

## РОЗРАХУНОК ЧАСТОТ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ МЕТАЛЕВИХ АРОЧНИХ МОСТІВ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Наведено розрахунок частот вільних коливань методом скінченних елементів металевого арочного моста через р. Старий Дніпро у місті Запоріжжя та експериментальної моделі (арка з їздою низом). Описана розрахункова схема методом скінченних елементів. Проведено порівнювальний аналіз результатів розрахунку (МКЕ) з результатами випробувань, а також розрахунку конструкції за методикою, що пропонується авторами.

Приведен расчет частот собственных свободных колебаний методом конечных элементов металлического арочного моста через р. Старый Днепр в городе Запорожье и экспериментальной модели (арка с ездой поверху). Описана расчетная схема методом конечных элементов. Проведен сравнительный анализ результатов расчета (МКЭ) с результатами испытаний данного моста и в том числе с расчетом по предлагаемой авторами методике.

The article provides calculation by the finite elements method of frequencies of own free fluctuations of the metal arch bridge over Saryi Dnepr river in the city of Zaporozhye, and that of the experimental model (an arch with the traffic on top). The calculation chart has been described by the finite elements method. Comparative analysis has been performed of the calculation results (FEM) with results of this bridge actual testing, including calculation according to the method proposed by the authors.

Дослідженню було піддано конструкцію металевого арочного мосту через ріку Старий Дніпро у місті Запоріжжя [4] та моделі «гнучка арка з балкою жорсткості» з їздою низом. Мостовий перехід у місті Запоріжжя являє собою систему гнучка арка з пружною балкою з їздою верхом. Мостовий перехід умовно можна поділити на три частини: берегові естакади (права і ліва) та русловий

арочний прогін. Арочний прогін складається з металеві арки кругового обрису ( $R=190$  м), металеві балки жорсткості (система поздовжніх та поперечних двотаврових зварних балок), яка спирається через стояки на арку, та залізобетонної плити автопроїзду жорстко з'єднаної з балкою жорсткості через пружні упори по верхньому поясу поздовжніх балок. Схема мостового переходу наведена на рис. 1.

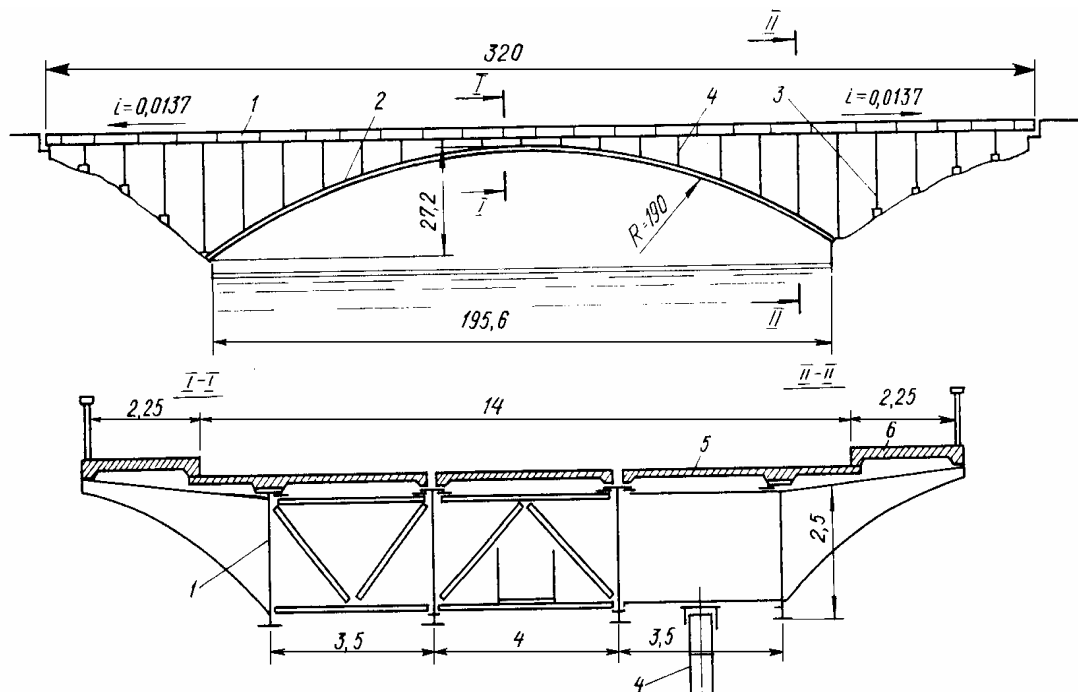


Рис. 1. Схема арочного моста «гнучка арка з балкою жорсткості» їздою верхом та поперечний перетин балки жорсткості

Модель арки має такі геометричні характеристики: прогін арки  $L = 4$  м; арка прямокутного перетину

$$A = A_0 / \cos \alpha,$$

де  $A_0 = 3,80 \text{ см}^2$  – площа перетину арки в замку.

стріла арки  $f = 71,2$  см складена з двох головних ферм з балкою жорсткості виконаних з двох швелерів №10 зі скороченими полками ( $I_B = 227 \text{ см}^4$ ,  $A_B = 18,3 \text{ см}^2$ ).

Схема моделі наведена на рис. 2.

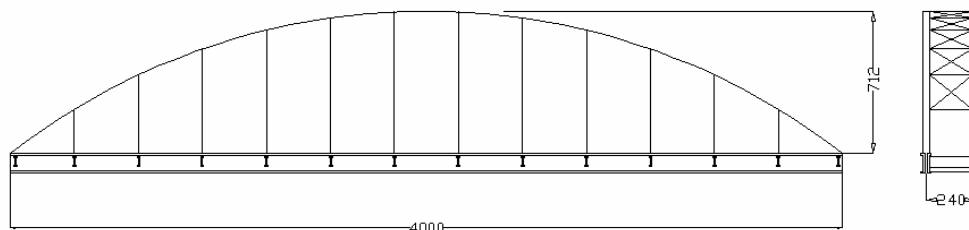


Рис. 2. Схема моделі гнучка арка з балкою жорсткості (арка з їздою низом)

Розрахунок виконано з використанням проектно-обчислювального комплексу SCAD. Комплекс реалізує скінченно-елементне моделювання статичних і динамічних розрахункових схем, перевірку стійкості та несучої здатності. В основу розрахунку покладений метод скінченних елементів з використанням як основні невідомі переміщення і повороти вузлів розрахункової схеми. У зв'язку з цим ідеалізація конструкції виконана у формі, пристосованій для даного методу, а саме: система подана у вигляді набору тіл стандартного типу (стержнів) – скінченних елементів, які приєднуються до вузлів.

Тип скінченного елемента визначається його геометричною формою, правилами, які визначають залежність між переміщеннями вузлів скінченного елемента і вузлів системи, фізичним законом, яким задається залежність між внутрішніми зусиллями та внутрішніми переміщеннями і набором параметрів (жорсткостей), що входять в описання цього закону.

Вузол у розрахунковій схемі метода переміщень, подано у вигляді абсолютно жорсткого тіла, розміри якого намагаються досягти нуля. Положення вузла у просторі, під час деформацій системи, визначається координатами центру і кутами повороту у трьох вісях, жорстко зв'язаних з вузлом. Вузол представляється як об'єкт, з шістьма степенями вільності (трьома лінійними зміщеннями і трьома кутами повороту).

Всі вузли і елементи розрахункової схеми нумеруються. Ці номери сприймаються як імена, що дозволяють робити необхідні посилання.

Основна система метода переміщень обирається шляхом накладання у кожному вузлі всіх зв'язків, що забороняють будь-які вузлові переміщення. Умови рівності нулю зусиль в цих зв'язках становлять собою рівняння рівноваги, а зміщення вказаних зв'язків – основні невідомі методу переміщень.

Динамічне моделювання аничного моста через р. Старий Дніпро у місті Запоріжжя (рис. 3).

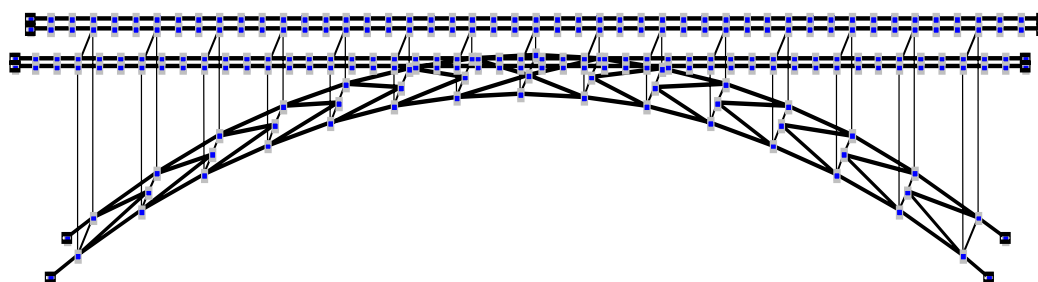


Рис. 3. Загальний вигляд розрахункової схеми моста у м. Запоріжжя

Для завдання даних о розрахунковій схемі була використана декартова система координат:

– глобальна правостороння система координат XYZ, зв'язана з розрахунковою моделлю;

– локальні правосторонні системи координат, зв'язані з кожним скінченним елементом.

Розрахункова модель характеризується такими параметрами (рис. 3):

– кількість вузлів – 290;

– кількість скінченних елементів – 556.

Розрахункова модель була виконана тільки для руслового прогону (арки), берегові естакади в розрахункову модель не включались через те, що практично не впливають на динамічну роботу моста. Всі елементи конструкції подані як стержньові скінченні елементи типу 5 (елемент типу 5 – працює по просторовій схемі і сприймає по вздовжню силу  $N$ , згинаючі моменти  $M_Y$  та  $M_Z$ , поперечні сили  $Q_Z$  та  $Q_Y$ , а також крутний момент  $M_K$ ).

Конструкція розкладена на скінченні елементи конструктивно, застосовуючи принцип обмеження вільної довжини КЕ вузлами кріплення елементів. Кожна з двох арок наведена ланцюгом з 16-ти елементів перемінної довжини від точки кріплення стійки до точки кріплення наступної стійки. Кожна стійка наведена як окремий елемент довжиною, що обмежена поздовжніми балками (у верхній частині) та аркою (у нижній).

Поздовжні балки і залізобетонна плита проїзду розбиті на елементи конструктивно: по довжині кожна панель довжиною 12,8 м поділена ще на три частини для описання пружних упорів, через які плита проїзду і балка жорсткості включаються у спільну роботу. Причому, залізобетонна плита розрізана навпіл вздовж осі мосту і подана двома ланцюгами елементів, а балки жорсткості попарно об'єднані у поперечному перетині в один скінченний елемент, що враховано при завданні геометричних характеристик елементів (перетин посилений вдвічі). У поперечному напрямку елементи зв'язані: у рівні балки жорсткості – поперечними балками (розташовані на початку та у кінці панелей), у рівні арок – горизонтальними вітровими елементами.

Жорсткості елементів задані параметрично, через геометричні розміри і вид перетинів та залежно від матеріалу (сталь, залізобетон).

Арка за схемою шарнірно обперта в п'ятах – всі переміщення і кути повороту, окрім повороту вздовж осі  $Y$ , заборонено.

Балка жорсткості і плита проїзду жорстко-защемлені (у ролі защемлення виступають берегові естакади) – всі переміщення і кути повороту заборонено.

Навантаження на конструкцію прийнято від власної ваги елементів в кН/м та наведені у табл. 1. Основою для динамічного навантаження прийнято власну вагу конструкції з коефіцієнтом перерахунку 0,101 – для переведення міри ваги (кН/м) в маси (т). Кількість

врахованих форм коливань – 3. Результати розрахунку наведені у табл. 2.

Таблиця 1

**Навантаження на одну арку від власної ваги конструкції, кН/м**

Найменування конструкції	Навантаження
Власна вага арки	16,5
Власна вага надарочної конструкції	90,5
Перевантаження від асфальтобетону	6,7
Всього:	113,7

Таблиця 2

**Частоти та періоди вільних коливань**

Власні параметри	Частота (Гц)		Період (с)
	кругова	лінійна	
0,09190	10,88	1,73	0,577
0,08588	11,64	1,85	0,539
0,06197	16,13	2,57	0,389

Для кожної з врахованих в динамічному навантаженні форм коливань конструкції, підрахована частота цієї форми (кругові частоти в радіанах, частоти в герцах, періоди коливань в секундах).

На рис. 4 наведені графічні форми власних вільних коливань конструкції.

Динамічне моделювання аркового моста типу «гнучка арка з балкою жорсткості» (модель) їздою низом. Для завдання даних по розрахунковій схемі була використана декартова система координат (як і в першому випадку).

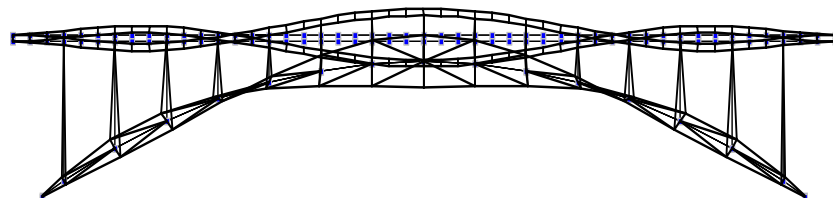
Розрахункова схема характеризується наступними параметрами (рис. 5):

- кількість вузлів – 54;
- кількість скінченних елементів – 130.

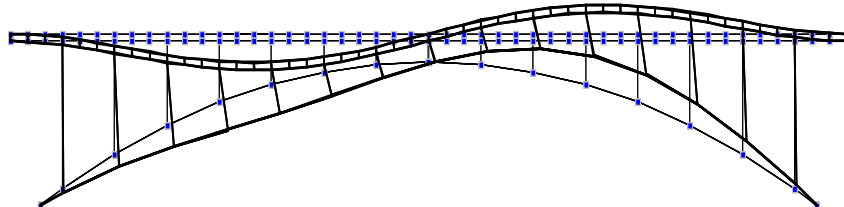
Всі елементи конструкції представлені в розрахунковій схемі як стержньові скінченні елементи типу 5. Кожна з двох арок представлена ланцюгом з 13-ти елементів перемінної довжини від точки кріплення підвіски до точки кріплення наступної підвіски. Кожна підвіска представлена як окремий елемент довжиною обмеженою поздовжніми балками у нижній частині та аркою у верхній. Поздовжні балки розбиті на елементи конструктивно – по довжині панелі ( $d=0,307$  м). В поперечному напрямку елементи зв'язані: в рівні балки жорсткості – поперечними балками (розташовані на початку та у кінці панелей) та горизонтальними вітровими елементами, в рівні арок – горизонтальними вітровими елементами.

Жорсткості елементів задані параметрично, через геометричні розміри і вид перетинів та у залежності від матеріалу.

*a*



*б*



*в*

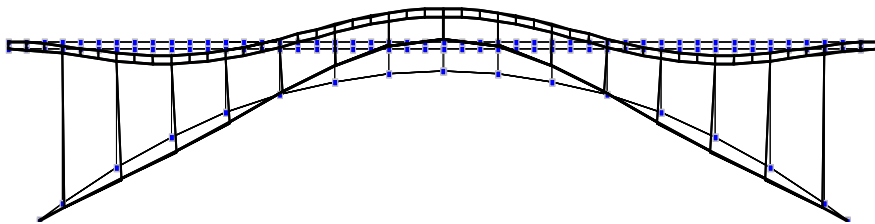


Рис. 4. Три перші форми коливань прогонової будови:  
*a* – перша форма коливань; *б* – друга форма коливань; *в* – третя форма коливань

Модель в розрахунковій схемі шарнірно обперта по кінцях прогону: один кінець шарнірно нерухомо (всі переміщення і кути повороту окрім повороту вздовж осі *Y* заборонено); другий кінець спирається на шарнірно рухому опору (переміщення вздовж осі *X* та кут повороту вздовж осі *Y* дозволені, всі інші – заборонено). Навантаження на конструкцію прийнято від власної ваги елементів в кН/м. При описанні навантаження для динамічного

розрахунку використане навантаження від власної ваги (погонна вага моделі кН/м) з коефіцієнтом перерахунку в маси ( $\tau$ ) який дорівнює 1. Кількість врахованих форм коливань 4.

Результати розрахунку наведені у табл. 3. Для кожної з врахованих в динамічному навантаженні форм коливань конструкції підрахована частота цієї форми. На рис. 6 наведені графічні форми власних вільних коливань конструкції, а в табл. 4 наведено порівняльні результати розрахунків.

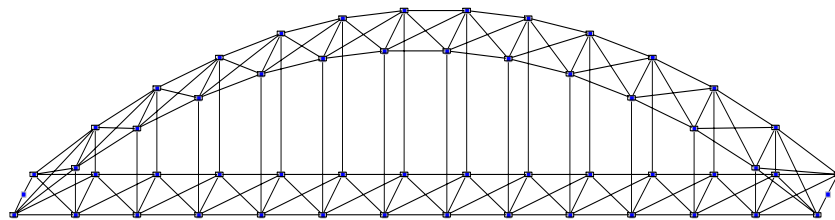


Рис. 5. Загальний вигляд розрахункової моделі «гнучка арка з балкою жорсткості».  
 Частоти та періоди вільних коливань

Таблиця 3

№ п/п	Власні параметри	Частота (Гц)		Період (с)
		Кругова	лінійна	
1	0,00463	215,74	34,35	0,02911
2	0,00338	295,16	47,00	0,02128
3	0,00200	498,55	79,38	0,01260
4	0,00116	861,29	137,16	0,00730

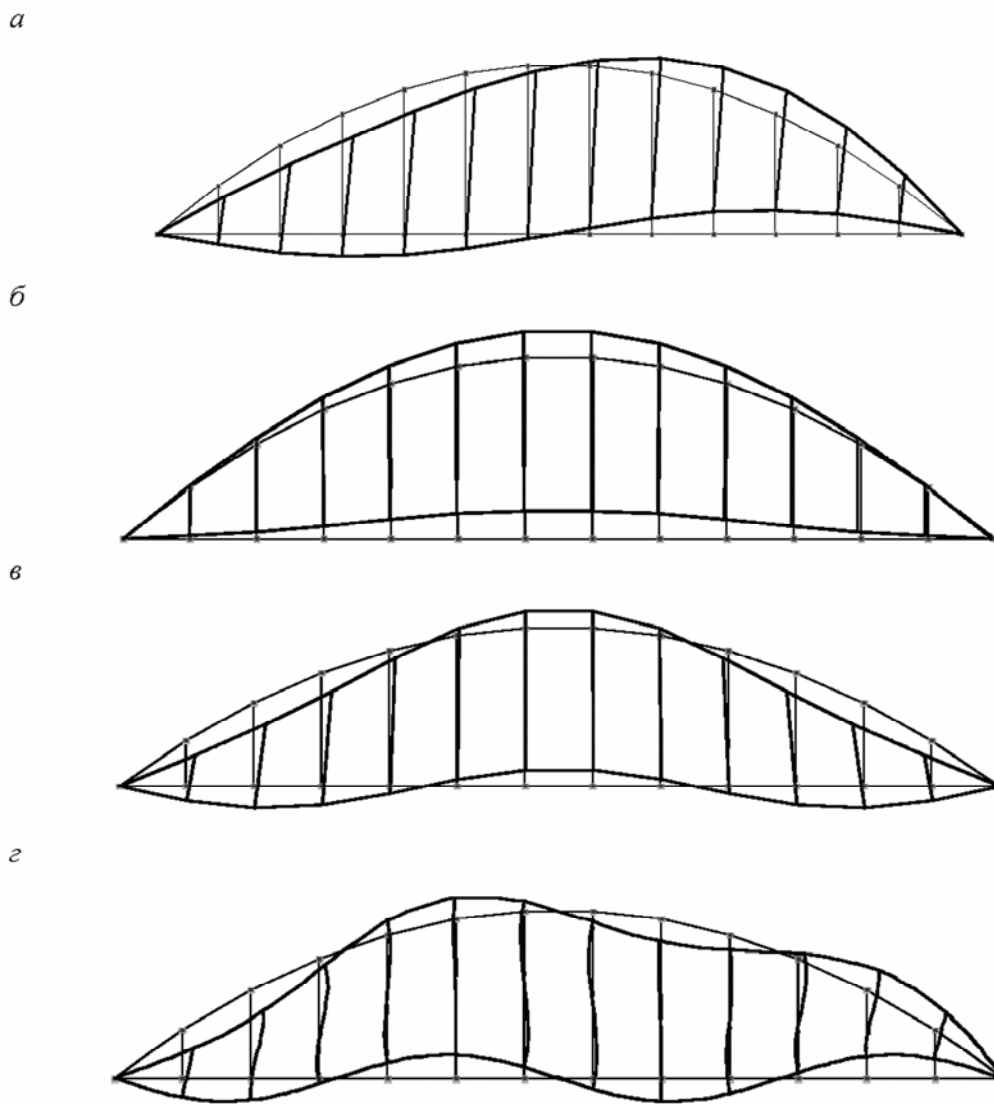


Рис. 6. Перші форми коливань моделі

Таблиця 4

Об'єкт	Параметри конструкції		Експеримент	Теоретично	МКЕ	Балка на пружних опорах	Розбіжність %
Металевий арочний міст у м. Запоріжжя	Частота*, Гц	$\nu_1$	1,48	—	1,72	1,490	14,1\0,8
		$\nu_2$	1,80	—	1,85	1,810	2,9\0,3
		$\nu_3$	2,70	—	2,57	2,786	4,8\3,1
	Прогин**, мм	$f_0$	115	—	162,00	—	29,0
Модель «гнучка арка з балкою жорсткості»	Частота, Гц	$\nu_1$	33,3	34,1	34,30	34,280	2,9\2,4
		$\nu_2$	—	45,04	47,00	40,950	4,1\12,8
		$\nu_3$	—	—	79,39	86,850	7,5
		$\nu_4$	—	—	137,15	137,055	0,1

\* Частота вільних вертикальних коливань конструкції.

\*\* Прогин арки в замковому перетині від дії власної ваги конструкції.

## Висновки

При порівнянні результатів розрахунку по методу скінченних елементів з розрахунком конструкції як балки на пружних опорах та даних, отриманих при випробуваннях металевого арочного мосту через ріку Старий Дніпро у місті Запоріжжя та моделі гнучка арка з балкою жорсткості можна зробити наступні висновки:

Навіть при наявності деяких спрощень і припущень прийнята розрахункова схема як балка на пружних опорах досить близька до реальної конструкції і може бути використана у дослідженнях роботи металевого арочного мосту з їздою верхом.

Розрахунок конструкції за схемою регулярної балки на пружних опорах дає результати з великою точністю, близьких до реальних результатів випробувань.

Крутний момент досить сильно впливає на частоту вільних коливань (див. рис. 4 – перша форма коливань).

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Звіт з науково – дослідної роботи «Обстеження та випробування автомобільного мосту через ріку Старий Дніпро у м. Запоріжжя» ДИИТ, 1975.
2. Индустриальное строительство мостов / Баренбойм И. Ю., Карасик М. Е. // Будівельник, – К., 1978.
3. Конашенко С. И. Свободные и вынужденные колебания системы гибкой арки с балкой жесткости // Труды ДИИТа, Вып. 25, Трансжелдориздат, 1953.

Надійшла до редколегії 08.11.2006.