

МПС — СССР — ГУУЗ

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

А. В. ПЛЕХАНОВ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ
СОСТАВНЫХ СТЕРЖНЕЙ И РАМНЫХ СИСТЕМ
С СОСТАВНЫМИ СТЕРЖНЯМИ

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Днепропетровск
1966

Публичная защита диссертации состоится на заседании Ученого совета ~~31 января~~ 7 февраля 1967 г.

Просим Вас и сотрудников Вашего учреждения, интересующихся темой диссертации, принять участие в заседании Ученого совета или прислать свои отзывы о работе по адресу:

г. Днепропетровск, 10, ул. Университетская, 2, институт инженеров железнодорожного транспорта.

Дата отправки автореферата 28. XII 1966 г.

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

А. В. ПЛЕХАНОВ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ
СОСТАВНЫХ СТЕРЖНЕЙ И РАМНЫХ СИСТЕМ
С СОСТАВНЫМИ СТЕРЖНЯМИ

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель —
доктор технических наук, профессор
А. П. ПРУСАКОВ.

Днепропетровск

1966

НАУКОВО-ТЕХНІЧНА БІБЛІОТЕКА
Дніпропетровського національного
університету залізничного транспорту
імені академіка В. Г. Гомаріна

3111a

Работа выполнена в Днепропетровском инженерно-строительном институте.

Составной стержень представляет собой конструкцию, поперечное сечение которой состоит из нескольких монолитных стержней (ветвей), соединенных по всей длине различного рода связями. Связи, соединяющие ветви составного стержня, могут быть непрерывно распределенными по длине (сплошные стенки, сварные швы) и дискретными (планки, решетки различных типов, диафрагмы).

Составные металлические стержни постоянного и переменного сечений в виде отдельных конструкций (составные колонны, подкрановые балки, опоры линий электропередач и т. д.) и в виде образованных ими систем (например, рамы промышленных цехов) нашли широкое применение в инженерной практике. Не менее распространены составные стержни и в деревянных конструкциях.

В связи с этим вопросы расчета составных стержней и образованных ими систем на прочность, устойчивость и колебания имеют большое практическое значение.

Основной особенностью составных стержней по сравнению со сплошными является существенное влияние на их работу деформаций связей.

Теории расчета на прочность и устойчивость плоских составных стержней посвящены работы Ф. Энгессера, С. П. Тимошенко, Ф. Блейха, Л. Манна, Х. Мюллера—Бреслау, А. Р. Ржаницына, П. Ф. Плешкова, В. Г. Писчикова, А. В. Дятлова, А. Н. Динника, Р. А. Хечумова и др.

Вопросы пространственной устойчивости и кручения составных стержней рассмотрены в работах Р. М. Раппопорт, Нгуен ван Хьонга.

Свободные колебания составных стержней рассмотрены А. П. Филипповым и Ю. Э. Сеницким.

Из экспериментальных работ следует отметить исследования, проведенные в лаборатории деревянных конструкций ЦНИПС, исследования А. Б. Губенко и В. М. Калущина.

Подавляющее большинство теоретических и экспериментальных работ посвящены исследованию отдельных составных стержней. Но, как уже отмечалось, составные стержни применяются не только в виде самостоятельных конструкций, но и образуют различного рода системы, в частности рамные системы промышленных зданий. Если расчету рамных систем со сплошными стержнями посвящены многочисленные работы*), то исследований в области прочности, устойчивости и, особенно, колебаний рамных систем с составными стержнями, несмотря на их широкое распространение, совершенно недостаточно.

В реферируемой работе рассмотрены свободные колебания двухветвевых плоских составных стержней постоянного и переменного сечений, свободные колебания рамных систем с составными стержнями постоянного и переменного сечений и вынужденные колебания рамных систем с составными стержнями постоянного сечения.

Работа состоит из введения, шести глав, заключения и приложения.

В первой главе рассмотрен вопрос о расчетной модели плоского составного стержня. На основе известных теоретических и экспериментальных данных показано, что при исследовании плоской формы потери устойчивости и изгибных поперечных колебаний составного стержня с дискретными связями возможна замена дискретных связей непрерывно распределенными по длине связями при наличии в составном стержне не менее, чем шести панелей.

Дальнейшие исследования построены на основе замены дискретных связей непрерывно распределенными по длине связями.

По характеру работы связи составного стержня разделяют на два вида: связи сдвига, препятствующие относительным продольным смещениям ветвей, и поперечные связи, препятствующие относительным поперечным смещениям ветвей.

При рассмотрении плоской деформации двухветвевое составное стержня различают кососимметричную и прямосимметричную формы деформаций относительно оси составного стержня.

В работе рассмотрена, как представляющая наибольший практический интерес, кососимметричная форма деформации

*) Работы И. М. Рабиновича, А. Ф. Смирнова, В. В. Болотина, Н. И. Безухова, А. А. Белоуса и др.

составного стержня. При этом поперечные связи считаются абсолютно жесткими.

Учитывая, что двухветвевой составной стержень с непрерывно распределенными связями аналогичен по расчетной схеме трехслойному стержню с легким заполнителем, приняты допущения, используемые в теории расчета трехслойных конструкций с легким заполнителем:

1) для ветвей составного стержня применима гипотеза прямых нормалей;

2) перемещения по толщине связей сдвига изменяются по линейному закону;

3) продольные усилия и моменты воспринимаются только ветвями;

4) пренебрегается собственной изгибной жесткостью ветвей.

Во второй главе статическим путем получена система двух дифференциальных уравнений, описывающих поперечный изгиб составного стержня постоянного сечения. Введением функции перемещений Φ система уравнений сведена к одному разрешающему дифференциальному уравнению

$$EI \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} = q \quad (1)$$

Путем замены в уравнении (1) поперечной нагрузки q инерционными силами получено дифференциальное уравнение свободных поперечных колебаний составного стержня постоянного сечения

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} - m \gamma_0 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{m}{EI} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

Здесь

m — интенсивность массы стержня; EI — изгибная жесткость составного стержня без учета собственной изгибной жесткости ветвей; Φ — функция перемещений, связанная с прогибом составного стержня w и продольным перемещением точек оси верхней ветви u_1 соотношениями

$$w = \Phi - EI \gamma_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}; \quad u_1 = -H \frac{\partial \Phi}{\partial x};$$

$\gamma_0 = h \quad GH^2b$ — единичный угол сдвига, т. е. угол сдвига элемента составного стержня с непрерывно распределенными связями от действия единичной поперечной силы; H — расстояние между осями ветвей; b — ширина составного стержня,

G — приведенный модуль сдвига распределенных связей;
 $2h$ — расстояние между ветвями.

При построении теории расчета составных стержней дискретными связями предполагается замена дискретных связей эквивалентными непрерывно распределенными связями. Для обеспечения эквивалентности связей сдвига единичный угол сдвига γ_0 для непрерывно распределенных связей принимается равным единичному углу сдвига γ_0 для дискретных связей. Выражения γ_0 для различных типов дискретных связей известны и приведены во многих работах.

Условие эквивалентности связей позволяет определить приведенный модуль сдвига G для непрерывно распределенных связей, соответствующих конкретному типу дискретных связей.

На основе уравнения (2) рассмотрены свободные поперечные колебания составного стержня постоянного сечения для следующих случаев закрепления концов:

1. Оба конца шарнирно оперты.
2. Оба конца заделаны.
3. Один конец заделан, другой — свободен.

В качестве примера определена первая частота свободных колебаний шарнирно опертого составного стержня ферменного типа. Показано, что податливость связей оказывает существенное влияние на частоту свободных колебаний.

Для принятого в качестве примера составного стержня определена первая частота свободных колебаний, как для фермы, двумя способами (способом замены распределенной массы сосредоточенной массой и способом перехода к эквивалентной балке). Результат расчета составного стержня на основе замены дискретных связей непрерывно распределенными находится в хорошем соответствии с результатами, полученными при расчете составного стержня как фермы.

Таким образом, ферму постоянного сечения с параллельными поясами при большом числе панелей (не менее шести) можно рассчитывать как составной стержень постоянного сечения с непрерывно распределенными связями.

Полученный результат подтверждает практическую приемлемость допущения о замене дискретных связей составного стержня непрерывно распределенными связями.

Произведенное в работе сравнение теоретических результатов (на основе замены дискретных связей непрерывно распределенными) с известными экспериментальными также подтверждает приемлемость этого допущения.

В третьей главе рассмотрены свободные колебания рамных систем с составными стержнями постоянного сечения. Для решения этой задачи использован метод перемещений, развитый применительно к динамическим задачам в работах А. А. Белоуса и Н. И. Безухова.

Для определения динамических реакций r_{ik} , входящих в канонические уравнения метода перемещений, необходимо знать изгибающие моменты и поперечные силы по концам составных стержней при различных условиях их закрепления, возникающие при единичных динамических угловых и линейных перемещениях опорных связей, т. е. так называемые единичные динамические реакции составных стержней.

Для определения точных значений частот свободных колебаний рамных систем с составными стержнями в работе получены точные выражения единичных динамических реакций составных стержней, представляющие собой трансцендентные функции. Из полученных выражений как частный случай при $\gamma_0 = 0$ вытекают выражения для единичных динамических реакций монолитных стержней, совпадающие с известными динамическими реакциями (И. П. Прокофьев, А. Ф. Смирнов. Теория сооружений. ч. III, Трансжелдориздат, 1948).

Для трансцендентных коэффициентов, входящих в выражения единичных динамических реакций, составлены таблицы, использование которых значительно облегчает расчеты, связанные с отысканием частот свободных колебаний рамных систем с составными стержнями. При вычислении вспомогательных коэффициентов использована ЭЦВМ «Проминь».

В качестве примера определены первые частоты свободных симметричных и кососимметричных колебаний П-образной рамы, имеющей составные стержни с планками. Частоты свободных колебаний найдены с учетом и без учета податливости связей. Сравнение полученных результатов показало, что податливость связей оказывает значительное влияние на частоты свободных колебаний рам с составными стержнями.

В этой же главе с помощью метода Бубнова-Галеркина получены приближенные выражения единичных динамических реакций, которые, в отличие от точного способа, не содержат трансцендентных функций. Использование их при расчете приводит к алгебраическим уравнениям частот, что значительно упрощает решение задачи по сравнению с точным способом.

При определении единичных динамических реакций за исходное было принято уравнение (2). Функция перемещений Φ представлялась в виде

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2, \quad (3)$$

где Φ_1 — функция перемещений при соответствующем статическом единичном перемещении опорной связи составного стержня; Φ_2 — поправка к Φ_1 , удовлетворяющая граничным условиям, соответствующим составному стержню с неподвижными опорными связями.

Принятая в таком виде аппроксимирующая функция (3) будет удовлетворять всем граничным условиям.

Учитывая, что функция Φ_1 представляет собой полином, функция Φ_2 принята также в виде полинома.

В работе приведено два способа подбора аппроксимирующих функций Φ_2 .

Для оценки погрешности приближенного способа определены первые частоты симметричных и кососимметричных колебаний рамы, для которой ранее найдены соответствующие точные значения частот. Сравнение результатов расчета показало, что погрешность приближенного способа не превосходит 1—2%.

В этой же главе для составного стержня постоянного сечения при различных условиях закрепления его концов получены критерии, позволяющие судить о влиянии податливости связей сдвига на первую частоту свободных колебаний. Податливость связей необходимо учитывать: при $El\gamma_0:l^2 \geq 0,01096$ для шарнирно опертого составного стержня; при $El\gamma_0:l^2 \geq 0,00216$ для жестко заделанного по концам составного стержня; при $El\gamma_0:l^2 \geq 0,00389$ для составного стержня, один конец которого жестко заделан, другой — шарнирно оперт; при $El\gamma_0:l^2 \geq 0,02437$ для консольного составного стержня.

При определении первых частот свободных колебаний рамных систем с составными стержнями постоянного сечения податливость связей сдвига можно не учитывать, если каждый стержень рамы будет удовлетворять условию $El\gamma_0:l^2 < 0,00216$.

Полученные критерии могут быть использованы и для оценки влияния податливости связей сдвига на первую частоту свободных колебаний составных стержней переменного сечения и рамных систем с составными стержнями переменного сечения.

В четвертой главе рассмотрены без учета и с учетом рассеяния энергии установившиеся вынужденные колебания рамных систем с составными стержнями постоянного сечения. Для решения этой задачи использован метод перемещений в канонической форме.

Уравнения свободных и вынужденных поперечных колебаний составного стержня без учета и с учетом рассеяния энергии, необходимые для вычисления единичных и грузовых динамических реакций, получены из уравнения (1) путем замены поперечной нагрузки q соответствующими инерционными силами, возмущающей нагрузкой и диссипативными силами.

Полученные в настоящей главе точные выражения грузовых динамических реакций без учета рассеяния энергии вместе с выражениями единичных динамических реакций, полученными в третьей главе, позволяют вести расчет рам с составными стержнями на вынужденные колебания вне резонансной зоны.

Для примера рассмотрены вынужденные колебания двухпролетной рамы с составными стержнями, загруженной во втором пролете вибрационной сосредоточенной силой. Показано, что податливость связей оказывает существенное влияние на перемещения и усилия в элементах рамы.

Для решения задачи о вынужденных колебаниях рамных систем с составными стержнями с учетом рассеяния энергии получены выражения единичных и грузовых динамических реакций, учитывающие поглощающие свойства конструкции. Учет рассеяния энергии произведен по способу Ж. Бокка и Б. Шлиппе.

При определении для составного стержня динамических реакций с учетом рассеяния энергии использованы основные положения предложенного Е. С. Сорокиным метода, построенного на применении комплексного параметра. Этот метод решения оказался гораздо эффективнее решения в виде разложения в ряд по фундаментальным функциям свободных колебаний и позволил получить выражения динамических реакций в замкнутой форме.

Методика решения задачи о вынужденных колебаниях рам с составными стержнями с учетом рассеяния энергии принципиально не отличается от методики решения аналогичной задачи без учета рассеяния энергии. Следует, однако, отметить и особенность решения задачи, обусловленную тем, что выражения для динамических реакций являются функциями комплексных параметров. Наиболее рациональным в данном случае оказался такой путь решения задачи, при котором разделение вещественной и мнимой частей производилось в конечных результатах.

В качестве примера решена задача о вынужденных резонансных колебаниях двухпролетной рамы с составными стерж

ниями, загруженной во втором пролете сосредоточенной виб-
рационной силой.

В пятой главе на основе замены дискретных связей непрерывно распределенными рассмотрена задача о свободных гармонических колебаниях двухветвевое составного стержня переменного сечения.

В соответствии с вариационным принципом Лагранжа для составного стержня переменного сечения получено вариационное уравнение. На основе вариационного уравнения получены соответствующие граничные условия и дифференциальные уравнения изгиба стержня:

$$\frac{Eh}{Gb} \frac{\partial}{\partial x} \left[\delta b \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] - u_1 - H \frac{\partial w}{\partial x} = 0; \quad (4)$$

$$2E \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[H \delta b \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] = -q. \quad (5)$$

Здесь δ — приведенная толщина ветви. Остальные обозначения приведены выше.

Для частного случая распределения параметров составного стержня переменного сечения найдено точное решение задачи о свободных колебаниях, позволившее оценить степень погрешности приближенного способа.

С помощью обобщенного метода Бубнова-Галеркина получено приближенное решение задачи о свободных колебаниях составного стержня переменного сечения. Обобщенный метод по сравнению с обычным методом Бубнова-Галеркина позволяет успешно решить задачу и в случае, если аппроксимирующие функции не удовлетворяют силовым граничным условиям. Задача решена в первом и втором приближениях. В качестве аппроксимирующих функций для w и u_1 приняты полиномы, удовлетворяющие геометрическим граничным условиям. Произведенные в работе расчеты показали, что при вычислении первой частоты свободных колебаний составного стержня переменного сечения достаточно хороший результат дает второе приближение.

В качестве примера определена первая частота свободных поперечных колебаний составного стержня переменного сечения с дискретными связями (двухраскосная решетка с дополнительными распорками). При решении задачи переход от составного стержня с дискретными связями к составному стержню с непрерывно распределенными связями осуществлен на основе приведенных в работе условий эквивалентности.

В шестой главе на основе аппроксимации некоторых параметров составного стержня переменного сечения их осредненными значениями построено приближенное решение задачи о свободных колебаниях рамных систем с составными стержнями переменного сечения.

Выражения для единичных динамических реакций составного стержня переменного сечения получены с помощью метода Бубнова-Галеркина. Перемещения w и u_1 представлены в виде:

$$w \approx w_1 + w_2; \quad u_1 = u_{11} + u_{12}, \quad (6)$$

где w_1 и u_{11} — перемещения при соответствующем статическом единичном перемещении опорной связи составного стержня; w_2 и u_{12} — поправки к w_1 и u_{11} , которые аппроксимируются двумя полиномами, удовлетворяющими граничным условиям, соответствующим составному стержню с неподвижными опорными связями.

В этой же главе для составного стержня переменного сечения получены единичные динамические реакции, не учитывающие податливости связей сдвига. Это позволило оценить влияние податливости связей сдвига на частоты свободных колебаний рамных систем с составными стержнями переменного сечения.

В качестве примера определена первая частота свободных прямосимметричных колебаний рамы с составными стержнями переменного сечения. Задача решена с учетом и без учета податливости связей составных стержней. Показано, что податливость связей сдвига оказывает значительное влияние на первую частоту свободных колебаний рамы, имеющей составные стержни переменного сечения.

З а к л ю ч е н и е

1. В работе показано, что при исследовании плоской формы потери устойчивости и изгибных поперечных колебаний составного стержня с дискретными связями возможна замена дискретных связей непрерывно распределенными по длине связями при наличии в составном стержне не менее, чем шести панелей.

2. На основе замены дискретных связей составного стержня непрерывно распределенными связями и принятия других известных допущений для составного стержня постоянного сечения получена система двух дифференциальных уравнений.

Введением функции перемещений система уравнений сведена к одному разрешающему уравнению. В результате анализа коэффициентов дифференциального уравнения получено условие, при выполнении которого обеспечивается эквивалентность дискретных связей и заменяющих их непрерывно распределенных связей.

3. Рассмотрены свободные поперечные колебания составного стержня постоянного сечения при различных условиях закрепления его концов.

4. Для составного стержня при различных условиях закрепления его концов и для рамных систем с составными стержнями получены критерии, позволяющие судить о влиянии податливости связей сдвига на первую частоту свободных колебаний.

5. С помощью метода перемещений решена задача о свободных колебаниях рамных систем с составными стержнями постоянного сечения. Для точного решения этой задачи получены точные выражения единичных динамических реакций составного стержня, для приближенного решения с помощью метода Бубнова-Галеркина получены приближенные выражения единичных динамических реакций.

6. С помощью ЭЦВМ «Проминь» составлены вспомогательные таблицы, значительно облегчающие расчеты, связанные с отысканием частот свободных колебаний рам с составными стержнями точным способом.

7. Задача об установившихся вынужденных колебаниях рамных систем с составными стержнями постоянного сечения решена с помощью метода перемещений без учета и с учетом рассеяния энергии. Учет рассеяния энергии произведен по способу Ж. Бокка и Б. Шлиппе.

8. В соответствии с вариационным принципом Лагранжа для составного стержня переменного сечения получено вариационное уравнение. С помощью обобщенного метода Бубнова-Галеркина получено приближенное решение задачи о свободных колебаниях составного стержня переменного сечения.

9. На основе аппроксимации некоторых параметров составного стержня переменного сечения их осредненными значениями построено приближенное решение задачи о свободных колебаниях рамных систем с составными стержнями переменного сечения.

10. Результаты работы могут быть использованы в расчетной практике.

Материалы диссертации доложены автором на:

- заседаниях семинара по механике НТО Стройиндустрии г. Днепропетровска, 1963, 1965 гг.
- XXV научной конференции Днепропетровского инженерно-строительного института, 1964 г.
- заседания кафедры сопротивления материалов Днепропетровского инженерно-строительного института, 1966 г.
- заседании семинара по механике Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта, 1966 г.

**Основные результаты диссертационной работы опубликованы
в следующих статьях автора:**

1. Свободные колебания рамных систем с составными стержнями. Сборник научных трудов Днепропетровского инженерно-строительного института, вып. 31, 1963.
2. К расчету свободных колебаний рамных систем с составными стержнями. Сборник «Сопротивление материалов и теория сооружений», вып. III, Киев, 1965.
3. Вимушені коливання рамних систем з складеними стержнями. Сборник «Опір матеріалів і теорія споруд», вып. IV, Киев, 1966.

Диссертация изложена на 191 странице. Библиография — 71 название.

БТ 18659. Областная книжная типография
Днепропетровского областного управления по печати,
г. Днепропетровск, ул. Серова, 7.
Заказ № 3916-м. Тираж 200. Объем 1 п. л. Подписано к печ. 16.XII-66 г.

Сканировала Камьянская Н.А