

ЗНАХОДЖЕННЯ ВЕРТИКАЛЬНОЇ НЕРІВНОСТІ ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ ЗА ДАНИМИ ВАГОНА-КОЛІЄВИМІРНИКА

У статті пропонуються два способи знаходження вертикальної нерівності колії в залежності від вимірів вагона–колівимірника – на основі тригонометричних рядів і чисельний спосіб. Для оцінки точності вимірювань було визначено вертикальні нерівності по обох рейкових нитках і перекося, який було порівняно з вимірним перекосям.

В статті пропонуються два способи знаходження вертикальної нерівності колії в залежності від вимірів вагона–колівимірника – на основі тригонометричних рядів і чисельний спосіб. Для оцінки точності вимірювань було визначено вертикальні нерівності по обох рейкових нитках і перекося, який було порівняно з вимірним перекосям.

Two methods are proposed for the vertical roughness determination of railway track depending on data of the measuring carriage – trigonometric series method and numerical method. The vertical roughness and a warp were calculated on each rail. The warp was compared with the measured warp to estimate the precision of the measurement.

Загальні положення

Із усіх способів оцінки стану залізничної колії геометрична оцінка за даними вагона–колівимірника є найважливішою, оскільки дозволяє оперативно отримувати дані та знаходити кількісну характеристику стану колії – бальну оцінку [2]. Однак, як і при будь-яких вимірюваннях, у процесі оцінки стану колії існують недоліки, спричинені такими факторами:

- дані, зафіксовані на стрічці вагона–колівимірника в дійсності відображають не тільки вертикальну нерівність, а й прогин рейки, що виникає внаслідок дії вагона;
- при розшифровці стрічок вагона–колівимірника методика, яка в даний час використовується, є не достатньо точною і не дозволяє реально оцінити стан колії на різних ділянках;
- конструктивно у вагоні–колівимірнику для зняття осідань використовується база довжиною 2,7 м. Це означає, що нерівності періодичного характеру з довжиною 2,7 м або в цілу кількість раз менші фіксуватися на стрічці не будуть;
- при діаметрі колеса вагона (d) 0,95 м мінімальна довжина нерівності періодичного характеру, як показано на рис. 1, пов'язується залежностями кривини колеса і рейки в точці $x = T/2$:

$$k = \frac{1}{R} \approx \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad (1)$$

де R – радіус колеса; $y(x) = \cos(x)$ – рівняння

нерівності.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2} \left[a \cos \left(\frac{2\pi}{T} x \right) \right] = -\frac{4\pi^2 a}{T^2} \cos \left(\frac{2\pi}{T} x \right)$$

при $x = T/2$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{4\pi^2 a}{T^2} \cos(\pi) = \frac{4\pi^2 a}{T^2}.$$

Тоді рівняння (1) спроститься:

$$T = 2\pi\sqrt{aR}. \quad (2)$$

Для нерівності амплітудою (a) 20 мм (0,02 м) мінімальний період нерівності, який можна зафіксувати при проходженні її колесом діаметром 1 м, становить, м,

$$T = 2\pi\sqrt{aR} = 2\pi\sqrt{0,02 \cdot 0,45} \approx 0,6.$$

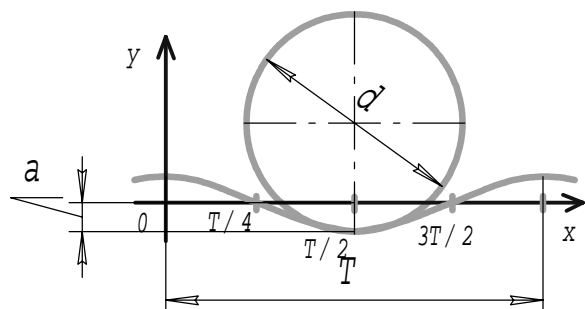


Рис. 1. Схема взаємодії колеса і рейки в синусоїдальній нерівності

- запис здійснюється на стрічку, товщина лінійного запису становить 0,5...0,3 мм, тому точність запису не може бути більшою 0,2 мм,

що при врахуванні поздовжнього масштабу 1:2000 становить 0,4 м;

- вагон-колівимірник являє собою механічну інерційну систему, тому крім усіх попередніх факторів додається ще похибка системи вимірювання. У загальному похибка при вимірюванні осідання становить ± 4 мм на можливому діапазоні вимірів $\pm (0...50)$ мм, що в середньому відповідає відносній похибці 16 %. Загальна похибка виміру рівня становить ± 6 мм на можливому діапазоні вимірів $\pm (0...150)$ мм, що в середньому відповідає відносній похибці 8 %;
- конічність коліс та горизонтальні вилання екіпажу.

Найбільшу похибку із усіх розглянутих факторів вносить процес розшифрування стрічки. Для того щоб виконати об'єктивну оцінку стану колії, потрібно розглядати динамічну взаємодію колії і рухомого складу. Для можливості проведення динамічних розрахунків потрібно знати вид вертикальної нерівності колії. У минулому цій меті уже було присвячено ряд наукових праць авторів О. П. Єршова, М. Г. Зак, М. Ф. Мітіна та ін. [1], проте знайдена у них вертикальна нерівність не достатньо точно відображала нерівність колії в профілі, оскільки для її знаходження із оцінки осідань бралось тільки два параметри – амплітуда та довжина вертикальної нерівності, сама нерівність приймалась синусоїдальною, а усі проміжні точки відкидалися.

Метою даного дослідження є знаходження повного виду вертикальної нерівності за результатами запису вагона-колівимірника. Розрахунок проводиться у два етапи:

1) розробка алгоритмів для розпізнавання графіків осідань і перекосів та перетворення їх у цифровий вигляд у вигляді вектора;

2) знаходження виду вертикальної нерівності за допомогою тригонометричних рядів Фур'є, а також перевірка розв'язку окремо розробленим чисельним алгоритмом знаходження вертикальної нерівності.

Для перевірки правильності розрахунку вертикальні нерівності знаходяться по кожній рейковій нитці й порівнюються із записами перекосів на стрічці.

Із врахуванням попередньо зазначених факторів приймаються такі припущення:

- нерівності довжиною менше 2,7 м до уваги не беруться;
- осідання вимірюється відносно горизонта-

льного рівня, а не відносно кузова, як це наявне в дійсності;

- прогин, що виникає внаслідок руху вагона, не враховується (колія вважається рівнопружною);
- для розгляду буреться пряма ділянка колії, горизонтальні нерівності не враховуються;
- зовнішні ділянки, які не потрапили в інтервал стрічки, що досліджується, вважаються симетричними до оцінки осідання для розрахунку з допомогою тригонометричних рядів, а для розрахунку з допомогою чисельного способу – нульовою лінією.

Прийняті такі визначення:

- оцінка осідань – відображення осідання на стрічці вагона-колівимірника;
- вертикальна нерівність – відхилення положення рейкової нитки від прямої лінії;
- розклад у тригонометричні ряди та зворотне їх сумування за допомогою швидкого перетворення Фур'є – пряме швидке перетворення Фур'є і обернене швидке перетворення Фур'є;
- частоти, які відповідають нерівностям з довжиною менше 2,7 м, називаються вищими частотами, більшою довжиною – нижчими.

Програмою основою для проведення математичних розрахунків вибирається математична система матричного моделювання Matlab [3].

Перетворення відображення осідання на стрічці вагона-колівимірника у цифровий вигляд у вигляді вектора

При виконанні перетворення у цифровий вигляд здійснюється сканування стрічки при роздільній здатності 301 dpi. Такий вибір роздільної здатності пояснюється забезпеченням необхідної точності перетворення у цифровий вигляд (середня товщина лінії становить 4...5 пікселів), а також вкладенням у довжину бази 2,7 м цілої кількості пікселів ($15,998 \approx 16$ пікселів) для спрощення розрахунків.

Знаходження вертикальної нерівності

В основі розрахунку лежить забезпечення виконання рівняння

$$y(x) - y(x - L) -$$

$$\left\{ \frac{L_b}{2L} [y(x+L_b) - y(x) + y(x-L) + L_b] - y(x-L_b) \right\} = f(x), \quad (3)$$

де $y(x)$ – функція вертикальної нерівності заліз-

ничної колії; L – довжина бази візка вагона-колієвимірника, $L = 2,7$ м; L_b – довжина бази вагона-колієвимірника, $L_b = 24$ м; $f(x)$ – функція, що відображає осідання на стрічці вагона-колієвимірника.

Як видно з формули (3), третя складова є порівняно невеликою (до 10 %), тому для спрощення розрахунку враховуються тільки дві перших складові:

$$y(x) - y(x-L) = f(x). \quad (4)$$

Пояснення рівняння (4) показано на рис. 2.

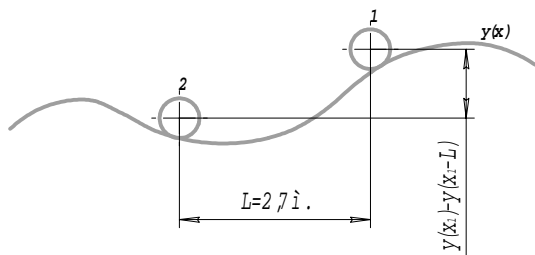


Рис. 2. Розрахункова схема

Вертикальна нерівність знаходиться двома способами: за допомогою тригонометричних рядів Фур'є та чисельним способом розрахунку.

Знаходження вертикальної нерівності за допомогою тригонометричних рядів Фур'є

В основі швидкого перетворення Фур'є лежать залежності:

– для прямого швидкого перетворення Фур'є

$$X(k) = \sum_{n=1}^N x(n) \cdot e^{-i2\pi(k-1)\left(\frac{n-1}{N}\right)}; \quad 1 \leq k \leq N; \quad (5)$$

– для оберненого швидкого перетворення Фур'є

$$x(n) = \sum_{k=1}^N X(k) \cdot e^{i2\pi(k-1)\left(\frac{n-1}{N}\right)}; \quad 1 \leq n \leq N, \quad (6)$$

де $x(n)$ – вектор, елементами якого є значення виразу на інтервалі $1 \leq n \leq N$, для якого потрібно здійснити пряме швидке перетворення Фур'є; $x(n)$ – вектор, елементами якого є комплексні числа, дійсна і уявна частина яких відповідає коефіцієнтам $a(k)$ і $b(k)$ в оберненому швидкому перетворенні Фур'є, розписаному, коли $x(n)$ дорівнює

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N a(k) \cos\left(2\pi \frac{n-1}{N} (k-1)\right) + b(k) \sin\left(2\pi \frac{n-1}{N} (k-1)\right), \quad 1 \leq n \leq N, \quad (7)$$

де $a(k) = \text{Re}(X(k))$, $b(k) = -\text{Im}(X(k))$.

Номер елемента k у векторі $X(k)$ пропорційний частоті. Спочатку здійснюється пряме швидке перетворення Фур'є отриманої оцінки осідання у числовому вигляді. Далі, маючи оцінку осідання у вигляді суми синусоїд, знаходиться розв'язок рівняння (4) для окремого члена тригонометричного ряду. Умова (4) для n -го члена ряду має вигляд

$$a_1 \cos(bx) + a_2 \sin(bx) - a_1 \cos(b(x-L)) - a_2 \sin(b(x-L)) = A \cos(bx) + B \sin(bx), \quad (8)$$

де A і B відповідають членам тригонометричного ряду, отриманого прямим швидким перетворенням Фур'є із функції осідань $f(x)$; a_1 і a_2 – члени тригонометричного ряду вертикальної нерівності $y(x)$.

Для знаходження a_1 і a_2 використовується метод невизначених коефіцієнтів, тобто записується умова (3) при $x=0$ і $x=\pi/2$:

– при $x=0$

$$a_1 - a_1 \cos(bL) - a_2 \sin(bL) = A; \quad (9)$$

– при $x=\pi/2$

$$a_1 \cos(0,5bp) + a_2 \sin(0,5bp) - a_1 \cos(b(0,5p-L)) - a_2 \sin(b(0,5p-L)) = A \cos(0,5bp) + B \sin(0,5bp). \quad (10)$$

Отримані два рівняння розв'язуються сумісно відносно a_1 та a_2 , і розв'язок має вигляд

$$a_1 = 0,5 \frac{-B + A \sin(bL) - B \cos(bL)}{\sin(bL)}; \quad (11)$$

$$a_2 = 0,5 \frac{A + A \cos(bL) + B \sin(bL)}{\sin(bL)}. \quad (12)$$

Далі, маючи розв'язок для загального члена тригонометричного ряду, формули (11) і (12) застосовуються для усіх членів, а після цього для знаходження вертикальної нерівності здійснюється обернене швидке перетворення Фур'є.

Дані для практичного розрахунку взято зі стрічки, що відповідає ділянці стикової колії довжиною 585 м для двох ниток. Оцінка осідань

дань після перетворення у цифровий вигляд для правої нитки показана на рис. 3. Оцінка осідань для лівої нитки показана на рис.4

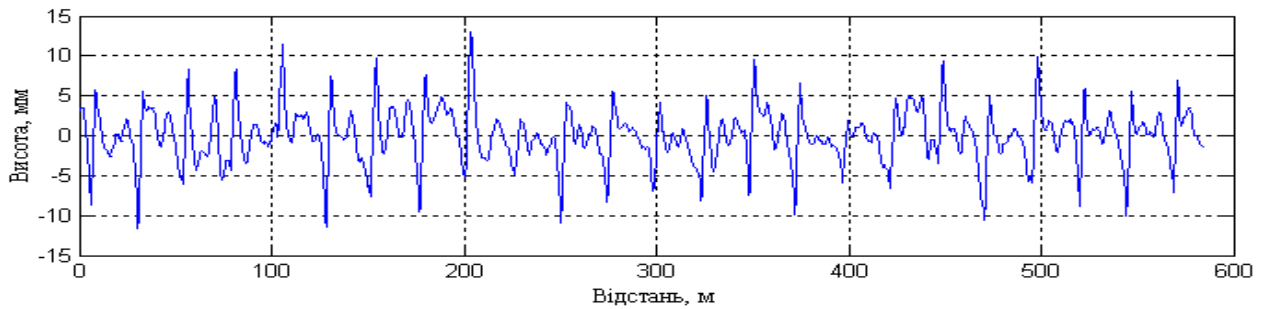


Рис. 3. Оцінка осідань для правої нитки

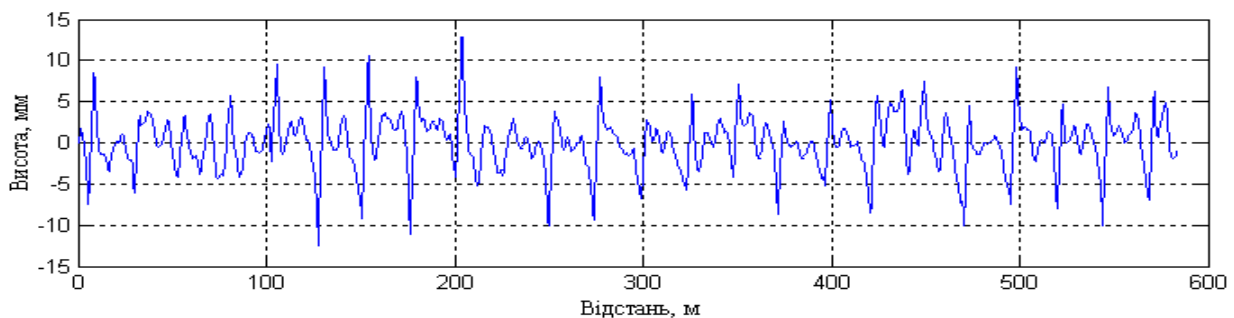


Рис. 4. Оцінка осідань для лівої нитки

Згідно з прийнятим припущенням нерівності з довжиною меншою 2,7 м відкидаються. Нерівності відкидаються фільтрацією відповідних частот. Внаслідок відкидання вищих частот утворюється певна похибка. Для отримання графіків похибки використовується залежність (4). Похибка для правої нитки показана на схемі рис. 5, похибка для лівої нитки – на схемі рис. 6. Із графіків похибок видно, що максимальні похибки становлять 7 % для правої нитки і 10 % для лівої, що значно менше похибки вихідних даних. Відносна середньоквадратична похибка становить 2 % для правої нитки і 3 % для лівої.

Для остаточної перевірки знаходимо розрахунковий переко́с (рис. 7) через різницю осідань і порівнюється з виміряними за даними (рис. 8). При визначенні похибки у знаходженні переко́су розрахунковим способом слід врахувати такі фактори:

- лінії осідань на стрічці у зонах стиків ма-

ють вигляд різких стрибків, у яких ширина запису в піку рівна товщині лінії. Це означає, що точність визначення положення піків різко залежить від графічної точності запису. Похибка визначення розміщення різких осідань (розміщення стиків) виявляє себе при обчисленні розрахункового переко́су, що показано на рис. 9 – у складі графіка похибки існує ряд різких стрибків;

- графік розбіжності розрахункового та вимірянного переко́сів (рис. 9) має дещо викривлений вигляд – це наслідок приведення графіків порівняно незначної довжини до центральних осей.

Із врахуванням цих факторів можна вважати, що максимальна похибка (без врахування стикових зон та похибки центрування) становить 20–30 %, а відносна середньоквадратична – 8 %.

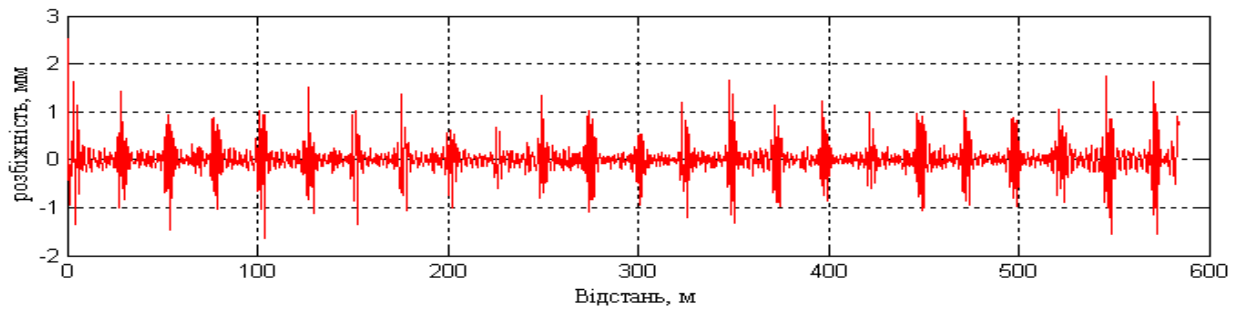


Рис. 5. Похибка для правої нитки

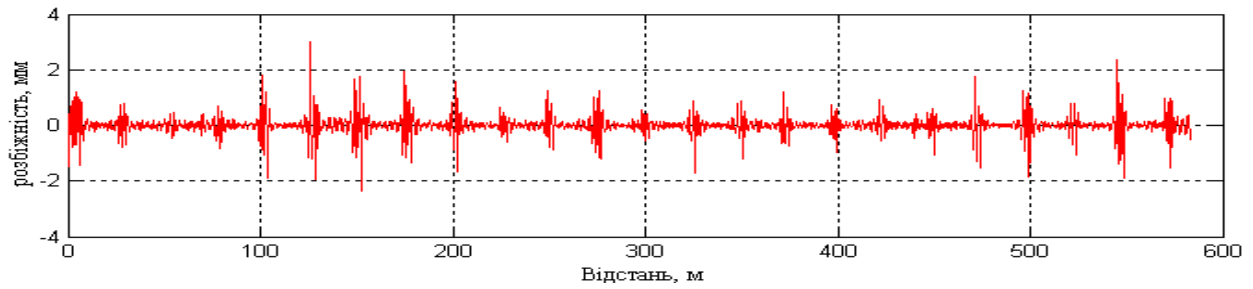


Рис. 6. Похибка для лівої нитки

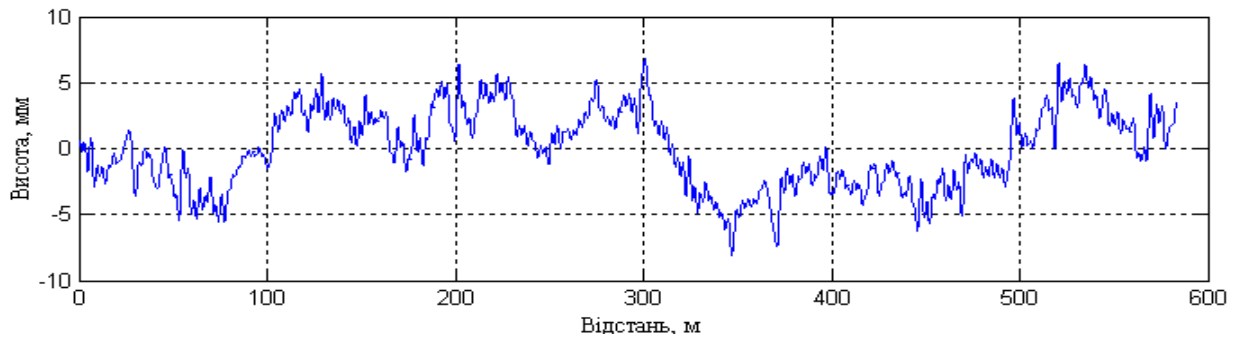


Рис. 7. Розрахунковий перекіс

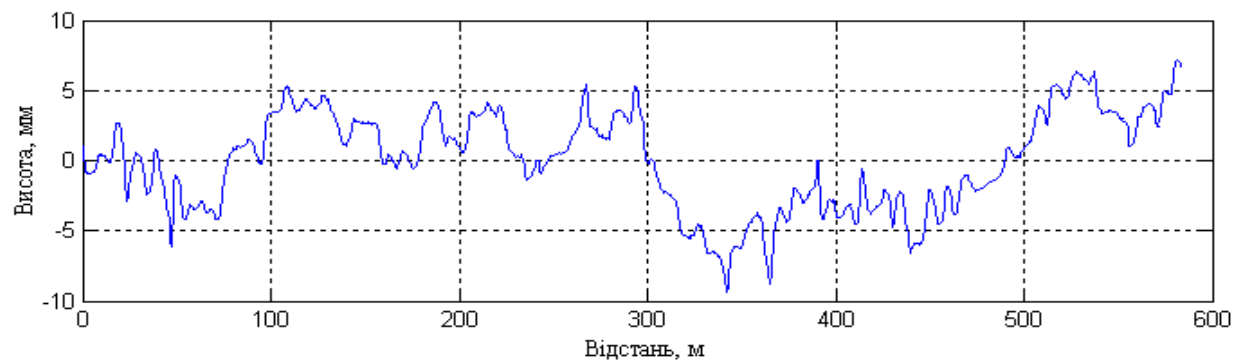


Рис. 8. Вимірний перекіс

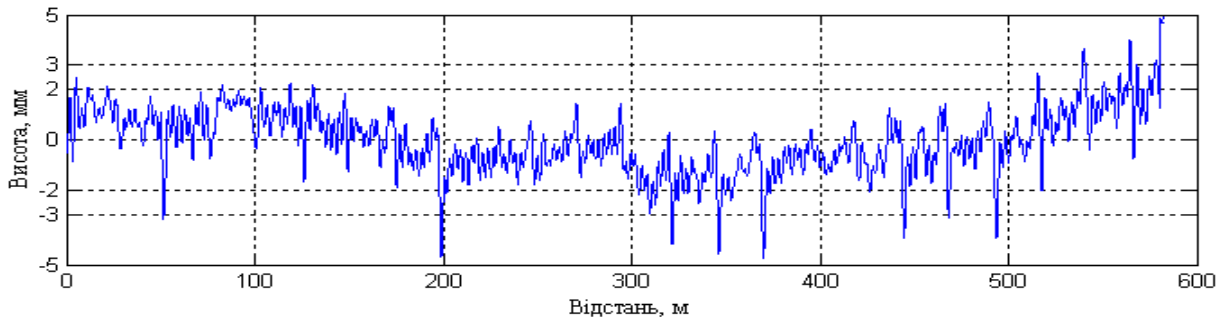


Рис. 9. Розбіжність між розрахунковим та вимірним перекосом

Знаходження виду вертикальної нерівності за допомогою чисельного способу

При використанні чисельного способу знаходження вертикальної нерівності заздалегідь приймається, що оцінка осідання поза межами досліджуваного інтервалу рівна нулю. На рис. 10 показана розрахункова схема.

Рівняння (4) у дискретному вигляді можна переписати так:

$$y_i - y_{i-N} = f_i, \quad (13)$$

де y_i – значення вертикальної нерівності в деякій i -й точці;

f_i – значення оцінки осідання в i -й точці;

Записуючи рівняння (13) для кожної точки на усьому досліджуваному інтервалі, одержимо систему рівнянь

$$\begin{aligned} y_0 - y_{-16} &= f_0, \\ y_1 - y_{-15} &= f_1, \\ y_2 - y_{-14} &= f_2, \\ &\text{-----} \\ y_n - y_{n-16} &= f_n. \end{aligned} \quad (14)$$

Згідно з раніше прийнятим припущенням вертикальна нерівність для точок з від’ємними

індексами (рис. 10) рівна нулю. Тому систему (14) можна записати так:

$$\begin{aligned} y_0 &= f_0, \\ &\text{-----} \\ y_{16} &= f_{16}, \\ y_{17} - y_1 &= f_{17}, \\ y_n - y_{n-16} &= f_n. \end{aligned} \quad (15)$$

Знаходячи в кожному рівнянні вертикальну нерівність, система (15) записується у вигляді:

$$\begin{aligned} y_0 &= f_0, \\ &\text{-----} \\ y_{16} &= f_{16}, \\ y_{17} &= f_{17} - y_1, \\ y_n &= f_n - y_{n-16}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким чином, цей підхід, на відміну від попереднього, дає можливість безпосередньо отримувати вертикальну нерівність. Результати знаходження вертикальної нерівності чисельним і тригонометричним способами з великою точністю збігаються.

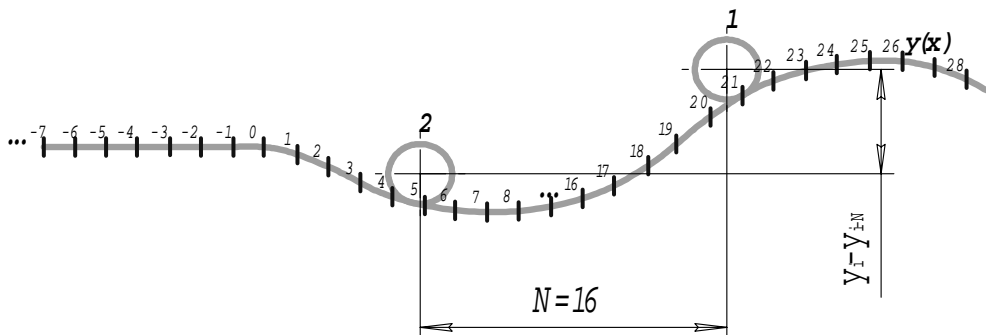


Рис. 10. Розрахункова схема для чисельного методу

Висновок

У цій роботі було з прийнятною точністю знайдено вертикальну нерівність колії в залежності від вимірів вагона-колівимірника. Маючи вертикальні нерівності по обох рейкових нитках, обчислено розрахунковий перекис та порівняно його з вимірним.

Однак перед використанням отриманих результатів у динамічних моделях взаємодії колії та рухомого складу потрібно ще з'ясувати ряд додаткових питань:

- врахувати припущення про відносність вимірів відносно кузова вагона, введене у формулі (4);
- на стрічці вагона-колівимірювача фіксуються осідання і перекося. З кожного із цих видів запису може бути знайдена вертикальна нерівність з різною точністю для різних видів нерівностей. Тому виникає питання знаходження остаточного виду вертикальної нерівності, у якій було б враховано як осідання, так і перекис. Для вирішення цієї проблеми можна поставити такі завдання:
 - збільшити точність знаходження вертикальної нерівності через осідання за рахунок врахування вищих частот;

– з'ясувати які типи нерівностей краще враховує осідання, а які перекося;

- знайдена будь-яким способом вертикальна нерівність містить складові прогину від динамічної взаємодії колії з вагоном-колівимірником, залежить від модуля пружності колії та наявності люфтів між шпалою та баластом, зазорів між рейкою та шпалою. Тому перед вирішенням прямої задачі – знаходженням зусиль та прогину в залежності від вертикальної нерівності та будь-якого рухомого складу, потрібно вирішити обернену задачу – знайти реальну вертикальну нерівність в залежності від прогину та заданого рухомого складу, яким є вагон-колівимірник.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Способ измерения геометрических характеристик пути. О. П. Ершков, М. Г. Зак, О. Г. Денисенко и др. – М.: АС 1749330 А1 // Сборник ЦНИИТЭИ. – 1971. – № 10. – С. 28.
2. Технічні вказівки до розшифрування записів колівимірювальних вагонів / Під ред. В. Сушкова. – К.: Транспорт України, 1997.
3. Дьяконов В. Г. Matlab: Учебный курс. – СПб.: Питер-пресс, 2001.