

## **Вплив опору коченню на амплітуди коливань візків Бондаренко Л. М., Колбун В. В., Жаковський О. Д.**

*Доведено, що врахування опору тертя коченню в ходових частинах різко зменшує амплітуду коливань.*

**Ключові слова:** опір коченню, амплітуди коливань візків, рівняння руху, внутрішня, зовнішня обойми.

*Доказано, что учет сопротивления трения качению в ходовых частях резко уменьшает амплитуду колебаний.*

**Ключевые слова:** сопротивление качению, амплитуды колебаний тележек, уравнения движения, внутренняя, внешняя обоймы.

*It is well-proven that taking into account of resistance of friction to wobbling in working parts sharply diminishes amplitude of vibrations.*

**Key words:** resistance to wobbling, amplitudes of vibrations of light carts, equalization of motion, internal, external holders.

Вступ. Звичайно при рішенні задач на вільні та вимушені коливання опором кочення задаються орієнтовно, через коефіцієнт тертя кочення. Також враховується тертя в підшипниках, звичайно через коефіцієнт опору, який є похідною величиною від коефіцієнта тертя кочення.

Уточнення амплітуд коливань, встановлення умов по недопущенню резонансних явищ і обмеження амплітуд вимагають знань аналітичних залежностей між опором коченню та головними геометричними розмірами та механічними константами матеріалів контактуючих тіл.

Аналіз досліджень. Зараз опір коченню знаходиться або через експериментальні величини коефіцієнта тертя кочення, або з використанням абсолютної величини опору. Це заважає вести цілеспрямовані дії по зменшенню опору коченню або регулюванню за допомогою величини опору амплітуд коливань.

Ціль статті. Встановити, з використанням аналітичних залежностей щодо визначення опору коченню, вплив тертя кочення на амплітуди коливань візків з канатною відкаткою та співвідношень між опором коченню при обертанні зовнішньої та внутрішньої обойм підшипників кочення.

Матеріал досліджень. Амплітуда коливань візка з канатною відкаткою визначається звичайно з метою знаходження як амплітуд коливань візка, так і динамічних навантажень в канаті [1].

При рішенні задачі приймаємо допущення, які звичайно приймаються, крім того, що не будемо нехтувати опором коченню коліс.

Оберемо початок координат в точці  $O$  та приймемо напрямок осі  $x$  в бік, як показано на рис.1.

Рівняння руху візка з урахуванням коефіцієнта опору руху  $w$  запишімо у вигляді

$$\ddot{x} + p^2 \cdot x \pm \frac{g \cdot w}{1 + \gamma} = 0, \quad (1)$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт, який враховує обертальні маси;  $p^2 = c / (1 + \gamma) \cdot G$ ;  $G$  – загальна маса візка. Особливістю рівняння (1) є те, що перед третій складовий може бути як знак «плюс» так і знак «мінус».

У перший інтервал руху, що починається в момент  $t=0$  і  $x=A_0$ , а  $\dot{x}=0$  швидкість від’ємна і потрібно поставити знак «мінус». Тоді рівняння (1) буде мати вигляд:

$$\ddot{x} + p^2 \cdot x - a \cdot p^2 = 0, \quad (2)$$

де  $a = g \cdot G \cdot w / c$  (м).

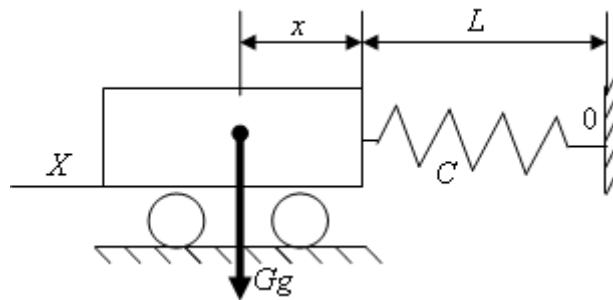


Рис.1. Розрахункова схема для визначення амплітуд коливань візка з канатною відкаткою

Рішення цього рівняння при вказаних початкових умовах

$$x = (A_0 - a) \cdot \cos p \cdot t + a; \quad (3)$$

швидкість дорівнює

$$V = \dot{x} = -(A_0 - a) \cdot p \cdot \sin p \cdot t. \quad (4)$$

Із (4) очевидно, що коли аргумент  $pt$  стає рівним  $\pi$  швидкість обертається в нуль, тобто візок досягає свого крайнього правого положення і це відхилення дорівнює

$$A_1 = (A_0 - a) \cdot \cos \pi + a = -A_0 + 2 \cdot a, \quad (5)$$

і за абсолютною величиною воно менше початкового на величину  $2 \cdot a = 2 \cdot g \cdot G \cdot w / c$ .

Якщо абсолютна величина  $A_1$  задовольняє нерівності  $c \cdot |A_1| > g \cdot w / (1 + \gamma)$  (або  $|A_1| > a$ ), тоді сила пружності каната більше сил тертя і візок почне рухатись в бік позитивних значень  $x$ .

Звичайно, що рівняння руху для цього випадку буде мати вигляд

$$\ddot{x} + p^2 \cdot x + a \cdot p^2 = 0. \quad (6)$$

Якщо змістити початок відліку часу і початкові умові прийняти у вигляді  $t=0$ ;  $x=A_1$ ;  $\dot{x}=0$ , тоді рішення рівняння (2) отримаємо у вигляді

$$x = (A_1 + a) \cdot \cos p \cdot t - a. \quad (7)$$

Неважко переконатись, що  $A_2 = -A_1 - 2a$  або  $A_2 = A_0 - 4a$ .

Із цього бачимо, що за один період коливань амплітуда зменшується на одну і ту ж величину  $4a$  і послідовність амплітуд утворює арифметичну прогресію і огинаючи буде пряма лінія.

Таким чином, якщо відома амплітуда  $A_2$  коливань в кінці першого періоду, то можна записати, що  $A_0 - A_2 = 4a$  і

$$A_0 - A_2 = \frac{4 \cdot g \cdot G \cdot w}{c} . \quad (8)$$

Із цього рівняння може бути знайдена величина коефіцієнта опору руху візка

$$w = \frac{(A_0 - A_2) \cdot c}{4 \cdot g \cdot G} . \quad (9)$$

Маючи теоретичну чіткість, ця формула має суттєвий практичний недолік: витрати енергії на внутрішнє тертя в канаті можуть суттєво вплинути на точність визначення величини  $w$ . Тому спробуємо використати цю формулу в інших цілях.

У [2] доведено, що коефіцієнт тертя кочення колеса по рейці з великою достовірністю може бути знайдено аналітично через півширину плями контакту  $b$ , яка знаходиться з використанням теорії контактних деформацій Герца.

При лінійному контакті [2]

$$k = 0,225 \cdot b \cdot e^{-1,2 \cdot R} , \quad (10)$$

При точковому

$$k = 0,16 \cdot b \cdot e^{-0,2 \cdot R} , \quad (11)$$

де  $R$  – в метрах.

Оскільки величина  $w$  звичайно знаходиться з виразу [1]

$$w = \frac{\mu \cdot d + 2 \cdot k}{2 \cdot R} \cdot k_p = \frac{\mu \cdot d}{2 \cdot R} \cdot k_p + \frac{k}{R} \cdot k_p ,$$

то формулу (9) можна записати у вигляді

$$\frac{\mu \cdot d}{2 \cdot R} \cdot k_p + \frac{k}{R} \cdot k_p = \frac{(A_0 - A_2) \cdot c}{4 \cdot g \cdot G} ,$$

а підставивши сюди величину  $k$  із (10) можна знайти величину  $k_p$

$$k_p = \frac{(A_0 - A_2) \cdot c \cdot R}{4 \cdot g \cdot G \cdot (\mu \cdot \frac{d}{2} + 0,225 \cdot b \cdot e^{-1,2 \cdot R})} \quad (12)$$

при рейці з плоскою головкою, а при рейці з закругленою головкою

$$k_p = \frac{(A_0 - A_2) \cdot c \cdot R}{4 \cdot g \cdot G \cdot (\mu \cdot \frac{d}{2} + 0,16 \cdot b \cdot e^{-0,2 \cdot R})} . \quad (13)$$

Нагадаємо що величина  $\mu$  в цих формулах – коефіцієнт тертя підшипників, приведений до цапфи. Оскільки в підшипниках кочення може обертатися як внутрішня, так і зовнішня обойми при нерухомій відповідно зовнішній і внутрішній, то невідомо яку величину  $d$  підставляти в формули (12) і (13).

Якщо коефіцієнт тертя кочення шарика або ролика по зовнішній обоймі  $k_{23}$ , а по внутрішній  $k_{13}$ , то момент необхідний для обертання підшипника у випадку обертання внутрішній обойми (зовнішня обойма нерухома)

$$M_1 = \frac{P \cdot (k_{13} + k_{23}) \cdot D_{вн}}{d_{ш}} ,$$

де  $D_{вн}$  – діаметр доріжки кочення внутрішньої обойми,  $d_{ш}$  – діаметр шарика.

При обертанні зовнішньої обойми

$$M_2 = \frac{P \cdot (k_{13} + k_{23}) \cdot D_{\text{зов}}}{d_{\text{и}}} .$$

У випадку обертання, наприклад, внутрішньої обойми та діаметрі колеса  $D$  опір його обертанню

$$w_1 = P \cdot (k_{13} + k_{23}) \cdot \frac{D_{\text{зов}}}{D \cdot d_{\text{и}}} = P \cdot \frac{\mu \cdot d}{D} . \quad (14)$$

Із цього рівняння можна вивести, що коефіцієнт  $\mu$ , наведений в довідковій літературі є не що інше як

$$\mu = \frac{k_{13} + k_{23}}{d_{\text{и}}} , \quad (15)$$

і під терміном «цапфа» при обертанні внутрішньої обойми необхідно розуміти діаметр доріжки кочення, тобто  $d = D_{\text{вн}}$ ; при обертанні зовнішньої обойми  $d = D_{\text{зов}}$ .

Оскільки величина коефіцієнта тертя кочення може бути знайдена аналітично, то із формули (12) можна визначити  $\mu$

$$\mu = \left[ \frac{(A_0 - A_2) \cdot c \cdot R}{4 \cdot g \cdot G \cdot k_p} - k \right] \cdot \frac{1}{2 \cdot d} . \quad (16)$$

Аналіз отриманих формул дозволяє зробити наступні висновки:

- запропоновані формули, які враховують опір коченню на амплітуди коливань, дозволять прискорити розрахунки та дати більш точні залежності впливу різних факторів на амплітуди;
- як і слід було чекати, врахування тертя кочення в ходових частинах різко зменшує амплітуду коливань.

## Література

1. Расчет и конструирование горных транспортных машин и комплексов / Штокман И.Г., Кондрахин П.М., Маценко В.Н. и др. – М.: Недра, 1975. – 464 с.
2. Бондаренко Л.М., Довбня М.П., Ловейкін В.С. Деформаційні опори в машинах. – Дніпропетровськ: VAL – Дніпро, 2002. – 200 с.

**Бондаренко Л. М., Колбун В. В.**

Дніпропетровський національний університет  
залізничного транспорту ім. ак. В. Лазаряна

**Жаковський О. Д.**

Дніпропетровський орган з сертифікації залізничного транспорту