

УДК 532.5+681.3

Горячкін В.М. – к.т.н., доцент, Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту

МЕТОД РОЗРАХУНКУ НАГРІВАННЯ РІДИНИ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ КАНАЛІ ТЕПЛООБМІННОГО АПАРАТУ

В роботі представлена математична модель нагрівання рідини в циліндричному каналі теплообмінного апарату. Особливістю моделі є врахування ефективних в'язкості та теплопровідності в турбулентному потоці. Для цього використовується параболічний профіль швидкості, запропонований для турбулентного потоку Бай Ши-и, який краще відповідає відомим експериментальним даним в пристінній зоні. На основі проведених чисельних розрахунків показано, що визначені за представленою математичною моделлю коефіцієнти тепловіддачі від стінок каналу відповідають значенням з критеріальних співвідношень, отриманих з емпіричних даних.

Ключові слова: нагрівання рідини; циліндричний канал; ефективна в'язкість; ефективна температуропровідність; коефіцієнт тепловіддачі.

Вступ

В теплообмінних апаратах визначальною для розподілу температури потоку в нагрівальному каналі є тепловіддача від одного теплоносія до іншого. Внаслідок зміни температури по ширині та довжині каналу змінюється в'язкість теплоносія. Це суттєво впливає на розподіл швидкості в каналі, який визначає гідравлічну і теплову характеристики теплообмінника.

Нагрівальний ізотермічний канал є найбільш застосовуваним в кожухотрубних теплообмінниках [1]. Методи розрахунку таких теплообмінників, як правило, базуються на критеріальних рівняннях виду:

$$Nu = C Re^m Pr^n,$$

де Re , Pr – числа Рейнольдса та Прандтля, а C , m , n – сталі, які визначаються експериментально. Розрахунок передбачає визначення коефіцієнту тепловіддачі α і перепаду тиску в каналі.

Разом з тим, сучасний стан розвитку обчислювальної техніки дозволяє створити методи розрахунку, які не будуть потребувати використання експериментальних даних по коефіцієнтам тепловіддачі.

Постановка задачі

Розробці чисельних методів, які можуть бути використані для вирішення задачі про нагрівання рідини в каналі теплообмінника присвячені, наприклад, роботи [2, 3], а в роботі [4] розроблений числовий метод розрахунку нагрівання в циліндричному та кільцевому каналах при ламінарному русі високов'язкої рідини.

Дана робота присвячена розробці чисельного методу розрахунку нагрівання рідини в циліндричному каналі при русі з $Re > Re_{кр}$.

Математична модель нагрівання рідини

Рівняння збереження кількості руху, маси і енергії [5] для усталеного одновимірного потоку нестисливого середовища при $Re > Re_{кр}$ після відповідних спрощень мають вигляд:

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\tau_{zr}}{r}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho U}{\partial z} = 0; \quad (2)$$

$$\rho U \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\lambda_T}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \tau_{zr} \frac{\partial U}{\partial r}, \quad (3)$$

де дотична напруга

$$\tau_{zr} = \rho \nu_T \frac{\partial U}{\partial r},$$

молекулярна кінематична в'язкість і теплопровідність замінені на ефективні ν_T і λ_T , а ентальпія $h = cT$.

З (2) після інтегрування одержимо $\rho U = f(r)$, і, оскільки швидкість не залежить від довжини труби, рівняння (1), (3) перетворяться на вигляд:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\tau_{zr}}{r}; \quad (4)$$

$$\rho U c_p \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\lambda_T}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \rho \nu_T \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)^2. \quad (5)$$

Граничні умови для рівняння енергії (5) мають вигляд

$$z = 0 \quad T = T_0, \quad z = l \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0;$$

$$r = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad r = R \quad T = T_{ст}.$$

Особливістю системи рівнянь (4), (5) є те, що ефективна в'язкість і теплопровідність входять під знак похідних як залежні від радіуса.

При числах Рейнольдса, більших критичних для круглого каналу, найбільш розповсюджена апроксимація профілю швидкості залежностями степеневою

$$\frac{U}{U_m} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{n}},$$

де n залежить від числа Рейнольдса,

та логарифмічною $\frac{U_m - U}{U^*} = 5,75 \lg \frac{R}{y}$, де $U^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ – динамічна швидкість, τ_0 – дотична напруга, а координата $y = R - r$ відраховується від стінки.

Похідна від степеневого закону швидкості при $r = R$ дорівнює нулю. Це суперечить експериментальним даним, які свідчать про наявність тертя потоку об стінку $\left(\frac{\partial U}{\partial r} \neq 0\right)$. При $r=0$ $\frac{d}{dr}\left(\frac{U}{U_m}\right) \neq 0$, тобто порушується умова вісесиметричності потоку. Похідна від логарифмічного профілю швидкості при $y \rightarrow 0$ зростає до нескінченності, а при $y = R$ не дорівнює нулю.

Бай Ши-и [6] запропонований параболічний профіль швидкості у вигляді:

$$\frac{U}{U_m} = 1 + \frac{s-n}{n-1} \left(\frac{r}{R}\right)^2 + \frac{1-s}{n-1} \left(\frac{r}{R}\right)^{2n}, \quad (6)$$

де $s = \frac{R\tau_0}{2U_m\rho\nu}$, $\tau_0 = \frac{\lambda}{8} \rho U_{cp}^2$, $\lambda = 0,3164 Re^{-0,25}$, $Re = \frac{U_{cp} \cdot 2R}{\nu}$.

Коефіцієнт n визначається із співвідношення середньої та максимальної швидкостей. Такий профіль швидкості узгоджується з експериментальним. На рис. 1 показані коефіцієнти n і s , визначені нами з обробки експериментальних профілів швидкості [7] до $Re = 2,05 \cdot 10^5$.

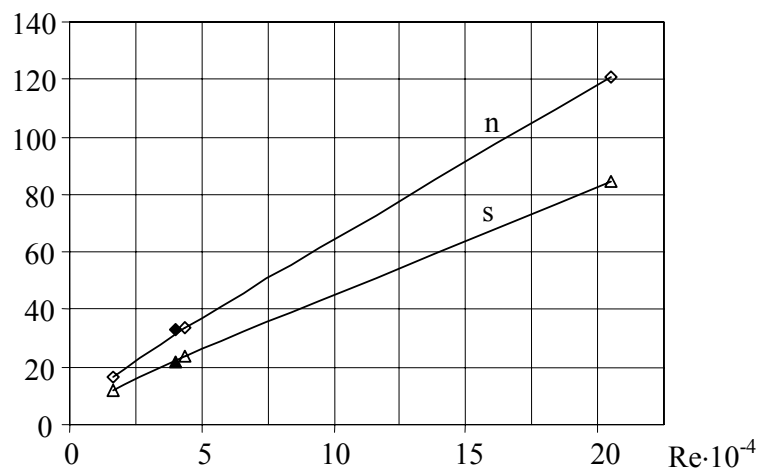


Рис. 1. Коефіцієнти до рівняння (6):

Δ, \diamond – за даними Нікурадзе;
 $\blacktriangle, \blacklozenge$ – Бай Ши-і за даними Лауфера

Ефективна в'язкість та ефективна температуропровідність

В [8] за результатами експериментальних досліджень Лауфера показано, що лінійний розподіл дотичної напруги, який впливає з (4) при постійному по радіусу тиску,

$$\frac{\tau_{zr}}{\tau_0} = \frac{r}{R} \quad (7)$$

справедливий майже по всьому перерізу труби і порушується тільки біля стінки при $\frac{U^* y}{\nu} < 30$.

З (7) маємо розподіл ефективної в'язкості по радіусу:

$$\frac{\nu_T}{RU^*} = -\frac{U^*}{U_m} r \left(\frac{d\bar{U}}{dr} \right)^{-1}.$$

Ефективна в'язкість, визначена із застосуванням профілю швидкості (6) приведена на рис. 2. В ядрі потоку ефективна в'язкість є постійною по радіусу каналу, причому, зона постійної ефективної в'язкості збільшується із зростанням числа Рейнольдса, зменшуючи зону формування вихрових структур біля стінки, що говорить про зменшення їх масштабу. В пристінній зоні ефективна в'язкість зменшується до молекулярної. Розподіл ефективної в'язкості, отриманий на основі параболічного профілю швидкості, повністю відповідає експериментальним даним Лауфера [8].

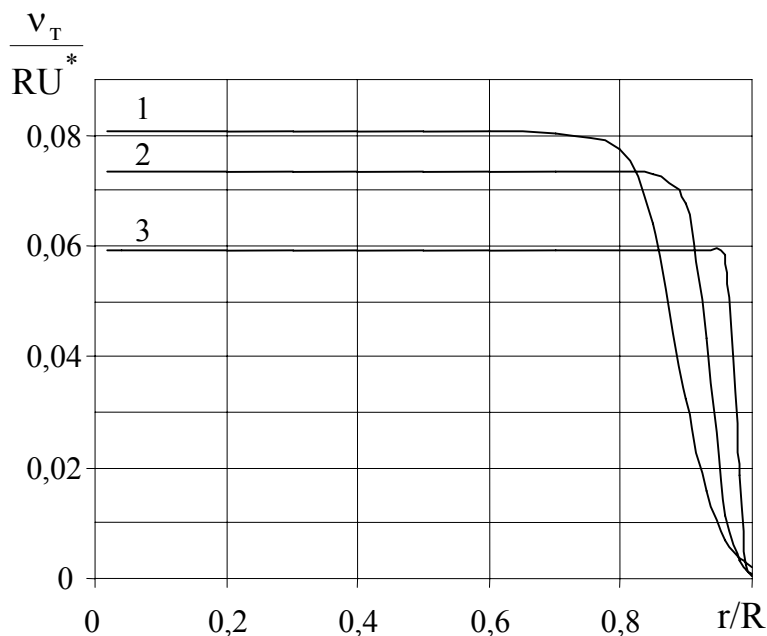


Рис. 2. Ефективна в'язкість:
 1 – R = 5 мм, Re = 1,67·10⁴;
 2 – R = 10 мм, Re = 4,34·10⁴;
 3 – R = 25 мм, Re = 2,05·10⁵

Аналіз запропонованих різними авторами профілів ефективної температуропровідності, яка входить до числа $Pr_T = \frac{v_T}{a_T}$, виконаний в

[9]. Важливим є те, що при різних числах Рейнольдса значення Pr_T залишається практично незмінним та близьким до 0,72.

В даній роботі зміну ефективної температуропровідності по радіусу каналу будемо враховувати залежністю виду:

$$a_T = A + B(1 - r)^m. \quad (8)$$

Коефіцієнти A і B визначимо з умов:

$$r = 0 \quad Pr_T = 0,72;$$

$$r = R \quad a_T = a,$$

де молекулярна температуропровідність $a = \frac{c_p \rho}{\lambda}$.

Звідси $A = a$, $B = 1,39v_T - a$, і (8) запишеться у вигляді:

$$a_T = a + (1,39v_T - a)(1 - r)^m.$$

Показник степені m визначається з експерименту.

Метод розрахунку і результати

Введемо безрозмірні величини $\bar{r} = \frac{r}{R}$, $\bar{z} = \frac{z}{R}$, $\bar{T} = \frac{T - T_0}{T_0}$,

$$\bar{U} = \frac{U}{U_m}, \quad Re_T = Re_r Pr_T, \quad Re_r = \frac{RU_m}{v_T}, \quad Pr_T = \frac{c_p \rho v_T}{\lambda_T}, \quad \Lambda = \frac{U_m}{\sqrt{c_p T_0}}$$

і запишемо рівняння (5) у вигляді:

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\frac{1}{Pe_T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{r Pe_T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{1}{Pe_T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{\Lambda^2}{Re_T} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}} \right)^2. \quad (9)$$

Граничні умови в безрозмірних величинах мають вигляд:

$$\bar{z} = 0 \quad \bar{T} = 0, \quad \bar{z} = \bar{l} \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} = 0;$$

$$\bar{r} = 0 \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} = 0, \quad \bar{r} = 1 \quad \bar{T} = \frac{T_{ст} - T_0}{T_0}.$$

Оскільки температура рідини по довжині каналу змінюється, то в (9) необхідно враховувати залежність ефективної в'язкості як по радіусу так і по довжині каналу.

Зміну тиску по довжині каналу визначимо з (7), де дотична напруга $\tau_0 = \frac{2sU_m \rho v}{R}$.

Для чисельного розв'язку запишемо кінцево-різницевий аналог рівняння (9) у вигляді:

$$U_i \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{l} = \Lambda^2 U_i \left(\frac{dP}{dz} \right)_j + \frac{1}{h^2} \left(\frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{Pe_{te}} - \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{Pe_{tw}} \right) +$$

$$+ \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2hr_i Pe_{ti}} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{l^2 Pe_{ti}} + \frac{\Lambda^2}{Re_{ti}} \left(\frac{dU}{dr} \right)_i^2$$

$$r_i = hi, \quad i = 0, \dots, N; \quad j = 0, \dots, M.$$

Число $Pe_{te} = \frac{2Pe_{ti} Pe_{ti+1}}{Pe_{ti} + Pe_{ti+1}}$, $Pe_{tw} = \frac{2Pe_{ti} Pe_{ti-1}}{Pe_{ti} + Pe_{ti-1}}$, $Pe_{ti} = Pr_T Re_{ti}$.

Граничні умови приймають вигляд:

$$T_{i,0} = 0, \quad T_{i,M} = T_{i,M-1};$$

$$T_{0,j} = T_{1,j}, \quad T_{N,j} = T_{ст}$$

На рис. 3 показаний розрахунковий розподіл температури води, визначений з (11) в поперечному перерізі, а на рис. 4 середня температура по довжині каналу $d = 0,01$ м, $l/d = 10$, $T_0 = 293$ К, $T_{ст} = 392$ К, $U_{ср} = 1,65$ м/с. З графіків видно, що ядро потоку залишається холодним, а прогрівається тільки пристінний шар. Втрати тиску знижуються внаслідок зменшення молекулярної в'язкості біля стінки каналу і складають 110,4 Па.

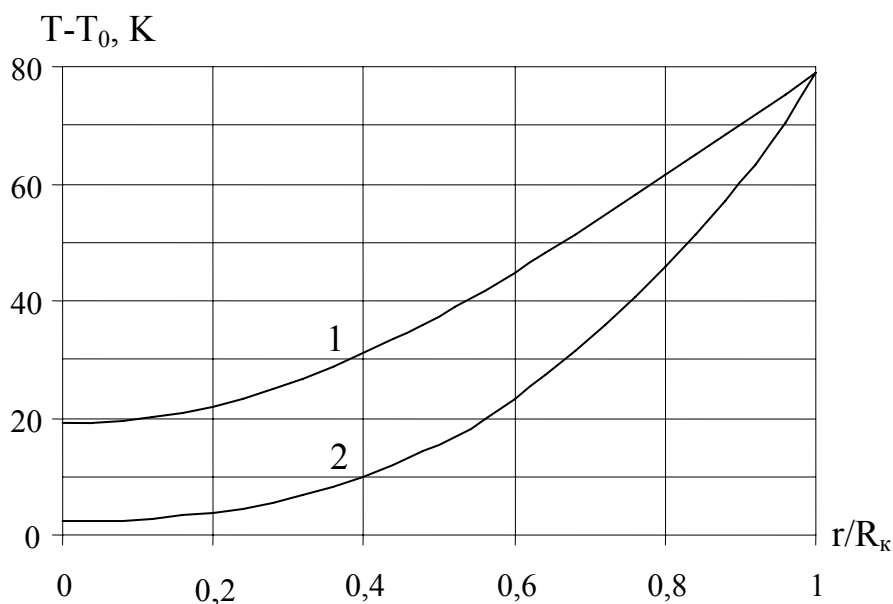


Рис. 3. Температура води в поперечному перерізі:
1 – $z/d=5$; 2 – 10

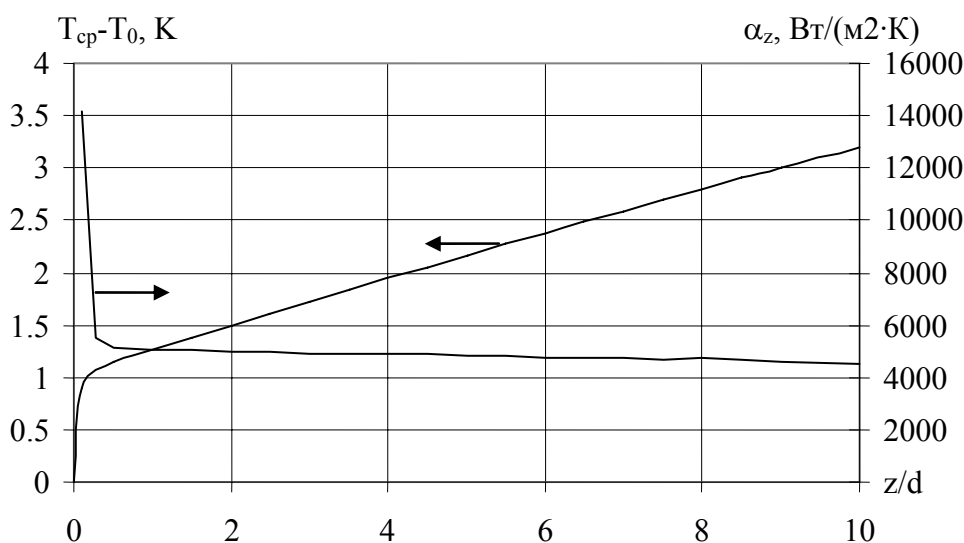


Рис. 4. Зміна середньої температури і локального коефіцієнту тепловіддачі по довжині каналу

Локальний коефіцієнт тепловіддачі від стінки каналу (рис. 4):

$$\alpha_z = \frac{q_z}{(T_{ст} - T_{cp})_z},$$

де T_{cp} – середня температура в перерізі; $q_z = \frac{1}{4} c_p U_{cp} d \frac{dT_{cp}}{dz}$ – локальний тепловий потік через стінку каналу, швидко знижується після входу в канал.

При цьому середній коефіцієнт тепловіддачі:

$$\alpha = \frac{q}{\Delta T_{LM}} = 7168 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}),$$

де $q = \frac{1}{4} c_p U_{cp} d \frac{\Delta T_{cp}}{l}$ – тепловий потік; $\Delta T_{LM} = \frac{(T_w - T_{b,in}) - (T_w - T_{b,out})}{\ln \frac{(T_w - T_{b,in})}{(T_w - T_{b,out})}}$ –

середній логарифмічний температурний напір.

Для порівняння розрахуємо коефіцієнт тепловіддачі за формулою [10]:

$$\alpha = \frac{\lambda Nu}{d};$$

$$Nu = \frac{(f/8) Re Pr}{k_1 + k_2 \sqrt{\frac{f}{8}} (Pr^n - 1)},$$

де $k_1 = 1$, $k_2 = 12,7$, $n = 2/3$, $f = (1,82 \lg Re - 1,64)^{-2}$.

Тоді, $f = 0,0274$, $Nu = 110,5$, $\alpha = 7019 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ і коефіцієнт тепловіддачі відповідає розрахованому чисельним методом.

Висновки

Запропонована математична модель нагрівання рідини дозволяє визначити розподіл температури в каналі при турбулентному русі рідини, а через нього – величину теплового потоку від стінок каналу. Використання в розрахунках ефективної в'язкості і температуропровідності дає змогу врахувати складний рух всередині потоку та перенос внаслідок цього теплоти всередину потоку з пристінного шару. Порівняння розрахункових коефіцієнтів тепловіддачі з коефіцієнтами, визначеними на основі відомих критеріальних співвідношень, засвідчило адекватність отриманих з математичної моделі результатів.

Список літератури

1. Лисиенко В. Г. Хрестоматия энергосбережения : В 2 кн. / В. Г. Лисиенко, Я. М. Щелоков, М. Г. Ладыгичев. – М. : Теплоэнергетик, 2002. – Кн. 1. – 688 с.
2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
3. Андерсон Т. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2-х т. Т. 2: Пер. с англ. / Т. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер. – М. : Мир, 1990. – 392 с.
4. Коваль В. П. Тепловая и гидродинамическая оптимизация подогревателя высоковязких нефтепродуктов / В. П. Коваль, В. Н. Горячкин / *Металлургическая теплотехника : сборник научных трудов НМетАУ*. – Днепропетровск : НМетАУ, 2002. – Т. 6. – С. 21–29.
5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М. : Наука, 1973. – 847 с.
6. Бай Ши-и. Турбулентное течение жидкостей и газов : Пер. с англ. / Бай Ши-и. – М. : Изд-во иностр. лит-ры, 1962. – 344 с.
7. Пустовойт Б. В. Механика движения жидкостей в трубах / Б. В. Пустовойт. – Л. : Недра, 1971. – 144 с.
8. Хинце И. О. Турбулентность, ее механизм и теория: Пер с англ. / И. О. Хинце. – М. : Физматгиз, 1963. – 680 с.
9. Горячкин В.М. Дисипативне нагрівання текучого середовища в каналі: дис. ... канд .техн. наук: 15.14.06 / Горячкин Вадим Миколайович. – Дніпропетровськ, 2005. – 139 с.
10. Справочник по теплообменникам : Пер. с англ. В 2-х т. – М. : Энергоатомиздат, 1987. – Т. 1. – 561 с.

Рукопис надійшов 09.10.2011 р.