

УДК 539.318

Л.Н. БОНДАРЕНКО, канд. техн. наук (ДНУЖТ),  
А.Д. ЖАКОВСКИЙ, канд. техн. наук (директор  
ГП ДОСЖТ), А.С. ПАСИЧНИК (специалист ГП  
ДОСЖТ), О.Л. ЯНГУЛОВА, канд. техн. наук  
(ДНУЖТ), Днепропетровск, Украина

## Сопротивление качению цилиндра по плоскости переменной ширины

*Ключевые слова:* сопротивление, цилиндр, плоскость, пятно контакта.

**Постановка проблемы.** Профиль поперечного сечения зуба звездочек для приводных втулочно-роликовых и втулочных цепей имеет не прямоугольный вид. Вследствие этого давление между поверхностью зуба и роликом будет переменным, а, следовательно, переменным будет и сопротивление качению. Отсутствие аналитических зависимостей для определения коэффициента трения качения не позволяет найти изменения коэффициента трения качения по высоте зуба, а экспериментально находить его величину затруднительно вследствие многообразия профилей зубьев.

Анализ последних исследований и публикаций.

До появления классической работы Г. Герца [1] о проблеме контактного взаимодействия вряд ли смогли появиться теоретические работы о сопротивлении качению.

О. Рейнольдс [2] в 1875 г. опубликовал работу, посвященную сопротивлению качения, в которой утверждает, что источником сопротивления качению является трение скольжения в месте контакта. Если это так, в чем никто не сомневался ввиду непререкаемого авторитета автора, то подшипники качения начали смазывать так же как и подшипники скольжения.

Только в 1955 г. Д. Табор [3] экспериментально доказал, что при напряжениях, не превышающих предела упругости, затраты на скольжение для металлов незначительные.

В [4] получены аналитические зависимости для определения коэффициента трения качения.

При контакте цилиндров (линейный контакт) коэффициент трения качения

$$k = \alpha \frac{2b}{3\pi}, \quad (1)$$

где  $b$  — полуширина пятна контакта в направлении движения, определяемая из известной [5] теории контактных деформаций Герца;  $\alpha$  — коэффициент гистерезисных потерь.

В этой формуле  $\alpha$  оказался не совпадающим с его величиной при растяжении-сжатии и зависящим от большого количества факторов, поэтому эта формула не получила применения в инженерной практике.

В [6] получена экспериментально-аналитическая зависимость для определения коэффициента трения качения

$$k = 0,225be^{-1,2R}, \quad (2)$$

где  $R$  — радиус цилиндра в метрах.

Нетяжело убедиться, что коэффициент гистерезисных потерь в формуле (1) определяется экспонентой в формуле (2).

Целью исследования является определение сопротивления качению цилиндра по плоскости переменной ширины.

**Основной материал исследований.** При схеме касания цилиндр-плоскость, равенстве модулей упругости материалов цилиндра и плоскости, коэффициентах Пуассона равных 0,3 полуширина пятна контакта

$$b(y) = 1,526 \sqrt{\frac{PR}{B(x)E}}, \quad (3)$$

где  $B$  — длина пятна контакта (рис.1).

Естественно, что диаметр цилиндра должен быть таким, чтобы контактные напряжения не превышали допускаемые, т.е.

$$R = \frac{0,418^2 PE}{l\sigma^2}, \quad (4)$$

Если стороны боковой поверхности  $L$  и  $l$ , а высота  $H$ , то на текущей высоте  $h(y)$  длина контакта

$$B(x) = \frac{(L-l)[H-h(y)]}{H} + l, \quad (5)$$

и формула (3) принимает вид

$$b(y) = 0,638 \frac{P}{\sigma} \sqrt{\frac{H}{l[(L-l)(H-h(y)) + Hl]}}, \quad (6)$$

а формула (2) запишется в виде

$$k(y) = 0,1436 \frac{P}{\sigma} \sqrt{\frac{H}{l[(L-l)(H-h(y)) + Hl]}} \exp(-0,21 \frac{PE}{l\sigma^2}). \quad (7)$$

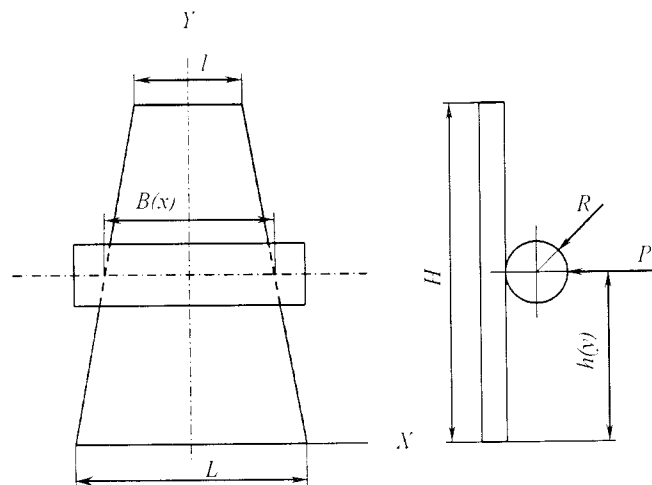


Рис. 1. Расчетная схема к определению сопротивления качения цилиндра по плоскости переменной ширины.

$W(y), \text{H}$   $K(y), \text{мм}$

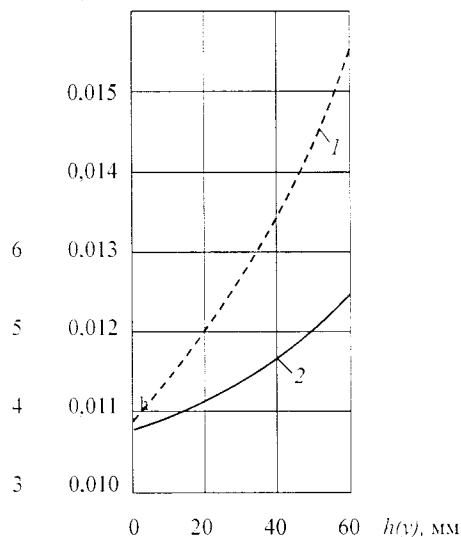


Рис. 2. Изменения коэффициента трения качения (1) и сопротивления качению цилиндра (2) в зависимости от его положения по высоте.

$W(y), \text{H}$   $K(y), \text{мм}$

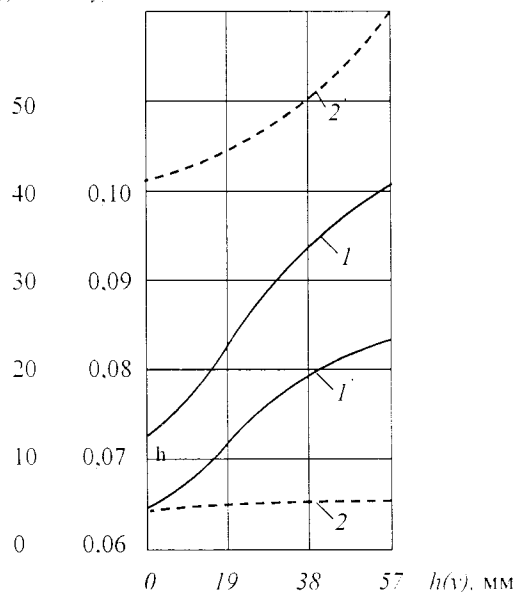


Рис. 3. Изменение коэффициента трения качения (1) и сопротивление качению цилиндра (2) в зависимости от его положения по высоте; цифры без штрихов для выпуклой пластины, со штрихами — для вогнутой.

При известных  $P$  и  $k(y)$  сопротивление качению цилиндра

$$W(y) = \frac{k(y)P}{R}, \quad (8)$$

Если  $P=17,5$  кН;  $E=2,1 \cdot 10^5$  МПа;  $[\sigma]=800$  МПа;  $l=20$  мм, то радиус цилиндра (4) составит  $R=50$  мм.

Изменения коэффициента трения качения (7) и сопротивления качению цилиндра (8) при  $L=40$  мм;  $H=60$  мм (рис.1) в зависимости от положения цилиндра по высоте показаны на рис. 2.

Если цилиндр движется по выпуклой пластине с радиусом выпуклости  $r$ , то радиус цилиндра определяется

из выражения

$$R = \frac{0.418^2 P E r}{l r \sigma^2 - 0.418^2 P E}, \quad (9)$$

и при предыдущих данных его величина в случае  $r=60$  мм составит  $R=306$  мм.

Если цилиндр движется по вогнутой пластине с тем же радиусом  $r$ , то в знаменателе формулы (9) необходимо поставить знак «плюс» и радиус цилиндра при этом составит  $R=27$  мм.

Полуширина пятна контакта на высотах, соответствующих равным длинам пути качения составит

$$b(y) = 1,522 \sqrt{\frac{P}{h(y)E} \frac{rR}{r \pm R}}. \quad (10)$$

Зависимости  $k(y)$  и  $W(y)$  для выпуклой и вогнутой плоскостей в зависимости от места положения цилиндра по высоте, соответствующей одинаковым длинам пути качения для плоскости, показаны на рис. 3.

Анализ полученных формул и графиков на рис. 2 и рис. 3 позволяет сделать следующие *выводы*:

несмотря на линейный закон изменения длины контакта между цилиндром и плоскостью, коэффициент трения качения, а, следовательно, и сопротивление качению цилиндра изменяются нелинейно;

при уменьшении длины пятна контакта в 3 раза при принятых механических константах материалов цилиндра и плоскости коэффициент трения качения и сопротивление качению в начале и конце плоскости отличаются на 30 %;

при неизменной величине допустимых контактных напряжений и соблюдении законов контактных напряжений и деформаций Герца наибольшим сопротивлением качению обладает схема касания цилиндр — цилиндрическая впадина.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hertz H. On the contact of elastic solids — J. reine und angewandte Mathematik, 1882. — S. 156—171.
2. Reynolds O. On rolling friction. — Philos. Trans. Roy. Soc., 1876. — 155 p.
3. Tabor D. The mechanism of rolling friction: the elastic range. — Proc. Roy. Soc., 1955. — p. 198.
4. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. — М.: Мир, 1989. — 510 с.
5. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. — Киев: Наук. думка, 1988. — 736 с.
6. Бондаренко Л.М., Довбня М.П., Ловейкин В.С. Деформационні опори в машинах. — Дніпропетровськ: Дніпро-VAL, 2002. — 200 с.