

УДК 519.711.2

СКАЛОЗУБ В. В., д.т.н., професор (ДНУЖТ)

## Метод управления типа Такаги-Сугено в условиях многократной неопределенности данных

### Проблема управления техническими системами при многократной и неоднородной неопределенности данных

На практике управление сложными экономическими, технологическими процессами и объектами во многих случаях осуществляется в условиях многократной неопределенности и при отсутствии общих математических моделей их функционирования, а также соответствующих законов управления [1, 2]. При этом оценка эффективности реализации действий проводится по значениям набора параметров нормативного, статистического, нечеткого и другого характера. Развитие методов и процедур управления, которые обеспечивают полное и корректное использование имеющихся данных, поступающих из различных источников, учитывая их взаимосвязи, расширяет возможности по созданию и реализации эффективных автоматизированных адаптивных систем управления. В работе исследуется проблема математического моделирования и управления сложными процессами или объектами в случаях, когда одновременно имеют место несколько различных видов неопределенности: случайность, неточность, нечеткость, их комбинации. В большинстве случаев [2, 3] моделирование и управление осуществляется на основе однородных по виду неопределенности величин моделей либо путем перехода к ним. Развитие моделей и процедур управления, которые корректно используют по возможности все имеющиеся данные, полученные из нескольких источников или в разной форме, расширяет возможности методов моделирования сложных систем.

В [4] разработан метод и процедуры нечетко-статистического управления (НСУ), обеспечивающие объединение в рамках классической модели нечеткого управления [3, 6] как априорной нечеткой, так и накапливаемой статистической информации. Такие модели можно рассматривать как адаптацию базы нечетких правил.

В настоящей работе исследована возможность усо-

вершенствования методов и средств управления НСУ применительно к условиям неоднородной и многократной неопределенности. Предлагается новая процедура формализации условий моделирования систем при различных типах неопределенности параметров, представленным индексом неопределенности, усовершенствованные методы нечеткого управления, а также соответствующие программные средства для среды моделирования нечетких систем MATLAB [7]. Для формирования математической модели, представляющей многокомпонентную неопределенность разных видов, был введен параметр – индекс достоверности как среднее геометрическое оценок нормированных мер неопределенностей отдельных компонентов. Модификация процедуры нечеткого управления Такаги-Сугено выполнена на основе индекса неопределенности.

### Источники и формализация условий многократной (многокомпонентной) неопределенности данных

В [1] приведены возможные типы, источники, модели формализации и методы реализации задач принятия решений с различными типами неопределенности данных, сформулированных подобно моделям задач математического программирования. Здесь также отмечен ряд случаев возникновения величин, имеющих многократные неопределенности данных. Анализ форм представления параметров неопределенности или состояний объектов позволяет выделить ряд их источников. А именно:

1. “Природа” или способ формирования контролируемых параметров математических моделей (детерминированные, статистические, нечеткие, нечетко-статистические, статистически-нечеткие и др. величины [1, 2]).

2. Неоднозначность интерпретации результатов наблюдений явлений, использование различных методов измерений и описаний характеристик (различные допущения о свойствах процессов, требований точнос-

ти и др.).

3. Наличие нескольких источников информации, которые могут иметь разные методы наблюдений и не совпадать во времени.

4. Представление сложных форм неопределенных данных через обобщение более простых и др.

Для определенности приведем ясные примеры возникновения величин с многокомпонентной неопределенностью. Важной задачей моделирования и управления на железнодорожном транспорте является оценка остаточного ресурса несущей конструкции железнодорожного экипажа. Здесь используется величина «удельная наработка», представляющая расчетно-экспериментальную оценку наработки несущей конструкции вагона или же локомотива на один цикл колебаний. При формировании «удельной наработки» используются: эквивалентная сила при некоторой скорости в условиях движения по радиусу заданного типа, вероятность движения с установленной скоростью, а также вероятность движения по установленному радиусу (прямая, кривые разного радиуса и пр.). Двойственная, нечетко-случайная природа величины обусловлена тем, что вероятности условий (радиусы кривых) могут быть оценены, а для скоростей могут быть получены только нечеткие или же интервальные модели описания.

Другим примером нечетко-случайной величины (НСВ, представляющей измеримую функцию из вероятностного пространства в набор нечетких величин [1]) как математической модели при описании нечетко-статистических явлений может служить аналог Задачи (Negiot and Ralescu), представленный как «измерение» «Спроса на товар» в случайно выбранных местах-пунктах с использованием нечетких значений – «Высокий», «Очень высокий», «Около 6 тыс.» и др. Задача может быть расширена следующим образом. Пусть после формирования НСВ «Спрос» проведено последовательно еще два измерения спроса и получены две стохастические модели оценки спроса –  $P1[h(x,y)>h^*]$ ,  $P2[h(x,y)>h^*]$ . Необходимо построить некоторую величину, учитывающую всю информацию об измерениях «Спроса на товар», которая в этом случае будет математической моделью, представляющей многокомпонентную неопределенность, обобщающей ее разные виды – далее у нас это индекс достоверности  $d(x)$ .

Формирование математической модели, представляющей многокомпонентную неопределенность разных видов – индекс достоверности  $d(x)$ , предлагается выполнять в виде среднего геометрического нормированных моделей отдельных компонент:

$$d(x) = \left[ d_{D_1}(\bar{x}_1) \cdot d_{D_2}(\bar{x}_2) \cdot \dots \cdot d_{D_n}(\bar{x}_n) \right]^{1/n} \quad (1)$$

Как будет показано, такое представление в конечном счете соответствует большинству известных способов формализации условий неопределенности раз-

личных типов (статистическая, нечеткая и др.), оставляя в стороне вопрос получения собственно частных моделей, а также позволяет построить модели управляемых процессов по схемам нечеткого [2, 3] или же НСУ управления [4].

На рис. 1 приведен пример формирования индекса достоверности при трехкомпонентной неопределенности ситуации моделирования, подобной «Спросу на товар». Здесь выпуклая вверх сплошная линия представляет нечеткую компоненту  $M(X)$ ; отрицательной области по оси ординат соответствуют стохастические модели  $P1[*]$ ,  $P2[*]$ , пунктирные линии – ненормированные и нормированные (область значений  $[0; 1]$ ) значения индекса  $d(x)$ . Далее показатель достоверности значений, индекс  $d(x)$ , может быть использован в процедурах вывода типа НСУ и др., подобно степени принадлежности при обработке нечетких величин [3 – 5].

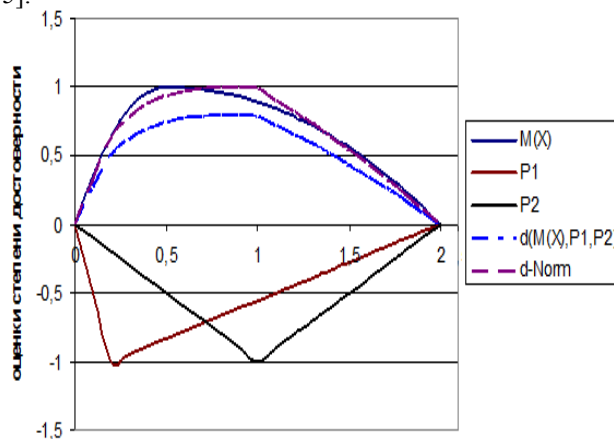


Рисунок 1 – Формирования индекса достоверности при трехкомпонентной неопределенности

Модифицированное управления Такаги-Сугено

Модифицированное управление типа Такаги-Сугено (Т-С управление) реализуется согласно обобщенной схеме, представленной на рис. 2. Как известно, нечеткие величины (здесь и все формы многократной неопределенности) присутствуют только в посылках правил управления, тогда как завершающее решение выбирается на основе детерминированных функций. Степени неопределенности, *индексы достоверности*, характеризующие исследуемые состояния системы, оцениваются весовыми коэффициентами при исчислении интегрального показателя, учитывающего результаты применения каждого из отдельных правил. В модифицированном модуле Т-С управления для каждого из правил вместо степеней принадлежности  $\mu_F(X_* \in \tilde{A}_k(X))$  правил используются обобщенные значения  $d(x)$ , тогда как остальные алгоритмы вычисления достоверности правил

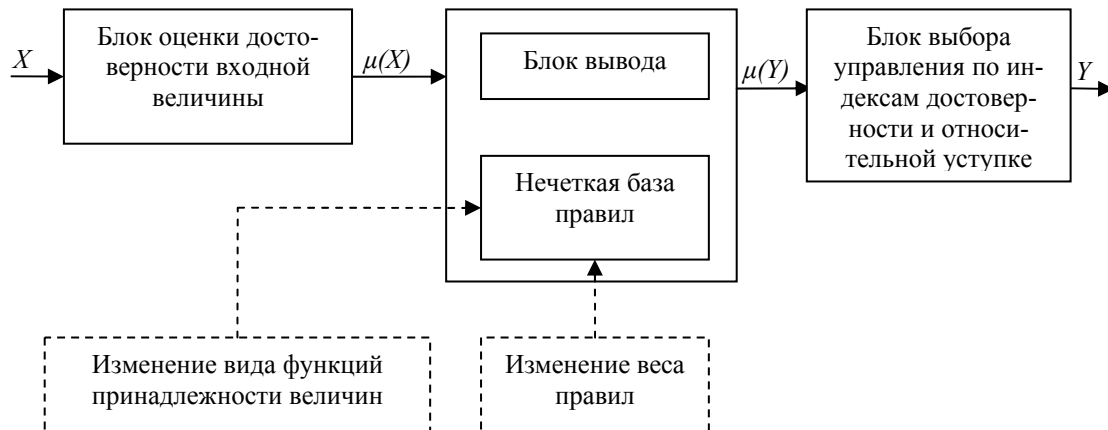


Рисунок 2 – Модифицированное управления Такаги-Сугено на основе индексов достоверности

сохраняются [3, 6]. Качественно новым является метод выбора интегрированного управления, который обобщает результаты отдельных правил и построен на аксиоматике модели компромисса «относительная уступка» [5], вместо модели компромисса «абсолютная уступка», неявно используемой в классической схеме Т-С управления [3, 6].

В модуле многократно неопределенного Т-С управления используется база правил следующего вида:

$$R^{(1)} : IF(x_1 \text{ это } D_1^1 \text{ AND } x_2 \text{ это } D_2^1 \dots \text{ AND } x_n \text{ это } D_n^1),$$

$$THEN y_1 = f^{(1)}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

$$R^{(N)} : IF(x_1 \text{ это } D_1^N \text{ AND } x_2 \text{ это } D_2^N \dots \text{ AND } x_n \text{ это } D_n^N),$$

$$THEN y_N = f^{(N)}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

где  $R(k)$  – отдельные правила;  $D_s$  – обобщенные формы неопределенных, здесь нечетко-статистических или многокомпонентных множеств, которые различны для различных правил. В правой части правил THEN указаны некоторые функции, использующие оценки входных «сигналов»  $X_j$ . Для управления на основе (2) необходимо уметь вычислить оценку для  $X_j$ , а также знать «вес» каждого из правил.

Блок выбора управления предусматривает формирование результирующего значения на основе результатов отдельных правил (2). В частности, результат может соответствовать значению параметра управления, в котором показатель неопределенности имеет лучшие оценки. В базовой схеме управления Такаги-Сугено выходное значение нечеткой модели зависит от ее структуры – базы знаний и параметров: функций принадлежности, реализации логических операций, метода дефазификации, коэффициентов линейных функций в выводах правил. Аксиоматическая форма выбора представлена далее.

Выделенные пунктиром блоки являются необязательными и могут использоваться с целью оптимизации параметров системы. Блок «Изменение вида функций принадлежности величин» включает перемещение функций в пределах заданного диапазона, а также растяжение (сжатие) функции принадлежности. В блоке «Изменение веса правил» проводится подбор веса заданного правила, при котором достигается минимум среднеквадратической невязки выходной характеристики системы.

**Модуль Такаги-Сугено с аксиоматическим нелинейным многокомпонентным управлением**

Правила модуля имеют вид (2), где  $D_s$  – обобщенная модель условий неопределенности, когда оценка степени достоверности входных «сигналов» вычисляется согласно (1). Согласно схеме Т-С управления рассчитываются «степени выполнения правил» – методы Мамдани, Ларсена:

$$W^1 = \begin{cases} \min \{d_{D_1^1}(\bar{x}_1), d_{D_2^1}(\bar{x}_2), \dots, d_{D_n^1}(\bar{x}_n)\} \\ или \\ d_{D_1^1}(\bar{x}_1) \cdot d_{D_2^1}(\bar{x}_2) \cdot \dots \cdot d_{D_n^1}(\bar{x}_n) = \prod_j d_{D_j^1}(\bar{x}_j) \end{cases} \quad (3)$$

Далее по оценкам сигналов  $X_j$  вычисляют правые части (2) – функции

$$\bar{y}_1 = f^{(1)}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \quad (4)$$

Остановимся подробнее на вопросе формирования выходного сигнала модуля управления Сугено, которое выполняется согласно [3, 6]:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{k=1}^N w^k \bar{y}_k}{\sum_{k=1}^N w^k} \quad (5)$$

Структура управления (5) является результатом ак-

сиом предпочтения для выводов отдельных правил, значения которых обобщаются на основе принципа абсолютной уступки [5]. Компромисс (5) приемлем для линейных систем, а его ограничением является отсутствие априорного представления об отношениях между результатами отдельных правил (2) в решении (5).

Рассмотрим другую, мультипликативную, модель компромисса правил (2), соответствующую принципу относительной уступки, которая обеспечивает формирование управления с аксиоматически установленным набором свойств решений согласно (2) [5]. С учетом этих свойств компромисса далее разрабатывается модифицированный метод многократно неопределенного управления Такаги-Сугено, использующий оценки активности правил согласно (1), (3), (4) и мультипликативную модель агрегации выводов правил (2).

Формирование структуры модели для определения компромиссной величины управления типа Такаги-Сугено, а значит и соответствующего метода неопределенного управления при заданных величинах мер неопределенности посылок (1), (2) – (4), заключается в поиске обобщенного функционала на основе учета

всех частных значений (2)  $Y_j(k), j = 1, 2, \dots, m$ . При формулировке модели "справедливого" компромисса  $\{Y_j(k)\}_m$  будем исходить из следующих свойств

управления: симметрия (все  $Y_j$  являются равноправными); учитывается характеристика отклонения групповой оценки, а также величина показателя для каждого  $Y_j : Y_j^* (k_j)$ . Как известно, такой тип компромисса

значений  $Y_j(k), j = 1, 2, \dots, m$  определяется моделью относительной уступки [5]. При определении модели выбора для каждого  $Y_j$  формируется нормируемая характеристика вида

$$\lambda_j = (Y_j^* (k_j) - Y_j^c (k_c)) / \max\{Y_j^*, Y_j^c\}, \quad (6)$$

а компромиссно значение рассчитывается как обобщенная функция вида произведения

$$\prod_{i=1}^b \lambda_i = \prod_{i=1}^m Y_i^c (k_c) \Rightarrow \max_{k_c}, \quad (7)$$

значения которой далее максимизируют в задачах выбора оптимального управления. В (6), (7) через величины  $Y_j$  обозначено значение функции согласно (2), (4),  $k_c$  – номер итерации компромиссной модели (6), для управления Такаги-Сугено  $k_c = 1$ .

С учетом (6), (7) получаем следующий модифицированный метод управления типа Такаги-Сугено:

$$Y = \sum_i \omega_i \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n y_i^{\omega_i}}, \quad (8)$$

где

$n$  – количество активных правил вывода;  $y_i$  – функции выходных величин, полученные в результате выводов по правилу  $i$ ;  $\omega_i$  – степень неопределенности правила « $i$ » (3). При нормировке степеней неопределенности согласно  $\omega_i / \sum \omega_i$  модель (1) упрощается, принимая вид (7). Следует отметить, что модели управления (7), (8) реализуют нелинейную аппроксимацию нечетких (многокомпонентных неопределенных – (1)) величин.

Для реализации предложенных в работе методов и процедур моделирования и управления применены модифицированные средства системы MATLAB [7]. Ее компонент Fuzzy Logic Toolbox поддерживает все фазы разработки нечетких систем и позволяет модифицировать исходный код и создавать собственные функции, адекватные модифицированному Т-С управлению, а также другим формам вывода с многократной неопределенностью данных.

### Сравнительный анализ аддитивной и мультипликативной моделей Т-С управления

На рис. 3 представлены результаты решения задачи по выбору управления на основе линейной и нелинейной нормированных функций F1 и F2, характеризующих некоторые неопределенные величины (например, нечеткую и статистическую). Область допустимых значений F1 и F2 – X в интервале [1; 3]. Зависимости для F1 и F2 указаны на рис. 3, причем для F2 они различаются показателями степени. На рис. 3-(а) показатель степени (3/2), а для рис. 3-(б) он равен 2. Рисунок показывает качественное изменение свойств модели F1+F2, которая для рис. 3-(б) имеет два максимума (F1=0; F1=1). Укажем значения параметров компромисса как максимумов соответствующих функций: рис. 3-(а) по аддитивной модели X=1.4; F1 = 0,2; F2=0,8255; F1+F2 = 1,0255; мультипликативная модель X=1.9; F1= 0,45; F2=0,55303; F1\*F2=0,248863. рис. 3-(б) – аддитивная модель X1=1.0; X2=3.0; F1+F2 = 1,0; мультипликативная модель X=1.8; F1= 0,4; F2=0,5184; F1\*F2=0,20736. Как видно, при аддитивной модели (соответствующей

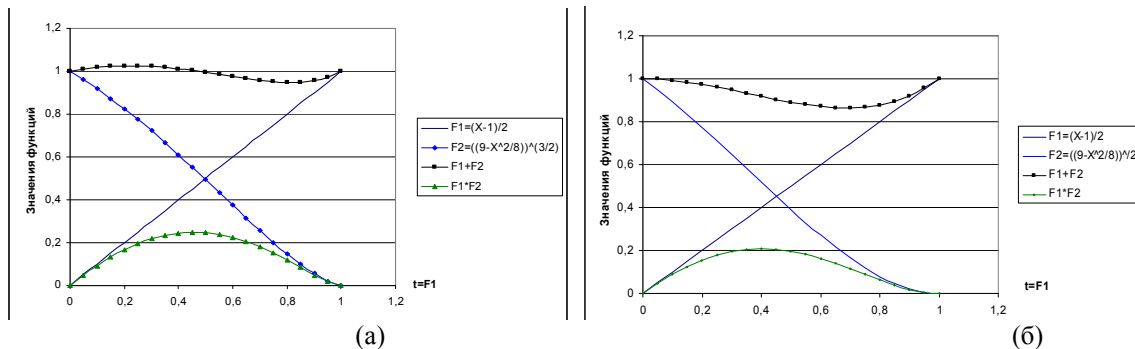


Рисунок 3 – Реализации аддитивной и мультипликативной моделей выбора управления в условиях многокомпонентной неопределенности данных

(5) может иметь место неоднозначное решение, а при мультипликативной – единственное. Параметр  $t=F1$ . Отметим и достаточную устойчивость решения для мультипликативной модели ( $X=1.8$  и  $X=1.9$ ). Если считать  $F1$  и  $F2$  моделями неопределенности правил вывода классического нечеткого модуля Т-С управления [6], то согласно методу Мамдани для рис. 3-(а) было бы получено решение  $X= 1.994$ , а для – рис. 3-(б)  $X=1.9$ .

5. Емельянов С.В., Борисов В.И., Малевиц А.А. Модели и методы векторной оптимизации // В сб. Итоги науки и техники. Техническая кибернетика, т. 5. – М.: Изд. ВИНТИ, 1983. – С. 386 – 448.
6. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление. – М.: Бинум, 2009. – 798 с.
7. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.

## Выводы

Усовершенствован метод нечеткого управления типа Такаги-Сугено применительно к условиям неоднородной и многократной неопределенности. Разработана новая процедура формализации условий моделирования систем при различных типах неопределенности параметров, представленных индексом неопределенности, а также мультипликативный метод формирования результирующего управления.

## Литература

1. Лю Б. Теория и практика неопределенного программирования / Б. Лю; Пер. с англ. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. – 416 с.
2. Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. – М.: Изд-во Машиностроение, 2004. – 378 с.
3. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – М.: Горячая линия-Телеком, 2004. – 452с.
4. Скалозуб В.В. Метод и информационные технологии нечетко-статистического управления // Системні технології. – 2008. – № 1' (50). – С. 120 – 127.

## Резюме

Разработан метод управления типа Такаги-Сугено, который учитывает различные возможные типы неопределенности параметров объектов. Предложена аксиоматическая мультипликативная структура для агрегации результатов вывода отдельных правил

Розроблено метод управління типу Такагі-Сугено, що ураховує різні можливі типи невизначеності параметрів об'єктів. Запропонована аксіоматична мультиплікативна структура для агрегації результатів виводу окремих правил

A management method of Takagi-Sugeno type, which takes into account the possible types of uncertainties in the parameters of objects, is developed. The axiomatic multiplicative structure for collection derivation results of individual rules is proposed

**Ключові слова:** многократная неопределенность данных, управление типа Такаги-Сугено, мультипликативная структура агрегации, нечетко-статистическая величина

Поступила 09.09.2010 г.