

УДК 621.333.024:621.316.73

А. М. АФАНАСОВ, канд. техн. наук (ДНУЖТ)

## Моделирование магнитных характеристик тяговых электродвигателей постоянного и пульсирующего тока

**Ключевые слова:** тяговый электродвигатель, магнитная характеристика, арктангенс, коэффициент насыщения, аппроксимация, электродвижущая сила.

Известен целый ряд исследований, посвященных поиску оптимальных аналитических выражений, описывающих кривые намагничивания электрических машин, в том числе — тяговых электродвигателей постоянного тока. Такое аналитическое выражение с одной стороны должно возможно точно описывать зависимость магнитного потока электромашины от м. д. с. её обмотки возбуждения (тока возбуждения), а с другой стороны — быть достаточно простым и легко дифференцируемым. Таким требованиям, по мнению многих исследователей, наиболее полно отвечает функция арктангенса [1].

Для практических расчетов наиболее удобным является описание кривой намагничивания электромашины в виде зависимости удельной э. д. с. вращения от тока возбуждения

$$e \mid f / I \zeta,$$

где  $e$  — удельная э. д. с. вращения якоря;  $I$  — ток возбуждения электромашины.

$$e \mid \frac{E}{\omega},$$

где  $E$  — э. д. с. вращения якоря электромашины;  $\omega$  — угловая скорость вращения якоря.

Аналитическое выражение зависимости  $e(I)$  может быть представлено в виде

$$e \mid A \arctg / BI \zeta, \quad (1)$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные коэффициенты.

В практике тягового электромашиностроения широко используется универсальная магнитная характеристика, достаточно точно описывающая кривые намагничивания электродвигателей тягового подвижного состава [2]. Известны и исследования, посвященные аналитическому описанию данной универсальной характеристики. Предварительный анализ показывает, что выражение (1) описывает универсальную магнитную характеристику с достаточной точностью лишь в средней её части. В ненасы-

щенной зоне и зоне насыщения применение выражения (1) даёт некоторую ошибку. Асимптота арктангенса горизонтальна, а кривая универсальной магнитной характеристики в зоне насыщения представляет собою наклонную линию.

Необходимо отметить, что реальные типовые скоростные характеристики тяговых двигателей [3] дают расчетные приведенные магнитные характеристики, расходящиеся с универсальной характеристикой на величины, соизмеримые с допустимыми отклонениями магнитных характеристик в часовом режиме ( $\pm 3\%$ ) [4]. Поэтому описание реальных магнитных характеристик выражением (1) в зоне рабочего диапазона изменения тока является удовлетворительным. Например, при тепловых испытаниях тяговых электромашин этот диапазон изменения тока может быть задан в окрестности часового режима, при котором проводятся испытания [4].

Рассмотрим свойства функции (1), как выражения для описания магнитной характеристики, представив её в виде

$$e_A \mid \arctg BI, \quad (2)$$

где

$$e_A \mid \frac{e}{A}.$$

График функции (2) приведен на рис. 1 в виде кривой  $e_A \mid f / BI \zeta$  (линия 1). Допустим, точка  $S$  соответствует часовому режиму ( $I=I_{\text{ч}}$ ), для которого  $e_A \mid e_{A\text{ч}}$ . Тогда коэффициент насыщения тяговой электромашины, соответствующий часовому режиму, будет равен

$$K_{\text{нч}} \mid \frac{BI_{\text{ч}}}{BI_{\delta}},$$

где  $BI_{\delta}$  — параметр  $BI$ , соответствующий падению магнитного напряжения в воздушном зазоре.

Прямая 2 (рис. 1) соответствует зависимости удельной э. д. с. от падения магнитного напряжения в воздушном зазоре электромашины. Из свойств функции арктангенса прямая 2, представляющая собой касательную к кривой 1 в точке  $e_A(0)$ , описывается уравнением

$$e_A = BI,$$

а углы её наклона к осям координат равны  $45^\circ$ . Тогда выражение для коэффициента насыщения  $K_{\text{нч}}$  может быть преобразовано к виду

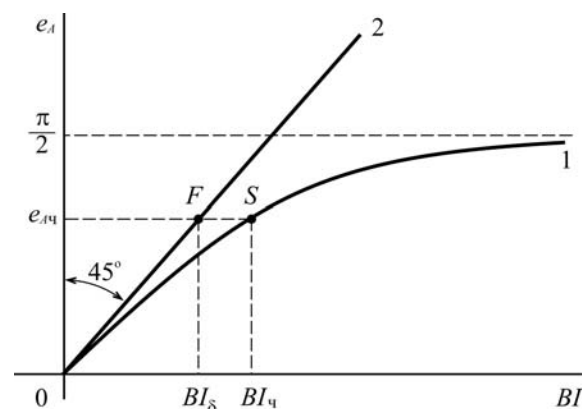


Рис. 1.

$$K_{\text{нч}} \mid \frac{\text{tg } e_{A\text{ч}}}{e_{A\text{ч}}}, \quad (3)$$

где  $e_{A\text{ч}}$  — параметр  $e_A$ , соответствующий часовому току (рис. 1).

Таким образом, коэффициент насыщения  $K_{\text{нч}}$ , соответствующий часовому режиму, определяет параметр  $e_{A\text{ч}}$ , а при известной удельной часовой э. д. с. вращения  $e_{\text{ч}}$  и сам коэффициент  $A$  в выражении (1).

$$A \mid \frac{e_{\text{ч}}}{e_{A\text{ч}}}. \quad (4)$$

Значение  $e_{\text{ч}}$  может быть выражено через типовые параметры тяговой электромашин в виде

$$e_{\text{ч}} \mid \frac{U_{\text{н}} 4 I_{\text{ч}} \sqrt{R}}{\omega_{\text{ч}}},$$

где  $U_{\text{н}}$  — номинальное напряжение;  $I_{\text{ч}}$ ,  $\omega_{\text{ч}}$  — часовые значения тока и угловой скорости соответственно;  $R$  — суммарное сопротивление обмоток электромашин.

Выражения (3) и (4) могут быть использованы для предварительной оценки параметра  $A$  в упрощенных расчетах, требующих аналитического описания магнитных характеристик тяговых электромашин по известному коэффициенту магнитного насыщения  $K_{\text{нч}}$ .

Коэффициент  $B$  при известных значениях  $A$  и  $e_{\text{ч}}$  может быть определен как

$$B \mid \frac{\text{tg } e_{A\text{ч}}}{I_{\text{ч}}}. \quad (5)$$

Рассмотрим основные возможные способы определения уточненных значений коэффициентов  $A$  и  $B$ , обеспечивающих наиболее корректное аналитическое описание магнитных характеристик известных серий тяговых электромашин. Будем считать известными их типовые скоростные характеристики  $\omega=f(I)$ , номинальное напряжение  $U_{\text{н}}$  и суммарное сопротивление обмоток  $R$ . Тогда не представляет трудности получение реальной магнитной характеристики в виде  $e=f(I)$ . Необходимо отметить, что типовые скоростные характеристики, получаемые в результате квалификационных испытаний тяговых электромашин, представляются в виде конечного числа дискретных точек и являются усредненными для данной серии электромашин [3].

Первый способ определения коэффициентов  $A$  и  $B$  графически представлен на рис. 2. Искомые параметры апп-

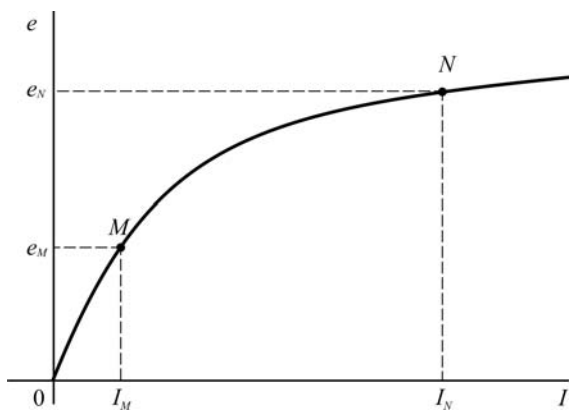


Рис. 2.

роксимирующей функции (1) могут быть найдены из условия прохождения кривой  $e(I)$  через две заданные точки  $M$  и  $N$ . Предполагается, что  $e(I_M)$  и  $e(I_N)$  точно определены типовой скоростной характеристикой, то есть  $\omega(I_M)$  и  $\omega(I_N)$  являются табличными данными результатов квалификационных испытаний.

Коэффициенты  $A$  и  $B$  в этом случае могут быть определены путём решения системы уравнений:

$$\begin{cases} e_M \mid A \text{ arctg} / BI_M C; \\ e_N \mid A \text{ arctg} / BI_N C. \end{cases}$$

Выбор самих точек  $M$  и  $N$ , в которых реальная характеристика  $e(I)$  и аппроксимирующая кривая будут пересекаться, может быть осуществлён методом экспертных оценок в зависимости от цели моделирования магнитной характеристики.

Второй способ определения коэффициентов  $A$  и  $B$  графически представлен на рис. 3. Искомые параметры аппроксимирующей функции (1) могут быть определены из условия прохождения кривой  $e(I)$  через заданную точку  $S$

с заданным значением производной  $\frac{de}{dI}$  в данной точке.

Здесь предполагается, что  $e(I_S)$  точно определена типовой скоростной характеристикой, а производная  $\frac{de}{dI}$  в точке  $S$  может быть определена графически достаточно точно.

Коэффициенты  $A$  и  $B$  в этом случае определяются путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} e_S \mid A \text{ arctg}(BI_S); \\ \left. \frac{de}{dI} \right|_{I=I_S} \mid \frac{AB}{12 B^2 I_S^2}. \end{cases}$$

В качестве точки  $S$  при данном способе аппроксимации имеет смысл выбирать наиболее вероятный режим работы электромашин. Если идет речь о моделировании электромеханических процессов при тепловых испытаниях электромашин, это будет режим, соответствующий часовому или другому эквивалентному току.

Третий способ определения коэффициентов  $A$  и  $B$  графически представлен на рис. 4. Искомые параметры аппроксимирующей функции (1) могут быть определены из условия прохождения кривой  $e(I)$  через заданную точку

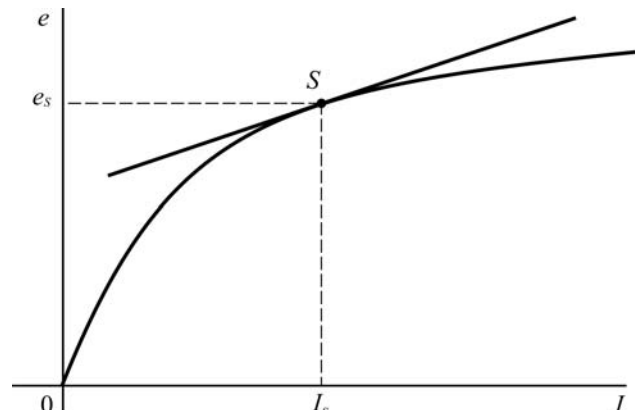


Рис. 3.

С при максимальном совпадении искомой кривой 2 с реальной кривой намагничивания 1 на заданном отрезке изменения тока  $[I_1; I_2]$ . Критерием степени корректности аппроксимации может быть выбран, например, минимум среднего квадратического отклонения.

В качестве точки  $S$  при заданном способе аппроксимации имеет смысл выбирать режим, соответствующий часовому току, то есть  $I_S = I_{\text{ч}}$ .

Коэффициенты  $A$  и  $B$  в этом случае определяются методом подбора с учётом выполнения условий:

$$\begin{cases} e_S | A \arctg / BI_S C; \\ \omega \downarrow \min, \end{cases}$$

где  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение.

Выбор отрезка  $[I_1; I_2]$ , на котором рассчитывается параметр  $\sigma$ , осуществляется в зависимости от ожидаемого диапазона изменения тока  $I$  и целей моделирования магнитной характеристики.

Четвертый способ определения коэффициентов  $A$  и  $B$  графически представлен на рис. 5. Здесь искомые параметры аппроксимирующей функции могут быть определены из условия максимального совпадения искомой кривой 2 с реальной кривой намагничивания 1 на заданном отрезке изменения тока  $[I_1; I_2]$ .

Критерием степени корректности проводимой аппроксимации может быть выбран тот же параметр, что и в третьем способе — минимум среднеквадратического отклонения  $\sigma$ .

$$\omega \downarrow \min.$$

Выбор отрезка  $[I_1; I_2]$  осуществляется таким же образом, как и в предыдущем — третьем способе.

В отличие от третьего способа, в котором выбор одного из коэффициентов, например  $A$ , определяет значение другого ( $B$ ), в четвертом способе требуется перебор сочетаний этих двух параметров. Данный способ даёт наиболее точное совпадение аппроксимирующей характеристики с реальной, однако не гарантирует их совпадение в заданной точке, например в той, которая соответствует режиму испытания. Кроме того, этот способ в сравнении с другими, описанными выше, является самым трудоёмким.

Анализ приведенных способов определения параметров аппроксимирующей функции (1) показывает, что наиболее рациональным для описания кривой намагничивания на заданном отрезке изменения тока является третий способ, формализованный в виде условий (6).

Зависимость  $e_{\text{Ач}} | f / K_{\text{нч}} C$  может быть определена по универсальной магнитной характеристике. В табл. 1 приведены результаты расчёта данной зависимости, проведенного по третьему способу с учётом выполнения условий:

$$\begin{cases} \Phi_S | A_0 \arctg / B_0 F_S C; \\ \omega \downarrow \min, \end{cases}$$

где  $\Phi_S$  и  $F_S$  — координаты точки  $S$  (в относительных единицах) на универсальной магнитной характеристике [2], соответствующие выбранному коэффициенту насыщения  $K_{\text{нч}}$  часового режима;  $A_0$  и  $B_0$  — коэффициенты аппроксимации универсальной магнитной характеристики.

При этом параметр  $e_{\text{Ач}}$  рассматривается как отношение

$$e_{\text{Ач}} | \frac{\Phi_{\text{Сч}}}{A_0},$$

где  $\Phi_{\text{Сч}}$  — магнитный поток (в относительных единицах), соответствующий часовому режиму.

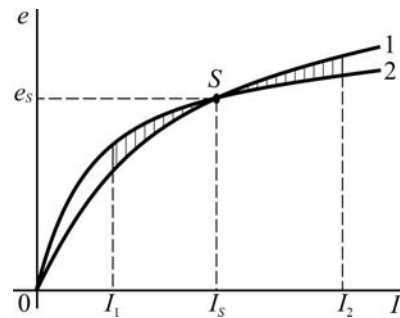


Рис. 4.

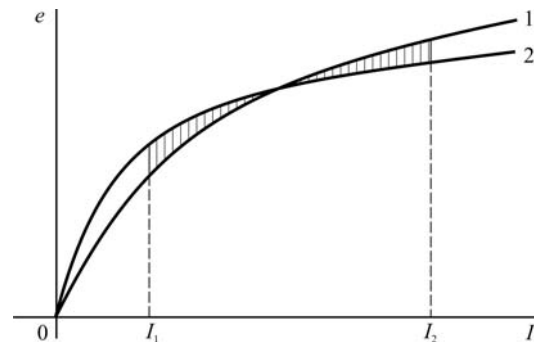


Рис. 5.

Таблица 1

$K_{\text{нч}}$	1,67	1,79	1,91	2,04	2,15	2,27	2,49
$e_{\text{Ач}}$	1,16	1,2	1,23	1,25	1,26	1,28	1,3

Сам часовой режим (положение точки  $S$ ) задавался на кривой универсальной магнитной характеристики значением коэффициента магнитного насыщения  $K_{\text{нч}}$ .

На рис. 6 зависимость  $e_{\text{Ач}}(K_{\text{нч}})$ , полученная для универсальной магнитной характеристики (см. табл. 1) приведена в графическом виде.

Данная зависимость позволяет определить коэффициенты аппроксимации  $A$  и  $B$  в уравнении (1) по выражениям (3) и (4) соответственно, используя только типовые параметры тяговой электромашины и значение коэффициента магнитного насыщения в часовом режиме. При этом наличия самой магнитной характеристики не требуется.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельский Б.И. Аналитическое выражение кривой намагничивания электрических машин [Текст] / Б. И. Архангельский // Электричество. — 1958. — № 1. — С. 14—18.
2. Находкин М. Д. Универсальная магнитная характеристика тяговых электродвигателей постоянного тока [Текст] / М. Д. Находкин, В. С. Хвостов // Вестник электропромышленности. — 1958. — № 1. — С. 44—48.
3. Правила тяговых расчетов для поездной работы. — М.: Транспорт, 1985. — 287 с.
4. ГОСТ 2582-81. Машины электрические вращающиеся тяговые. [Текст] / Государственный стандарт СССР. — М.: Издательство стандартов, 1981. — 50 с.

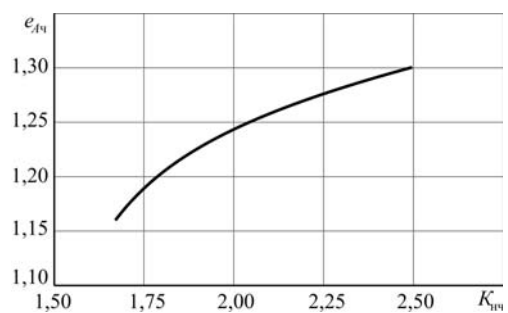


Рис. 6. Зависимость  $e_{\text{Ач}} = f(K_{\text{нч}})$ .