

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНОЙ ПАРЫ С ПОДВИЖНЫМИ ГРЕБНЯМИ

Михайлов Е.В., Рейдемейстер А.Г., Семенов С.А., Макаров К.В.

## MATHEMATICAL MODELING OF MOVEMENT OF A WHEEL PAIR WITH MOVABLE FLANGES

Mikhailov E., Reidemeister O., Semenov S., Makarov K.

В статье приведены результаты математического моделирования движения одиночной колесной пары с подвижными гребнями в прямых участках пути. Перспективы уменьшения износа гребней колес оценены по снижению удельной работы сил трения в гребневом контакте.

**Ключевые слова:** износ, колесо, моделирование, трение, работа, подвижный гребень.

**Постановка проблемы.** Как показывают расчеты кинематики движения, колесо рельсового экипажа новой конструктивной схемы (с подвижным гребнем) обладает рядом свойств, позволяющих снизить скорость проскальзывания в гребневом контакте и, соответственно, износ контактирующих поверхностей [1, 2]. В связи с этим представляется целесообразным дальнейшее изучение перспектив использования колес новой конструктивной схемы в экипажных частях рельсового транспорта.

Для определения эффективности использования рельсового экипажа с колесами перспективной конструктивной схемы необходимо рассмотреть его динамическое поведение при движении в прямых и кривых участках пути, определить показатели динамических качеств и значения критериев износа гребней колес, сравнив их с соответствующими величинами для традиционных конструкций. Очевидно, что данную задачу возможно осуществить с наименьшими затратами времени и средств посредством математического моделирования.

### Анализ последних исследований и публикаций.

В настоящее время для математического описания движения рельсовых экипажей предложено значительное количество моделей с различной степенью идеализации и детализации систем, подробностей описания реальной геометрии поверхностей катания колес и головок рельсов, а также упруго-диссипативных характеристик связей между элементами систем. Выбор расчетной схемы и состав-

ление уравнений движения колесной пары осуществлялись на основе анализа результатов работ [3-8].

**Результаты исследований.** На первом этапе исследований были изучены особенности динамических характеристик движения в прямом участке рельсового пути одиночной колесной пары с колесами перспективной конструктивной схемы в сравнении с подобными характеристиками движения традиционной колесной пары (ТКП).

Идеализации и допущения при составлении математической модели движения колесной пары были приняты общеизвестными, как и в большинстве исследований в этой области динамики [3, 5, 9-11], т.е. колесная пара, взаимодействующая с рельсовым путем, представлена в виде нелинейной механической системы, состоящей из абсолютно твердых тел, соединенных упругими и диссипативными (вязкого или сухого трения) связями. На рис. 1 представлена расчетная схема колесной пары.

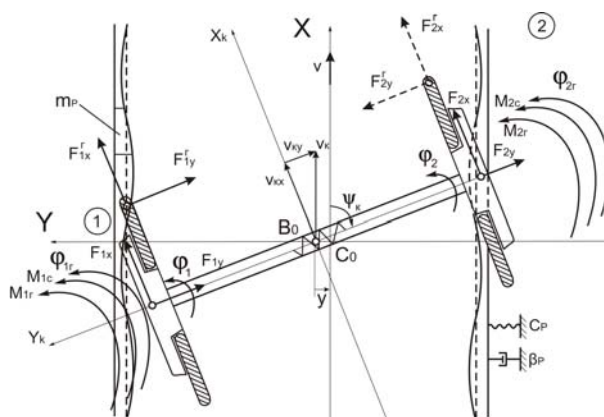


Рис.1. Расчетная схема исследуемой колесной пары

Рельсовый путь представлен в виде балок бесконечной длины, лежащих на однородном упругом

основании. Инерционные характеристики пути учитывались в виде постоянной массы, приведенной к колесу в точке их контакта. В поперечном направлении упруго-вязкие характеристики рельса моделировались пружиной с вязким трением. Горизонтальные продольные перемещения пути а также кручение рельсов вокруг продольной оси не учитывались. Принималось, что до момента касания гребня с боковой гранью рельса отжатие последнего отсутствует, т.е. поперечная составляющая силы трения в контакте колеса с рельсом отжатия последнего не вызывает. Это упрощает решение задачи без существенной потери точности вычислений [12]. Рассматривалось движение колесной пары с постоянной линейной скоростью при отсутствии силы тяги или торможения.

В отличие от традиционной, модель рассматриваемой колесной пары имеет в своем составе два дополнительных элемента (гребни с возможностью независимого вращения относительно соответствующих колес вокруг их общей оси). Форма очертания гребня и поверхности катания колеса приняты линейными с установленной коничностью.

Силовое взаимодействие колеса и соответствующего гребня моделировалось постоянным моментом сопротивления  $M_c$  в узле их сопряжения. Касательные силы взаимодействия колес и рельсов определялись в соответствии с линейной теорией крипа, устанавливающей зависимость этих сил от безразмерных характеристик проскальзываний колес относительно рельсов. Контактное взаимодействие гребней колес с боковыми гранями головок рельсов моделировалось силами сухого трения, величина которых пропорциональна величинам соответствующих направляющих усилий при постоянном коэффициенте трения между гребнем колеса и рельсом. Направление векторов соответствующих сил трения в гребневых контактах определялось в соответствии с кинематическими характеристиками движения колес новой конструктивной схемы [1, 2].

Приняты следующие обозначения независимых переменных:  $y$ —поперечное смещение колесной пары (относ);  $\psi$ —угол поворота колесной пары относительно оси OZ (виляние);  $\phi_0$ —угол поворота оси колесной пары относительно оси OY;  $\phi_i$ —угол поворота  $i$ -го колеса относительно оси OY;  $\phi_i^\Gamma$ —угол поворота гребня  $i$ -го колеса относительно оси OY;  $y_{pi}$ —поперечное смещение  $i$ -го рельса.

Результаты исследований [8, 13] свидетельствуют о том, что силы взаимодействия деформируемых колес и рельсов (тангенциальные силы) могут быть выражены через относительные скорости проскальзывания в точках контакта. Для описания связи этих сил с кинематическими характеристиками движения использована линейная теория Ф. Картера. Согласно [14], касательные силы  $F_{x,y}$  в контакте колеса с рельсом (силы крипа) пропорциональны величине относительного упругого скольжения

(крипа)  $\varepsilon_{x,y}$  сопрягаемых тел или относительной скорости упругого скольжения:

$$F_{x,y} = k \cdot \varepsilon_{x,y} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{x,y} = \frac{v_{ck}}{v} \quad (2)$$

В свою очередь, относительные проскальзывания выражены следующим образом:

- в основном контакте колеса с рельсом в поперечном направлении

$$\varepsilon_{yi} = \frac{1}{v} \cdot \left( \left( \dot{y} - \dot{y}_{Pi} \right) - v \cdot \dot{\psi} - r \cdot \dot{\phi}_i \cdot \dot{\psi} \right), \quad (i=1,2) \quad (3)$$

- в основном контакте колеса с рельсом в продольном направлении

$$\varepsilon_{xi} = \frac{1}{v} \cdot \left[ (-1)^{i-1} \cdot S \cdot \dot{\psi} + (-1)^{i-1} \cdot \frac{v \cdot (y - y_{Pi})}{r} + (-1)^{i-1} \cdot \dot{\phi}_i \cdot \lambda \cdot (y - y_{Pi}) + r \cdot \dot{\phi}_i \right], \quad (i=1,2) \quad (4)$$

Координаты  $\phi_1$  и  $\phi_2$  принимались как малые углы поворота колес относительно общей оси колесной пары при учете ее конечной крутильной жесткости.

Уравнения движения исследуемой колесной пары составлены в следующем виде:

- уравнение относя:

$$m_{kn} \cdot \ddot{y} - F_{1y}^G - F_{2y}^G - F_{1y}^T - F_{2y}^T = 0; \quad (5)$$

где  $F_{1y}^G, F_{2y}^G$ —силы, возникающие в поперечном направлении при набегании гребня колеса на рельс (направляющие усилия), которые задаются следующим образом:

$$F_{1y}^G = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } (y - y_{p1}) \in [-0,007; 0]; \\ -c_p \cdot y - \beta_p \cdot \dot{y}_{p1}, \text{ при } (y - y_{p1}) < -0,007; \end{array} \right\},$$

$$F_{2y}^G = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } (y - y_{p2}) \in [0; 0,007]; \\ -c_p \cdot y - \beta_p \cdot \dot{y}_{p2}, \text{ при } (y - y_{p2}) > 0,007; \end{array} \right\}$$

где  $y_{p1}$ —перемещение левого рельса в поперечном направлении;

$y_{p2}$ —перемещение правого рельса в поперечном направлении.

- уравнение вилияния:

$$J_{OZ} \cdot \ddot{\psi} - F_{1x} \cdot S_1 + F_{2x} \cdot S_2 - F_{1y}^G \cdot S_1^G - F_{2y}^G \cdot S_2^G = 0 ; \quad (6)$$

$S_i$ —расстояние по горизонтали от проекции центра оси колесной пары на горизонтальную плоскость до точки касания поверхности катания колеса и рельса:

$$S_i = S - (-1)^{i-1} \cdot y, \quad (7)$$

$S_i^G$ —предварение касания гребневого контакта:

$$S_i^G = (r_i + h_r) \cdot \operatorname{tg} \psi \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (i=1,2), \quad (8)$$

$r_i$ —текущий радиус качения левого ( $i=1$ ) и правого ( $i=2$ ) колеса:

$$r_i = r + (-1)^i \cdot y \cdot \lambda. \quad (9)$$

Ввиду учета в модели конечной торсионной жесткости оси колесной пары, отдельно составлены уравнения вращения левого и правого колес:

$$J_{OY} \cdot \ddot{\varphi}_i + (-1)^i \cdot \beta_o \cdot \left( \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 \right) + (-1)^i \cdot c_o \cdot \left( \varphi_1 - \varphi_2 \right) - F_{ix} \cdot r_i + M_{c_i} = 0 \quad (i=1,2) \quad (10)$$

$M_{c_i}$ —моменты сопротивления в узле сопряжения левого и правого колес и соответствующих подвижных гребней.

Выражения для моментов сопротивления в узлах сопряжения колес и гребней в общем случае определяются в виде

$$M_{c_i} = M_o \cdot \operatorname{sign}(\dot{\varphi}_0 + \dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_i^G), \quad (i=1,2), \quad (11)$$

где  $M_o$ —максимальное значение момента сопротивления;

При решении задачи численными методами для устранения существенной нелинейности функций (11) аппроксимируем их в виде

$$M_{c_i} = M_o \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\dot{\varphi}_0 + \dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_i^G}{\zeta}; \quad (i=1,2), \quad (12)$$

где  $\zeta$ —постоянная малая величина.

Уравнения вращения гребней колес:

$$J^G \cdot \ddot{\varphi}_i^G - M_{c_i} + M_i^G = 0, \quad (i=1,2), \quad (13)$$

где  $M_i^G$ —моменты сил трения, действующих на левый и правый гребень в продольной вертикальной плоскости

$$M_i^G = \mu \cdot F_{iy}^G \cdot r_i^G \quad (i=1,2), \quad (14)$$

где  $r_i^G$ —плечо действия составляющей силы трения гребня по рельсу в продольной вертикальной плоскости.

Уравнения поперечного перемещения рельсов [4]:

$$m_p \cdot \ddot{y}_{p_i} + c_p \cdot y_{p_i} + \beta_p \cdot \dot{y}_{p_i} = -F^G_{y_i} \quad (i=1,2). \quad (15)$$

Интегрирование составленной системы дифференциальных уравнений движения колесной пары производилось с использованием математического пакета MATLAB.

Значения исходных данных, принятых для расчета, соответствуют основным показателям колесной пары грузового вагона и представлены в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные

№	Наименование	Обозначение	Величина	Размерность
1	Масса: - колесной пары (с гребнями) - подвижного гребня	$m_{КП}$	1200	кг
		$m_r$	50	кг
2	Коэффициент крива: - в продольном направлении - в поперечном направлении	$k_{прод}$	$5 \cdot 10^6$	
		$k_{попер}$	$5 \cdot 10^6$	
3	Момент инерции колесной пары: - относительно оси оу - относительно оси оз  Момент инерции гребня относительно оси оу	$J_{OY}$	105	$кг \cdot м^2$
		$J_{OZ}$	1100	$кг \cdot м^2$
		$J^G$	3	$кг \cdot м^2$
4	Конусность поверхности катания колеса	$\lambda$	1/20	
5	Радиус круга катания колеса	$r$	0,475	м
6	Половина расстояния между кругами катания	$S$	0,79	м
7	Приведенная масса рельса	$m_p$	250	кг
8	Поперечная жесткость рельса	$c_p$	$10^8$	Н/м
9	Демпфирование рельса в поперечном направлении	$\beta_p$	$2 \cdot 10^4$	$H \cdot с/м$
10	Угол наклона образующей	$\beta$	1,05	рад

	гребня колеса			
11	Коэффициент трения между гребнем колеса и рельсом	$\mu$	0,25	
12	Крутильная жесткость оси коелсной пары	$c_o$	$10^7$	Н/м
13	Коэффициент демпфирования оси при скручивании	$\beta_o$	$2 \cdot 10^5$	$H \cdot c / M$

Ниже представлены некоторые результаты расчетов движения колесной пары по прямому участку пути.

На рис. 2 представлен ряд характеристик извилистого движения колесной пары с колесами новой конструктивной схемы. Преимущество применения подвижных гребней колес заключается в том, что при взаимодействии такого гребня с рельсом угловая его скорость будет несколько меньшей, чем угловая скорость колеса, вследствие чего значение пути проскальзывания гребня по боковой грани головки рельса будет меньше по сравнению с колесной парой традиционной конструкции. Соответственно может быть уменьшена и работа сил трения в гребневых контактах.

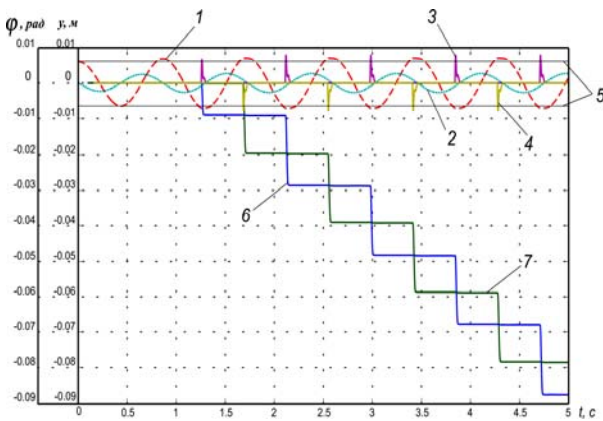


Рис. 2. Некоторые характеристики движения колесной пары с колесами новой конструктивной схемы по прямому участку пути: 1 – относ ( $y$ , мм); 2 – виляние ( $\psi$ , рад); 3 – импульсы направляющих усилий, действующих на гребень левого колеса ( $F_{1y}^r$ ); 4 – то же для гребня правого колеса ( $F_{2y}^r$ ); 5 – условные границы суммарного зазора рельсовой колес в прямом участке пути; 6 – разница между накопленными углами поворота колесной пары и левого подвижного гребня ( $\varphi_1^r$ , рад); 7 – то же для правого подвижного гребня ( $\varphi_2^r$ , рад).

При изучении особенностей движения колесной пары с подвижными гребнями колес представляет интерес определение зависимости параметров движения ее элементов от величины значения  $M_0$ , характеризующего сопротивление в сопряжении подвижного гребня с колесом. В проведенных расчетах рассматривались значения  $M_0$  от 0 до макси-

мальной его величины, препятствующей повороту гребня относительно колеса при любых условиях движения.

На рис. 3 для примера показана зависимость разницы между накопленными углами вращения оси колесной пары и левого подвижного гребня  $\varphi_1^r$  от линейной скорости движения колесной пары в диапазоне от 10 до 100 км/ч при максимальном значении момента сопротивления  $M_0 = 200$  Н/м за время движения 10 сек.

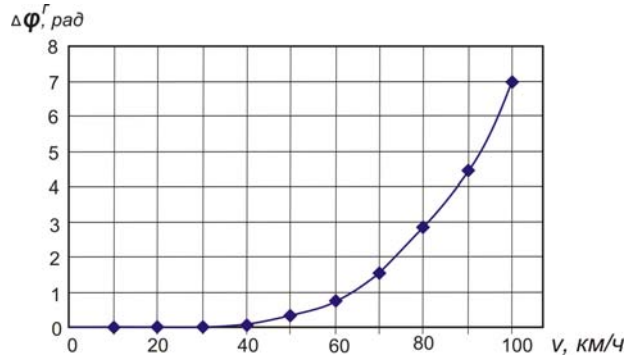


Рис. 3. Зависимость  $\Delta\varphi_1^r$  от скорости движения ( $t=10$  сек,  $M_0 = 200$  Н/м).

Для фиксированной скорости движения ( $v = 20$  м/с) при возрастании значения момента сопротивления  $M_0$  до максимальной величины, препятствующей повороту гребня относительно колеса при любых условиях движения, зависимость разницы между накопленными углами поворота оси колесной пары и левого гребня  $\Delta\varphi_1^r$  за время движения 10 сек. от величины  $M_0$  выглядит следующим образом (рис. 4).

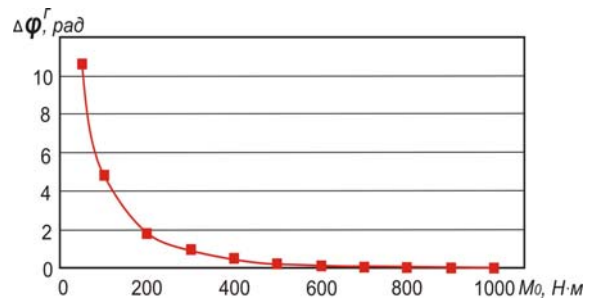


Рис.4. Зависимость  $\Delta\varphi_1^r$  от  $M_0$  ( $t=10$  сек,  $v = 20$  км/ч).

Величина  $\Delta\varphi_1^r$  может быть пересчитана в величину снижения суммарного пути трения подвижного гребня колеса по боковой грани головки рельса.

В ряде исследований, например [15, 16], оценку снижения износа контактирующих тел предложено

проводить с помощью достаточно часто используемого энергетического критерия, представляющего собой работу  $A$  сил трения в гребневом контакте, приходящуюся на единицу пройденного пути  $L$

$$\Phi = A/L, \quad (16)$$

Мы также принимаем этот вид критерия износа для сравнительной оценки износа колес новой и традиционной конструктивной схемы.

Величину снижения работы сил трения в гребневом контакте при использовании колес новой конструктивной схемы в сравнении с колесами традиционной конструкции мы можем определить умножая величину  $\Delta\Phi_1^r$  на усредненное по каждому импульсу действия направляющего усилия значение воздействующего на соответствующий гребень момента сил трения в гребневом контакте.

На рис.5 приведены графики, представляющие зависимость снижения величины выбранного критерия износа, исходя из снижения работы сил трения в гребневом контакте одного из колес новой конструктивной схемы, в зависимости от максимального значения момента сопротивления  $M_0$  при разных скоростях движения колесной пары за время движения  $t = 10$  с.

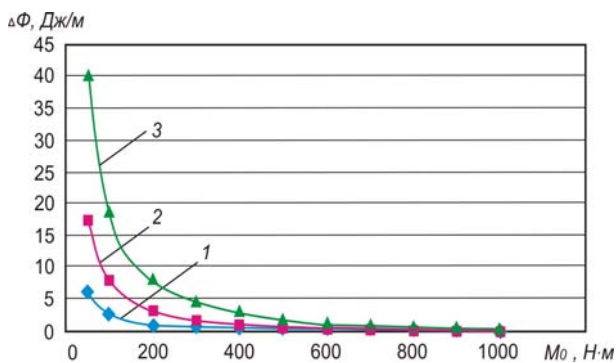


Рис. 5. Зависимость уменьшения величины критерия износа в гребневом контакте от  $M_0$  (за время  $t = 10$  с) при скорости движения: 1 – 15 м/с; 2 – 20 м/с; 3 – 25 м/с.

Анализ графиков на рис.3-5 показывает, что с увеличением момента сопротивления в узле сопряжения колеса и подвижного гребня, угол поворота последнего относительно соответствующего колеса за рассматриваемый период движения колесной пары уменьшается. При этом возрастает путь трения гребня по рельсу при их контактировании и, соответственно, снижается выигрыш в уменьшении удельной работы сил трения в гребневом контакте в сравнении с колесом традиционной конструктивной схемы.

**Выводы.** Результаты, полученные при математическом моделировании движения колесной пары с колесами новой конструктивной схемы по прямым участкам пути, показывают, что важным преимуществом использования колес такой конструк-

тивной схемы является меньшая величина работы сил трения в гребневых контактах, что дает основание ожидать меньших величин износа взаимодействующих поверхностей (гребней и боковых граней головок рельсов) а также уменьшения сопротивления движению рельсовых экипажей и энергозатрат на тягу поездов, по сравнению с соответствующими показателями экипажей с колесными парами традиционной конструкции. Результаты данного этапа исследований свидетельствуют о необходимости дальнейшего изучения особенностей движения рельсовых экипажей с колесами новой конструктивной схемы не только в прямых, а и в кривых участках пути, где ожидается более ощутимый эффект от применения усовершенствованных ходовых частей.

### Л и т е р а т у р а

1. Михайлов Е.В., Слащев В.А., Семенов С.А. Снижение кинематического проскальзывания по рельсу колеса рельсового экипажа с подвижным гребнем // Вестник ВНУ им.В.Даля. – 2013. – № 18 (207), (Ч. 1). – С.28-34.
2. Evgeniy Mikhailov, Stanislav Semenov, Evgenia Panchenko. The possibility of reducing kinematic slip with two-point contacting with rail wheel railway vehicle. // TEKA Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture Vol. 13, No. 1, Poland 2013. – pp. 139 – 145.
3. Голубенко А.Л. Сцепление колеса с рельсом. - Луганск: ВУГУ, 1999. - 476 с.
4. Ткаченко В.П. Кинематическое сопротивление движению рельсовых экипажей.- Луганск: Изд-во ВУГУ, 1996.- 200 с.
5. Вершинский С.В., Данилов В.Н., Хусидов В.Д. Динамика вагона: Учебник для вузов ж. – д. трансп./ Под ред. Вершинского С.В. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
6. Бурчак Г.П. Совершенствование методики исследования свободных боковых колебаний экипажей // Фундаментальные проблемы динамики и прочности подвижного состава, Вып. 912, М.-Моск. гос. ун-т путей сообщения, 1997.-С. 3-12.
7. Винник Л.В. Проблемы механики подвижного состава с новыми конструкциями колесных пар. - Дисс. доктора техн. наук. - М., МИИТ, 2006.-720с.
8. Гарг В.К., Дуккипати Р.В. Динамика подвижного состава: Пер. с англ./ Под ред. Панькина Н.А. М.: Транспорт, 1988. 391 с.
9. К вопросу о характере движения колесной пары в кривых участках железнодорожного пути / Елбаев Э.П.; Харьковский политехнический институт. – Харьков, 1989. – 25 с.
10. Голубенко А.Л., Кашура А.Л., Полищук В.А. Математическое моделирование движения колесной пары в рельсовой колее произвольного профиля // VII Международная научно-практическая конференция «Проблемы развития рельсового транспорта».—Крым: Ливадия, 1997.—С.31-32.
11. Винник Л.В. Математическое моделирование колеса дифференциального вращения (КДВ) // Материалы X Международной научно-технической конференции. Вестник ВУГУ № 7 (29).- Луганск: ВУГУ, 2000,- С. 67-76.
12. Маслиев В.Г. Динамика локомотивов с устройствами, уменьшающими износ бандажей колес. –Харьков: НТУ «ХПИ», 2008. – 288 с.

13. Результаты теоретических исследований ходовых качеств локомотива с опытной подрезиненной колесной парой и теплового состояния ее амортизаторов: Отчет о НИР / Рук. А.Л. Голубенко, Ворошиловградский машиностроительный институт. Ворошиловград, 1988, 463 с.
14. Carter F.W. On the action of locomotive driving wheel // Proc. Roy. Soc. – Ser.A. – 1926. V.112. – P.151-157.
15. Афанасов, А. М. Анализ влияния условий сцепления на фактор износа гребней колесных пар локомотивов / А. М. Афанасов, А. И. Кийко, С. В. Арпуль // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту заліз. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Д., 2012. – Вип. 41. – С. 71–74.
16. Рейдемейстер О.Г. Вплив параметрів ходових частин та форми профілю поверхні катання коліс на динамічні показники вантажних вагонів та знос в парі "колесо-рейка": дис. канд. тех. наук. - Дніпропетровськ, 2000, -185 с.

### References

1. Mikhailov E.V. Snigienie kinematičeskogo proskal'zuvaniya po rel'su koleasa rel'sovogo ekipaga s podviznym grebnem / Mikhailov E.V., Slashov V.A., Semenov S.A. // Vestnik VNU im. V. Dalja. – 2013. – № 18 (207), (Ч. 1). – С.28-34.
2. Evgeniy Mikhailov, Stanislav Semenov, Evgenia Panchenko. The possibility of reducing kinematic slip with two-point contacting with rail wheel railway vehicle. // TEKA Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture Vol. 13, No. 1, Poland 2013. – pp. 108 – 112.
3. Golubenko A.L. Scepłenie koleasa s rel'som.—Lugansk: VUGU, 1999.—476 s.
4. Tkachenko V.P. Kinematičeskoe soprotivlenie dvizheniju rel'sovyh ekipazhej.- Lugansk: Izd-vo VUGU, 1996.- 200 s.
5. Verzhinskij S.V., Danilov V.N., Husidov V.D. Dinamika vagona: Učebnik dlja vuzov zh. – d. transp./ Pod. red. Verzhinskogo S.V. – 3-e izd., pererab. i dop. – M.: Transport, 1991. – 360 s.
6. Burchak G.P. Sovershenstvovanie metodiki issledovaniya svobodnyh bokovyh kolebanij jekipazhej // Fundamental'nye problemy dinamiki i prochnosti podvizhnogo sostava, Vyp. 912, M.—Mosk. gos. un-t putej soobshhenija, 1997.—S. 3-12.
7. Vinnik L.V. Problemy mehaniki podvizhnogo sostava s novymi konstrukcijami kolesnyh par. - Diss. doktora tehničeskikh nauk. - M., MIIT, 2006.-720 s.
8. Garg V.K., Dukkipati R.V. Dinamika podvizhnogo sostava: Per. s angl./ Pod red. Pan'kina H.A. M.: Transport, 1988. 391 s
9. K voprosu o haraktere dvizhenija kolesnoj pary v krivyh uchastkah zheleznodorozhnogo puti / Elbaev Je.P.; Har'kovskij politehničeskij institut. – Har'kov, 1989. – 25 s.
10. Golubenko A.L., Kashura A.L., Polishhuk V.A. Matematičeskoe modelirovanie dvizhenija kolesnoj pary v rel'sovoj kolee proizvol'nogo profilja // VII Mezhdunarodnaja nauchno-praktičeskaja konferencija «Problemy razvitija rel'sovogo transporta».—Krym: Livadija, 1997.—S.31-32.
11. Vinnik L.V. Matematičeskoe modelirovanie koleasa differencijalnogo vrashhenija (KDV) // Materialy X Mezhdunarodnoj nauchno-tehničeskoj konferencii.

Vestnik VUGU № 7 (29).- Lugansk: VUGU, 2000,- S. 67-76.

12. Masliev V.G. Dinamika lokomotivov s ustrojst-vami, umen'shajushimi iznos bandazhej koles. –Har'kov: NTU «HPI», 2008. – 288 s.
13. Rezul'taty teoreticheskih issledovanij hodovyh kachestv lokomotiva s opytnoj podrezinenoj ko-lesnoj paroj i teplovogo sostojaniya ee amortiza-torov: Otchet o NIR / Ruk. A.L. Golubenko, Voro-shilovgradskij mashinostroitel'nyj institut. Voroshilovgrad, 1988, 463 s.
14. Carter F.W. On the action of locomotive driving wheel // Proc. Roy. Soc. – Ser.A. – 1926. V.112. – P.151-157.
15. Afanasov, A. M. Analiz vlijaniya uslovij scepłeniya na faktor iznosa grebnej kolesnyh par lokomotivov / A. M. Afanasov, A. I. Kijko, S. V. Arpul // Visnik Dnipropetr. nac. un-tu zalizn. transp. im. akad. V. Lazarjana. – D., 2012. – Vip. 41. – S. 71–74.
16. Rejdemejster O.G. Vpliv parametriv hodovyh chastin ta formi profilju poverhni katannja kolis na dinamichni pokazniki vantazhnyh vagoniv ta znos v pari "koleso-rejka": dis. kand. teh. nauk. - Dnipropetrovs'k, 2000, - 185 s.

**Михайлов С.В., Рейдемейстер О.Г., Семенов С.О., Макаров К.В. Математичне моделювання руху колісної пари з рухомими гребенями.**

*У статті приведені результати математичного моделювання руху одиночної колісної пари з рухомими гребенями в прямих ділянках колії. Перспективи зменшення зносу гребенів коліс оцінені по зниженню питомої роботи сил тертя в гребневому контакті.*

**Ключові слова:** знос, колесо, моделювання, тертя, робота, рухливий гребінь.

**Mikhailov E., Reidemeister O., Semenov S., Makarov K. Mathematical modeling of movement of a wheel pair with movable flanges.**

*The paper identifies the results of mathematical simulation a motion of single wheel pair are resulted with mobile combs in the direct areas of way. The prospects of diminishing of wear of combs of wheels are appraised on the decline of specific work of forces of friction in in flange contact.*

**Keywords:** wear, wheel, simulation, friction, work, mobile flanges.

**Михайлов С.В.** – к.т.н., доцент кафедри «Організація перевезень і управління на залізничному транспорті» СХУ ім. В. Даля, м.Луганськ. e-mail: evgmi@yandex.ru.

**Рейдемейстер О.Г.** – к.т.н., доцент, кафедри «Вагони» Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна.

**Семенов С.О.** – аспірант кафедри «Організація перевезень і управління на залізничному транспорті» СХУ ім. В. Даля, м.Луганськ. e-mail: semen\_opugt@mail.ru.

**Макаров К.В.** – начальник конструкторсько-технологічного відділу по вагонобудуванню ПАТ НВЦ «Трансмаш», м.Луганськ.

Рецензент: д.т.н., проф. Нечаєв Г.І.

Стаття подана 22.02.2013