

# Прогнозирование и интерпретация процессов на основе расширенного логистического отображения

Скалозуб В. В., Клименко И. В.,

Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна

**Аннотация.** В работе представлены результаты исследования динамических процессов, представленных временными рядами. Решаются задачи интерпретации данных и прогнозирования значений уровней параметров, полученных с использованием модели расширенного логистического отображения.

Многочисленные технологические, соответствующие экономические и другие процессы, в том числе в области технологий железнодорожного транспорта, характеризуются высоким уровнем сложности, не имеют замкнутого математического описания, представляются временными рядами (ВР) [1]. Моделирование, анализ и прогнозирование характеристик этих процессов являются актуальными научными и практическими задачами. В [2] для ВР при прогнозировании спроса на услуги высших учебных заведений разработан подход и предложена модель процесса на основе обобщенного логистического отображения

$$x_{n+1} = \lambda x_n^\alpha (1 - x_n^\beta) \quad (1)$$

где  $x_n \in [0,1]$ ,  $\lambda, \alpha, \beta$  – числовые параметры. Считается, что отдельные составляющие уравнений (1) соответствуют различным воздействиям – мероприятиям по организации приема абитуриентов, то есть зависят от групп управляющих факторов. Уравнения вида (1) рассматриваются как описание некоторой логической функции, охватывающей все учтенные факторы одновременно. При этом строится динамическая модель прогнозирования уровней результирующих характеристик и дается интерпретация параметров процесса организации приема в учебное заведение [2].

В представленной работе для решения задачи интерпретации и прогнозирования уровней ВР предложено использовать расширенную модель логистического отображения (РЛО) вида, обобщающую уравнения (1),

$$x_{n+1} = \prod_k \lambda_k x_n^{\alpha_k} * \prod_j [\mu_j (1 - x_n)^{\beta_j}] \quad (2)$$

Для интерпретации ВР наблюдений над процессом, а далее прогноза значений показателя  $x_n$  – количественная мера ряда – необходимо установить содержательный смысл влияющих факторов, интегральный эффект которых и дается временным рядом:

$$x_0, x_1, x_2, x_3, \dots \quad (3)$$

Для получения интерпретаций процессов (3) в терминах модели (2) принимается, что коэффициенты (2) отображают влияние различных управляющих характеристик:

$$\begin{aligned} &(\lambda_1; \alpha_1) - \text{воздействия фактора 1; } (\lambda_2; \alpha_2) - \text{воздействия фактора 2;} \\ &(\mu_1; \beta_1) - \text{фактор } (k+1), \dots; (\mu_2; \beta_2) - \text{фактор } (k+2), \dots; \end{aligned} \quad (4)$$

Значения уровней ряда (3) используются для идентификации (оценок) значений параметров управляющих факторов (4). При этом значения (4) определяются при последовательном рассмотрении уровней (3), считая их полученными на основе уравнения (2). Еще не определенные значения параметров модели (2), (4) – отбрасываются (принимают значение (0;1) – выбираются нужным образом).

Опишем процедуру оценки величин факторов (4) в виде структуры последовательности решаемых уравнений. Из системы:

$$\begin{cases} x_1 = \lambda_1 x_0^{\alpha_1} \\ x_2 = \lambda_1 x_1^{\alpha_1} \end{cases}, \quad (5)$$

находят значения параметров  $(\lambda_1, \alpha_1)$ . Считая, что уровни  $x_3, x_4$ , и другие в последовательности (3), получены из уравнения (2) с учетом  $(\lambda_1, \alpha_1)$ , формируют новую систему уравнений для определения  $(\lambda_2, \alpha_2)$ :

$$\begin{cases} x_3 = \lambda_1 x_2^{\alpha_1} * \lambda_2 x_2^{\alpha_2} \\ x_4 = \lambda_1 x_3^{\alpha_1} * \lambda_2 x_3^{\alpha_2} \end{cases}, \quad (6)$$

из которой рассчитываются значения  $(\lambda_2, \alpha_2)$ . Последующие новые параметры компонентов модели (2) оцениваются, исходя из известных значений ее параметров  $(\lambda_1, \alpha_1); (\lambda_2, \alpha_2)$  и так далее, используя ту же процедуру.

Заметим, что значения параметров  $(\mu_1, \beta_1)$  и дальнейших в (2) получают на основе уравнений типа (5), (6), либо путем рассуждений, как в работе [2]: задавая некоторое значение уровня ВР, рассчитывают очередной параметр модели. Далее по модели (1) или (2) с известными параметрами (4) строят прогнозы следующих этапов, уровней рядов (3).

Для повышения точности прогноза после идентификации всех параметров модели (2) возможна корректировка значений ее параметров за счет расчета нового набора значений (4), исходя из других уровней (3), с последующими оценками значения параметров по методу экспоненциального сглаживания:

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i d + (1-d)\alpha_{i-1}, \quad (7)$$

где  $d$  – определяется по МНК (методу наименьших квадратов) на основе нескольких наборов (4) моделей (2).

Можно считать, что возникновение «ошибок» в оценках уровней ВР связано, например, с неполнотой системы факторов (4). Некоторые возможности построения оперативного прогноза экономических показателей параметров вагонопотоков на основании моделей (1), (2) изучены в работе [1].

Выше рассмотрены вопросы использования расширенного логистического отображения для интерпретации ВР. Остановимся на его использовании и для решения задач оперативного прогнозирования.

Прогнозирование последующих значений уровней ВР будем производить на основе модели (1).

Отображение (1) является одномерным нелинейным и использует для построения прогноза только последующих уровней ряда. В соответствии с [2] и других исследований даже простые нелинейные модели при некоторых значениях параметров имеют при достаточном количестве уровней ряда на первый взгляд случайное, некоторое хаотическое поведение.

Вместе с тем в детерминированных нелинейных моделях такое хаотическое поведение порождается именно нелинейностью. На практике выяснить длину модели ряда (1), с которой начинается «хаотическое поведение», не возможно. Поэтому прогнозирование осуществляется на основе обобщенных результатов расчетов для нескольких моделей вида (1), параметры которой рассчитываются по методу МНК для фрагментов ВР разной длины (и являются существенно различными).

Построение прогноза в нашем исследовании происходит рекуррентно. Для прогнозирования на основе (1) на 1 или 2 шага выполняется следующая последовательность операций (которые образуют обобщенный алгоритм).

Для построения модели виду (1) использовались 15, 10 и 5 предыдущих значений ряда. По МНК производился поиск таких значений  $\lambda$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ , чтобы минимизировать квадрат ошибки.

В соответствии с выбранным количеством предыдущих значений ряда определяется  $N$  и производится расчет параметров ( $\lambda$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ ).

Выполняется построение прогноза на следующий период по найденным параметрам – определяется следующий уровень ряда (или двух).

На основе прогнозов для 15, 10 и 5 предыдущих значений ряда, определяем среднее значение результатов моделей из 15 и 10, та 5 уровней, а также и для 10 и 15 уровней. Рассчитываем среднее значение для исходного ряда и его абсолютное отклонение от среднего. Суммируя абсолютное отклонение к средним значениям моделей из 15, 10 и 5, а также и для моделей из 10 и 15 предыдущих уровней ряда. При этом получаем Прогноз № 1 и Прогноз № 2, соответственно на один и два шага вперед.

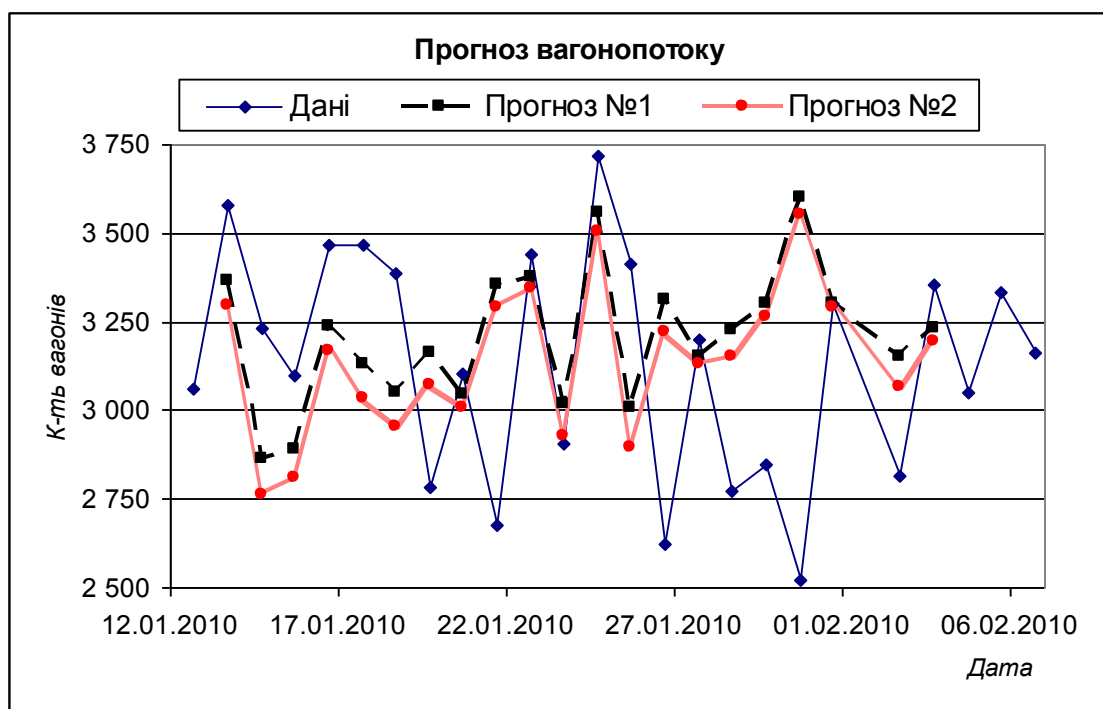


Рис. 1. Графики прогнозирования уровней ВР на основе уравнения (1)

На рис. 1 представлены графики исследованных процессов оперативного прогнозирования ВР на основе модели (1). Необходимо отметить, что предложенный метод рассчитан в первую очередь для оперативного прогнозирования, поэтому значительные расхождения между уровнями исходного и прогнозного рядов, не характеризуют точность метода в целом. Они лишь демонстрируют возможности модели (1) относительно пошагового представления очень сложного процесса, описанного с помощью ВР.

В табл. 1 приведены результаты числовых расчетов по построению оперативного прогноза, а также относительные погрешности величин прогнозов, что указано в процентах. Две последние строки непосредственно представляют значения оперативного прогноза, соответственно на один и два шага. Именно они (две последние строки 02.02.10 и 03.02.10) демонстрируют цель предыдущих расчетов и являются приемлемыми для практического применения метода.

Таблица 1

Результаты оперативного прогнозирования параметров ВР на основе (1)

Дата	Кол-во вагонов	Среднее (5,10 и 15)	Среднее (5 и 10)	Прогноз №1	Прогноз №2	Ошибка Прогноза №1	Ошибка Прогноза №2
12.01.10	3 059						
13.01.10	3 577	2 916	2 851	3 363	3 298	5,98%	7,79%
14.01.10	3 232	2 760	2 658	2 862	2 761	11,45%	14,59%
15.01.10	3 100	2 859	2 781	2 889	2 810	6,81%	9,34%
16.01.10	3 465	2 902	2 834	3 237	3 169	6,57%	8,54%
17.01.10	3 468	2 790	2 696	3 129	3 034	9,79%	12,51%

18.01.10	3 388	2 789	2 695	3 048	2 953	10,04%	12,84%
19.01.10	2 782	2 812	2 723	3 160	3 070	13,58%	10,36%
20.01.10	3 103	3 018	2 979	3 045	3 006	1,87%	3,13%
21.01.10	2 674	2 901	2 833	3 357	3 288	25,53%	22,97%
22.01.10	3 441	3 063	3 035	3 374	3 347	1,94%	2,75%
23.01.10	2 907	2 797	2 704	3 020	2 927	3,87%	0,68%
24.01.10	3 716	2 970	2 919	3 556	3 505	4,29%	5,68%
25.01.10	3 412	2 724	2 614	3 006	2 897	11,89%	15,10%
26.01.10	2 625	2 805	2 714	3 310	3 219	26,09%	22,62%
27.01.10	3 199	3 084	3 062	3 153	3 131	1,42%	2,12%
28.01.10	2 774	2 870	2 794	3 225	3 149	16,27%	13,53%
29.01.10	2 849	3 021	2 983	3 302	3 264	15,91%	14,56%
30.01.10	2 523	2 992	2 946	3 599	3 553	42,63%	40,82%
31.01.10	3 299	3 130	3 120	3 300	3 290	0,02%	0,28%
02.02.10	2 817	2 839	2 755	3 151	3 068	11,86%	8,91%
03.02.10	3 356	3 005	2 970	3 231	3 196	3,71%	4,76%

В исследованиях были установлены значительные возможности предложенного метода прогнозирования с использованием модели (1) для построения, в нашем случае, оперативного прогноза параметров вагонопотока, а также его практического применения для планирования (здесь параметров, характеризующих некоторые работы предприятий железных дорог).

#### Литература

1. Скалозуб В.В., Клименко И.В. Обобщенная модель логистического отображения для анализа и интерпретации свойств временных рядов процессов управления : труды конф., 1–3 бер. 2012 р., Днепропетровск. / Д.: НМетАУ, 2012. С. 125-129.
2. Огаренко Т.Ю. Моделирование динамики спроса на услуги высших учебных заведений на основании обобщенного логистического отображения / Л.Н. Сергеева, Т.Ю. Огаренко // Бизнес Информ : научный информационный журнал. – 2010. – № 4. – С. 97–100.