

А33

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
имени М.И.КАЛИНИНА

На правах рукописи
ЛЕБЕДЕВ Александр Георгиевич

АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ
ОБОЛОЧЕК ПРИ НЕОДНОРОДНОМ РАДИАЛЬНОМ НАГРУЖЕНИИ

624, 074.4

01.02.03 - сопротивление материалов и строительная механика

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Днепропетровск - 1977 г.

НТБ
ДНІЖТ

НТБ
ДНІЖТ

Актуальность тем. Широкое применение оболочек в качестве конструктивных элементов современной техники требует совершенствования методов их расчета на прочность. Вследствие неравномерности нагружения, влияния закрепления краев напряженно-деформированное состояние оболочечных конструкций является, как правило, неоднородным. Неоднородность напряженно-деформированного состояния оказывает существенное влияние на характер деформирования оболочек и на величину критических нагрузок. Установление качественных и количественных закономерностей деформирования неоднородных оболочек на основе анализа решения нелинейной задачи позволяет повысить точность расчетов несущей способности, определять области применимости упрощенных расчетных схем.

Цель работы. Разработка метода построения и исследования неоднородного нелинейного напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек при поперечном нагружении. Анализ характера и степени влияния неравномерности нагружения на критические нагрузки. Исследование характерных типов деформирования цилиндрических оболочек при несимметричном внешнем давлении.

Научная новизна. Предложен алгоритм, сочетающий аналитические и численные методы построения и исследования нелинейных неоднородных решений теории цилиндрических оболочек. С помощью алгоритма проведен анализ деформирования цилиндрических оболочек и панелей

при поперечном внешнем давлении. Исследованы особенности поведения оболочек при поперечном нагружении, определено положение и устанавливая характер точек ветвления решений. Получены и исследованы зависимости критических нагрузок от характера и степени неравномерности распределения нагрузки, оценены области применимости упрощенных расчетных схем решения задачи устойчивости.

Практическая ценность. Результаты работы позволяют построить и исследовать картину развития неоднородных напряженно-деформированных состояний цилиндрических оболочек, обосновать пригодность приближенных методов расчета критических нагрузок. Разработанный численный алгоритм может быть использован в практике инженерных расчетов.

Апробация работы. Основное содержание диссертационной работы и отдельных ее разделов докладывалось на межвузовском научном семинаре "Математические проблемы механики" под руководством академика АН УССР В.И. Моссаковского (г.Днепропетровск, 1975 г.), на Всесоюзной конференции по автоматизации методов расчета несущей способности летательных аппаратов (г.Харьков, 1975 г.), на заседании секции строительной механики корабля НТО Судостроительной промышленности под руководством профессора В.С.Калинина (г.Ленинград, 1975 г.), на Симпозиуме по численным методам и их использованию в строительной механике корабля (г.Николаев, 1976 г.), на У Всесоюзной конференции по проблемам устойчивости в строительной механике (г. Ленинград, 1977 г.).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 6 печатных работ ([1-6]).

Объем работы. Диссертация включает введение, четыре главы, выводы, список литературы, приложение и содержит 118 страниц машинописного текста, 24 рисунок.

Внедрение результатов. Результаты, изложенные в диссертационной работе, используются в расчетной практике предприятия г.Москвы . Алгоритм [3] , разработанный в диссертации, включен в Республиканский фонд Алгоритмов и Программ, в Фонд алгоритмов и программ Днепропетровского госуниверситета и используется в Проблемной научно-исследовательской лаборатории прочности и надежности конструкций ДГУ. Республиканским фондом Алгоритмов и Программ алгоритм передан для использования в расчетной практике Научно-производственного объединения арматуростроения "Знамя труда" (г.Ленинград).

НТБ
ДНІЖТ

В В Е Д Е Н И Е

Рассматриваются основные особенности неоднородных напряженно-деформированных состояний цилиндрических оболочек, обсуждаются расчетные схемы, используемые при решении задачи устойчивости. Развитие методов расчета критических нагрузок, усложнение расчетных схем, углубление представлений о механизме потери устойчивости неоднородных состояний, рассматривается применительно к задаче устойчивости цилиндрической оболочки, нагруженной неосесимметричным внешним давлением.

Указывается, что существующие исследования, основанные на линеаризации докритического состояния оболочки, не позволяют установить :

- характер и роль нелинейных эффектов в поведении оболочки и их влияние на величину критических нагрузок;
- характер ветвления решения (достижение предельной точки либо точки бифуркации) и, следовательно, форму потери устойчивости;
- области применимости упрощенных расчетных схем в задачах устойчивости неоднородного напряженно-деформированного состояния оболочек.

Ответ на эти вопросы дает построение и исследование полного нелинейного решения.

Г Л А В А I

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ РАДИАЛЬНОМ НАГРУЖЕНИИ

Рассматриваются особенности деформирования цилиндрических оболочек при неосесимметричном радиальном нагружении, обосновывается и излагается постановка задачи построения геометрически

нелинейного решения.

Проводится асимптотический анализ полных нелинейных уравнений цилиндрических оболочек при поперечном нагружении, выделяются характерные типы нелинейных напряженно-деформированных состояний, строятся соответствующие им упрощенные разрешающие уравнения и устанавливаются условия их линеаризации.

Полное решение задачи \dot{W} представляется в виде суммы трех составляющих: усредненного решения \dot{W} с ограниченной изменяемостью по меридиану; решений \dot{W}^k типа пограничного слоя, локализованных у торцев: поправки \dot{W}^* , быстропеременной по меридиану оболочки.

Усредненному решению \dot{W} ставятся в соответствие разрешающие уравнения нелинейного обобщенного краевого эффекта

$$\begin{aligned} L_1^0 &\equiv (1-\mu)U_{,22} + V_{,12} + \mu W_{,1} + \mu \Theta_2 \Theta_{2,1} + (1-\mu)(\Theta_1 \Theta_{2,2} + \Theta_{1,2} \Theta_2) = 0 \\ L_2^0 &\equiv V_{,22} + W_{,2} + \Theta_2 \Theta_{2,2} - \varepsilon^2 \Theta_{2,22} (1 - \Theta_{2,2}) = 0, \\ L_3^0 &\equiv \varepsilon^2 \Theta_{2,222} + [V_{,2} + W + \frac{1}{2} \Theta_2^2 + \mu U_{,1}] (1 - \Theta_{2,2}) - q = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

(здесь U, V, W - компоненты перемещений по осям x, y, z

Θ_1, Θ_2 - углы поворота нормали в направлении x и y

μ - коэффициент Пуассона, q - поперечное давление на оболочку, $\varepsilon^2 = \frac{h^2}{12R^2} \ll 1$ h, R - толщина и радиус оболочки).

Асимптотический анализ показывает, что для определения решений \dot{W}^k типа пограничного слоя при поперечном нагружении можно воспользоваться линеаризованными уравнениями простого краевого эффекта

$$\begin{aligned} L_1^k &\equiv U_{,11} + \mu W_{,1} = 0 \\ L_2^k &\equiv V_{,11} = 0; \\ L_3^k &\equiv \varepsilon^2 W_{,1111} + W + \mu U_{,1} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Вывод и решение уравнений для быстропеременных поправок даны в третьей главе.

Для каждой из полученных задач формулируются граничные условия. Таким образом, исходная нелинейная задача сводится к совокупности упрощенных задач, более доступных для решения.

Г Л А В А П

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ УСРЕДНЕННОГО РЕШЕНИЯ

Метод построения усредненного решения, основан на разделении переменных по специально выбранной системе координатных функций. Ограниченная изменяемость усредненного решения по меридиану позволяет эффективно аппроксимировать решение в этом направлении с помощью конечного набора кусочно-полиномиальных функций (конечно-элементное представление). Обсуждаются вопросы погрешности аппроксимации, удовлетворения граничных условий на торцах оболочки.

Для сведения исходной двумерной задачи к одномерной используется метод Канторовича. Разрешающие уравнения для неизвестных функций в узлах конечноэлементной сетки выводятся как уравнения Эйлера для функционала полной энергии оболочки. Полученная система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений по окружной координате приводится к нормальному виду

$$\frac{dy_i}{d\eta} = f_i(y_1, \dots, y_N, \eta, \rho), \quad i=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

(здесь y_i — неизвестные функции и их производные в узлах конечноэлементной сетки,

f_i - нелинейные нелинейные операторы,

η - независимая переменная, ρ - параметр нагрузки.)

Граничными условиями краевой задачи служат условия периодичности решения

$$\varphi_i \equiv y_i(0) - y_i(2\pi) = 0 \quad (4)$$

Либо условия опирания продольных кромок (для цилиндрической панели).

Краевая задача (3)-(4) решается методом перехода к эквивалентной задаче Коши с начальным вектором в точке $\eta = a$

$$X = \{x_1, \dots, x_N\} = \{y_1(a), \dots, y_N(a)\} \quad (5)$$

таким, что построенное от него решение $Y = \{y_1, \dots, y_N\}$ удовлетворяет граничным условиям (4)

$$\varphi_i \equiv F_i(X) = 0 \quad (6)$$

Для отыскания начального вектора X используется процесс Ньютона

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - J^{-1} \cdot F(X^{(k)}), \quad (7)$$

где $X^{(k)}$ - k -тое приближение к решению,

$$J = \left\| \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \right\|_{X=X^{(k)}} \quad - \text{матрица Якоби системы невязных функций (6)}.$$

Матрица Якоби строится численно на ЭВМ путем замены производных разностными отношениями.

Обсуждаются вопросы выбора схемы перехода к задаче Коши, предотвращения потери точности при интегрировании быстро растущих решений уравнений теории оболочек.

Построение последовательности решений нелинейной задачи для ряда возрастающих значений нагрузки выполняется с помощью метода продолжения по параметру. Для обхода предельных точек используется прием замены независимого параметра; формирование начального

вектора $X^{(0)}$ на каждом шаге по параметру производится путем кубической экстраполяции решений X^* , полученных на предыдущих шагах.

ГЛАВА III

ТОЧКИ ВЕТВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

В третьей главе выводятся и упрощаются в соответствии с типом состояния разрешающие уравнения для поправок \dot{W} , быстропеременных в меридиональном направлении. Асимптотика типа Виллика - Люстерника дает оценку порядка поправки

$$\dot{W} \sim \frac{\dot{q}}{\varepsilon^2 (\pi L R)^4} \quad (8)$$

где \dot{q} - быстропеременная часть нагрузки,

m - минимальный номер члена разложения Фурье для поправки \dot{W}

Это позволяет, при невозрастающем спектре нагрузки, указать такой номер m , который обеспечит заданную степень малости поправки \dot{W} к усредненному решению \bar{W} .

Разрешающие уравнения для поправок \dot{W} с помощью разложения решения по малому параметру

$$\lambda = \frac{L}{m \pi R} \quad (9)$$

приводятся к рекуррентной последовательности систем линейных дифференциальных уравнений, допускающих простое решение.

Разрешающие уравнения для поправок \dot{W} имеют структуру

$$L(\dot{W}) + P(\bar{W}, \dot{W}) = \dot{q} \quad (10)$$

где L - линейные, P - параметрические члены.

Оценка (8) порядка решения уравнений (10) справедлива всегда, за исключением резонансного случая - совпадения величины парамет-

ра нагрузки P_* с собственным значением однородной задачи, соответствующей (10). Физически это означает появление в полном решении интенсивных составляющих, быстропеременных по меридиану; это имеет место, например, при потере устойчивости с большим числом волн вдоль образующей. При рассматриваемом виде нагружения и конструкции это не имеет места; таким образом, можно (путем соответствующего выбора m) исключить из рассмотрения резонансный случай для поправок \dot{W} и ограничиться исследованием решения в классе функций, описывающих его усредненную часть \bar{W} .

Исследование поведения усредненного решения проводится с помощью теории ветвления решений нелинейных краевых задач. Положение и характер особых точек определяются путем исследования ранга исходной и расширенной (добавлением столбца $\partial F / \partial p$) матриц Якоби J и \tilde{J} процесса Ньютона (7)

$$\begin{aligned} \text{RANG } J &= \text{RANG } \tilde{J} = N && \text{— регулярная точка (однозначное продолжение решения),} \\ \text{RANG } J < \text{RANG } \tilde{J} &= N && \text{— предельная точка,} \\ \text{RANG } J = \text{RANG } \tilde{J} < N && \text{— точка бифуркации.} \end{aligned} \quad (II)$$

Г Л А В А IV

АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОМ ВНЕШНЕМ ДАВЛЕНИИ

Метод построения и исследования нелинейных неоднородных напряженно-деформированных состояний цилиндрических оболочек, описанный в главах I—III, реализован в виде АЛГОЛ-программы на ЭМ и применен к исследованию деформирования оболочек при неосесимметричном внешнем давлении. Результаты представлены в виде графиков "параметр нагрузки — характерный прогиб", "параметр нагрузки — величина оп-

ределятеля матрицы Якоби". Приведены эпюры форм изгиба для исходных и закритических состояний.

Исследованы случаи плавного распределения внешнего давления по закону $q = p(a + b \cos \varphi)^m$ и нагружения равномерным давлением по полосе с центральным углом φ_0 . Установлено, что потеря устойчивости происходит в результате достижения предельной точки, причем зависимость предельных нагрузок от степени неоднородности нагружения носит колебательный характер (рис. 1, 2, 3). Экстремумы критических нагрузок совпадают с точками резонанса главных гармоник форм докритического изгиба и потери устойчивости.

Показано, что характерной особенностью нелинейного поведения оболочек является плавная перестройка формы докритического изгиба в процессе нагружения (рис. 4). Явление перестройки проиллюстрировано данными численного гармонического анализа, свидетельствующего о подавлении одних и резком росте интенсивности других гармоник разложения полного прогиба. Перестройка формы изгиба может носить локальный характер либо охватывать весь контур поперечного сечения оболочки.

В том случае, когда после перестройки происходит быстрое достижение предельной точки, а оболочка вплоть до уровня перестройки деформируется почти линейно, для определения критических нагрузок допустима линеаризация докритического состояния. В то же время расчеты показывают, что при плавном нагружении с $m > 4-5$ и при полосовом нагружении с любым углом φ_0 докритическое напряженно-деформированное состояние существенно нелинейно почти во всем диапазоне нагружения, перестройки происходят при низких (до 20% от критического) уровнях нагрузки.

Бифуркация напряженно-деформированного состояния рассмотрена

на примере цилиндрических панелей со свободными и шарнирно опертыми продольными кромками. Построены закритические ветви, соответствующие формам изгиба, кососимметричным относительно плоскости симметрии конструкции.

Установлено, что при плавной эпюре внешнего давления (при неоднородностях $m < 10$) критическое значение амплитуды внешнего — го давления выше критического осесимметричного давления. При полосовом нагружении за нижнюю границу критической нагрузки можно принять 0.7 величины осесимметричного критического давления.

Для подтверждения достоверности полученных результатов было проведено сравнение их с имеющимися в литературе данными (эксперименты по нагружению оболочек полосовым давлением, расчеты критических нагрузок для плавной эпюры давления с $m = 1$). Сравнение показывает хорошее качественное и количественное совпадение результатов диссертационной работы с данными эксперимента (рис.3).

НТБ
ДНЙЖТ

ВЫВОДЫ

1. На основе сочетания асимптотических и численных методов разработан алгоритм построения и исследования нелинейных неоднородных напряженно-деформированных состояний цилиндрических оболочек при поперечном нагружении.

2. Алгоритм применен к исследованию поведения цилиндрических оболочек при нагружении внешним давлением, плавно и ступенчато изменяющимся в окружном направлении.

3. Выделены характерные типы деформирования оболочек при неоднородном напряженно-деформированном состоянии: монотонное нелинейное деформирование с мягкой характеристикой; достижение предельной точки по форме докритического изгиба; бифуркация докритического состояния.

4. Установлено, что общим характерным проявлением нелинейности неоднородного напряженно-деформированного состояния является его плавная перестройка в процессе нагружения.

5. Показано, что колебательный характер зависимости критических нагрузок от степени неоднородности напряженно-деформированного состояния существенно связан как с моментными, так и нелинейными факторами; критическое значение амплитуды переменного внешнего давления может быть как выше, так и ниже критического значения осесимметричного внешнего давления.

6. Показано, что в тех случаях, когда в силу особенностей нагружения и конструкции докритическое состояние не является безмоментным, для определения критических нагрузок необходимо выполнить нелинейный расчет.

7. Получены зависимости критических нагрузок от характера и степени неоднородности нагружения и даны рекомендации по вы-

бору минимальных границ критических нагрузок для рассмотренных видов нагружения.

Основные результаты диссертации опубликованы в статьях :

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Об одном варианте метода конечных элементов в нелинейных задачах теории пластин и оболочек. Труды X Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек. Кутанси, 1975 (в соавторстве с Л.В.Андреевым, Н.И.Ободан).

2. Анализ поведения геометрически нелинейных цилиндрических оболочек при неосесимметричном нагружении "Известия ВУЗ. Машиностроение", № 5, 1976 (в соавторстве с Л.В. Андреевым, Н.И. Ободан).

3. Алгоритм решения системы нелинейных уравнений, зависящих от параметра. Республиканский Фонд Алгоритмов и программ. Киев, 1975.

4. Конечные перемещения и несущая способность цилиндрических оболочек переменной толщины при неосесимметричном нагружении. Всесоюзная конференция по автоматизации методов расчета несущей способности летательных аппаратов. Тезисы докладов. Харьков, 1975.

5. Алгоритм решения задачи устойчивости неосесимметричных цилиндрических оболочек. В сб. "Применение численных методов в строительной механике корабля". "Судостроение", Л., 1976 (в соавторстве с Л.В.Андреевым, Н.И.Ободан).

6. Нелинейные задачи теории оболочек при неравномерном нагружении. У Всесоюзная конференция по проблемам устойчивости в строительной механике. Тезисы докладов. Л., 1977 (в соавторстве с Л.В.Андреевым, Н.И.Ободан, И.В.Андрьяновым, В.А.Лесничей).

Результаты эксперимента взяты из работы:

- 7.АНДРЕЕВ Л.В.,ОБОДАН Н.И. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки под действием неравномерного давления. В кн. "Труды VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. Баку, 1966." "Наука", М.,1966.

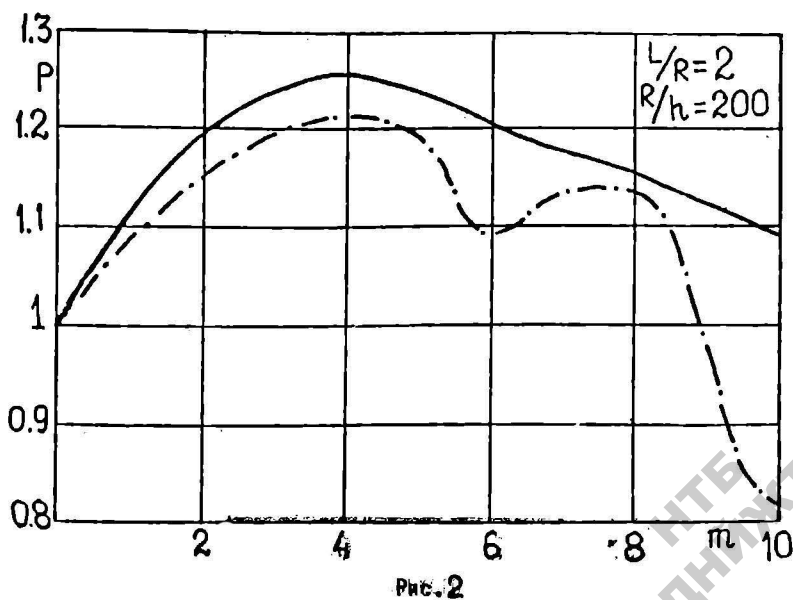
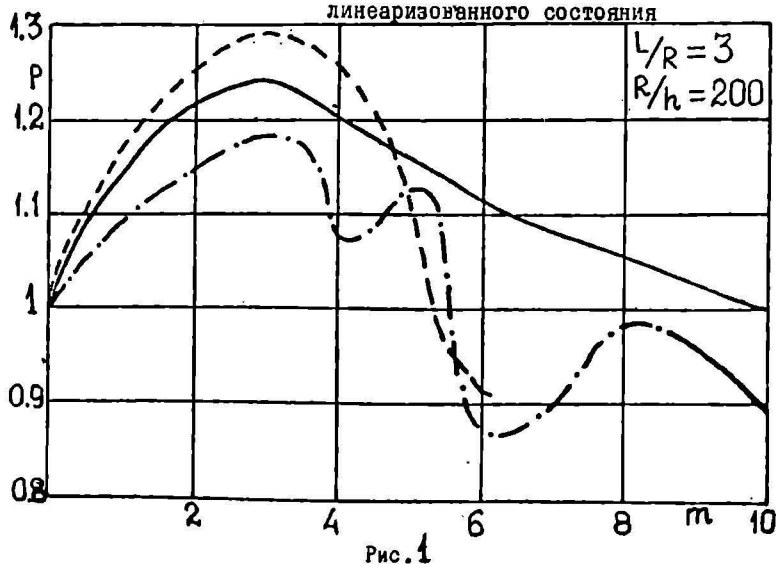
НТБ
ДНІЖТ

— огибающая предельных точек

- · - огибающая уровней перестройки

--- бифуркационная нагрузка для докритического
линеаризованного состояния

$$q = p \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \varphi \right)^m$$



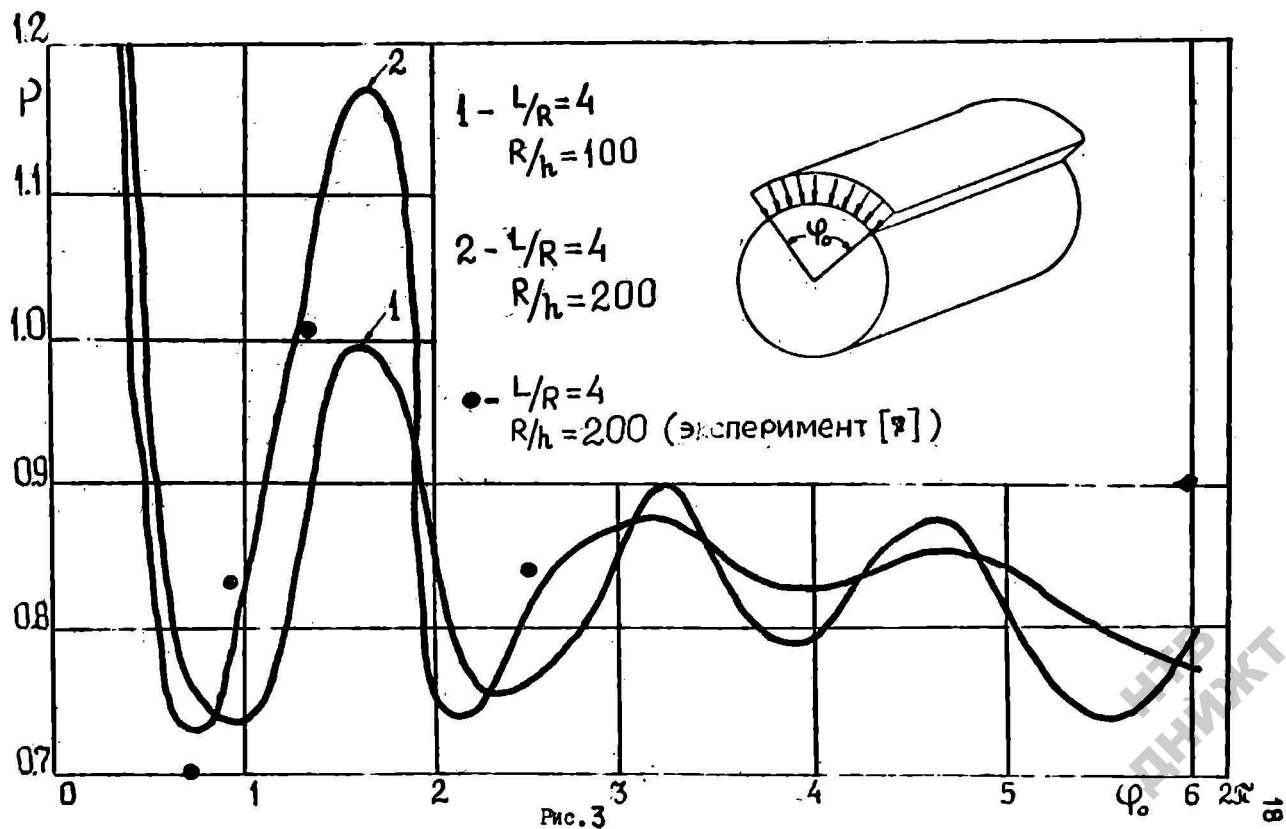
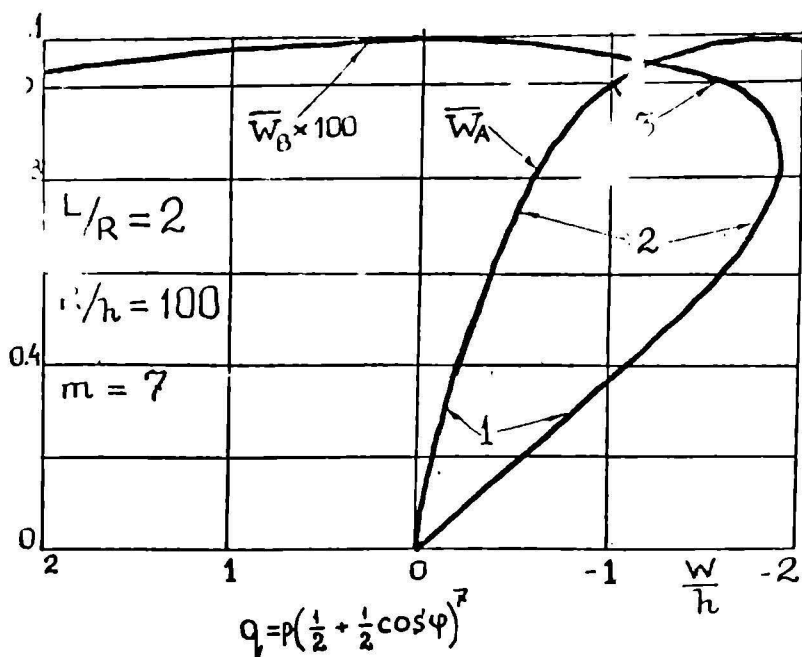


Рис. 3



перестройка формы изгиба

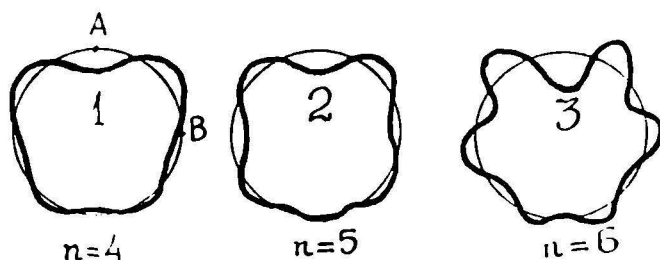


Рис. 4

БТ 68147. Подписано и печатно Ю. Л. 77г.

Размерит ДТТ. Заказ 160. Тираж 160. Цена 1 п. 15

Сканировала Юнаковская В. В.