УДК 004.89

В.М. Ильман, В.И. Шинкаренко
Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта
МОН Украины, г. Днепропнтровск
Украина, 49010, г. Днепропетровск, ул. акад. Лазаряна, 2

Формальные нейронные структуры

V.M. Ilman, V.I. Shynkarenko
Dnipropetrovsk National University of Railway Transport
MES of Ukraine, c. Dnipropetrovsk
Ukraine, 49010, c. Dnipropetrovsk, Lazarian St., 2

Formal Structure of Neurons

В.М. Ільман, В.І. Шинкаренко
Дніпропетровський національній університет залізничного транспорту
МОН України, м. Дніпропетровськ
Україна, 49010, м. Дніпропетровськ, вул. акад. Лазаряна, 2

Формальні нейронні структури

Предлагается универсальная структурная формализация искусственного нейрона. Искусственный нейрон моделируется сложной формальной конструктивной структурой, носителем которой являются две автоматные структуры: входно-интеграционная и активационно-генерирующая. Рассмотрены некоторые операции над конструктивными нейронами.
Ключевые слова: конструктивный нейрон, формальная структура, грамматическая структура, алгоритмическая структура.

Proposed universal structural formalization of an artificial neuron. An artificial neuron is modeled by a complex constructive formal structure, a carrier which has two automata structure: input-integrating and activation-generating. Some operations on constructive neurons are considered.
Key words: constructive neuron, formal structure, grammatical structure, algorithmic structure.

Запропонована універсальна структурна формалізація штучного нейрону. Штучний нейрон моделюється складною формальною конструктивною структурою, носієм якої є дві автоматні структури: вхідно-інтеграційна та активаційно-генеруюча. Розглянуто деякі операції над конструктивними нейронами.
Ключові слова: конструктивний нейрон, формальна структура, граматична структура, алгоритмічна структура.

Вступ

Потреби прикладних наук в розв’язанні важливих задач представлення і моделювання складних систем потребують нових підходів у їх вирішенні. Так розвиток біологічних наук (генетики, біологічної кібернетики, теоретичної біології, тощо) призвів до розгляду різноманітних моделей біоніки зокрема нейронних, за якими з’явилася можливість досліджувати роботу нервової системи живих істот з обробки інформації та іншого.

До теперішнього часу всі тонкощі роботи нейрону, як базової складової обробки інформації, не досліджені, тому його часто представляють спрощено як нервову клітину, що складається з тіла і набору нервових кінцівок дендритів або дендритів та аксону. Більш цікавим об’єктом моделювання при обробці інформації є нейрон з аксоном. Спрощене формальне представлення штучного нейрону загрублює його подібність з біологічним нейроном у першу чергу з того, що у моделі такого нейрону не відтворюються групові імпульсні сигнали, які спроможні активізувати «роботу» аксону.

Нейрокомп'ютерна реалізація задач вимагає розвитку підходів до алгоритмізації задач на нейронній основі. Перш ніж формалізувати процеси нейроалгоритмізації необхідно формально представити об'єкт, реалізації таких алгоритмів. Вперше поняття формального нейрону та нейронної мережі на основі алгебри висловлювань було представлене у 1943 році Мак-Каллоком і Піттсом [1]. В подальшому ця формалізація була розвинена Кліні [2] до представлення нейронних мереж логічними автоматами.

Тепер термін «формальний нейрон» використовується, як правило, для позначення штучного нейрону [3, 4], але дійсного формального опису сучасного представлення нейрону та відповідних мереж не проведено і, тим більше, не застосовується формальний конструктивній підхід, їх алгебраїчних перетворень тощо.

Метою данної роботи є конструктивна формалізація штучного нейрону. Така формалізація повинна передбачати загальне представлення нейрону як процесу на детермінованих і недетермінованих, чітких і нечітких та інших представленнях вхідних даних.

Гнучкість формалізації і реалізації процесів нейрону досягається завдяки введенню в структуру відповідних конструктивних об'єктів: граматичних та алгоритмічних структур. Штучний нейрон моделюється складною формальною конструктивною структурою, яка базується на двох зв'язаних автоматних структурах: вхідно-інтеграційній та активаційно-генеруючій.

Носій нейронної конструктивної структури

Перш ніж представити конструктивну структуру побудови формального нейрона введемо деякі визначення і припущення та розглянемо його складові і їх формалізацію.

Припустимо, що процес функціонування нейрону може бути неперервним або дискретним. Кінцівки нейрону, дендрити і аксон, приймемо за канали передачі скінченних послідовностей імпульсів. Імпульси мають атрибути (довжини імпульсів, амплітуди, тощо) і послідовності (потоків) імпульсів − характеристики (щільність послідовності і інше).

Будемо вважати, що генератором імпульсів у нейроні під дією синапсів є його тіло, яке за зразком активаційної функції створює імпульсну послідовність для подальшої передачі по каналах зв'язку. Виходячи з того, що за складною груповою природою синапсичних зв'язків відбувається досить складний процес керування послідовністю формування імпульсів у тому чи іншому каналі, будемо розглядати тільки наслідки такого керування. Також будемо вважати, що тіло нейрону має можливість перенаправляти імпульсні послідовності по відповідним каналам. Таким чином, у формальному нейроні повинно виконуватися послідовність процесів:

– формування вхідних імпульсних потоків у дендритних каналах;
– обробка вхідних потоків для визначення атрибутів імпульсів;
– визначення характеристик каналів;
– інтеграція показників сигналів і характеристик каналів;
– інтеграційний аналіз і прийняття рішення про формування оберненого зв'язку чи лінійної передачі інформації;
– формування зразка імпульсу за допомогою активаційного об'єкту;

– генерація потоку імпульсів за зразком;
– аналіз і прийняття рішення про формування обернених зв'язків, чи направлення потоку на вихід з аксону.

Формалізація і реалізація наведених процесів повинна проводитися при наявності відповідних конструктивних об'єктів: граматичних та алгоритмічних структур.

Об'єкт, який представляється послідовністю процесів зручно моделювати автоматом. Але таке представлення нейрону не є гнучким тому, що вплив зовнішнього середовища на такий автомат за його визначенням можливий тільки через вхід і не може врахувати наслідки різноманітних комбінацій синапсичних зв'язків між нейронами. Виходячи з того, що формальний нейрон H може мати два типи обернених виходів, введемо у моделі нейрона дві автоматні структури: вхідно-інтеграційну − ${}_IC$ та активаційно-генеруючу − ${}_GC$, які можуть формувати ці виходи. Отже, будемо вважати, що автоматні структури виконують «роботу» штучного нейрону, тобто

– структура ${}_IC$ – за наслідком дії синапсичних зв'язків формує вхідні дані нейрону з зовнішнього простору або знімає дані з інших нейронів. Тим самим вона створює вхідні векторні потоки і, компоненти яких розподіляє по дендритних каналах; крім того структура визначає характеристики каналів; перетворює вхідні дані з різних вхідних каналів у інтегровані дані для подальшої обробки або відповідної обробки для передачі по оберненим каналам;
– структура ${}_GC$ – сприймає інтегровані дані, за якими формує активаційний імпульс-зразок і генерує потік імпульсів для передачі по прямим або оберненим каналам зв'язку.

Розглянемо архітектуру та схему функціонування автоматної структури ${}_IC$. Припустимо, що будь який автомат має $k \le m \in \mathrm{N}$ входів, котрі задаються елементами упорядкованої множини ідентифікаторів $X = \{x_i\}_{i=0}^{k}$. Входи i- го каналу формуються у вигляді скінченої послідовності імпульсів a_i^j: $XI_i = (a_i^1, a_i^2, \ldots, a_i^{j_i})$ або $XI_i = a_i^1\, a_i^2 \ldots\, a_i^{j_i}$, які можуть бути пов'язані з відповідними тактами часу. Автоматна структура ${}_IC$ має в собі конструктивну граматичну структуру CI для формування імпульсних послідовностей. Кожен імпульс послідовності визначається у граматичній структурі CP деяким набором атрибутів $XP_i = (\{ap_i^1\}, \{ap_i^2\}, \ldots, \{ap_i^{j_i}\})$ зі скінченної множини $Xp = \{ap_i\}$, котрі зв'язуються у структурі CZ у імпульсні послідовності (ланцюжки). Отже множині ідентифікаторів X відповідає певне відношення визначене на множинах імпульсних ланцюжків XI і їх атрибутів Xp, що задає сигнальний вектор станів автоматної структури ${}_IC$.

Структура ${}_IC$ пов'язана з визначенням характеристик каналів за імпульсними послідовностями XI і наборами атрибутів Xp. Будемо вважати, що формування множинної характеристики каналів W здійснюється за допомогою алгоритмічної структури [5] CA і сигнатури операцій ${}_I\Omega$ над алфавітами XI, Xp, таким чином маємо відображення $XI \times Xp \xrightarrow{CA,\,{}_I\Omega} XI \times Xp \times W^n = \overline{X}$.

Далі структура ${}_IC$ за заданою алгоритмічною структурою CG над послідовністю $(XI,\, Xp,\, W)$ формує відображенням $\overline{X} \xrightarrow{CG,\ {}_I\Omega} Y$, яке створює єдиний інтегрований вихідний сигнал Y.

Таким чином автоматна структура ${}_I C$ знаходитися у чотирьох станах: формування імпульсних послідовностей, формування атрибутів, формування характеристик каналів і формування інтеграційного виходу.

В автоматній структурі ${}_G C$ за одним входом Y, і за активаційною алгоритмічною структурою CK формуються активаційний імпульс z, як $Y \xrightarrow{CK,\ {}_G\Omega} z \in Z$. І далі в структурі за імпульсом-зразком та за допомогою структури-генератора G формується вихідний імпульсний потік $G : Z \xrightarrow{{}_G\Omega} ZI$. Генератор G містить граматичні структури формування послідовності імпульсів, формування послідовності їх атрибутів та зв'язування цих послідовностей. Отже, ця структура може знаходитися у двох станах – активаційному та генеруючому.

У автоматних структурах ${}_I C$ і ${}_G C$ вибором об'єктів з баз алгоритмів повинні керувати відповідні структури або відповідні виконавці.

Перейдемо до формального представлення об'єктів-структур.

Автоматну структуру ${}_I C$ за її архітектурою та схемою функціонування представимо у вигляді:

$$ {}_I C = \left\langle {}_I M,\ {}_I\Sigma,\ {}_I\Lambda \right\rangle, \tag{1}$$

де ${}_I M = \overline{X} \cup Y \cup Q$ – носій структури, ${}_I\Sigma = {}_I\Phi \cup {}_I\Psi \cup {}_I\Omega$ – сигнатура операцій, ${}_I\Lambda$ – конструктивна аксіоматика. Тут ${}_I Q = \bigcup_{i=1}^{k} {}_I Q_i$ – скінченна множини станів, ${}_I Q_i = \{{}_I q_{i,0},\ {}_I q_{i,1},\ {}_I q_{i,2},\ {}_I q_{i,3},\ {}_I q_{i,4}\}$ – стани *i*-го каналу (${}_I q_{i,0}$ – початковий, ${}_I q_{i,1}$ – формування імпульсних послідовностей та їх атрибутів ${}_I q_{i,2}$, ${}_I q_{i,3}$ – формування характеристик каналів зв'язку і ${}_I q_{i,4}$ – формування інтеграційного вихідного стану); ${}_I\Phi$ і ${}_I\Psi$ – функції переходів та виходів відповідно:

$$ {}_I\Phi : \overline{X} \times {}_I Q \xrightarrow{{}_I\Omega,\ CA,\ CG,\ {}_I\Lambda} {}_I Q,\ {}_I\Psi : \overline{X} \times {}_I Q \xrightarrow{{}_I\Omega,\ CA,\ CG,\ {}_I\Lambda} Y. \tag{2}$$

Складні відображення (2) для ${}_I\Phi$ і ${}_I\Psi$ визначені за допомогою комплексів операцій сигнатури ${}_I\Omega$, алгоритмічних структур *CA, CG* і аксіоматики ${}_I\Lambda$, і тому потребують уточнення.

Розглянемо правила аксіоматики з реалізації основних операцій сигнатури ${}_I\Sigma$. Нехай $\otimes^2 \in_I \Omega$ – двомісна операція конкатенації, яка діє над елементами алфавіту $S = XI \mid Xp$ (тут і далі символ $\mid$ означає «або»), тоді мають місце аксіоми 1…12 і визначення 1…5 аксіоматики ${}_I\Lambda$.

Аксіома 1. Нейтральний (порожній) елемент $\varepsilon \in S$, $\{\varepsilon\} = \varnothing$. $\forall s \in S \quad s \otimes \varepsilon = \varepsilon \otimes s = s$.

Визначення 1. *l* – ланцюжок над алфавітом *S*, якщо $l = \varepsilon$, або $l = \tilde{l} \otimes s \mid s \otimes \tilde{l}$, де $\tilde{l}$ – те ж ланцюжок.

Ланцюжок $l_i = s_{i_1} s_{i_2} \ldots s_{i_r}$ дорівнює $l_j = s_{j_1} s_{j_2} \ldots s_{j_q}$ ($l_i = l_j$), якщо $r = q$ і $s_{i_h} = s_{j_h}$, $h = 1,\ 2,\ \ldots,\ r$.

Визначення 2. Множина ланцюжків $\{l_i\} = L$ є вільна мова над алфавітом *S*; *LI* – вільна мова імпульсів, *LP* – вільна мова атрибутів.

У представлені (1) *CI* і *CP* конструктивні граматичні структури, за якими формуються відповідні формальні мови, як підмножини мов *LI* і *LP*.

Аксіома 2. Кожен елемент множини Xp має ім'я і значення, так що для будь якого імені $ap \in Xp$ і його значенням $|ap|$ існує відношення (типу номінативного) $ap \mapsto |ap|$.

Визначення 3. Скінчені підмножини ${}_C LI \subset LI$ і ${}_C LP \subset LP$ виділені із вільних мов *LI* і *LP* за допомогою відповідних граматичних структур *CI* і *CP* назвемо вхідними формальними мовами імпульсів і атрибутів.

Нехай $\xleftrightarrow{CG}{}^2 \in_I \Omega$ двомісне відношення зв'язування ланцюжків за граматичною структурою *CZ*. Передбачається, що структура *CZ* може мати як звичайні правила підстановки так і більш складні правила з логічними виводами [6, 7]. За допомогою цього відношення у структурі *CZ* можна зв'язати ідентифікатори позначок каналів зв'язку і відповідні послідовності імпульсів та їх атрибути при цьому повинні виконуватися наступні аксіоми.

Аксіома 3. $\forall x_i \in X$, $\exists li_i \in_C LI$, $\exists lp_i \in_C LP$ такі що
$x_i \xleftrightarrow{GZ} li_i \xleftrightarrow{GZ} lp_i = \langle x_i, li_i, lp_i \rangle$.

Тобто операція $\xleftrightarrow{GZ}$ на множинах *X*, ${}_C LI$, ${}_C LP$ задає відношення як частку декартового добутку $X \times_C LI \times_C LP$ так, що для будь яких двох зв'язок $\langle x_i, li_i, lp_i \rangle$ і $\langle x_j, li_j, lp_j \rangle$ $x_i \neq x_j$, $li_i = li_j \,|\, li_i \neq li_j$, $lp_i = lp_j \,|\, lp_i \neq lp_j$.

Аксіома 4. Якщо $(li_i = \varepsilon) \xleftrightarrow{GZ} lp_i \,|\, li_i \xleftrightarrow{GZ} (lp_i = \varepsilon)$, тоді $li_i = \varepsilon \,\&\, lp_i = \varepsilon$ і $\langle x_i, \varepsilon, \varepsilon \rangle$.

За аксіомою 4 зв'язка $\langle x_i, \varepsilon, \varepsilon \rangle$ означає, що у вхідному каналі x_i не сформовані імпульси (порожній ланцюжок імпульсів і атрибутів). Такий канал назвемо порожнім. Подібна ситуація виникає і у біологічному нейроні, коли при завадах, наприклад, завдяки синапсичному гальмуванню, імпульси не формуються у дендритах.

Перейдемо тепер до формування ваг каналів на атрибутах імпульсів за зв'язками $\langle x_i, li_i, lp_i \rangle$, для цього скористуємося формальною алгоритмічною структурою *CA* [5].

Нехай *BI* – сукупність утворюючих алгоритмів структури *CA*.

Аксіома 5. $\forall lp_i \in_C LP$, ланцюжок атрибутів такий, що $lp_i \in DomBI \,|\, p_i \notin DomBI$.

Позначимо символом $\xrightarrow{CA} \in_I \Omega$ операцію-відображення, яка реалізується одним із алгоритмів структури *CA*.

Визначення 4. Операція $\xrightarrow{CA}$ діє за правилом $\langle x_i, li_i, lp_i \rangle \xrightarrow{CA} \langle x_i, lp_i, W_i \rangle$, де $W_i \in W^n$ і може бути, що $\{\varepsilon\} \subset W_i$. Множину W_i назвемо множиною навантажень (ваг) каналу зв'язку x_i.

Для цього відображення мають місце аксіоми 6 – 8.

Аксіома 6. Операція $\xrightarrow{CA}$ не комутативна і не асоціативна.

Аксіома 7. $\forall \langle x_i, li_i, lp_i \rangle \xrightarrow{CA} \langle x_i, lp_i, W_i \rangle \,\&\, \langle x_j, li_j, lp_j \rangle \xrightarrow{CA} \langle x_j, lp_j, W_j \rangle$, $x_i \neq x_j$, $W_i = W_j \,|\, W_i \neq W$.

Аксіома 8. $\langle x_i, \varepsilon, \varepsilon \rangle \xrightarrow{CA} \langle x_i, \varepsilon, \varepsilon \rangle$ або, якщо $lp_i \notin Dom\,BI$, тоді $\langle x_i, li_i, lp_i \rangle \xrightarrow{CA} \langle x_i, lp_i, \propto \rangle$ для каналу зв'язку x_i його характеристика є $\propto$-невизначеною.

Невизначеність характеристики каналу виникає тоді, коли ланцюжок імпульсних атрибутів не розпізнається в алгоритмічній структурі *CA* або наслідок синапсичного зв'язку є невизначеним (загальмованим). З невизначеності характеристик каналів можна отримати певну практичну користь. Початкова невизначеність навантажень каналів дає можливість їх довільно задавати у якості початкового наближення ітераційних процесів керування на нейронних мережах або виконувати керування невизначеністю на проміжних етапах процесів обчислень.

Формування інтеграційного сигналу відбувається за даними вхідних каналів зв'язку утворюючими алгоритмами *BG* алгоритмічної структури *CG*.

Аксіоми аксіоматики ${}_I\Lambda$ для алгоритмічної структури *CG* частково співпадають з аксіомами для структури *CA*.

Аксіома 9. Упорядкована, породжена у структурі *CA*, трійка $\langle x_i, lp_i, W_i\rangle \subset \langle X,\ Xp, W\rangle$ є такою, що $\langle x_i, lp_i, W_i\rangle \subset Dom\,BG \,|\, \langle x_i, lp_i, W_i\rangle \not\subset Dom\,BG$ або частково включається у область $Dom\,BG$.

Визначення 5. Операція $\xrightarrow{CG} \in_I \Omega$ визначає $\langle X,\ Xp, W\rangle \xrightarrow{CG} Y$, де Y – інтегрований вихідний сигнал автоматної структури ${}_IC$.

Для операції $\xrightarrow{CG}$ мають місце аксіоми 10…12.

Аксіома 10. Якщо будь яка трійка $\langle x_i, lp_i, W_i\rangle \subset \langle X,\ Xp, W\rangle$ частково включається в область $Dom\,BG$, то вона не впливає на вихід *Y*.

Аксіома 11. Якщо $\langle x_i, \varnothing, \varnothing\rangle$ або $\langle X,\ Xp, W\rangle \not\subset Dom\,BG$, тоді $Y = \varnothing$.

Аксіома 12. Якщо хоча б для одного вхідного каналу його синапсична характеристика є $\propto$- невизначеною, тоді вихід *Y* також є $\propto$- невизначеним.

Таким чином невизначеність характеристик призводе до невизначеності інтеграційного сигналу. Невизначеністю сигналу можна скористатися таким же чином, як запропоновано при розгляді структури *CA*.

Другу автоматну структуру ${}_GC$ задамо як

$$ {}_GC = \langle {}_GM,\ {}_G\Sigma,\ {}_G\Lambda \rangle, \tag{3}$$

де ${}_GM = \langle {}_GY,\ {}_GQ\rangle$ – носій, ${}_G\Sigma = {}_G\Phi \bigcup {}_G\Psi$ – сигнатура та ${}_G\Lambda$ – аксіоматико структури; ${}_GY$ – вхідний одномірний сигнал; ${}_GQ$ –множина станів $\{{}_Gq_0,\ {}_Gq_1,\ {}_Gq_2,\ {}_Gq_3\}$, ${}_Gq_0$ – початкового, ${}_Gq_1$ – активаційного, ${}_Gq_2$ – генеруючого та ${}_Gq_3$ – заключного станів; функції зміни станів ${}_G\Phi$ і виходів ${}_G\Psi$, які діють за аксіоматикою ${}_G\Lambda$ і задаються правилами:

$$ {}_G\Phi:\ {}_GY \times {}_GQ \xrightarrow{{}_G\Omega,\ CK,\ G,\ {}_G\Lambda} {}_GQ \text{ і } {}_G\Psi:\ {}_GY \times {}_GQ \xrightarrow{{}_G\Omega,\ CK,\ G,\ {}_G\Lambda} ZI. \tag{4}$$

Дамо уточнення правил (4).

Аксіома 13. $Ran\ {}_GY \subset Dom\,CK \,|\, Ran\ {}_GY \not\subset Dom\,CK$ або $Ran\ {}_GY$ частково включається у $Dom\,CK$.

Визначення 6. Операція $\xrightarrow{CK} \in_G \Omega$ діє за правилом ${}_GY \xrightarrow{CK} z$, де z – активаційний імпульс.

Аксіома 14. Якщо $Ran\ {}_GY \not\subset Dom\,CK$ або частково включається у $Dom\,CK$, або ${}_GY = \varnothing$, тоді $\{z\} = \varnothing$.

Аксіома 15. Якщо ${}_GY$ є $\propto$- невизначеним, тоді імпульс *z* також $\propto$- невизначений.

Аксіоматика генератора *G* передбачає формування послідовності імпульсів, атрибутів і їх зв'язування в структурі ${}_IC$, при умові, що множини *XI*=*Z*, $Xp = \{az_i\}$ і $X = \{z_0, z_1\}$, де z_0 може бути порожнім. Отже, генератор *G* містить у собі граматичні структури *CI*, *CP* і *CZ*, за якими формується вихід $ZI \subset X \times_C LI \times_C LP$.

Аксіома 16. Якщо імпульс-зразок *z* $\propto$- невизначений, тоді імпульсна вихідна послідовність *ZI* також $-$ $\propto$- невизначена.

Загальне, не конкретизоване введення в автоматні структури граматичних і алгоритмічних структур робить представлення структур ${}_IC$ і ${}_GC$ досить гнучким і різноманітним.

Конкретизувавши складові структури автоматних структур можна ввести поняття автоматних підструктур. Так, структура ${}_IC_j = \langle {}_IM_j,\ {}_I\Sigma_j,\ {}_I\Lambda_j \rangle$ буде загальною підструктурою структури ${}_IC$, ${}_IC_j \prec {}_IC$, якщо $XI_j \subseteq XI$, $Xp_j \subseteq Xp$, $X_j \subseteq X$, $W_j \subseteq W$, $Y_j \subseteq Y$, $CI_j \succ CI$, $CP_j \succ CP$, $CZ_j \succ CZ$, $CA_j \succ CA$, $CG_j \succ CG$, ${}_I\Phi_j \succ {}_I\Phi$, ${}_I\Psi_j \succ {}_I\Psi$, ${}_I\Lambda_j \succ {}_I\Lambda$ і частковою – при меншій кількості з наведених включень.

Нехай множини підструктур ${}_I\overline{C}$ і ${}_G\overline{C}$, такі що ${}_I\overline{C} = \{{}_I\overline{C}_j\}$ і ${}_G\overline{C} = \{{}_G\overline{C}_j\}$.

Твердження 1. У множині ${}_I\overline{C} \mid {}_G\overline{C}$ завжди існує така часткова автоматна підструктура ${}_I\tilde{C}_j \mid {}_G\tilde{C}_k$, яка допускає одну і тільки одну просту реалізацію.

Найпростішу з підструктур ${}_I\tilde{C}_j \mid {}_G\tilde{C}_k$ приймемо за структуру цієї простої реалізації. Таким чином, автоматні структури ${}_IC$ і ${}_GC$ допускають різноманітні реалізації Y_i і ZI_j, тобто $\{{}_Iq_{i,0}\} \overset{{}_IC}{\Rightarrow} Y_i$,; ${}_Gq_0 \overset{{}_GC}{\Rightarrow} ZI_j$ і формують класи відповідних реалізацій ${}_IK = \{Y_i; \{{}_Iq_{i,0}\} \overset{{}_IC}{\Rightarrow} Y_i\}$ та ${}_GK = \{ZI_j; {}_Gq_0 \overset{{}_GC}{\Rightarrow} ZI_j\}$.

Властивості структур та їх підструктур наведені в [6].

Формально-конструктивне представлення нейронів

Зв'яжемо автоматні структури ${}_IC$ і ${}_GC$ в єдину модель нейрону *H*.

Визначення 7. Нехай *M* – конструктивний об'єкт, який задається кортежем класів реалізацій $M = \langle {}_IK,\ {}_GK \rangle$.

Визначення 8. Формальний нейрон *H* породжується конструктивною граматичною структурою (*H*- структурою):

$$ {}_HC = \langle M \cup N,\ \Sigma,\ \Lambda \rangle, \tag{5}$$

де $N = \{\alpha, \beta, \sigma, \gamma, \chi, \delta, \mu\}$ $-$ не термінальний алфавіт; $\Sigma = \{\rightarrow, \overset{DH}{\mapsto}, \overset{IH}{\mapsto}, \overset{PH}{\mapsto}, \oplus, \eta\}$ – сигнатура двомісних операцій: підстановки, номінативного присвоєння в алгоритмічних структурах *IH* над імпульсами та *PH* – атрибутами імпульсів, *DH* – характеристиками послідовності імпульсів, спеціальної операції конкатенації, відношення морфізму η і Λ – аксіоматика.

Аксіоматика операцій $\rightarrow$ і η відома [5, 6], тому розглянемо лише аксіоматику операцій $\overset{DH}{\mapsto}, \overset{IH}{\mapsto}, \overset{PH}{\mapsto}, \oplus$.

Позначимо символом *R* будь яку із алгоритмічних структур *IH, PH* або *DH*. Операція $\overset{R}{\mapsto}$ узагальнює номінативне відношення $\mapsto$. Розглянемо особливості її застосування.

Визначення 9. Якщо U – множина імен, а $|T|$ елементи мультимножини *T* такої, що $|T| \subset Dom\,R$, тоді за операцією $U \overset{R}{\mapsto} |T|$ іменам елементів присвоюється значення $R(|T|)$.

Якщо потужності множин *U* і *T* різні – операція $\overset{R}{\mapsto}$ визначається на частці *T*.

Аксіома 17. Порядок присвоєння іменам *U* номінативних значень задається алгоритмічною структурою *R*.

В аксіоматиці структури $_I C$ розглядалася операція конкатенації $\otimes$ над формальними об'єктами, які не мають кінцівок. Але складові структури нейрону мають кінцівки, тому звичайну операцію конкатенації без її модифікації не можливо застосувати.

Нехай задана множина об'єктів з кінцівками $O = \{[A_i, o_i, B_i]\}$, $A_i \subseteq A$, $B_i \subseteq B$; де імена *A* і *B* – алфавіти вхідних і вихідних кінцівок об'єкту o_i. Частковим випадком таких об'єктів є інтервальні кінцівки, над якими в відповідній структурі розглянуто ширший спектр операцій конкатенацій [6], тому як і для попередньої операції звернемо увагу на особливості реалізації операції $\oplus$.

Визначення 11. Назвемо конкатенацією кінцівок $[A_k, o_k, B_k] = [A_i, o_i, B_i] \oplus \oplus [A_j, o_j, B_j]$ якщо $B_i = A_j$, тоді $A_k = A_i$, $o_k = o_i, B_i, o_j$, $B_k = B_j$; якщо $B_i \cap A_j = \varnothing$ – $A_k = A_i \cup A_j$, $B_k = B_i \cup B_j$, $o_k = \langle o_i, o_j \rangle$; у випадку $B_i \neq A_j$ і $B_i \cap A_j \neq \varnothing$ – $A_k = A_i \cup (A_j \setminus B_i)$, $o_k = o_i, B_i \cap A_j, o_j$, $B_k = (B_i \setminus A_j) \cup B_j$.

Розглянемо у аксіоматиці Λ множину продукцій *P*, яка породжує обернені зв'язки, з'єднує автоматні реалізації $_I K$ і $_G K$ та виконує керування процесом «роботи» нейрону. Нехай символ $\sigma \in N$ є початковим у структурі $_H C$, крім того нехай структура *CG* за визначенням 5 породжує вихід $\langle X,\, Xp,\, W \rangle \xrightarrow{CG} Y$ і генератор *G* породжує вихід *ZI* структури $_G C$, тоді множина $P = \{p_k\}_{k=1}^{9}$ може бути наступною:

$$p_1 : \sigma \to \gamma\chi\sigma;\; p_2 : \sigma \to_I k\alpha\delta;\; p_3 : \chi \to ((X,\, \eta(XI), \eta(Xp)) \xrightarrow{C} ZI;$$

$$p_4 : \gamma \to \beta\alpha\delta;\; p_5 : \beta \to_I k\mu\beta;\; p_6 : \mu \to ((X,\, Xp, \eta(W)) \xrightarrow{CG} Y;$$

$$p_7 : \beta \to_I k;\; p_8 : \alpha \to \oplus;\; p_9 : \delta \to_G k,$$

де $_I k \in_I K$, $C = \langle {_I C},\, {_G C} \rangle$, $\eta(a_i^j) = a_i^j \overset{IH}{\mapsto} |z_i^j|$, $\eta(ap_i^j) = ap_i^j \overset{PH}{\mapsto} |az_i^j|$, *z* і az_i^j – складові вихідної множини *ZI* автоматної структури $_G C$; $\eta(W_i) = W_i \overset{DH}{\mapsto} |Y|$.

Множина продукцій має два рекурсивних правила p_1 і p_5, що дозволяє створювати певний шлях виводу для формування формального нейрону з циклічними оберненими зв'язками − внутрішнім та зовнішнім.

Для коректного формування заключної структури нейрону *H* введемо аксіому порядку застосування операцій.

Аксіома 18. Операція $\rightarrow$ має найвищий пріоритет серед інших операцій і застосовується доти поки не буде отримана реалізація нейрону; другою за пріоритетом є операція $\oplus$.

Питання пов'язані із виводом нейрону його структурою та інші у структурі ${}_{H}C$ є традиційними для граматичних структур [6] і тому аксіоматика з цього приводу не розглядається.

Властивості нейронної структури та операції над формальними нейронами

Наведемо для нашого випадку формулювання деяких результатів формальних структур [6].

Наявність у структурах (1), (3) і (5) скінченої множини утворюючих алгоритмів і відповідних структур та переліченості класів реалізації ${}_{I}K$ і ${}_{G}K$ дозволяє за допомого граматичної структури ${}_{H}C$ сконструювати перелічений клас нейронів *LH*.

Структура виводу будь якого нейрону з класу *LH* – взагалі неоднозначна.

Наведемо два важливі визначення еквівалентності структур нейронів.

Визначення 13. Формальні нейрони H_1 і H_2 з класу *LH* структурно еквівалентні, якщо у них є однакові шляхи виводу.

Структурно еквівалентні нейрони можуть різнитися алгоритмічними структурами, на яких вони утворені та іншим.

Визначення 14. Нейрони H_1 і H_2 породжені однією або різними нейронними підструктурами функціонально еквівалентні, якщо вони формуються на одних і тих же даних і породжують однакові значення виходів.

Операції над нейронами, як правило, супроводжуються суттєвими змінами у структурі. Так операції доповнення вхідним каналом (++) та видалення каналу (--) з іменем *x* нейрону *H* формує новий нейрон $H_+ = H + +x$ або $H_- = H - -x$ за правилами:

– для упорядкованої множини ідентифікаторів *X* нейрону *H* і елементу *x* виконується об'єднання з додаванням $\{x\} \uplus X = X_1$, для видалення – $X \setminus \{x\} = X_2$;
– у структурі ${}_{I}C$ на множині X_1 або X_2 створюється нова множина атрибутів і характеристик каналу з іменем *x* та формується вихід Y_1 або Y_2,
– за структурою ${}_{G}C$ формується вихідний імпульсний потік ZI_1 (ZI_2);
– потім у структурі ${}_{H}C$ конструюється нейрон H_+ (H_-).

Наведене правило є загальним і не враховує деякі особливості операцій доповнення вхідним каналом та видалення каналу.

Висновки

Побудована *H* структура природно моделює процес функціонування штучного нейрону завдяки можливостям по створенню у каналах зв'язку імпульсних потоків при наявності і відсутності синапсичних завад, що надає досить гнучку змогу керувати формальним процесом роботи нейрону.

Введення в запропоновану формальну структуру конструктивних об'єктів: граматичних та алгоритмічних структур надає універсальну можливість формування різноманітних штучних нейронів, як для неперервних так і дискретних процесів, для детермінованих і не детермінованих даних, тощо.

З програмістської точки зору *Н* структура є зручним інструментарієм для розробки інтелектуальних конструкторів нейронних мереж і гібридних інтегрованих інтелектуальних систем.

Література

1. Мак-Каллок У. С. Логическое исчисление идей, относящихся к нервной активности. Автоматы. Сб. статей / У. С. Мак-Каллок, У. Питтс. – М.: ИЛ, 1956. – С. 362-384.
2. Клини С. К. Представление событий в нервных сетях и конечных автоматах. Автоматы. Сб. статей / С. К. Клини. – М.: ИЛ, 1956. – С. 15-67.
3. . Биологическая кибернетика / [Коган А. Б., Наумов Н. П., Режабек В. Г., Чораян О. Г.]. – М.: Высшая школа, 1972. – 384 с.
4. Круглов В. В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика / В. В. Круглов, В. В. Борисов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2002. – 382 с.
5. Шинкаренко В. И. Структурные модели алгоритмов в задачах прикладного программирования Часть I. Формальные алгоритмические структуры / В. И. Шинкаренко, В. М. Ильман, В. В. Скалозуб // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 3. – С. 3-14.
6. Ільман В. М. Формальні структури та їх застосування : монографія / В. М. Ільман, В. В. Скалозуб, В. І. Шинкаренко. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2009. – 205 с.
7. Андрющенко В. А. Грамматические системы с логическим выводом / В. А. Андрющенко, В. М. Ильман, Г. И. Покандюк // Современные информационные технологии на транспорте, в промышленности и образовании : междунар. науч.-практ. конф., 13-14 мая 2010 г. : тезисы докл. – Д.: ДНУЖТ, 2010. – С. 43.

Literatura

1. Mak-Kallok U.S. Logicheskoe ischislenie idej, otnosjaschihsja k nervnoj aktivnosti. M.: IL. 1956. S. 362-384.
2. Klini S.K. Predstavlenie sobytij v nervnyh setjah I konechnyh avtomatah. M.: IL. 1956. S. 15-67.
3. Biologicheskaja kibernetika. M.: Vis'shaja shkola. 1972. 384 s.
4. Kruglov V.V. Iskusstvennye nejronnye seti. M.: Gorjachaja linija-Telekom. 2002. 382 s.
5. Shinkarenko V.I. Kibernetika i sistemnyj analiz. 2009. № 3. S. 3-14.
6. Ilman V.M. Formalni struktury I jih zastosuvannja. Dnipropetrovsk: DNUZT. 2009. 205 s.
7. Andrjuschenko V.A. Sovremennye informacionnye tehnologii na transporte v promyshlennosti i obrazovanii. Dnipropetrovsk: DNUZT. 2009. S. 43.

V.M. Ilman, V.I. Shynkarenko

Formal Structure of Neurons

In the paper proposed formal constructive model of an artificial neuron. To simulate the neuron authors applied the structural approach [5] representatives of neuron as a process of deterministic and nondeterministic, clear and unclear, and other input variables.

Flexibility and formalization of neuron processes is achieved by introducing structure of the relevant design objects: grammatical and algorithmic structures. In general an artificial neuron modeled by a complex formal constructive structure based on two coupled automata structures: input-integrating and activation-generating.

Built structure simulates the natural process of functioning of artificial neuron opportunities through the creation of channels of the flows in the presence and absence of synapse noise that provides enough flexibility to manage the formal process of neuron.

In neural structures axiomatic considered generally new issues rules constructive operations formalization of the adding and removing channels neuron and proposed features operations concatenation algebraic of objects with limbs and generalized nominative operation attributes.

Статья поступила в редакцию 22.06.2012.