тез. докл. 2-й Республиканской науч.-тех. конф. - Киев, 1986. - С.214-215.

*Синева*

5354a



---

Подписано к печати 29.06.89. БФ 24658. Формат 60х84/16  
Бумага для гл. печ. Офсетная печать. Усл. печ.л. 0,93.  
Тираж 100 экз. Заказ № 731-П.

---

Редакционно–издательский отдел и типография КИИГА.  
252058. Киев–58, проспект Космонавта Комарова,1.

Сканировала Камянская Н.А.