

УДК 629.423.1

**САБЛИН О. И.**, кандидат технических наук, доцент, кафедра электротехники и электромеханики, Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Академика Лазаряна, 2, г. Днепропетровск, 49010

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРОПДВИЖНОГО СОСТАВА НА ОСНОВЕ ОБЩИХ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ**

Рассмотрен процесс электропотребления электротранспорта с плавным регулированием мощности на основе общих уравнений электромагнитного поля, что позволило более точно выделить составляющие полной мощности тяговой нагрузки с учетом их физической природы. Использование приведенных выражений и физических объяснений явлений возникновения реактивной мощности и мощности искажения в электрических цепях электротранспорта при несинусоидальных режимах позволяют более точно рассчитать и компенсировать неактивные составляющие мощностей, а также понять и объяснить их существо и характер.

Ключевые слова: электротранспорт; плавное регулирование; искажения; электромагнитное поле; реактивная мощность; мощность искажения; компенсация.

Разработка перспективного электротранспорта для различных видов электрической тяги связана в первую очередь с внедрением на нем систем плавного регулирования мощности. Применение указанных систем, однако, вызывает искажения питающего напряжения и несинусоидальные режимы в тяговой сети, т.е. ухудшает электромагнитную совместимость, к тому же сама по себе тяговая нагрузка характеризуется длительной и кратковременной неравномерностью, носящей вероятностный характер. Все это осложняет расчет реактивной мощности в питающей сети и потерь от нее, а также затрудняет необходимый уровень ее компенсации.

При проектировании и создании более совершенных и быстродействующих компенсаторов реактивной мощности в цепях с искажающими вероятностными нагрузками, какой является тяговая нагрузка, необходим более детальный анализ электроэнергетических процессов. В данной работе предлагается рассмотреть процессы электропотребления в системе электрической тяги исходя из общих уравнений электромагнитного поля, и таким образом выделить составляющие полной мощности ЭПС и установить их физическую природу. Анализ основывается на представлении единицы ЭПС в виде пассивного двухполюсника с параметрами  $R$ ,  $L$ ,  $C$  входные электрические величины которого известны.

Реактивная мощность  $Q$  двухполюсника, которую используют для определения величины емкости статического компенсатора, обеспечивающего минимум активных потерь при передаче электроэнергии периодическими функ-

циями напряжения  $u = u(t)$  и тока  $i = i(t)$  в классическом варианте определяют, например, в виде [1-5]

$$Q = U^{(1)} I^{(1)} \sin \varphi^{(1)}, \quad Q = \frac{\omega}{T_0} \int_0^T i \left( \int_0^t u \, d\tau \right) dt, \quad Q = \frac{1}{2\pi_0} \int_0^T i \frac{du}{dt} dt.$$

Приведенные выражения для нелинейных цепей в большинстве случаев дают различные результаты, что ограничивает их применение. В последнее время развито много новых теорий реактивной мощности, в том числе волновая [6]. Неоднозначность определения реактивной мощности, а также непериодический характер изменения напряжения  $u(t)$  на токоприемнике и тягового тока  $i(t)$  ЭПС заставляет искать ее определение исходя из общей теории электромагнитного поля, т.е. искать соотношение, аналогичное определению активной мощности в виде интегрального выражения

$$P = \int_V \operatorname{div} [\vec{E} \vec{H}] dV = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} ui \, dt, \quad (1)$$

где  $V$  – объем источника электроэнергии, содержащий электромагнитное поле;  $\vec{E} = \vec{E}(t)$ ,  $\vec{H} = \vec{H}(t)$  – соответственно векторы напряженностей в общем случае переменных электрического и магнитного полей;  $T_0$  – длительность рассматриваемого участка непериодических процессов  $u(t)$  и  $i(t)$  (строго говоря, все процессы на практике непериодические и конечны во времени).

В идеальных электрических элементах с параметрами  $L$ ,  $C$ ,  $R$  представлен только один из видов энергии, и соответственно, один из ее носителей: магнитное, электрическое или тепловое поля. Физические процессы в реальных объектах характеризуются сочетанием различных видов энергии, обуславливаемых электромагнитными свойствами среды объекта. Реальные физические объекты электрической цепи ЭПС имеют конечные размеры и, следовательно, обладают индуктивностью, емкостью и инерционностью по отношению к электромагнитным воздействиям. Поэтому практически всегда электромагнитные процессы можно считать непрерывными, производные по времени их физических величин – ограниченными.

Для физического объяснения существования различных составляющих полной мощности ЭПС при несинусоидальных режимах рассмотрим осредненное по объему  $V$  источника электроэнергии переменное электромагнитное поле в непрерывной среде с объемной плотностью энергии

$$w_{\text{эм}} = w_{\text{э}} + w_{\text{м}} = \frac{1}{2} (\vec{D} \vec{E} + \vec{B} \vec{H}), \quad (2)$$

где  $\vec{D} = \vec{D}(t)$ ,  $\vec{B} = \vec{B}(t)$  – соответственно векторы электрического смещения и индукции магнитного поля. Указанные величины связаны параметрами среды:

$$\vec{D} = \varepsilon_a \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_a \vec{H}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_a = \varepsilon_a(\vec{E})$ ,  $\mu_a = \mu_a(\vec{H})$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды рассматриваемого двухполюсника, в общем случае нелинейной, поэтому зависят от напряженностей поля.

Входными величинами двухполюсника являются его напряжение  $u = u(t)$  и ток  $i = i(t)$ , а они непосредственно связаны с окружающим его электромагнитным полем. Мгновенные значения напряжения двухполюсника определяются линейным интегралом от напряженности потенциального электрического поля, равного градиенту электрического потенциала:

$$u(t) = -\int_l \vec{E}(t) dl = -\int_l \text{grad } \varphi(t) dl, \quad (4)$$

а мгновенное значение полного тока, протекающего через любую поверхность  $S$ , не пересекающую области контакта с соединительными проводами равно поверхностному интегралу от суммы тока проводимости и смещения (без учета тока переноса) и подчиняется закону полного тока:

$$i(t) = \int_S \left( \vec{J} + \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) dS = \oint_{l_S} \vec{H} dl_S, \quad (5)$$

где  $l_S$  – замкнутый контур, являющийся пересечением площади  $S$  с поверхностью объема среды заполненной током  $i(t)$ .

Учитывая, что ток и напряжение во внешней по отношению к объему  $V$  цепи двухполюсника на основании закона сохранения заряда и закона электромагнитной индукции определяются выражениями:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \approx \vec{H}(t) l_H, \quad u(t) = \frac{d\psi}{dt} \approx \vec{E}(t) l_E, \quad (6)$$

где  $\psi = \psi(t) = \vec{B} S_B = \int_0^t u dt$  – магнитное потокосцепление через осредненное сечение  $S_B$ ;

$q = q(t) = \vec{D} S_D = \int_0^t i dt$  – заряд, смещающийся через осредненное сечение  $S_D$ ;

$l_H, l_E$  – осредненные длины силовых линий потоков векторов  $\vec{H}$  и  $\vec{E}$ , то величины, входящие в (2) можно выразить через интегральные электрические характеристики двухполюсника

$$\vec{E}(t) = \frac{u(t)}{l_E}, \quad \vec{D}(t) = \frac{1}{S_D} \int_0^t i(t) dt, \quad \vec{H}(t) = \frac{i(t)}{l_H}, \quad \vec{B}(t) = \frac{1}{S_B} \int_0^t u(t) dt. \quad (7)$$

С учетом (6), (7) объемную плотность энергии электромагнитного поля рассматриваемого двухполюсника можно получить в виде зависимости

$$\begin{aligned} w_{\text{эм}} = w_{\text{эм}}(u, i, l_E, S_D, l_H, S_B, t) &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\vec{D}}{\vec{E}} \right) \vec{E}^2 + \left( \frac{\vec{B}}{\vec{H}} \right) \vec{H}^2 \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{q}{u} \frac{l_E}{S_D} \right) \left( \frac{u}{l_E} \right)^2 + \left( \frac{\psi}{i} \frac{l_H}{S_B} \right) \left( \frac{i}{l_H} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\frac{q}{u} \frac{l_E}{S_D} = \varepsilon_a(t), \quad \frac{\psi}{i} \frac{l_H}{S_B} = \mu_a(t).$$

Напряженность электрического и магнитного полей в выражениях (7), как сложные функции, удовлетворяющие условиям Дирихле на рассматриваемом промежутке времени  $[0, T_0]$ , могут быть разложены в ряд Фурье:

$$\vec{E} = \sum_{k=0}^{\infty} \vec{E}_k, \quad \vec{H} = \sum_{m=0}^{\infty} \vec{H}_m, \quad (9)$$

где  $\vec{E}_k, \vec{H}_m$  – « $k$ »-тая и « $m$ »-тая комплексные гармонические составляющие векторов напряженности электрического и магнитного полей:

$$\vec{E}_k = \vec{E}_k(t) = \vec{E}_k e^{-j\left(\frac{2\pi kt}{T_0} + \alpha_k\right)}, \quad \vec{H}_m = \vec{H}_m(t) = \vec{H}_m e^{-j\left(\frac{2\pi mt}{T_0} + \beta_m\right)}. \quad (10)$$

Тогда на основании теоремы Пойнтинга мгновенный поток энергии электромагнитного поля сквозь замкнутую поверхность  $S$ :

$$\vec{\Pi} = \oint_S \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{n}^0 \left[ \vec{E}_k \times \vec{H}_m \right] dS, \quad (11)$$

где  $\mathbf{n}^0$  – единичный вектор нормали к поверхности  $S$ ;  $\vec{H}_m$  – комплексно-сопряженный вектор. Раскрыв суммы последнего выражения получим

$$\vec{\Pi} = \oint_S \left\{ \sum_{\substack{k=0 \\ m=0 \\ k=m}}^{\infty} \mathbf{n}^0 \left[ \vec{E}_k \times \vec{H}_m \right] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{k=0 \\ m=0 \\ k \neq m}}^{\infty} \mathbf{n}^0 \left( \left[ \vec{E}_k \times \vec{H}_m \right] - \left[ \vec{E}_m \times \vec{H}_k \right] \right) \right\} dS. \quad (12)$$

Первая сумма в (12) от взаимодействия одноименных гармоник составляющих напряженностей электрического и магнитного полей называют комплексным вектором  $\vec{\Pi}$  Пойнтинга. Вещественная часть (12) ( $\text{Re } \vec{\Pi}$ ) определяет количество энергии в единицу времени, протекающую через единичную площадку, перпендикулярную направлениям векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , необратимо преобразуемую в другие виды и характеризует активную мощность цепи.

Среднее по времени количество невозвращаемой энергии сквозь замкнутую поверхность  $S \approx l_H l_E$  (другими словами, активную мощность двухполюсника) можно выразить в известном виде:

$$P = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} S \text{Re } \vec{\Pi} dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} u(t) i(t) dt. \quad (13)$$

Мнимая часть « $k$ »-той составляющей потока вектора  $\vec{\Pi}$  по определению создает реактивную мощность, равную разности средних величин магнитной и электрической составляющих энергий, пропорциональных их угловой частоте.

То есть выражения (2) и (7) будут справедливы для « $k$ »-тых и « $m$ »-тых гармонических составляющих соответственно векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$  и  $\vec{H}$ ,  $\vec{B}$ .

Выразим « $k$ »-тые гармоники объемных плотностей энергий электрического и магнитного полей в (2) с учетом соотношений (7) как

$$w_3^{(k)}(t) = \frac{u^{(k)}(t)}{2l_E^{(k)}s_D^{(k)}} \int_0^t i^{(k)}(t) dt, \quad w_M^{(k)}(t) = \frac{i^{(k)}(t)}{2l_H^{(k)}s_B^{(k)}} \int_0^t u^{(k)}(t) dt, \quad (14)$$

где все входящие в (14) величины справедливы для « $k$ »-той гармоники электромагнитного поля.

Среднее значение разности объемной плотности энергий магнитного и электрического полей « $k$ »-той составляющей определится как

$$\Delta w_{cp}^{(k)}(t) = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} (w_M^{(k)}(t) - w_3^{(k)}(t)) dt, \quad (15)$$

Реактивная составляющая « $k$ »-той гармоники электромагнитного поля в объеме  $V^{(k)} \approx l_E^{(k)}s_D^{(k)} = l_H^{(k)}s_B^{(k)}$  двухполюсника определяется как

$$Q_V^{(k)} = k\omega V^{(k)} \Delta w_{cp}^{(k)} = \frac{k\omega}{2T_0} \int_0^{T_0} i^{(k)}(t) \left( \int_0^t u^{(k)}(t) d\tau \right) dt - \frac{k\omega}{2T_0} \int_0^{T_0} u^{(k)}(t) \left( \int_0^t i^{(k)}(t) d\tau \right) dt. \quad (16)$$

Учитывая, что функции  $u^{(k)}(t)$  и  $i^{(k)}(t)$  – гармонические, то для них справедливо равенство

$$\int_0^{T_0} i^{(k)}(t) \left( \int_0^t u^{(k)}(t) d\tau \right) dt = - \int_0^{T_0} u^{(k)}(t) \left( \int_0^t i^{(k)}(t) d\tau \right) dt, \quad (17)$$

тогда выражение (16) принимает вид

$$Q_V^{(k)} = \frac{k\omega}{T_0} \int_0^{T_0} i^{(k)}(t) \left( \int_0^t u^{(k)}(t) d\tau \right) dt. \quad (18)$$

Из (18) следует, что в общем случае реактивные мощности гармонических составляющих могут иметь различный знак, т.е. если в какой-то момент времени реактивный поток энергии одной гармонической составляющей имеет положительное направление – энергия вытекает из объема  $V$ , то поток реактивной энергии другой гармонической составляющей возвращается в объем из окружающего пространства (извне). Отметим, что загрузка источника реактивными составляющими мощности не обязательно должно сопровождаться циркулирующей «обменной» энергии между нагрузкой и источником. Для их возникновения достаточно пульсирующего одностороннего потока энергии, поскольку пульсирующий поток может всегда интерпретироваться как результат сложения двух или более потоков, один из которых односторонний, а другие двусторонние. Отличие изложенного подхода от традиционного заключается в том, что для определения реактивной мощности  $Q$  должны использоваться мгновенные значения величин  $u = u(t)$  и  $i = i(t)$ , которые несут полную информацию об энергетическом процессе в электрической цепи.

Из результата интегрирования (12) нельзя однозначно определить распределение вектора  $\vec{\Pi}$  по поверхности  $S$  объема  $V$ , поскольку к вектору  $\vec{\Pi}$  до-

бавляется ротор вектора  $\vec{A}$ , обусловленного взаимодействием электрического и магнитного полей различных частот (вторая сумма в (12)) который не изменяет поверхностного интеграла. Действительно

$$\oint_S (\vec{\Pi} + \text{rot } \vec{A}) dS = \oint_S \vec{\Pi} dS + \int_V \text{div rot } \vec{A} dV = \oint_S \vec{\Pi} dS, \quad (19)$$

где  $\text{div rot } \vec{A} \equiv 0$ .

Учитывая вышесказанное, вторую сумму в (12) представляющую собой энергию от взаимного влияния гармонических составляющих электромагнитного поля разного порядка ( $k \neq m$ ), называемой в преобразовательной технике мощностью искажения, можно характеризовать только среднеквадратическими значениями, поскольку ее среднее значение за рассматриваемый период времени равно нулю. Принимая во внимание (7), выражение для мощности искажения может быть получено в виде

$$D = \sqrt{\frac{1}{2T_0} \int_0^{T_0} \sum_{\substack{k=0 \\ m=0 \\ k \neq m}}^{\infty} [u^{(k)}(t)i^{(m)}(t) - u^{(m)}(t)i^{(k)}(t)]^2 dt}. \quad (20)$$

Таким образом, мощность источника сторонних электрических сил, или полная мощность источника, идет на создание в электрической цепи двухполюсника активной мощности, реактивной мощности и мощности искажения.

Использование приведенных выражений и физических объяснений явлений возникновения реактивной мощности и мощности искажения в электрических цепях электротранспорта при несинусоидальных режимах позволяют более точно рассчитывать и компенсировать неактивные составляющие мощностей, а также понять и объяснить их существо и характер.

### Литература

1. Маевский О. А. Энергетические показатели вентиляльных преобразователей / О. А. Маевский. – М.: Энергия, 1978. – 320 с.
2. Тонкаль В. Е. Баланс энергий в электрических цепях / В. Е. Тонкаль, В. А. Новосельцев, С. П. Денисюк. – К.: Наук. думка, 1992. – 312 с.
3. Жежеленко И. В. Современная концепция реактивной мощности / И. В. Жежеленко, Ю. Л. Саенко // Вестник Приазовского гос. техн. ун-та. – Мариуполь, 1995. – Вып. 1. – С. 192–197.
4. Крогерис А. Ф. Оценка энергетических процессов по мгновенной мощности / А. Ф. Крогерис, К. К. Раешевиц, Э. П. Трейманис [и др.] // Электричество. – 1987. – №7. – С. 31-35.
5. Демирчян К. С. Реактивная или обменная мощность / К. С. Демирчян // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1984. – №2. – С. 66-72.
6. Казаков О. А. Реактивная мощность как характеристика преобразования составляющих энергии электромагнитного поля / О. А. Казаков // Инженерная физика. – 1999. – № 1. С. 50-59.

## **ВИЗНАЧЕННЯ СКЛАДОВИХ ПОВНОЇ ПОТУЖНОСТІ ЕЛЕКТРОРУХОМОГО СКЛАДУ НА ОСНОВІ ЗАГАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ**

**Саблін О. І.**

Розглянуто процес електроспоживання електротранспорту з плавним регулюванням потужності на основі загальних рівнянь електромагнітного поля, що дозволило більш точно виділити складові повної потужності тягового навантаження з урахуванням їх фізичної природи. Використання наведених виражень та фізичних пояснень явищ виникнення реактивної потужності і потужності спотворення в електричних колах електротранспорту при несинусоїдних режимах дозволяють більш точно розрахувати і компенсувати неактивні складові потужностей, а також зрозуміти і пояснити їх сутність і характер.

Ключові слова: електротранспорт; плавне регулювання; спотворення; електромагнітне поле; реактивна потужність; потужність спотворення; компенсація.

## **CERTAIN COMPONENTS OF THE FULL POWER ELECTRODVIZHNOGO COMPOSITION BASED ON COMMON FIELD EQUATIONS**

**Sablin O.**

Consider a process of the electricity consumption of electric transport with a smooth capacity regulation on the basis of the General equations of the electromagnetic field that allowed to more precisely identifying the components of the full power of traction load taking into account their physical nature. Use of the given expressions and physical explanation of the phenomena of reactive power and power distortion in electric circuits of electric transport in no sinusoidal modes allow you to more accurately calculate and compensate for the inactive ingredients of capacities, but also to understand and explain their essence and character.

Key words: electric transport; smooth regulation; distortion; electromagnetic field; reactive power; the power of distortion compensation.