

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ
ІМЕНІ АКАДЕМІКА В. ЛАЗАРЯНА

Математичне моделювання земляного полотна залізниць на основі методу скінченних елементів

Навчальний посібник

ДНІПРО
2018

УДК 625.12:004.94(075.8)
М 34

Автори:

*В. Д. Петренко, О. Л. Тютюкін,
Є. Ю. Кулаженко, О. М. Кулаженко*

Рецензенти:

*д-р техн. наук, проф. М. Б. Курган (ДНУЗТ),
д-р техн. наук, проф. С. М. Гапєєв
(НТУ «Дніпровська політехніка»)*

Рекомендовано

*вченою радою університету як навчальний посібник
(протокол № 4 від 28.11.2016).*

Зареєстровано НМВ ДНУЗТ (реєстр. № 330/18-11 від 23.02.2018)

**М 34 Математичне моделювання земляного полотна залізниць на основі методу скінченних елементів [Текст] : навчальний посібник / В. Д. Петренко, О. Л. Тютюкін, Є. Ю. Кулаженко, О. М. Кулаженко; Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпро, 2018. – 70 с.
ISBN 978-966-8471-76-6**

У посібнику докладно розглянуто питання визначення напружено-деформованого стану земляного полотна залізниць шляхом математичного моделювання на основі методу скінченних елементів. Наведено як загальні відомості про цей метод та професійний розрахунковий комплекс SCAD, так і практичні рекомендації щодо створення адекватних реальним умовам експлуатації скінченно-елементних моделей земляного полотна.

Посібник складено відповідно до календарного плану практичних занять з дисципліни «Математичні методи моделювання взаємодії в системі “кріплення – масив”» для магістрів вищих навчальних закладів, які навчаються за спеціальністю 192 «Будівництво та цивільна інженерія».

Іл. 44. Табл. 3. Бібліогр.: 21 назва.

УДК 625.12:004.94(075.8)

© В. Д. Петренко та ін., 2018

© Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп.
ім. акад. В. Лазаряна, редактування,
оригінал-макет, 2018

ISBN 978-966-8471-76-6

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
Розділ 1	
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	6
Розділ 2	
ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ПРОЕКТНО-ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ КОМПЛЕКС SCAD	12
Розділ 3	
ПРАКТИЧНІ НАВИЧКИ МОДЕЛЮВАННЯ ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА У ПОК SCAD	17
3.1. Відомості про роботу з основними модулями ПОК SCAD.....	17
3.2. Основні операції зі створення моделі земляного полотна	18
3.3. Основні операції з вузлами та елементами.....	29
3.4. Визначення властивостей вузлів та елементів.....	33
3.5. Задання схем завантаження	34
3.6. Управління розрахунком	38
3.7. Аналіз результатів	40
Розділ 4	
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА У ПРОГРАМНОМУ КОМПЛЕКСІ SCAD	47
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	68
ДОДАТОК	70

ВСТУП

На сьогодні у єдиній транспортній системі України залізничний транспорт відіграє провідну роль по задоволенню потреб у вантажних і пасажирських перевезеннях. У сучасних умовах експлуатації залізниць особлива увага надається питанню забезпечення необхідного рівня міцності, стійкості, надійності та довговічності залізничної колії, її земляного полотна зокрема, як однієї з основних несучих конструкцій.

Перебудова та реконструкція залізниць в Україні ставлять нові завдання в галузі будівництва та експлуатації колії та земляного полотна. Відомо, що окрім обсягів будівництва також збільшуються обсяги ремонту та реконструкції земляного полотна, у тому числі й в умовах модернізації під швидкісний рух. Таке збільшення потребує запровадження нових технічних рішень щодо підсилення земляного полотна і, відповідно, подовження термінів його нормальної експлуатації.

Стабільна робота земляного полотна під впливом рухомого транспорту є основою нормальної експлуатації залізниці в цілому. Відомо, що основними причинами катастроф на залізничному транспорті є стан колії (50 %), стан рухомого складу (43 %) і людський чинник (7 %). У зв'язку з цим одним з основних і першочергових завдань, вирішення якого передбачене в «Стратегії розвитку залізничного транспорту України на період до 2020 року», є переоснащення колійного господарства, що забезпечить підвищення швидкості руху вантажних поїздів до 100...120 км/год, пасажирських – 160...200 км/год.

Для забезпечення безперебійного й безпечного руху поїздів необхідно мати наукові розробки, що дозволяють своєчасно вивчати процеси, які відбуваються в земляному полотні, об'єктивно оцінювати його фактичний стан і обґрунтовано призначати заходи із забезпечення міцності, стійкості, надійності та довговічності. Таке завдання дещо ускладнюється тим фактом, що стан земляного полотна не зав-

жди є таким, що відповідає високим вимогам, а його конструкція має в собі дефекти, деформації та пошкодження, тобто воно є хворим.

Дослідження щодо підсилення полотна, що виконувалися раніше, були присвячені в основному оцінці його загальної або місцевої стійкості. Пізніше з'явилися роботи з вивчення питання підвищення цієї характеристики шляхом армування різними матеріалами й створення нових конструкцій земляного полотна. Водночас, досвід експлуатації залізниць і великомасштабні польові дослідження останніх років показали, що хворе земляне полотно не задовольняє встановленій вимозі щодо швидкості руху. Аналіз даних показав, що сьогодні проектувальники не завжди мають у своєму розпорядженні надійний апарат теоретичної оцінки міцності й стійкості земляного полотна, яка базувалася б на сутності явищ, що відбуваються в тілі полотна в експлуатаційний період. Також слід зауважити, що параметри підсилення не мають відповідного наукового обґрунтування.

Існуючі методики розрахунку конструктивних елементів земляного полотна базуються на побудові плоских і дуже рідко об'ємних розрахункових схем конструкції та інтерпретації ґрунту земляного полотна з деякими припущеннями, які спрощують його реальну поведінку. У результаті конструкції земляного полотна вважаються нерациональними та неекономічними.

Посібник розроблено для вивчення напружено-деформованого стану земляного полотна залізниць шляхом математичного моделювання на основі методу скінченних елементів. У ньому наведено як загальні відомості про метод та професійний розрахунковий комплекс SCAD, так і практичні рекомендації щодо створення адекватних реальним умовам експлуатації скінченно-елементних моделей земляного полотна.

За структурою посібник відповідає календарному плану практичних занять дисципліни «Математичні методи моделювання взаємодії в системі “кріплення – масив”» для магістрів вищих навчальних закладів, які навчаються за спеціальністю 192 «Будівництво та цивільна інженерія».

Посібник дозволяє студентам вказаної спеціальності практично засвоїти курс «Математичні методи моделювання взаємодії в системі “кріплення – масив”» в повному обсязі на високому професійному рівні, а викладачу більш ефективно визначати рівень засвоєння матеріалу на основі контрольних запитань та завдань.

Теоретичні основи методу скінченних елементів

Останнім часом дослідження напружено-деформованого стану (НДС) земляного полотна все менше спирається на методи, розроблені в рамках аналітичного підходу [5, 15, 16], що об'єктивно пов'язано з ускладненням конструктивних рішень у земляному полотні, застосуванням нових технологій його спорудження, а також розвитком нових підходів до самого процесу дослідження. Найбільшого поширення набули чисельні методи [1, 10, 12]. Такі з них, як метод скінченних різниць (МСР), метод граничних елементів (МГЕ) і метод скінченних елементів (МСЕ), останнім часом мають значну теоретичну розробку і практичну реалізацію, тому спектр задач, які розв'язуються з їх допомогою, значно розширився.

Метод скінченних елементів – чисельний варіаційний метод, що дозволяє вирішувати широкий клас різних задач, пов'язаних з розв'язанням диференціальних рівнянь. Найбільшого застосування МСЕ набув у задачах механіки твердого деформівного тіла, механіки суцільного середовища, механіки підземних споруд, теплопровідності, гідродинаміки та інших.

Ідея МСЕ як варіаційного методу полягає в тому, що функція, яку шукають (переміщення, напруження, температура тощо), апроксимується сумою добутків деяких функцій (**координатні функції**) на множники, які варіюються. Як множники, які варіюються, приймають значення координатних функцій та їхніх похідних у **вузлах** скінченно-елементної сітки. Для визначення цих множників використовують принцип мінімізації похибки розв'язку задачі. Координатні функції, у свою чергу, вибирають таким чином, що кожна з них не дорівнює нулю тільки в невеликій області досліджуваного тіла, яка називається **скінченним елементом** (СЕ). Внаслідок цього в будь-якій точці досліджуваного тіла розв'язок визначається тільки декількома функ-

ціями з усієї множини координатних функцій, які використовують (функціями форми СЕ).

Алгоритм дослідження земляного полотна із застосуванням МСЕ складається з таких етапів: дискретизація досліджуваної системи на СЕ й призначення вузлових точок, у яких визначаються вузлові переміщення; побудова матриць жорсткості; формування системи канонічних рівнянь, що відбивають умови рівноваги у вузлах розрахункової системи; розв'язання системи рівнянь і обчислення значень вузлових переміщень; визначення компонентів напружено-деформованого стану досліджуваної системи за знайденими значеннями вузлових переміщень [9].

Метод скінченних елементів (МСЕ), який застосовано в цій роботі, з високою мірою наближення дозволяє розраховувати напружено-деформований стан середовища. При розв'язанні крайових задач механіки ґрунтів зручно виходити з варіаційного принципу Лагранжа, коли на дійсних переміщеннях повна потенціальна енергія певного об'єму пружного ґрунтового середовища досягає мінімуму. Інакше кажучи, розв'язання задач МСЕ зводиться до задачі про мінімізацію функціонала. Розрахунок напружено-деформованого стану методом скінченних елементів передбачає виконання послідовності операцій: розробку розрахункової схеми; програмування задачі для розв'язання на електронно-обчислювальній машині й реалізацію розв'язку; попереднє представлення результатів; повторні рішення; остаточне представлення результатів.

Розв'язання задачі в загальному вигляді зводиться до визначення в кожній точці тіла компонент переміщень, напружень і деформацій:

$$\left. \begin{aligned} u &= f_1(x, y, z); \\ \sigma_x &= f_4(x, y, z); \\ \tau_{xy} &= f_7(x, y, z); \\ \varepsilon_x &= f_{10}(x, y, z); \\ \gamma_{zx} &= f_{15}(x, y, z). \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

У кожній точці тіла, таким чином, визначається 15 невідомих компонентів: три компоненти переміщень (u, v, w) , шість компонентів напружень $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{zy})$ та шість компонентів деформації

$(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{zy})$. Тому для розв'язання загальної задачі треба мати 15 рівнянь, які можна було б застосувати до кожної точки всередині тіла, та граничні умови, справедливі для будь-якої точки поверхні, що обмежує тіло. Спільний розв'язок цих рівнянь дозволяє визначити НДС цього тіла за визначених навантажень, тобто НДС розрахункової схеми реального об'єкта.

Розглянемо застосування варіаційних способів розв'язання задач теорії пружності для отримання основного рівняння методу скінченних елементів. Припустимо, є деяке суцільне однорідне ізотропне пружне тіло V , що перебуває в рівновазі під дією об'ємних сил Q та поверхневих сил P . Представимо це тіло як таке, що складається з скінченної кількості елементів різної форми, та, якщо це необхідно, різних розмірів. Вважається, що всі сили прикладені до вершин елементів. Невідомі компоненти переміщень вершин елементів позначаються через u_i, v_i, w_i , де $i = 1, 2, 3, \dots, n$ (n – кількість вершин).

Функція для переміщень має вигляд суми Релея–Рітца, що часто застосовується для розв'язання задачі варіаційним способом:

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^n u_i f_i(x, y, z); \\ v &= \sum_{i=1}^n v_i \phi_i(x, y, z); \\ w &= \sum_{i=1}^n w_i \psi_i(x, y, z); \end{aligned} \right\}$$

де f_i, ϕ_i, ψ_i – відомі функції координат, які задовольняють граничні умови.

Потенціальна енергія системи визначається рівнянням

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}(u, v, w) - \mathcal{E}(Q, P).$$

Загальний вигляд рівняння потенціальної енергії деформації тіла та потенціалу зовнішніх сил встановлюється з аналізу рівнянь, отриманих способом вираження потенціальної енергії деформації як функції від переміщень (за допомогою рівняння Коші):

$$\mathcal{E}(u, v, w) = G \iiint_V \left\{ \begin{aligned} & \frac{1-\mu}{1-2\mu} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \\ & + \frac{2\mu}{1-2\mu} \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \\ & + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} dV.$$

Тоді потенціал зовнішніх сил виражається як

$$\mathcal{E}(Q, P) = \iiint_V (Q_x u + Q_y v + Q_z w) dV + \iint_{\Omega} (P_x u + P_y v + P_z w) d\Omega,$$

де $Q_x, Q_y, Q_z, P_x, P_y, P_z$ – проекції об’ємних та поверхневих сил, що діють на одиницю об’єму чи поверхню тіла, на осі x, y, z .

Оскільки тіло, яке розглядається, складається зі скінченної кількості окремих елементів, інтегрування в рівняннях треба замінити на сумування. З вищенаведеного рівняння видно, що потенціальна енергія деформації тіла є квадратичною функцією від переміщень його точок. З рівняння (1.1) переміщення точок тіла є функціями першого степеня від переміщень вершин елементів. Тоді потенціальна енергія деформації тіла може бути представлена як квадратична функція від u_i, v_i, w_i , тобто:

$$\mathcal{E}(u, v, w) = \sum_{i=1}^n \left[\alpha_i u_i^2 + \beta_i v_i^2 + \gamma_i w_i^2 + 2(\delta_i u_i v_i + \varepsilon_i v_i w_i + \xi_i w_i u_i) \right]. \quad (1.2)$$

З рівняння (1.2) видно, що потенціал зовнішніх сил виражений функцією першого степеня від переміщень точок тіла, або, враховуючи рівняння (1.1), – від переміщень вершин елементів

$$\mathcal{E}(Q, P) = \sum_{i=1}^n (F_{xi} u_i + F_{yi} v_i + F_{zi} w_i),$$

де F_{xi}, F_{yi}, F_{zi} – компоненти зовнішніх сил, прикладених у вершинах елементів.

Подальший аналіз виконується в матричному вигляді. Позначимо вектор компонентів переміщень вершин елементів, що складають тіло, матрицею-стовпцем. Тоді транспонований вектор переміщень вершин елементів буде виражатися матрицею-рядком:

$$\{U\} = \{u_1 u_2 \dots u_n v_1 v_2 \dots v_n w_1 w_2 \dots w_n\}, \quad (1.3)$$

Вираз потенціальної енергії деформації тіла можна записати у матричній формі таким чином:

$$\mathfrak{E}(u, v, w) = \frac{1}{2} \{U\}^T [K] \{U\}. \quad (1.4)$$

Тоді рівняння потенціальної енергії системи для цього випадку в матричній формі буде мати вигляд

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{2} \{U\}^T [K] \{U\} - \{U\}^T \{F\}. \quad (1.5)$$

Для визначення дійсних переміщень вершин елементів, що складають досліджуване тіло, знаходять мінімум потенціальної енергії системи, тобто рівняння потенціальної енергії диференціюється за невідомими та отримані рівняння прирівнюються до нуля. Після здійснення операції диференціювання отримуємо

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{E}(u, v, w)}{\partial u_i} &= 2 \sum_{i=1}^n (\alpha_i u_i + \delta_i v_i + \xi_i w_i); \\ \frac{\partial \mathfrak{E}(u, v, w)}{\partial v_i} &= 2 \sum_{i=1}^n (\beta_i v_i + \delta_i u_i + \varepsilon_i w_i); \\ \frac{\partial \mathfrak{E}(u, v, w)}{\partial w_i} &= 2 \sum_{i=1}^n (\gamma_i w_i + \varepsilon_i v_i + \xi_i u_i). \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}(Q, P)}{\partial u_i} &= \sum_{i=1}^n F_{xi}; & \frac{\partial \mathcal{E}(Q, P)}{\partial v_i} &= \sum_{i=1}^n F_{yi}; \\ \frac{\partial \mathcal{E}(Q, P)}{\partial w_i} &= \sum_{i=1}^n F_{zi}. \end{aligned} \right\}$$

Оскільки

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial u_i} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial v_i} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial w_i} &= \frac{\partial \mathcal{E}(u, v, w)}{\partial u_i} + \frac{\partial \mathcal{E}(u, v, w)}{\partial v_i} + \frac{\partial \mathcal{E}(u, v, w)}{\partial w_i} - \\ &\quad - \left[\frac{\partial \mathcal{E}(Q, P)}{\partial u_i} + \frac{\partial \mathcal{E}(Q, P)}{\partial v_i} + \frac{\partial \mathcal{E}(Q, P)}{\partial w_i} \right] = 0, \end{aligned}$$

то з виразів (1.3), (1.4) і (1.5), використовуючи матриці, отримуємо

$$\{F\} = [K]\{U\}.$$

Це і є основне матричне рівняння методу скінченних елементів.

Контрольні запитання та завдання

1. Які чисельні методи застосовуються для сучасних досліджень?
2. У яких задачах і з якої причини МСЕ набув найбільшого застосування?
3. Назвіть основну ідею МСЕ як варіаційного методу та основні типи функцій, що характеризують скінченний елемент.
4. З яких етапів складається алгоритм дослідження земляного полотна із застосуванням МСЕ?
5. У чому полягає варіаційний принцип Лагранжа, що застосовується при вирішенні крайових задач механіки ґрунтів?
6. Побудуйте функцію суми Релея–Рітца для переміщень, що застосовується для розв'язання задачі варіаційним способом.
7. Проаналізуйте основне матричне рівняння методу скінченних елементів з позиції варіаційного підходу.

Загальні відомості про проектно-обчислювальний комплекс SCAD

Для успішного розв'язання задачі розрахунку напружено-деформованого стану велике значення має тип розрахункової схеми, що приймається, і порядок ідеалізації реальної конструкції земляного полотна. Розрахункова схема може розглядатися як сукупність граничних умов, зовнішніх і внутрішніх дій, властивостей матеріалів і називається скінченно-елементною моделлю (СЕ-моделлю). Її елементами в загальному вигляді є будь-які об'єкти, які можуть брати участь у розрахунку або просто повинні бути зображені на схемі як допоміжні умовні позначення. Елементи СЕ-моделі мають бути здатні відтворювати графічно результати розв'язання.

Відповідно до строгих рішень теорії пружності повне розсіювання напружень у пружному середовищі відбувається в нескінченному видаленні від місця прикладення навантаження. У реальних середовищах практично повне розсіювання напружень, а отже, і загасання переміщень, настає значно швидше. Тому розрахунок напружень і переміщень зводиться до визначення цих величин у деякій обмеженій області. Межі області встановлюються так, щоб за ними збурення природного поля напружень додатковим навантаженням було відносно невеликим, тобто не призвело до помітних деформацій.

Цією умовою слід користуватися для обмеження області, у якій визначається напружено-деформований стан земляного полотна. Надмірне збільшення області дослідження призводить до збільшення кількості елементів, що ускладнює розрахунок, або до збільшення розмірів цих елементів, що знижує точність розв'язання. Зменшення області дослідження може стати причиною того, що вплив граничних умов внесе спотворення в напружено-деформований стан її перифе-

рійних ділянок. При призначенні сітки дискретизації (розбивки), як правило, слід дотримуватися таких основних принципів.

У безпосередній близькості від прикладених навантажень на ділянках, де визначення напружень повинне бути виконане з великою точністю, особливо в місцях, де очікуються найбільші градієнти напружень, слід призначати трикутні елементи якнайменших розмірів. Це дозволяє точніше встановити поле напружень на таких ділянках і понизити похибку через його розриви. Відповідно, на ділянках, де очікується плавна зміна напружень, розміри елементів можна збільшувати. Оскільки поле переміщень у розв'язках методом скінченних елементів безперервне, для задач, що вимагають визначення лише переміщень, можна використовувати грубішу сітку розбиття.

Якщо наперед складно визначити ділянку області, де слід деталізувати дослідження напружено-деформованого стану, можливе поетапне розв'язання задачі. На першому етапі задача розв'язується при відносно грубій сітці розбиття й для цієї сітки будується поле переміщень. Потім виділяється необхідна ділянка області, для чого будується детальна сітка розбиття, приймаються граничні умови в переміщеннях на основі попереднього розв'язку й задача зводиться до розрахунку напружень і деформацій.

Доцільно призначати таку сітку розбиття, щоб можна було скласти достатньо просту залежність, що зв'язує координати вузлових точок з номерами вершин. Усі види навантажень у методі скінченних елементів приводяться до зосереджених сил, прикладених у вузлових точках. Розподілене навантаження, що діє на якій-небудь поверхні, замінюється рівнодіючими зосередженими силами, які прикладаються до відповідних вузлів. Об'ємні сили, наприклад власна вага, також приводяться до зосереджених сил, що діють у вузлових точках.

При використанні МСЕ велике значення має точне визначення міцнісних і деформаційних характеристик ґрунтів насипу й основи, оскільки від них залежить напружено-деформований стан земляного полотна, і чим точніше будуть визначені ці характеристики, тим ближче до реальних значень виявляться одержані в результаті розрахунків величини напружень і деформацій.

Важливим етапом у розрахунках напружено-деформованого стану методом скінченних елементів є обробка і представлення результатів. Якщо кінцевою метою розв'язання задачі є визначення поля переміщень, то представлення результату стає простим. Відповідно до того,

що переміщення будь-якої точки області є лінійною функцією координат, за відомих значень переміщень вузлових точок легко визначаються переміщення всіх інших. Практика показує, що точність розв'язку в цьому випадку достатньо висока навіть при грубій схемі дискретизації. Найбільші похибки можуть спостерігатися поблизу області з різко відмінними показниками.

Значно складнішим є представлення результатів у вигляді полів напружень і деформацій. Ці поля мають розриви на межах між елементами. Значення напружень і деформацій залишаються постійними в межах кожного елемента, тобто можуть бути віднесені до будь-якої його точки. При недостатньо детальній сітці розбиття це може призвести до грубого наближення. У будь-якому випадку при кінцевих, навіть і малих, розмірах елементів доводиться відносити набуті в розрахунку значення напружень і деформацій до деяких точок у межах елемента.

Визначення тензорів напружень і деформацій виконується після проведення повного циклу ітераційної процедури і є стандартною матричною операцією МСЕ, яка детально описана в багатьох фундаментальних роботах і не є новою. Практично аналітичні положення реалізуються надалі в професійному ліцензійному комплексі Structure CAD for Windows, version 7.31 R.4 (SCAD).

Проектно-обчислювальний комплекс (ПОК) SCAD [7, 11] призначений для чисельного дослідження на персональній електронно-обчислювальній машині (ПЕОМ) напружено-деформованого стану конструкцій. ПОК SCAD забезпечує дослідження широкого класу конструкцій, причому розрахунки виконуються на статичні й динамічні навантаження. Досліджувані об'єкти можуть мати довільні обриси, локальні ослаблення у вигляді отворів і порожнин різної форми, різні умови обпирання, що важливо для виконання розрахунку земляного полотна.

У ПОК SCAD розроблена розвинена бібліотека СЕ, яка вміщує стрижні, чотирикутні й трикутні елементи плити, оболонки, чотирикутні й трикутні елементи плити на пружній основі; просторові елементи у вигляді тетраедра, паралелепіпеда, гексаедра загального виду; одновимірний і двовимірний (трикутні й чотирикутні) елементи для розв'язання осесиметричної задачі теорії пружності; спеціальні елементи, що моделюють зв'язок кінцевої жорсткості, пружну піддатливість між вузлами.

В основу комплексу покладено систему функціональних модулів, пов'язаних між собою єдиним інформаційним середовищем. Це середовище називається **проектом** і містить повну інформацію про розрахункову схему, її граничні умови, характеристики жорсткості, навантаження та їх комбінації, причому інформація наводиться у внутрішніх форматах комплексу й зберігається на диску у файлі (з розширенням **SPR**). Імена проекту й файлу задаються під час створення нової схеми.

Під час створення проекту виконується алгоритм, який пов'язаний із роботою з **функціональними модулями SCAD**. Функціональні модулі SCAD діляться на чотири групи. Перша група (**графічний препроцесор і графічний постпроцесор**) – модулі, які забезпечують введення початкових даних в інтерактивному графічному режимі й графічний аналіз результатів розрахунку. Друга група – модулі для виконання статичного й динамічного розрахунків (**процесор**), а також обчислення розрахункових поєднань зусиль, комбінацій навантажень, головних і еквівалентних напружень, реакцій, навантажень на фрагмент схеми, аналіз стійкості (**розрахункові постпроцесори**). Документування результатів розрахунку виконується модулями третьої групи. Четверта група – модулі проектування (**постпроцесори моделювання**), які служать для підбору арматури в елементах залізобетонних конструкцій, а також перевірки опору й підбору перерізів елементів сталевих конструкцій.

Модульна структура дає можливість сформувати для кожного користувача таку конфігурацію SCAD, яка максимально відповідає його потребам за класом вирішуваних задач, засобами створення розрахункових схем, аналізом і документуванням результатів розрахунку. Усі функціональні модулі комплексу реалізовані в єдиному графічному середовищі. Інтерфейс, сценарії взаємодії користувача із системою, функції контролю початкових даних і аналізу результатів повністю уніфіковані, що забезпечує мінімальний час освоєння комплексу й логічну послідовність виконання операцій. Високопродуктивний процесор дозволяє розв'язувати задачі статички й динаміки з великою кількістю степенів вільності.

Розрахунок супроводжується докладним протоколом, який може бути проаналізований як у ході виконання розрахунку, так і після його завершення. Система контролю початкових даних виконує перевірку розрахункової схеми й фіксує всі знайдені помилки та

попередження. Для успішного розв'язання задач пошуку НДС конструкцій земляного полотна достатньо користуватися трьома групами модулів.

Контрольні запитання та завдання

1. Сукупністю яких фундаментальних елементів є розрахункова схема?
2. Якою умовою слід користуватися для обмеження області, у якій визначається напружено-деформований стан земляного полотна?
3. Який прийом створення моделі дозволяє точніше встановити поле напружень на ділянках прикладення навантажень?
4. Назвіть процеси створення моделі земляного полотна, неврахування яких призводить до отримання неточних результатів розрахунку.
5. Які типи елементів включає в себе бібліотека CE ПОК SCAD?
6. Назвіть чотири групи функціональних модулів SCAD та проаналізуйте специфіку кожного з них.

Практичні навички моделювання земляного полотна у ПОК SCAD

3.1. Відомості про роботу з основними модулями ПОК SCAD

Графічний препроцесор. Для формування геометрії розрахункових схем у ПОК SCAD передбачено широкий комплекс створення схем за параметричними прототипами конструкцій, генерації сіток елементів на площині й у просторі, копіювання фрагментів схем, складання з підсхем і груп, різні функції геометричних перетворень. У режимі графічного діалога задаються всі основні параметри схем, включаючи деформаційні характеристики елементів, умови спирання й примикання, статичні й динамічні навантаження тощо.

Набір засобів модифікації геометрії розрахункової схеми включає різні види геометричних перетворень, які дозволяють змінити масштаб всієї схеми або виділеного фрагмента, здійснити поворот навколо заданої осі, виконати дзеркальне відбиття, перенести частину схеми на вказану відстань тощо. Разом з широкою гамою засобів роботи з вибраними вузлами й елементами ці функції дають можливість створити розрахункову модель практично будь-якої складності.

Графічний постпроцесор. Важливим етапом розрахунку моделей є аналіз результатів розрахунку, які можуть бути подані у вигляді ізоліній та ізополів переміщень та напружень. Одночасно на схемі можуть виводитися й чисельні значення параметрів. Для статичних і динамічних навантажень передбачена можливість анімації процесу деформації схеми й запису цього процесу у форматі відеокліпу (файл з розширенням **AVI**). Будь-яка графічна інформація може виводитися на друк або зберігатися у форматі Windows Metafile (файл з розширенням **WMF**). Також у комплексі реалізовані система фільтрів, функції фрагментації і колірні шкали, які забезпечують оперативний

доступ до всіх видів результуючої інформації. Важливо, що при цьому є можливість виділити ту частину розрахункової схеми, на якій реалізувалися результати із заданого діапазону величин, приховавши решту частини схеми.

Фільтри. В умовах великих схем важливим процесом стало перенесення уваги від функцій формування до функцій контролю створеної схеми. Головну роль тут виконує реалізована в SCAD розвинена система фільтрів, за допомогою яких встановлюються правила відображення інформації на схемі, а також функції візуалізації і фрагментації схеми. Фільтри дозволяють відібрати для відображення інформацію про розрахункову схему за десятками критеріїв. При цьому широко використовуються колірні засоби відображення вибраної інформації, які спільно з фрагментацією дозволяють відобразити будь-які параметри незалежно від розмірності моделі.

Документування результатів. Модулі документування результатів розрахунку дозволяють сформувати таблиці з початковими даними й результатами в текстовому або графічному форматах, а також експортувати їх в Microsoft Word або Microsoft Excel. Формування таблиць виконується з урахуванням груп вузлів і елементів, таблиці можна доповнити коментарями й включити в них графічну інформацію. Таким чином, звітний документ може редагуватися засобами Windows і набувати зручної для конкретного користувача форми (наприклад, відповідно до прийнятого в його фірмі стандарту), а експорт в Microsoft Excel дає можливість подальшої нестандартної обробки результатів стосовно конкретних обставин використання.





3.2. Основні операції зі створення моделі земляного полотна

У цьому розділі надано вибірккову інформацію про створення розрахункових схем земляного полотна, реалізованих як параметричні прототипи, причому скінченно-елементні моделі є просторовими на основі об'ємних СЕ, тому інші моделі (стрижневі, пластинчасті тощо) розглядаються менш детально. Таким чином, викладені принципи створення моделей не є загальними, тому для більш повного ознайомлення із створенням різних типів моделей слід звернутися до

спеціальної літератури [9, 11]. Подальший виклад інформації є вибірко-ковим для того, щоб створювати лише визначений тип схем (деякі функції свідомо не розглядаються).

Усі операції зі створення, розрахунку та аналізу моделі виконуються курсорами, які пересуваються на моніторі за допомогою комп'ютерної миші.









У комплексі використовуються чотири типи курсорів:

-  (стандартний курсор) – для вибору функції, режиму або операції;
-  (курсор з центральною мішенню) – для вибору одного вузла або елемента;
-  (курсор із зображенням прямокутника) – для вибору групи вузлів або елементів за допомогою рамки прямокутної форми;
-  (курсор із зображенням довільного багатокутника) – для вибору групи вузлів або елементів за допомогою рамки довільної форми.

У тих випадках коли виконувана операція триває довго, на екран виводиться курсор очікування – клепсидра. Після завершення операції повертається колишній курсор.

Більшість операцій формування розрахункових схем зосереджена в розділі **Схема** інструментальної панелі (рис. 3.1).

У цьому розділі можна виконати такі операції:

-  – генерація пластинчастої схеми;
-  – генерація типових поверхонь обертання;
-  – геометричні перетворення;
-  – копіювання схеми;
-  – копіювання фрагмента схеми;
-  – видалення схеми;
-  – складання схеми з декількох схем;
-  – автоматичну тріангуляцію на площині.


 **Геометричні перетворення.** Діалогове вікно геометричних перетворень включає функції, що виконують модифікацію геометрії розрахункової схеми або її фрагмента (рис. 3.2). До них належать функції перенесення координат вузлів, повороту навколо заданої осі, масштабування, дзеркального відбиття тощо.



Рис. 3.1. Розділ **Схема** інструментальної панелі препроцесора

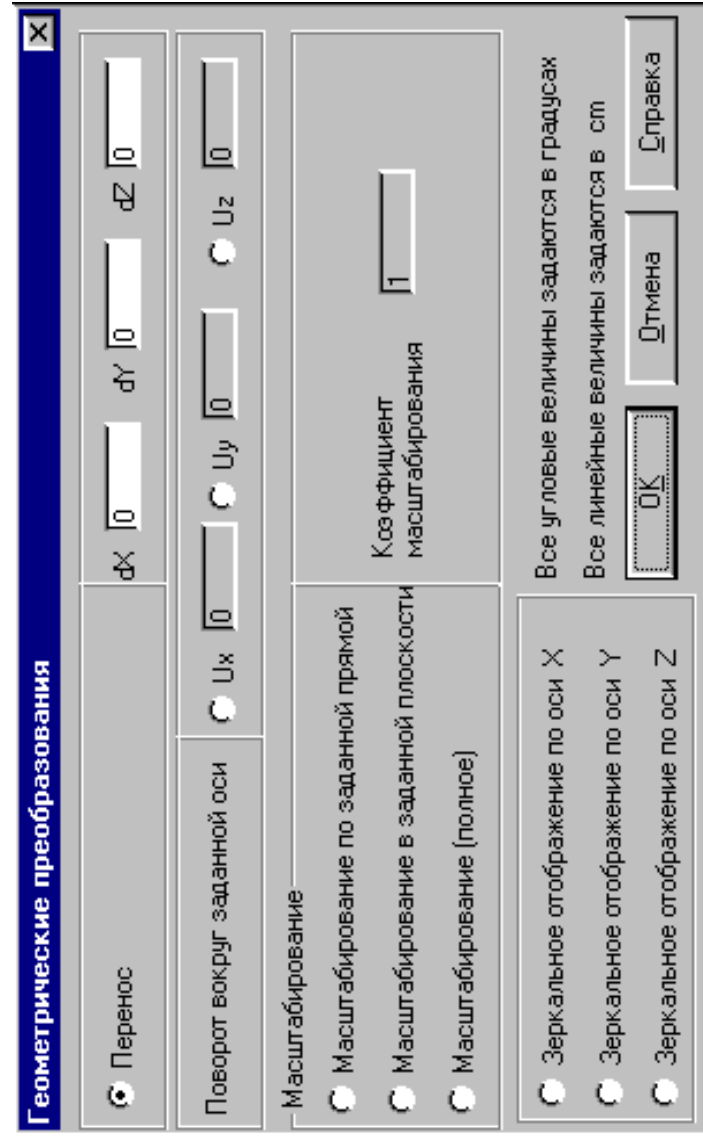



Рис. 3.2. Диалогове вікно Геометрические преобразования

Якщо режим перетворення стосується всієї схеми, то він буде виконаний після натиснення кнопки **ОК** діалогового вікна. Перетворюючи фрагмент (групу вузлів), слід спочатку його вибрати, а потім призначити й виконати необхідну функцію.

 **Копіювання схеми.** Ця операція є основною у випадку створення просторової розрахункової схеми на основі об'ємних СЕ, дія якої базується на копіюванні із заданими кроком та напрямом схеми-прототипу. Копіюватися може як готова схема, тобто з уведеними деформаційними характеристиками, шарнірами, зв'язками, навантаженнями тощо, так і схема, для якої задана тільки частина характеристик (рис. 3.3).

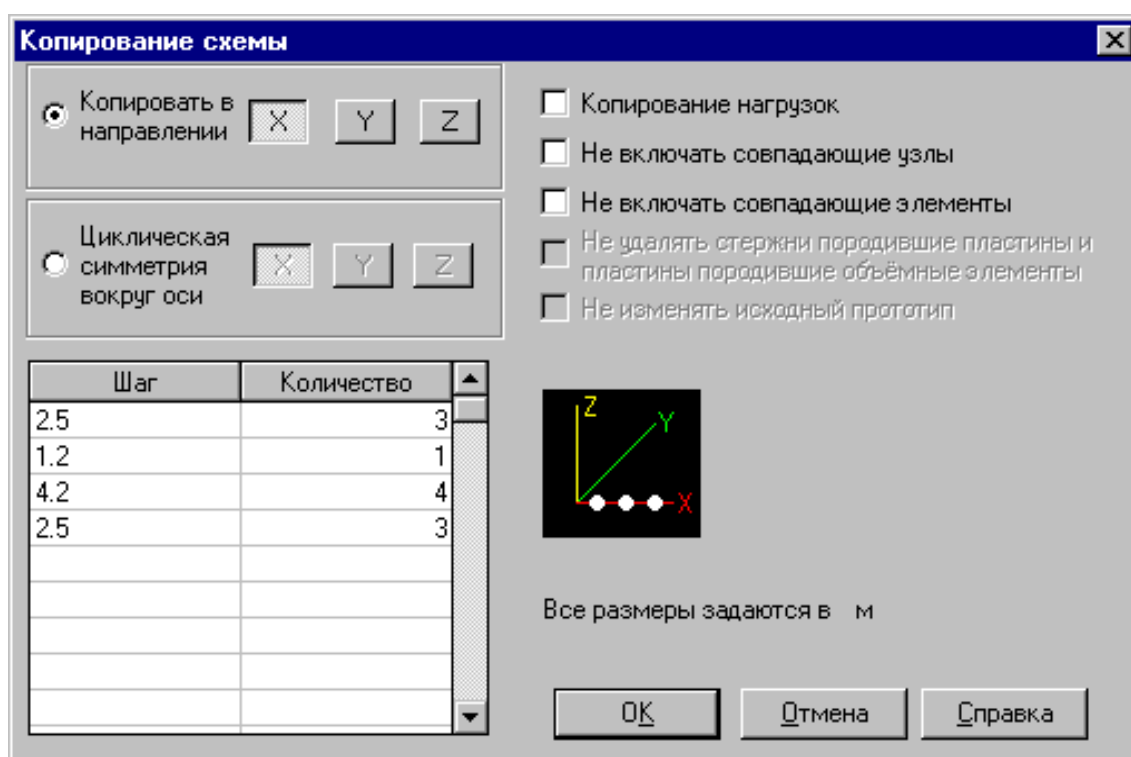


Рис. 3.3. Діалогове вікно **Копирование схемы**

Управління режимом копіювання виконується в діалоговому вікні **Копирование схемы** (див. рис. 3.3), у якому встановлюється напрям копіювання – по прямій уздовж осей загальної системи координат або по дузі кола навколо заданої осі (вісь обертання проходить через початок загальної системи координат). У обох випадках задаються кроки повторень прототипу й кількість повторень для кожного кроку, а також призначаються правила операцій із копією. Під час

копіювання по дузі як крок вводиться центральний кут у градусах. Під час копіювання над копією можна провести такі операції, які призначаються активізацією відповідних маркерів:

1. **Копирование нагрузок**, тобто перенесення всіх навантажень зі схеми-прототипу на схеми-копії.


2. **Не включать совпадающие узлы** – якщо в результаті копіювання з'являться вузли з однаковими координатами, то в результуючій схемі з них залишиться тільки один вузол. Два вузли вважаються збіжними, якщо відстань між ними менше величини, заданої користувачем.




3. **Не включать совпадающие элементы** – якщо в результаті копіювання з'являться елементи, усі вузли яких збігаються, то в результуючій схемі з них залишиться тільки один елемент.

4. **Не удалять стержни, породившие пластины**, – цей маркер буде доступний, якщо в схемі є відмічені стрижні. При активному маркері стрижні не видаляються з розрахункової схеми.

5. **Не изменять исходный прототип** – цей пункт дозволяє зберегти схему-прототип без змін у тих випадках, коли видаляються стрижні, що породжують пластини.

Для виконання операції копіювання слід виконати такий алгоритм:

1. У разі копіювання схеми без породження нових елементів у розділі **Схема** натисненням кнопки  активізувати режим копіювання; у діалоговому вікні **Копирование схемы** призначити параметри копіювання, правила операцій над копіями й натиснути кнопку **ОК**; після виконання копіювання підтвердити результати роботи або відмовитися від них.

2. У разі копіювання з породженням нових елементів у розділі **Узлы и Элементы** активізувати режим **Элементы**  натисненням кнопки вибору елементів  і вибрати на прототипі пластинчасті елементи, які повинні породжувати об'ємні тіла; у розділі **Схема** натисненням кнопки  активізувати режим копіювання; у діалоговому вікні **Копирование схемы** призначити параметри копіювання, правила операцій над копіями й натиснути кнопку **ОК**; після виконання копіювання підтвердити результати роботи або відмовитися від них.

У простому випадку копіювання схема просто повторюється із заданою кількістю раз. У процесі повторень виконується контроль збігу

вузлів і елементів і, якщо був встановлений маркер виключення збіжних об'єктів, вони видаляються з результуючої схеми.

Під час копіювання схеми з відміченими вузлами й елементами створюються нові об'ємні тіла; якщо в схемі-прототипі були вибрані пластинчасті елементи, кожен вибраний елемент породжуватиме об'ємний елемент (тип 36, 33 або 34), розмір якого в напрямку копіювання буде рівний заданому кроку копіювання (рис. 3.4).

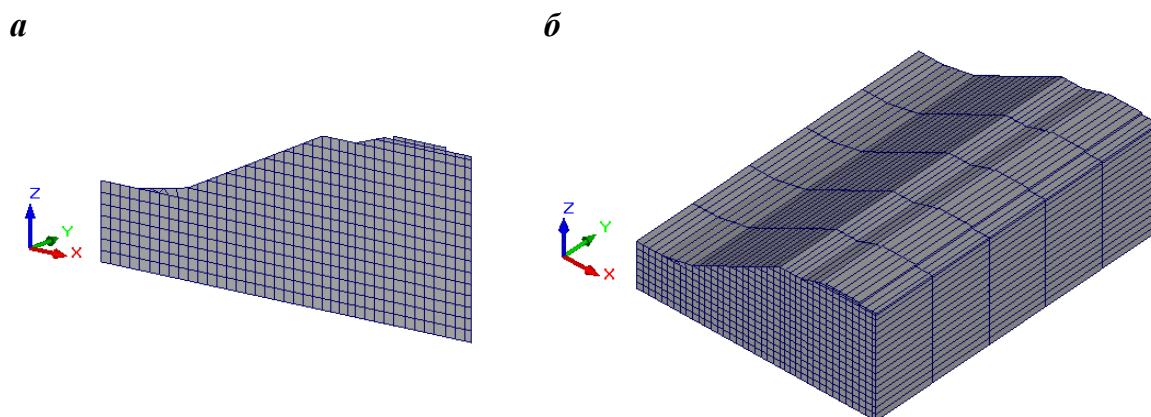




Рис. 3.4. Операція копіювання прототипу зі створенням об'ємного тіла:

a – схема-прототип; *б* – схема після копіювання

 **Копіювання фрагмента схеми.** Окрім копіювання повної схеми можливе й копіювання її фрагмента. Як фрагмент розглядається будь-яка частина схеми, усі елементи якої вибрані. При копіюванні фрагмента не виконується створення об'ємних елементів з вибраних пластин. У діалоговому вікні **Копирование фрагмента схемы** задають кроки повторень вибраного фрагмента й кількість повторень для кожного кроку, а також призначають правила операцій над копією. У разі копіювання по дузі за крок приймається центральний кут у градусах.

 **Складання схеми з декількох схем.** Часто при формуванні розрахункової схеми виникає необхідність її складання з декількох наперед приготованих підсхем елементів. При цьому схеми, які використовують для складання, можуть включати не тільки геометричні характеристики, але і зв'язки, жорсткості, навантаження тощо. Виконуючи складання, слід мати на увазі, що схеми, які беруть у ньому участь, повинні бути сформовані з однаковими одиницями вимірювання всіх величин. Для зручності схему, до якої приєднуються інші

схеми, називатимемо основною, а приєднувані схеми – підсхемами. При цьому як основна схема може бути використаний навіть один вузол, а як підсхема – будь-яка інша схема, у тому числі й основна. Після виконання складання складена схема буде вже основною. Для виконання операції слід увійти до кнопки управління режиму складання (рис. 3.5).




Рис. 3.5. Кнопки управления
Режим сборки

па управляючих кнопок операції складання (рис. 3.6), а на робочій – вікно для завантаження підсхеми;

Таким чином, алгоритм складання такий:

- відкрити готовий проект з основною схемою;

- у розділі **Схема** натиснути кнопку , внаслідок чого на інструментальній панелі з'явиться група

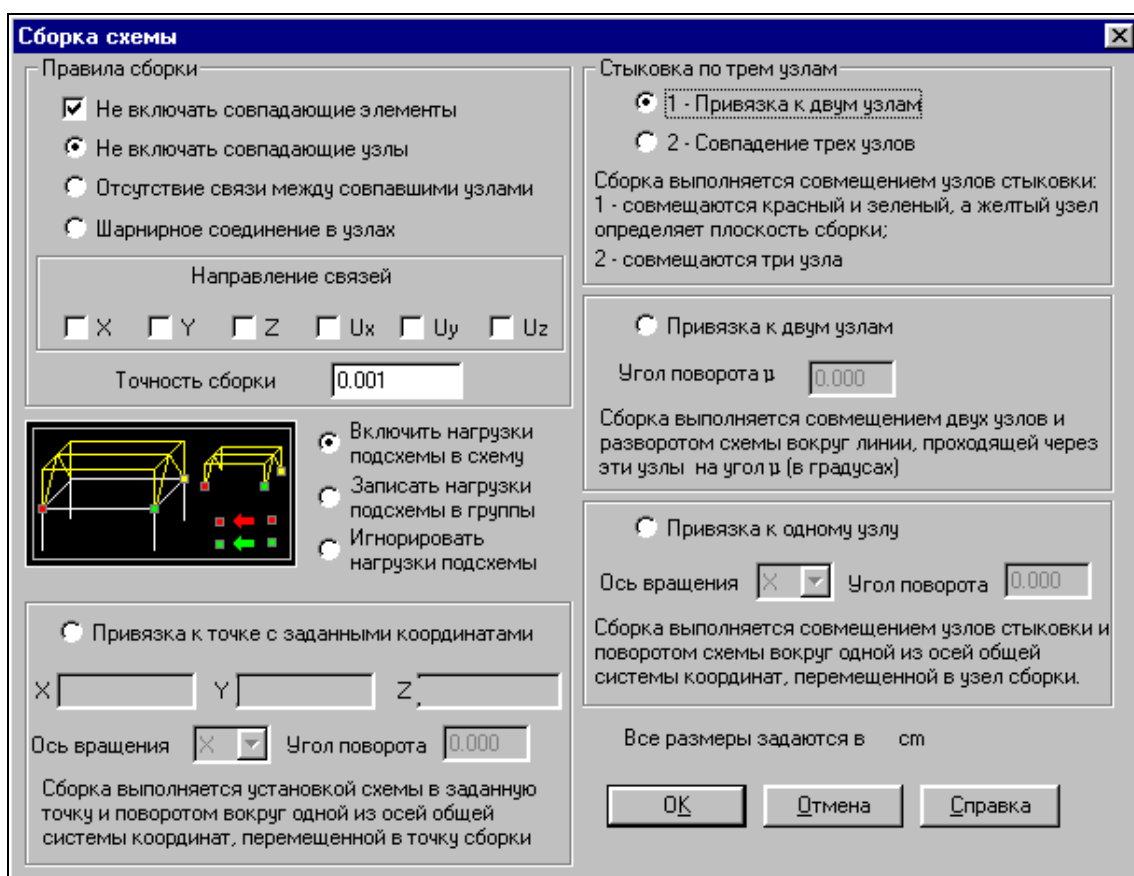




Рис. 3.6. Діалогове вікно **Режим сборки**

- натиснути кнопку завантаження підсхеми ;
- у вікні **Открытие проекта SCAD** вибрати ім'я файлу проекту підсхеми й натиснути кнопку **Открыть (Open)**, внаслідок чого підсхема буде завантажена у вікно підсхеми; натиснути кнопку вибору способу складання .
- у діалоговому вікні **Сборка схемы** (див. рис. 3.6) призначити спосіб і правила складання й натиснути кнопку **ОК**;
- залежно від вибраного способу вибрати на схемі й підсхемі один, два або три вузли стикування і натиснути кнопку **ОК** на інструментальній панелі;
- після виконання складання на екран виводиться результуюча схема й діалогове вікно **Результат**, у якому пропонується вибрати варіант продовження роботи (рис. 3.7).

Перший варіант – **Подтвердить сборку**. Відповідно до встановлених правил складання буде утворена нова основна схема як результат об'єднання основної схеми й підсхеми. Другий варіант – **Отказаться от сборки**. У результаті основна схема залишиться в тому самому стані, що і до складання. Третій варіант – **Перевернуть**. Підсхема займе нове положення щодо вузла/вузлів стикування, яке утворюється поворотом на 180° навколо вузлів стикування або заданої раніше осі обертання (у разі складання з одним вузлом стикування). Найбільш простим та ефективним є стикування двох вузлів, тому розглядається лише воно. **Стыковка по двум узлам** здійснюється поєднанням одноколірних вузлів стикування на схемі й підсхемі. Очевидно, що в цьому випадку підсхема може займати будь-яке положення щодо вузлів стикування й для того, щоб визначити його однозначно, необхідно задати кут повороту підсхеми навколо осі, що проходить через ці вузли.

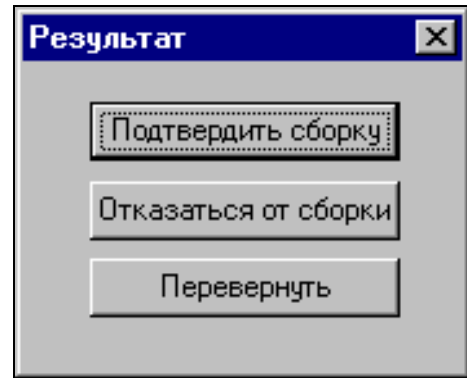



Рис. 3.7. Діалогове вікно
Результат

 **Автоматична тріангуляція** замкнутої області довільної форми на площині є одним з найбільш універсальних засобів формування сіток скінчених елементів. У комплексі передбачена можливість використовувати тріангуляцію як для створення нової схеми, так і для тріангуляція фрагмента вже готової схеми.

Перед тим, як виконати тріангуляцію, необхідно завантажити в схему вузли, через які проходить контур, що обмежує область тріангуляції і, якщо це необхідно, внутрішні контури, у яких тріангуляція не виконується. Для завантаження схеми вузлів можна скористатися програмою AutoCAD for Windows.

Після введення вузлів активізуємо в розділі **Схема** функцію **Формирование треугольной сетки конечных элементов** на площині. У результаті в інструментальній панелі стануть доступні кнопки управління режимом тріангуляції (рис. 3.8).

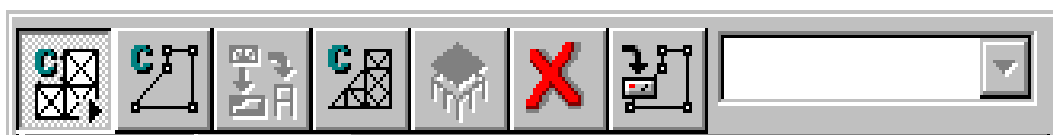


Рис. 3.8. Кнопки управління режимом тріангуляції

Для тріангуляції заданої області необхідно виконати таку послідовність операцій:

1) натиснути кнопку **Задание контура** і обвести «гумовою ниткою» опорні вузли зовнішнього контуру (під «опорними» мають на увазі вузли, що лежать в кутових точках контуру);

2) натиснути кнопку **Задание контура** і за потреби обвести «гумовою ниткою» опорні вузли внутрішнього контуру;

3) за потреби повторити попередню операцію для всіх внутрішніх контурів;

4) натиснути кнопку **Генерация сетки конечных элементов** і встановити в діалоговому вікні параметри тріангуляції (рис. 3.9);

5) після виходу з діалогового вікна натисненням кнопки **ОК** виконується розбиття заданої області на трикутні скінченні елементи.

Особливості введення контуру:

- при введенні ділянки контуру можна не зупинятися на вузлах, які лежать на прямій, що сполучає опорні вузли. Вони будуть введені в контур автоматично;

- замикання контуру виконується подвійним клацанням миші після введення останнього вузла або вказівкою на перший вузол;

- не допускається наявність збіжних вузлів (вузли, що мають однакові координати) як опорних, так і проміжних;

- не допускається попадання всередину контуру збіжних вузлів;

- не допускається наявність усередині контуру вузлів, що лежать від контуру на відстані менше 0,15 заданих кроків триангуляції, оскільки це призведе до появи вироджених трикутників;
- внутрішні контури не повинні перетинати або торкатися зовнішнього контуру й один одного;
- не допускається наявність контурів, які лежать поза контуром, що обмежує область триангуляції.

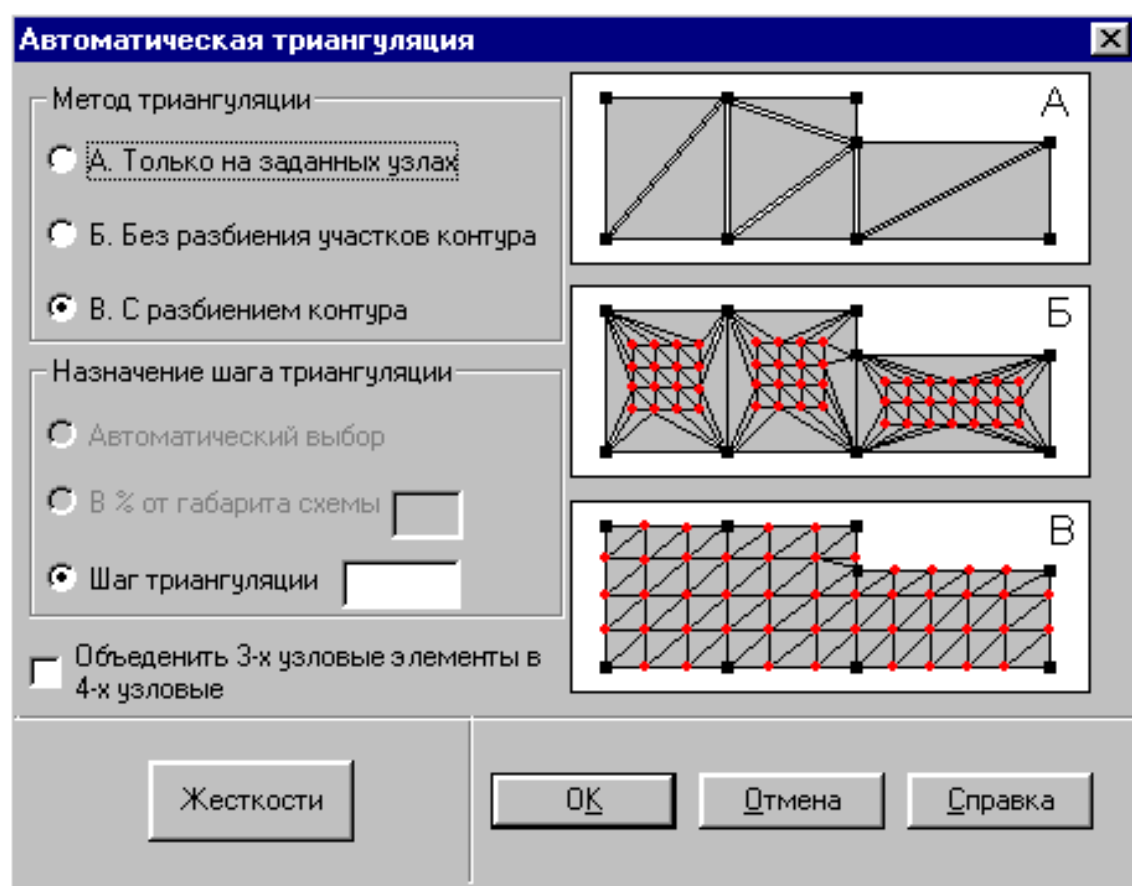




Рис. 3.9. Діалогове вікно **Автоматическая триангуляция**



Введений контур можна зберегти, натиснувши кнопку **Сохранение контура** . Якщо до моменту збереження задано декілька контурів, то всі вони зберігаються під одним ім'ям. Рекомендується зберігати кожен контур окремо. Для цього після введення і збереження контуру слід натиснути кнопку **Отказ** і лише після цього вводити новий контур. Перед виконанням триангуляції необхідно натисненням кнопки **Отказ** очистити схему від всіх контурів, потім послідовно викликати контури із списку, розташованого праворуч від кнопки

збереження, і активізувати операцію **Генерация сетки конечных элементов** .

Перед виконанням триангуляції у вікні **Автоматическая триангуляция** (див. рис. 3.9) потрібно вибрати метод триангуляції. Відповідно до вибраного методу триангуляція може бути виконана:

- 1) тільки на заданих вузлах;
- 2) з розбиттям області триангуляції із заданим кроком уздовж координатних осей, але без введення додаткових вузлів на ділянках контуру, з розбиттям і контуру, і області триангуляції відповідно до заданого кроку.

Якщо в діалоговому вікні **Автоматическая триангуляция** встановлена ознака об'єднання тривузлових елементів в чотиривузлові, то в процесі формування схеми таке об'єднання буде виконане для всіх допустимих пар трикутників.

Схема, створена в результаті триангуляції, фактично є самостійною підсхемою, і після завершення триангуляції її потрібно «встановити на місце», тобто приєднати до вузлів, на яких виконувалася триангуляція (кнопка  – **Установка сформированной схемы по месту**). Якщо підсхему передбачається приєднувати до інших фрагментів схеми, її можна зберегти і як самостійну схему, скориставшись для цього кнопкою  **Запись результатов триангуляции**. При цьому схема повинна бути записана під новим ім'ям, відмінним від імені основної схеми.

На відміну від створення нової схеми, триангуляція області, яка належить вже існуючій розрахунковій схемі, виконується шляхом завантаження контуру безпосередньо на початковій схемі або її фрагменті. Після завершення триангуляції одержана схема може бути збережена як самостійна схема (кнопка **Запись результатов триангуляции**), встановлена по місцю в схему (кнопка **Установка сформированной схемы по месту**) або виконані обидві ці операції.

Остаточна фіксація результатів триангуляції виконується тільки після виходу з режиму триангуляції (відтиснута кнопка **Формирование треугольной сетки конечных элементов на плоскости**). У цьому випадку на екран виводиться результуюча розрахункова схема. Протягом одного «сеансу» можна виконати триангуляцію тільки однієї області, потім закрити режим триангуляції. Для триангуляції іншої області слід знову активізувати режим триангуляції.

3.3. Основні операції з вузлами та елементами

Після формування геометрії розрахункової схеми за допомогою описаних вище функцій часто виникає необхідність її коректування. Для цього в комплексі передбачені певні функції для роботи з вузлами й елементами, які включають різні операції уведення, видалення, відновлення, дублювання, перенесення тощо. Ці функції зосереджені в розділі інструментальної панелі **Узлы и Элементы** (рис. 3.10).

На рис. 3.10 зображена група кнопок режиму **Узлы и Элементы**, за допомогою яких виконують такі операції:

Узлы:



– видалення вузлів;



– відновлення видалених вузлів;



– уведення вузлів;



– уведення додаткових вузлів між вузлами;



– перенесення вузлів;



– об'єднання збіжних вузлів;



– уведення вузлів по дузі;



– уведення вузлів на заданій відстані від вибраних вузлів;



– відмітка вузлів;

Элементы:



– уведення три- і чотиривузлових елементів;



– видалення елементів;






– відновлення видалених елементів;



– відмітка елементів;



– об'єднання збіжних елементів.

Для зручності роботи з вузлами можна скористатися кнопкою їх відображення на панелі фільтрів . Для проведення операцій з вузлами чи елементами слід виконати операцію **відмітки** ( або ).

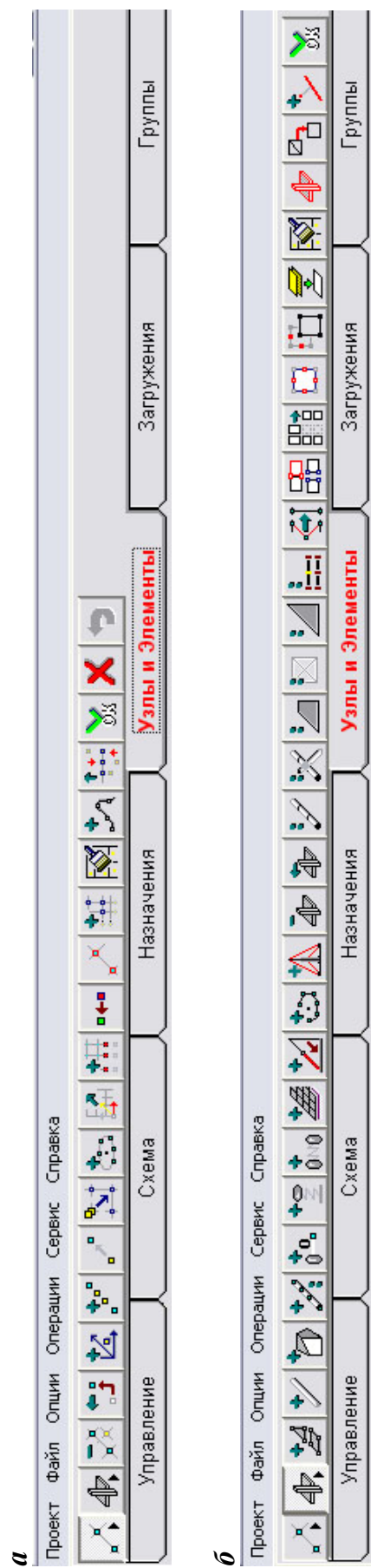



Рис. 3.10. Раздел **Узлы и Элементы** инструментальной панели препроцессора:

а – раздел **Узлы** ; *б* – раздел **Элементы** 



Для **видалення вузлів** необхідно:

- натиснути кнопку **Удаление узлов**;
- вибрати на розрахунковій схемі вузли, що видаляються (вибраний вузол маркується червоним кольором);
- натиснути на кнопку **ОК** у розділі **Узлы и Элементы**.

Одночасно з видаленням вузлів будуть видалені й елементи, які до них примикають. Якщо видаленням виявився не той вузол, його можна відновити, скориставшись операцією **Восстановление удаленных узлов** .



Уведення вузлів. Ця операція застосовується в тій ситуації, коли створення схеми-прототипу за допомогою лише генерації пластин неможливе, або у випадку добудови схеми. Для введення вузлів слід виконати діалог, який наведено на рис. 3.11.



Уведення додаткових вузлів між вузлами. Ця операція використовується в тих випадках, коли необхідно додати вузли на прямій, що сполучає два раніше введені вузли.



Функція **перенесення вузлів** включає дві операції: перенесення на заданий вектор і перенесення в задану точку. Вибір операції і установка параметрів виконуються в діалоговому вікні **Перенос узлов** (рис. 3.12), яке з'являється після активізації функції.



Об'єднання збіжних вузлів. Після натиснення кнопки **Объединение совпадающих узлов** з кожної групи вузлів зі збіжними координатами в схемі залишиться тільки один вузол, а інші будуть видалені. У елементах, які примикали до видалених вузлів, номери вузлів заміняться на ті, що залишилися в схемі.



Операція **уведення вузлів на заданій відстані від вибраних вузлів** дозволяє увести нові вузли, кожний з яких знаходитиметься на заданій відстані від вибраних на схемі вузлів-прототипів. Після активізації операції з'являється діалогове вікно **Ввод узлов** (рис. 3.13), у таблиці якого задаються відстані у вигляді прирощення до координат вибраних вузлів і кількість повторень.

Для виконання операції у вікні вводиться необхідна інформація, діалог закривається, на схемі вибираються потрібні вузли й дія підтверджується кнопкою **ОК** на інструментальній панелі.

Ввод узлов

X м dX м
 Y м dY м
 Z м dZ м
☒ Повторить N

Для отображения введенных узлов нажмите кнопку Узлы фильтров отображения

☐ Автоматический перенос начала координат в последний введенный узел

Поворот узла
☐ Вокруг оси X Угол поворота град
☐ Вокруг оси Y
☐ Вокруг оси Z

Добавить Закреть Help

Рис. 3.11. Диалоговое окно
Ввод узлов

Перенос узлов

Операция
☒ Перенос на заданный вектор
☐ Перенос узла в заданную точку

Смещение/Координаты
 dX м
 dY м
 dZ м

ОК Отмена Справка

Рис. 3.12. Диалоговое окно
Перенос узлов

Ввод узлов


	dX	dY	dZ	Количество
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

Значения в м


ОК Отмена Справка

Рис. 3.13. Диалоговое окно **Ввод узлов по дуге окружности**



Функція **Ввод пластин** дозволяє прив'язати до вже уведених вузлів три- і чотиривузлові елементи. За допомогою курсора  слід вибрати потрібну кількість вузлів і двічі натиснути **ліву** кнопку миші або кнопку **ОК** на інструментальній панелі. Якщо будуть вибрані три вузли – уведеться тривузловий елемент, якщо чотири – чотиривузловий.



Для **видалення елементів** необхідно вибрати їх на схемі (вони маркуються червоним кольором) і натиснути кнопку **ОК** на інструментальній панелі. Якщо вузол або вузли належали елементам, що видаляються, то він (вони) видаляються разом з ними, і їх відновлення виконується функцією **Восстановление удаленных узлов** .



Відновлення видалених елементів. Ця операція дає можливість відновити видалені елементи, якщо вони не були видалені з проекту операцією упаковки даних. Для відновлення видалених елементів необхідно виконати операції у такій послідовності:

- 1) натиснути кнопку **Восстановление удаленных элементов**, після чого всі видалені елементи маркуються на схемі жовтим кольором;
- 2) вибрати на схемі відновлювані елементи (елементи маркуються червоним кольором);
- 3) натиснути кнопку **ОК** в розділі **Узлы и Элементы**.

У процесі відновлення елементів також автоматично відновлюються вузли, які до них примикають.



Об'єднання збіжних елементів. Ця операція дозволяє виключити зі схеми збіжні елементи. Збіжними називають такі СЕ, у яких збігаються номери всіх вузлів. При цьому не аналізуються деформаційні характеристики елементів, їх тип, навантаження тощо. У схемі залишається елемент з меншим номером зі всіма його характеристиками.

3.4. Визначення властивостей вузлів та елементів

Після заключного формування геометрії розрахункової схеми та її коректування СЕ-моделі слід задати властивості, оскільки СЕ не має ніяких властивостей, окрім геометричних. Для визначення

властивостей вузлів та елементів слід скористатися панеллю **Назначения** (рис. 3.14).

Для виконання функцій призначення використовуються основні кнопки:



– призначення деформаційних характеристик об'ємним елементам;



– видалення типів жорсткості, що дублюються;



– призначення зв'язків у вузлах.



Уведення деформаційних характеристик об'ємним елементам виконується в діалоговому вікні **Жесткости объемных элементов** (рис. 3.15). Характеристики жорсткості цього типу елементів включають три параметри – модуль пружності E , коефіцієнт Пуассона ν і об'ємну вагу γ .



Під час виконання операцій складання й копіювання з'являються еквівалентні типи жорсткості, що мають однакові описи й відмінні тільки номерами. У ході цієї операції відшукуються еквівалентні описи й видаляються номери типів жорсткості, які їх мали. Усім елементам, що мали однакові описи, автоматично присвоюється загальний номер типу жорсткості.



Зв'язки у вузлах розрахункової схеми призначаються в діалоговому вікні **Связи** (рис. 3.16), яке викликається натисненням відповідної кнопки в розділі **Назначения** інструментальної панелі. Для призначення зв'язків у вузлі слід вибрати за допомогою відповідних кнопок напрями степенів вільності, за якими накладаються зв'язки, натиснути кнопку **ОК** в діалоговому вікні, вибрати на схемі вузли й виконати операцію натисненням кнопки **ОК** в розділі **Назначения**.

3.5. Задання схем завантаження

Після задання СЕ деформаційних властивостей та граничних умов слід прикласти до схеми навантаження. Це слід зробити, скориставшись інструментальною панеллю **Загружения** (рис. 3.17).



Рис. 3.14. Инструментальная панель Назначения

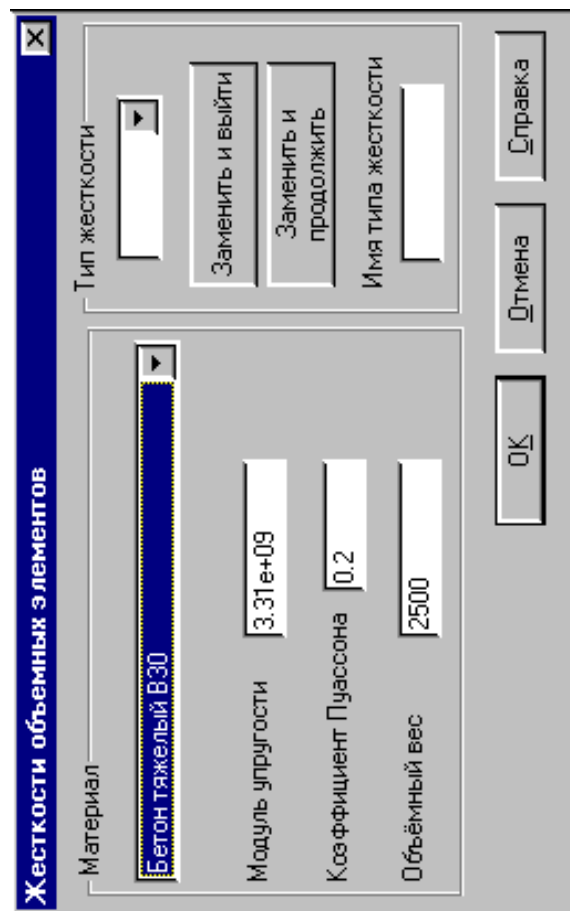


Рис. 3.15. Диалоговое окно Жесткости объемных элементов

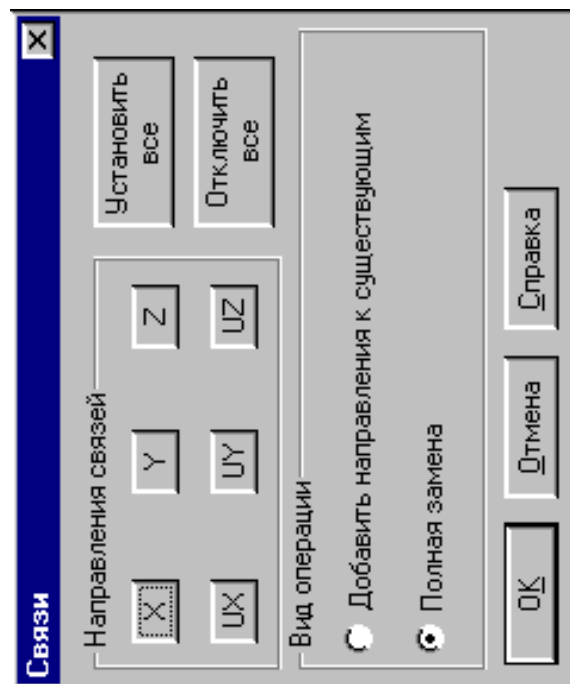


Рис. 3.16. Диалоговое окно Задание связей в узле



3.17. Инструментальная панель Загружения

Навантаження, які діють на конструкцію земляного полотна, що розраховується, можуть бути задані у вигляді власної ваги (дія гравітації) та вузлових сил (зосереджена дія рухомого складу). Завантаження може включати комбінацію навантажень різних типів і характеризується номером та ім'ям.

У розділ **Загружения** включені такі операції:



– автоматичне задання власної ваги;



– задання вузлових навантажень;




– запис завантаження;



– видалення навантажень.



Автоматичне задання власної ваги. Ця функція виконується в тому випадку, якщо вже задані деформаційні характеристики елементів, а саме власна вага матеріалу. Власна вага елементів обчислюється як добуток об'єму СЕ на об'ємну вагу матеріалу. Навантаження від власної ваги моделюються у вигляді місцевих розподілених сил, що діють по напрямку осі *Z* загальної системи координат. Для відображення навантажень використовується кнопка фільтрів . Слід пам'ятати, що для задання власної ваги в одному завантаженні необхідно натиснути кнопку **Собственный вес** тільки один раз, інакше навантаження буде додане багато разів.




Задання напрямку й значень вузлових навантажень виконується в діалоговому вікні **Ввод узловых нагрузок** (рис. 3.18), яке з'являється після натиснення відповідної кнопки в розділі **Загружения** інструментальної панелі.

Залежно від вибраного напрямку навантаження в діалоговому вікні демонструється піктограма, що показує додатний напрям дії навантаження.

Загальний порядок задання навантажень для статичних завантажень:

- за допомогою кнопок інструментальної панелі вибрати вид навантаження;
- у діалоговому вікні призначити вигляд, напрям і значення навантаження (див. рис. 3.18);
- вибрати вузли або елементи, на які встановлюються навантаження;
- натиснути кнопку **ОК** в розділі **Загружения**;

- повторити описані операції і для інших навантажень, що входять в поточне завантаження;
- після призначення всіх навантажень поточного завантаження натиснути на кнопку **Запись загрузки** .
- у діалоговому вікні ввести ім'я завантаження й натиснути кнопку **ОК** (номер завантаження буде присвоєний автоматично, про що повідомляється в інформаційному вікні);
- натиснути кнопку **Снять все нагрузки**, якщо потрібно увести нове завантаження.

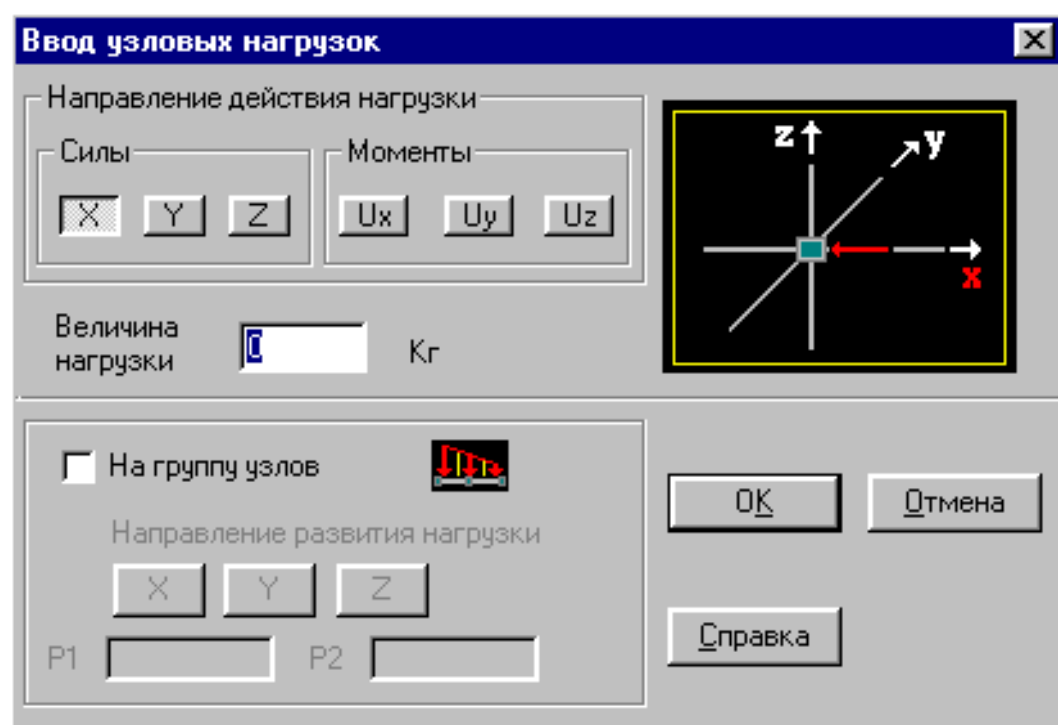


Рис. 3.18. Діалогове вікно **Ввод узловых нагрузок**

Для видалення навантажень з поточного завантаження або всього завантаження використовується функція, яка активізується кнопкою **Удаление нагрузок** в розділі **Загружения** інструментальної панелі. Вибір операції видалення виконується в діалоговому вікні **Удаление нагрузок** (рис. 3.19).

Для видалення завантаження необхідно вибрати його в списку завантажень і натиснути кнопку **ОК** в діалоговому вікні.

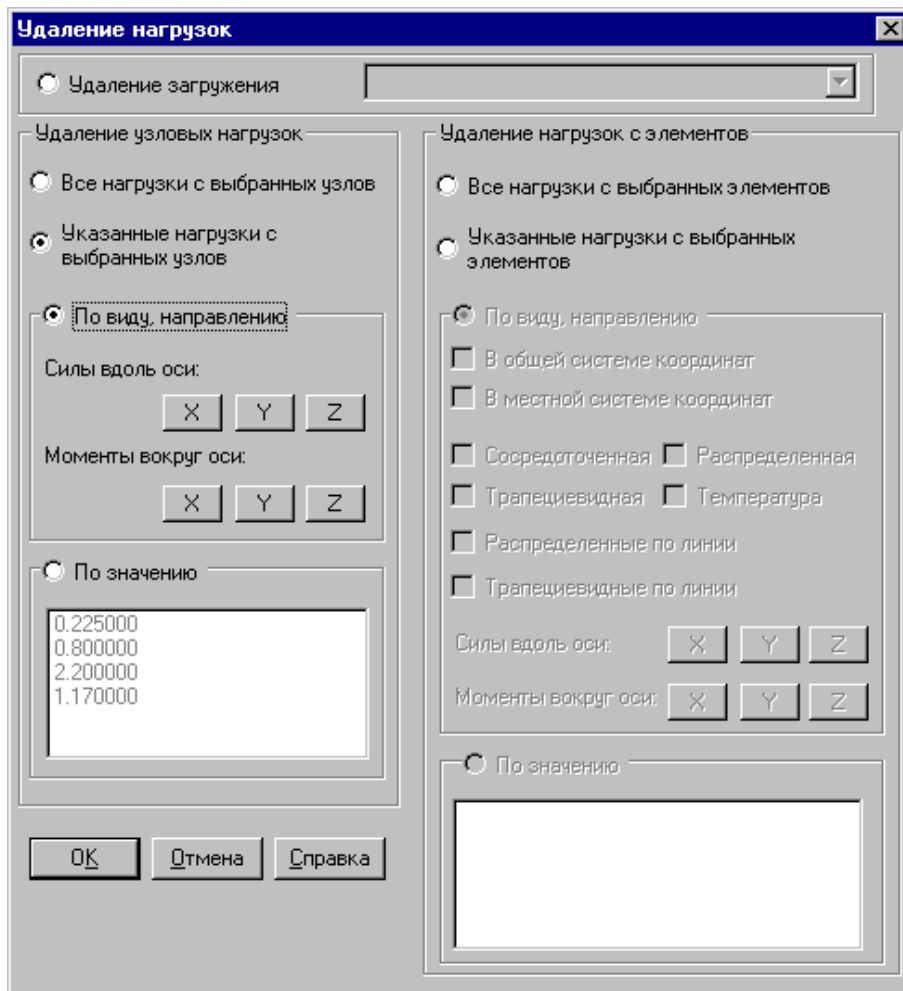


Рис. 3.19. Діалогове вікно **Удаление нагрузок**

3.6. Управління розрахунком

Виконання розрахунку можливе тільки за умови, коли початкові дані поточного проекту містять обов'язкову інформації, тобто геометрію розрахункової схеми, опис деформаційних характеристик всіх елементів і завантаження. Оскільки повний контроль початкових даних виконується на першому кроці розрахунку, то за наявності цієї інформації процесор стартує. Активізація розрахунку виконується з відповідного розділу **Дерево проекту**. Після чого з'являється діалогове вікно **Параметры расчета** (рис. 3.20), у якому слід вибрати режим роботи процесора (**Полный расчет** або **Продолжение расчета**) і натиснути кнопку **Выполнить расчет**.

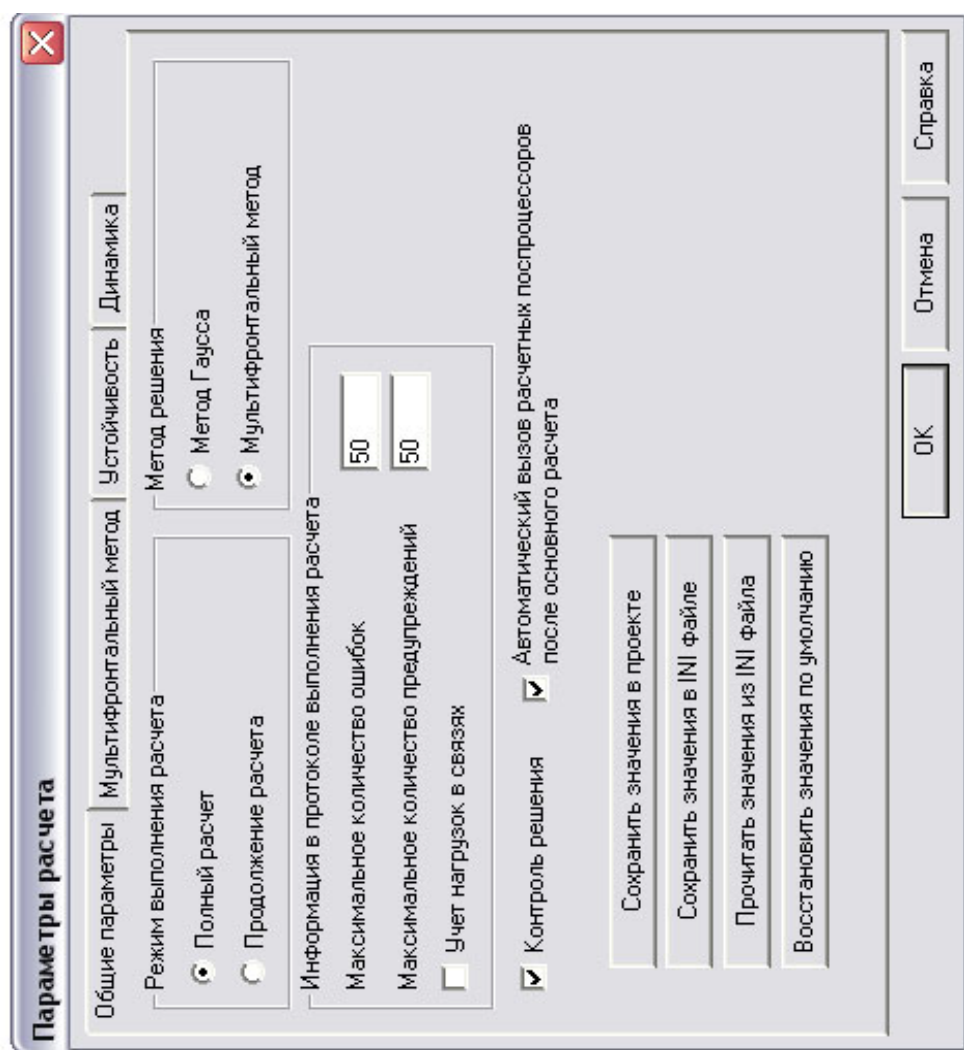
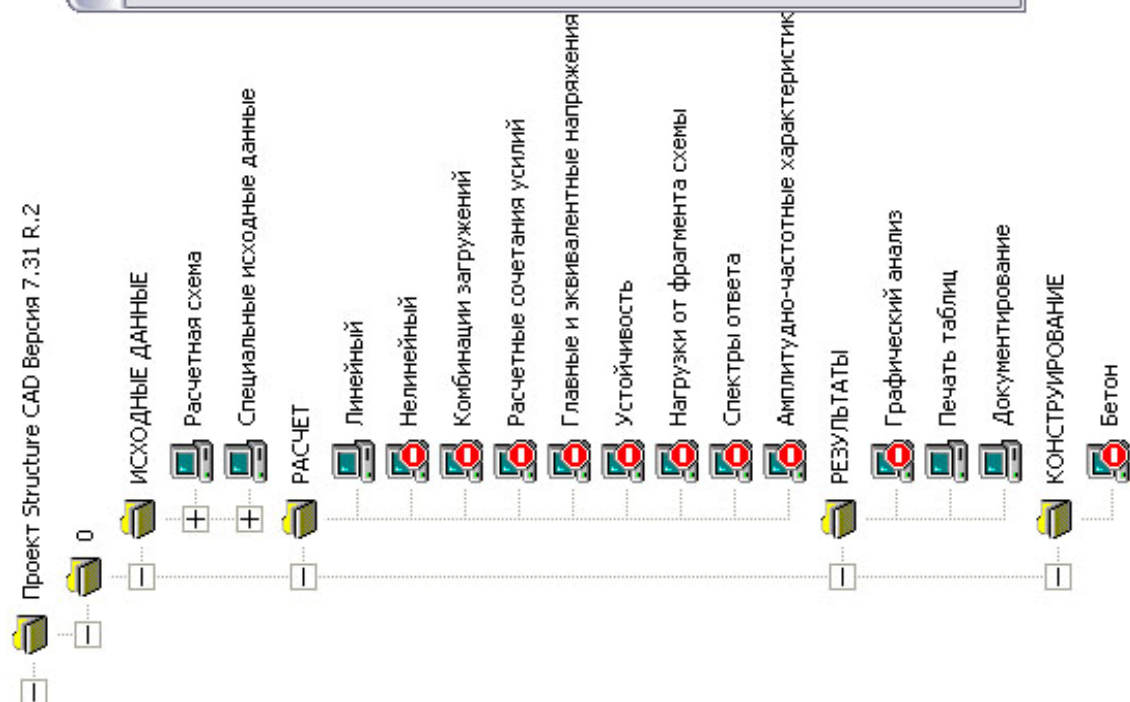


Рис. 3.20. Диалоговое окно **Параметры расчета**

Для підтвердження виконання розрахунку з'являється діалог підтвердження (рис. 3.21).

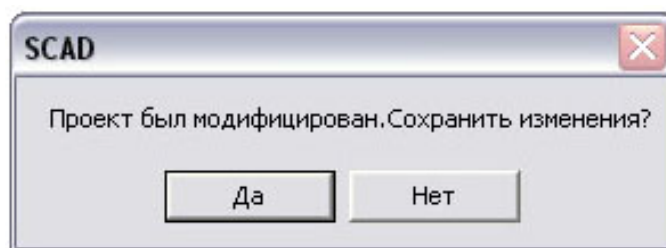


Рис. 3.21. Діалогове вікно підтвердження розрахунку

Після того як кнопка **Да** натиснута, розпочинається розрахунок.

3.7. Аналіз результатів

Аналіз результатів розрахунку виконується в тому самому середовищі, що й підготовка початкових даних. При цьому змінюється тільки інструментальна панель і додаються нові фільтри відображення. Функції цього режиму дозволяють відобразити на екрані напружено-деформований стан об'ємних елементів та результати роботи різних постпроцесорів (рис. 3.22).

При графічному аналізі результатів рекомендується дотримуватися послідовності виконання операцій:

- 1) встановити в списку завантаження його номер;
- 2) вибрати в списку параметрів вид аналізованої інформації;
- 3) натиснути кнопку вибору форми подання інформації.

Для об'ємних елементів переміщення й силові фактори можуть виводитися у вигляді **ізоліній** або **ізополів**. Крім того, силові фактори можуть відображатися колірними маркерами в центрах елементів.

На інструментальній панелі **Деформации** передбачене виконання таких функцій відображення результатів (рис. 3.22, а):



– графічний аналіз ізополів переміщень;



– графічний аналіз ізополів та ізоліній переміщень;



– графічний аналіз деформованої схеми на фоні початкової;



– графічний аналіз деформованої схеми;

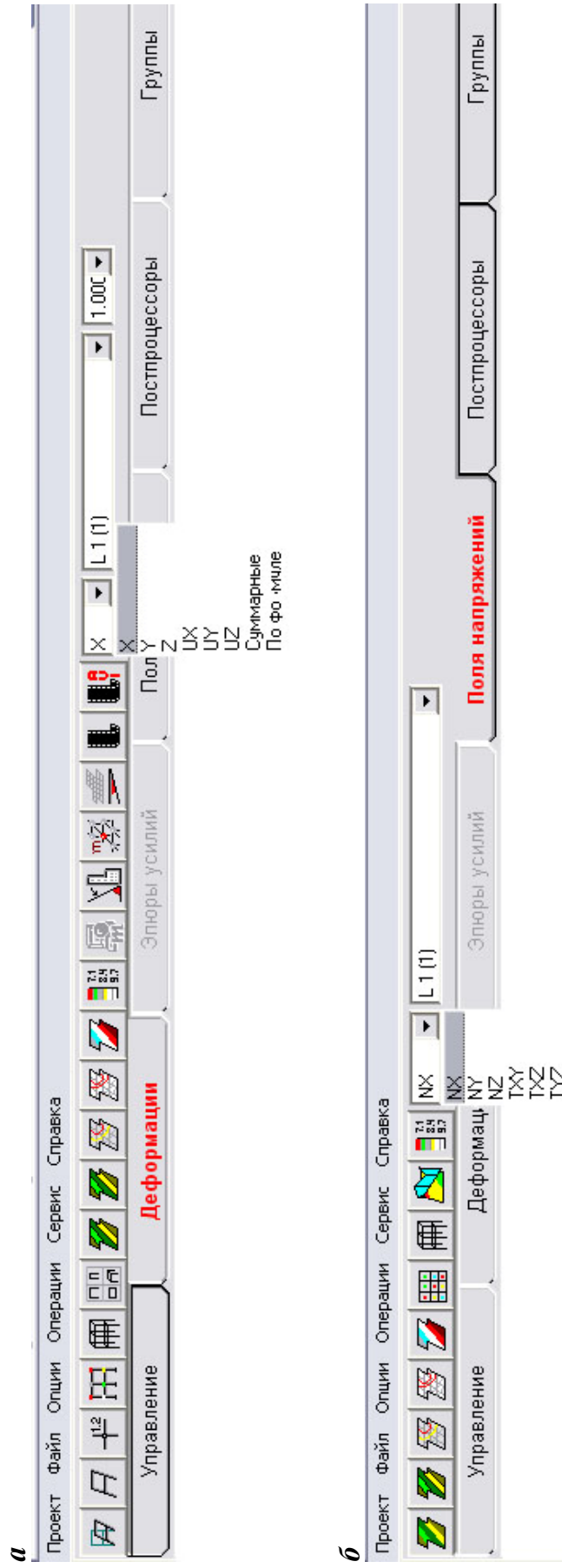


Рис. 3.22. Инструментальные панели постпроцессора:
 а – розділ Деформации; б – розділ Напряжения



- відображення початкового стану схеми;
- формування відеокліпів переміщень для завантажень;
- анімація переміщень для статичних і динамічних завантажень.

На інструментальній панелі **Напряження** передбачене виконання таких функцій відображення результатів (рис. 3.22, б):



- графічний аналіз ізополів напружень;
- графічний аналіз ізополів та ізоліній напружень;
- установка параметрів шкали кольору;
- відображення початкового стану схеми.

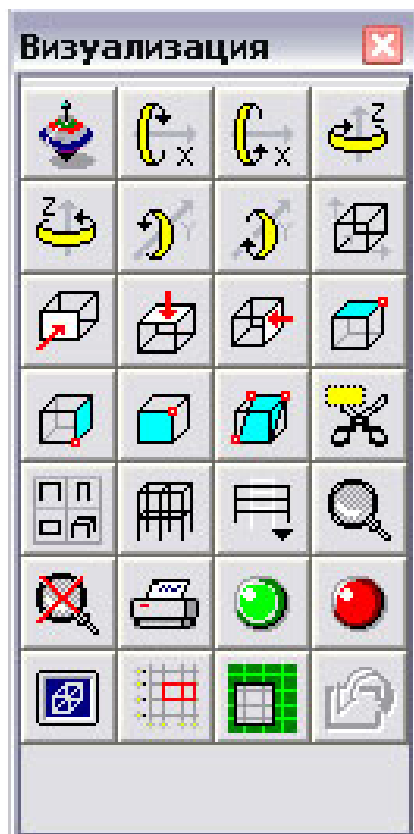



Рис. 3.23. Інструментальна панель **Визуалізація**

Для більш детального аналізу складних схем земляного полотна слід розміщати їх певним характерним чином, що можна зробити за допомогою інструментальної панелі **Визуалізація** (рис. 3.23). За допомогою цих функцій виконуються операції повороту зображення схеми навколо заданих осей, проектування зображення на площині прямокутної системи координат, а також різні операції з виділення фрагмента схеми.





Поворот зображення розрахункової схеми навколо заданої осі виконується натисненням відповідних кнопок інструментальної панелі.





Ці операції дозволяють спроектувати зображення схеми на одну з площин загальної системи координат. Вибір площини проектування виконується за допомогою відповідних кнопок інструментальної панелі. Щоб повернути зображення схеми в початкове положення, треба натиснути кнопку .



Для роботи з довільним фрагментом розрахункової схеми слід скористатися функцією фрагментації за допомогою рамки. Рамка може бути прямокутної або довільної форми. Після натиснення кноп-

ки фрагментації рамкою автоматично встановлюється курсор прямокутної рамки. Зміна вигляду рамки виконується в діалоговому вікні **Выбор узлов и элементов**. Для фрагментації прямокутною рамкою її слід встановити так, щоб усі вузли й елементи, які повинні потрапити у фрагмент, знаходилися усередині рамки. Рамка довільної форми задається послідовною фіксацією лівою кнопкою миші точок перелому області відсікання фрагмента. Закриття області, тобто з'єднання першої і останньої точки, виконується автоматично після подвійного клацання лівою кнопкою миші. Після установки рамки всі області відсікання, що потрапили всередину, елементи і вузли будуть виділені зеленим кольором. Якщо фрагмент вибраний правильно, то підтвердження виконується натисненням зеленої кнопки . У разі помилки слід натиснути червону кнопку  – відмову від фрагментації.

  Функція **Крупный план** дозволяє збільшити зображення розрахункової схеми до будь-якого розміру. На відміну від функцій фрагментації, де на екран виводиться тільки виділена частина схеми, ця функція дає доступ до всієї схеми або фрагмента. Масштаб зображення схеми змінюється таким чином, що її виділена частина займає все поле екрана, а доступ до іншої, невидимої частини здійснюється через смуги прокрутки, розташовані в правій і нижній частинах екрана.

Управління відображенням інформації на розрахунковій схемі виконується за допомогою фільтрів. Вони дозволяють встановити не тільки вид інформації, що відображається, але і правила відображення. Управління фільтрами зосереджене в переміщуваній інструментальній панелі **Фильтры отображения** (рис. 3.24).




   Ці кнопки фільтрів призначені для включення або відключення відображення елементів певного вигляду – стрижнів, пластин, об'ємних або спеціальних.



Рис. 3.24. Інструментальна панель

Фильтры отображения

У початковому стані всі чотири кнопки активні, тобто на схемі будуть показані всі види елементів.

Цей фільтр дозволяє одержати повну інформацію про координати, зв'язки, навантаження, а цей фільтр – інформацію про тип СЕ, кількість перерізів видачі зусиль, жорсткості, прикладені навантаження, кути орієнтації місцевих осей інерції, шарніри, жорсткі вставки.

Ці кнопки фільтрів призначені для включення або відключення відображення номерів елементів та вузлів, а також типу елементів .

Ця кнопка фільтрів призначена для включення або відключення відображення номерів жорсткості для контролю деформаційних параметрів.

Навантаження відображаються у вигляді стрілки уздовж відповідної осі (сили) та у вигляді зв'язаної трійки або четвірки (залежно від кількості вузлів в елементі) стрілок, прикладених до вузлів елемента уздовж відповідної осі вибраної системи координат (розподілене навантаження). Біля відображення навантажень можна відзначити їх значення за допомогою фільтра.

Ця кнопка фільтрів призначена для включення або відключення відображення граничних умов, ця – для вигляду вузлів.

Після активізації цих фільтрів виконується пошук збіжних вузлів та елементів, які маркуються на схемі жовтим кольором.

Якщо цей фільтр активний, то на схемі відображатиметься поточне положення осей загальної системи координат.

Розв'язуючи задачі, необхідно враховувати правило знаків для переміщень і напружень. Правило знаків для переміщень прийнято таким чином, що лінійні переміщення додатні, якщо вони спрямовані в сторону зростання відповідної координати, а кути повороту додатні, якщо вони відповідають правилу правого гвинта.

Компоненти об'ємного напруження визначаються для елементарного паралелепіпеда, який виділений навколо точки визначення напружень. Крім того, визначаються нормативні напруження $N_x(\sigma_x)$, $N_y(\sigma_y)$, $N_z(\sigma_z)$ та дотичні напруження $T_{xy}(\tau_{xy})$, $T_{xz}(\tau_{xz})$, $T_{yz}(\tau_{yz})$,

$T_{yx}(\tau_{yx}), T_{zx}(\tau_{zx}), T_{zy}(\tau_{zy})$. Якщо враховувати закон парності дотичних напружень ($T_{xy} = T_{yx}, T_{xz} = T_{zx}, T_{yz} = T_{zy}$), виводяться лише значення трьох із них: T_{xy}, T_{xz}, T_{yz} .

На рис. 3.25 показані додатні значення напрямків напружень і дані найменування глобальних осей, вздовж яких вони спрямовані, а також площин, у яких вони діють.

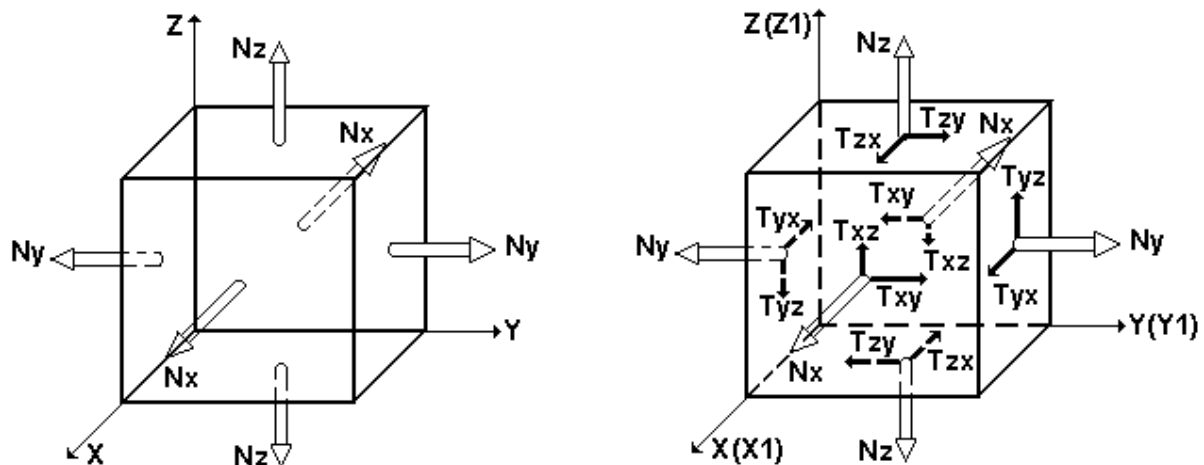


Рис. 3.25. Напрямок додатних значень напружень

Контрольні запитання та завдання

1. За допомогою функції **Генерація пластинчастої схеми** створіть пластину із розмірами 5×7 м із величиною $SE\ 0,5 \times 0,5$ м і проведіть **Копіювання схеми** із кроком $0,7$ м кількістю три рази.
2. За допомогою функції **Генерація пластинчастої схеми** створіть пластину із розмірами 1×12 м із величиною $SE\ 0,25 \times 0,25$ м і проведіть **Копіювання схеми** із кроком $0,12$ м кількістю десять разів, після чого видаліть три верхні елементи, починаючи із лівого кута.
3. Виконайте завдання із п. 2, застосувавши функцію **Копіювання фрагмента схеми**, однак видаливши вказані елементи лише на першій та останній утвореній пластині.
4. Виконайте **Автоматичну тріангуляцію** області, яку накресліть у програмі AutoCAD та імпортуйте до ПОК SCAD.

5. Створіть сітку вузлів за допомогою функції **Уведення вузлів** розмірами 4×6 м із кроком $0,5 \times 0,5$ м та за допомогою функції **Ввод пластин** перетворіть її на скінченно-елементну схему. Задайте отриманій моделі деформаційні властивості земляного полотна (див. Додаток), задайте зв'язки по нижній грані у вигляді жорсткого затиснення і виконайте розрахунок.
6. Які функції із переліку **Аналізу результатів розрахунку** достатньо використати для наочного представлення напружено-деформованого стану моделі, що створена в п. 5?

Математичне моделювання земляного полотна у програмному комплексі SCAD

Непідсилене земляне полотно без захисного шару застосовується за умов, коли його конструкцію улаштовано з дренуючих незв'язних ґрунтів достатньої несучої здатності, що не допускають морозного здуття мають модуль деформації не менше 40 МПа (рис. 4.1). Цей тип є основним при виконанні робіт з капітального ремонту.

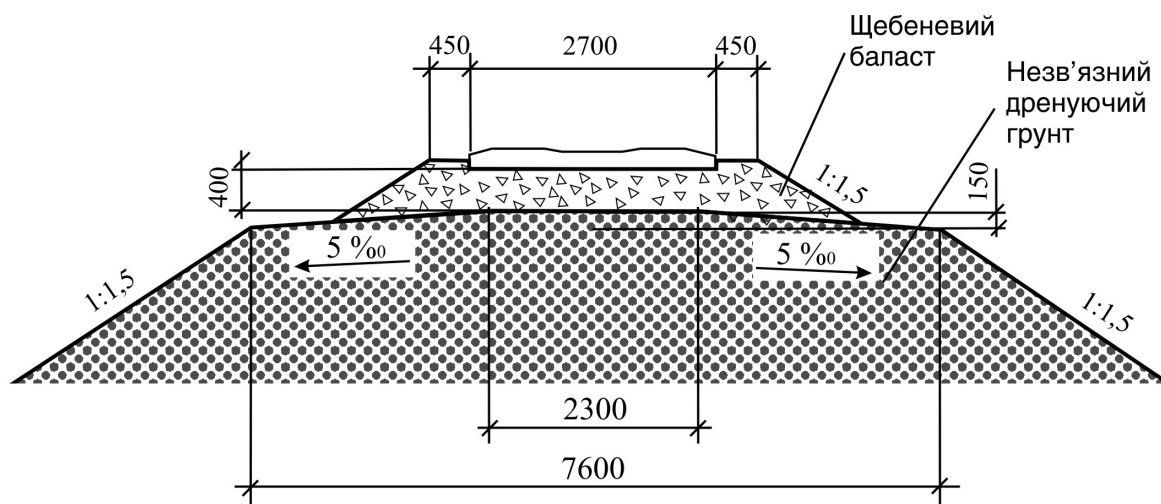


Рис. 4.1. Конструкція земляного полотна для одноколіїного насипу

Як модифікація конструкції нижньої будови колії (див. рис. 4.1) розглядається варіант, що передбачає застосування геосинтетичних матеріалів для розділення баластового шару та земляного полотна (рис. 4.2). Ця конструкція рекомендована для земляного полотна з дренуючого ґрунту, представленого супісками або щебеневою сумішшю з модулем деформації E_d не менше 35 МПа. Геосинтетичні матеріали (табл. 4.1) укладаються на підготовлену основну площадку з модулем деформації, що відповідає проектним значенням, після чого поверх них укладають щебеновий баласт і рейко-шпальну решітку.

Геосинтетичні матеріали, які використовують для підсилення і армування земляного полотна з метою підвищення його надійності, повинні забезпечувати ефективну роботу протягом всього строку експлуатації (до 50...100 років). Це забезпечується правильним підбором геосинтетичного матеріалу; призначенням (згідно з проектом) відповідних конструкцій підсилення; регламентом виконання робіт [2, 8, 19–21].

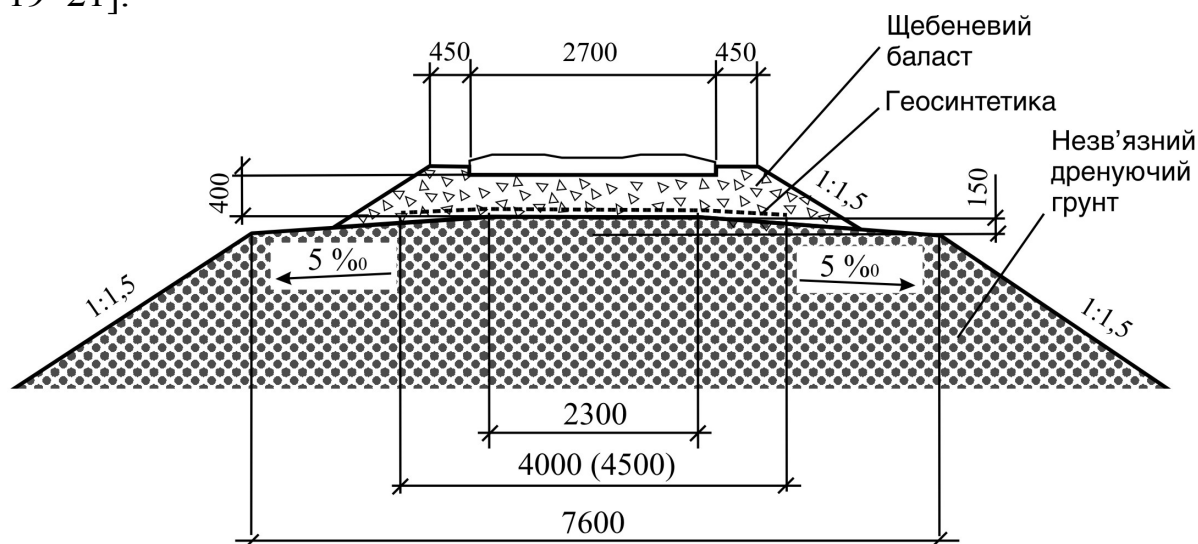


Рис. 4.2. Конструкція земляного полотна із геотекстилем або геосіткою

За хімічним складом геосинтетичні матеріали мають широкий спектр застосування. Вибираючи матеріал, основну увагу звертають на його необхідну довговічність під час роботи в земляному полотні з врахуванням конкретних умов взаємодії. Як основні полімери для виготовлення геосинтетичних матеріалів використовують поліетилен (ПЕ), поліпропілен (ПП), поліефір (ПЕФ), поліамід (ПА). У плитах та матах також використовують спінені полімери (пінопласти). Основним із них є пінополістирол (ПС), пінополіуретан (ППУ) та пінополіхлорвініл (ПХВ). Композити являють собою комбінацію кількох видів полімерів або конструктивно складаються із елементів, виготовлених із різних матеріалів.

Конструкції для підсилення земляного полотна із застосуванням геосинтетичних матеріалів повинні проектуватися на основі результатів інженерно-геологічних та інженерно-геодезичних вишукувань. Проектні рішення повинні включати необхідні розрахунки, які обґрунтовують конструктивні рішення, а також техніко-економічну оцінку їх застосування.

Таблиця 4.1

Геосинтетичні матеріали для підсилення земляного полотна

Матеріал	Умовно скорочена назва	Загальна характеристика	Сфера використання
Геотекстильні неткані матеріали (лавсанові)	2 В 211 (140)	Поверхнева щільність – 140 г/м ² . Розривне навантаження по довжині – 8,8 кН/м. Подовження при розриві – 80 %. Ширина – 180 см	Армування ґрунтів земляного полотна, розділення шарів ґрунту
Геотекстильні неткані матеріали (лавсанові)	2 В 211 (180)	Поверхнева щільність – 180 г/м ² , розривне навантаження по довжині – 11,7 кН/м, по ширині – 11,9 кН/м. Подовження при розриві – 82 %. Ширина – 180 см	Армування ґрунтів земляного полотна, розділення шарів ґрунту, дренажні системи
Геотекстильні неткані матеріали (лавсанові)	2 В 211 (250) 211 (380) 211 (470) 211 (550)	Поверхнева щільність – від 250 до 550 г/м ² , розривне навантаження – від 18,5 до 22 кН/м. Подовження при розриві – від 91 до 86 %	Армування ґрунтів земляного полотна, розділення шарів ґрунту
Поліфелт – геотекстильний нетканый матеріал	TS-10, TS-20, TS-30, TS-40, TS-50, TS-60, TS-70, TS-80	Подовжена щільність – від 17 до 28 г/м ² . Подовження при розриві – від 75 до 80 %. Розривне навантаження по довжині – від 9,5 до 25 кН/м	Будівництво залізниць, укріплення земляного полотна, розділення шарів ґрунту
Неткані голкопробивні полотна Геоком*	Геоком Д-250, Д-330, Д-360, Д-450, Д-500	Поверхнева щільність – від 250 до 500 г/м ² . Товщина – 2,7...4,3 мм. Розривне навантаження по довжині – від 15,5 до 31 кН/м. Подовження при розриві – 65...95 %	Укріплення укосів земляного полотна, гідроізолюючі та дренажні прошарки

Продовження табл. 4.1

Матеріал	Умовно скорочена назва	Загальна характеристика	Сфера використання
Polifelt Rock PEC – високоміцний композитний матеріал з нет-каного голкопробивного гео- текстилю	Polifelt Rock PEC 35, 75, 100, 200	Поверхнева щільність – 280 г/м ² . Міцність на розтягнення – 35 кН/м. Подовження при розриві – 13 %. Водопроникнення – 10...3 м/с	Стабілізація насипів земляного полотна
Композитні фільтруючі мати Polifelt-F. Односторонній фільтр – геотекстиль	Polifelt – F80	Поверхнева щільність – 800 г/м ² . Товщина – 0,5 мм. Розривне навантаження по довжині – 35 кН/м. Подовження при розриві по довжині – 85 %. Водопроникнення – 10 ⁻³ м/с	Захист від ерозії ґрунту і фільтрування води
Polifelt Polimat – тривимірний матеріал з поліпропіленових неорієнтованих моноволокон у вигляді трьохмірного мату	Polifelt Polimat 810	Поверхнева щільність – 400 г/м ² . Міцність на розтягнення: по довжині – 1,8 кН/м ² , по ширині – 0,9 кН/м ² . Подовження при розриві: по довжині – 17 %, по ширині – 11 %	Армування укосів
Polifelt Rock – G – плоска георешітка з міцних поліефірних ниток з полімерним покриттям	Polifelt Rock G 55/55 G80/80 G55/30	Поверхнева щільність – 330...470 г/м ² . Міцність на розтягнення по довжині – 55...80 кН/м. Подовження при розриві – 15 %	Укріплення незв'язних ґрунтів в конструкціях земляного полотна
Kortex GT – геотекстиль	Kortex GT	Поверхнева щільність – 300...350 г/м ² . Міцність на розтягнення в поздовжньому напрямку – від 35 до 100 кН/м	Підсилення земляного полотна

Матеріал	Умовно скорочена назва	Загальна характеристика	Сфера використання
Armatex G – геосітка	Armatex G	Поверхнева щільність – 50 г/м ² . Міцність на розтяг в поздовжньому напрямку – від 15 до 100 кН/м. Подовження при розриві 15 %	Армування дамб, насипів, підсилення укосів, улаштування підпірних стін
Fortrec GR – георешітки	Fortrec GR	Висока несуча здатність, невелике подовження	Армування насипів, укріплення укосів
Tensar – георешітка	Tensar	Подовження при розриві – 11 %	Підсилення земляного полотна
Турар	Турар	Поверхнева щільність – 250 г/м ² . Міцність на розрив – 4...29 кН/м. Подовження при розриві 60 % і більше	Розділення шарів ґрунту, дренаж й підсилення земляного полотна

Примітка. * Сертифікат відп. № РОСС RU.АЮ1.Н 06078 від 7.06.2002 р. ТУ 8397-056 05283280-2002.

Вибраний геосинтетичний матеріал необхідно випробувати і встановити його характеристики відповідно до технічних вимог, які призначаються залежно від типу застосованого матеріалу.

Розрахункові характеристики геосинтетичних матеріалів повинні прийматися з урахуванням їх зниження за розрахунковий період служби, у тому числі за рахунок їх старіння або ушкодження в період укладання і експлуатації, а також кліматичних і біологічних впливів. При проектуванні й розрахунку конструкцій із застосуванням геосинтетичних матеріалів необхідно враховувати категорію колії [6, 18].

Навантаження на конструкції з геосинтетичними матеріалами повинні призначатися із урахуванням коефіцієнта можливого перевантаження. При цьому навантаження від рухомого складу необхідно приймати з урахуванням перспективних умов експлуатації залізниці.

Основними характеристиками, які повинні братися до уваги при застосуванні геосинтетичних матеріалів, є:

- міцність на розтягнення;
- подовження при розриві;

- повзучість;
- міцність на продавлювання;
- модуль пружності;
- водопроникність;
- хімічна й біологічна стійкість;
- стійкість до погодних умов.

Земляне полотно з улаштуванням підбаластового захисного шару з піску товщиною 20...25 см являє собою класичну конструкцію, яка є основною і тривалий час застосовується при будівництві залізниць, а також може використовуватись у окремих випадках при виконанні капітального ремонту та модернізації колії за умов, коли земляне полотно представлено зв'язними ґрунтами, що допускають морозне здуття, коли необхідно посилити несучу здатність основної площадки земляного полотна та а разі руйнування існуючого захисного шару (рис. 4.3).

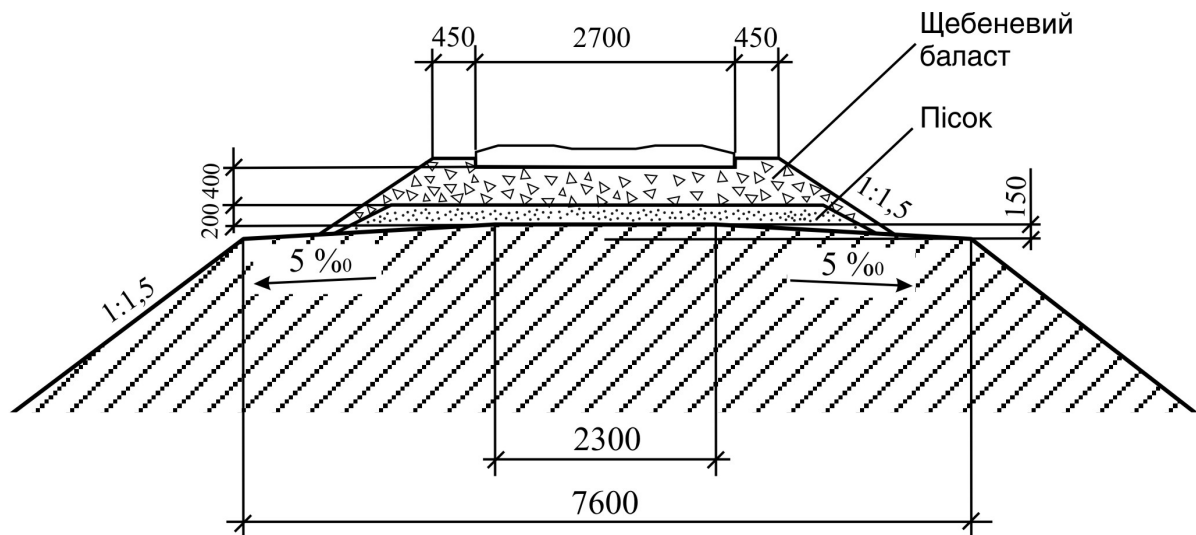


Рис. 4.3. Конструкція земляного полотна із піщаним шаром

Підбаластний піщаний шар і основа земляного полотна із зв'язного ґрунту мають бути ущільненими до досягнення проектного значення модуля деформації, але не менше 50 МПа. Конструкція земляного полотна з влаштуванням підбаластової піщаної подушки та конструктивного захисного шару із щебеневої суміші являє собою модифікацію основної конструкції і передбачає влаштування конструктивного шару для підсилення основної площадки земляного полотна із щебеневої суміші.

Товщину конструктивного захисного шару рекомендовано приймати не менше 0,8 м залежно від розмірів дефектів, які необхідно усунути. Остаточна товщина захисного шару визначається проектом.

Конструкція рекомендована для впровадження при будівництві нових ділянок залізниці із земляного полотна, представленого супісками з модулем деформації $E_d = 35$ МПа та при відповідному техніко-економічному обґрунтуванні може використовуватись при капітальному ремонті та модернізації колії (рис. 4.4).

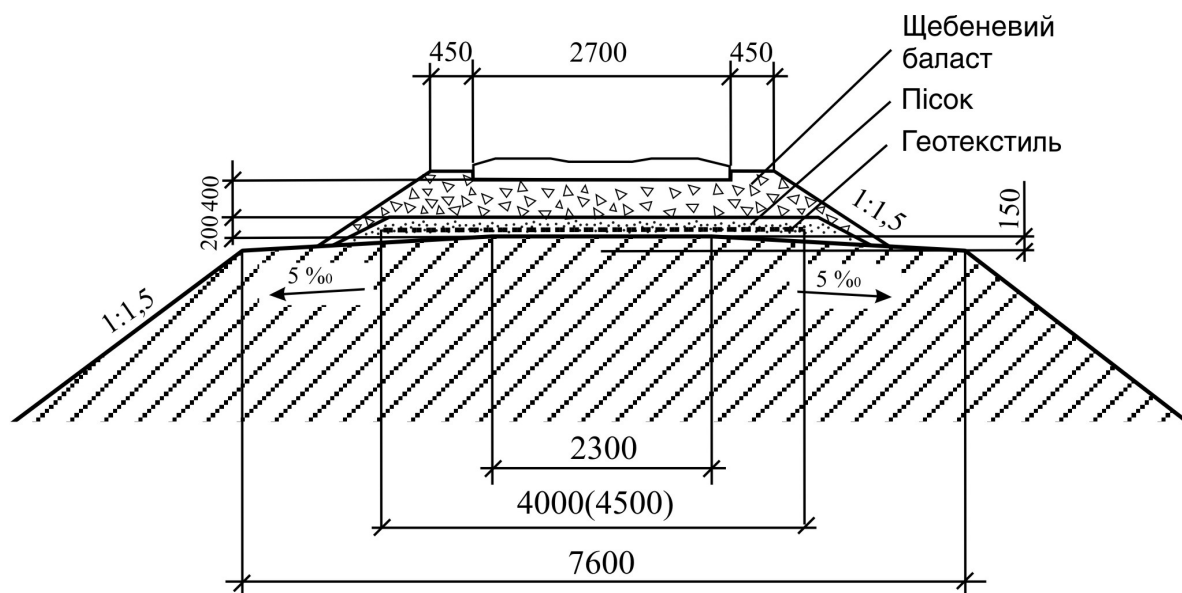


Рис. 4.4. Конструкція земляного полотна із геотекстилем та піщаним шаром

Геосинтетичні матеріали (геотекстиль, геосітка, геомембрана або їх комбінації) укладаються на підготовлену основну площадку з модулем деформації, що відповідає проектним значенням, але не менше 35 МПа, після чого поверх них укладають підбаластову піщану подушку товщиною 20 см, яка захищає останні від пошкодження щебеним баластом при експлуатації.

Розроблені варіанти підсилення конструкції земляного полотна відрізняються один від одного наявністю особливих конструктивних елементів, які дозволяють зменшити переміщення залізничного насипу й подовжити його нормальну експлуатацію на більш тривалий період. Але з позиції зміни НДС земляного полотна вплив цих елементів досліджено мало, оскільки розрахунок неоднорідного насипу із зміною деформаційних характеристик становить деякі труднощі математичного та методологічного характеру. Проте дослідження

впливу різного типу підсилюючих елементів на НДС земляного полотна повинно виконуватися для того, щоб з'ясувати, який варіант підсилення є найбільш обґрунтованим із позиції параметрів НДС. Ця задача є актуальною ще й тому, що вплив підсилюючих елементів не є однозначним і відомим.

Для того щоб науково обґрунтувати параметри НДС при застосуванні декількох варіантів підсилення конструкції земляного полотна, виконано чисельні розрахунки, метою яких було з'ясувати варіант, у якому напруження і переміщення більш відповідають нормальній експлуатації та є мінімальними. Розрахунок НДС конструкцій земляного полотна проводиться із застосуванням МСЕ за допомогою розрахункового комплексу SCAD.

Алгоритм розрахунку земляного полотна з допомогою комплексу SCAD такий (назви закладок автентичні закладкам комплексу):

1. Створити робочий файл комплексу SCAD.
2. Зайти в розділ комплексу **Расчетная схема**.
3. Зайти в закладку **Схема** та виконати генерацію схеми земляного полотна згідно з наданими у посібнику рекомендаціями, задати їй реальні деформаційні характеристики.
4. Вийти із закладки **Схема**, зайти в закладку **Назначения** та поставити зв'язки у вузлах, якщо треба – коригувати жорсткість схеми відповідно до властивостей земляного полотна.
5. Вийти із закладки **Назначения** та зайти у закладку **Загружения**. Виконати операцію з прикладення навантаження.
6. Виконати модифікацію проекту та його розміщення на жорсткому диску комп'ютера.
7. Вийти у дерево проекту.
8. Виконати розрахунок під закладкою **Линейный**.
9. Зайти у **Результаты**.
10. Виконати аналіз результатів у закладці **Графический анализ**.
11. Виконати друк таблиць для отримання результатів.
12. Закрити робочий файл комплексу SCAD.

Для розробки розрахункової моделі початкове креслення виконувалось у програмному комплексі AutoCAD у вигляді плоскої моделі (рис. 4.5), яку імпортують у форматі DWG у програму SCAD [7].

На наступному етапі необхідно позначити всі контури (рис. 4.6, рис. 4.7) на моделі для того, щоб поділити модель на скінченні елементи, тобто виконати тріангуляцію.

Після задання всіх контурів виконується тріангуляція моделі. Вона може виконуватися двома методами: або з розбиттям контуру (рис. 4.8), або зі створенням ортогональної сітки із заданим максимальним розміром елемента (рис. 4.9). Величину кожного елемента приймаємо 0,05 м для отримання якомога точніших та якісніших результатів. Усі трикутні елементи об'єднуємо у чотирикутні. На рис. 4.10 тріангуляція моделі виконана методом з розбиттям контуру.

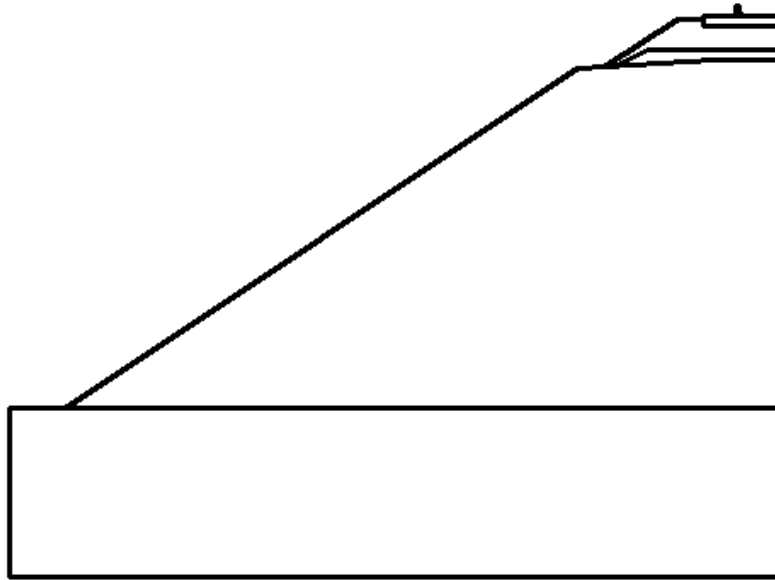


Рис. 4.5. Плоска модель,
що розроблена в програмному комплексі AutoCAD

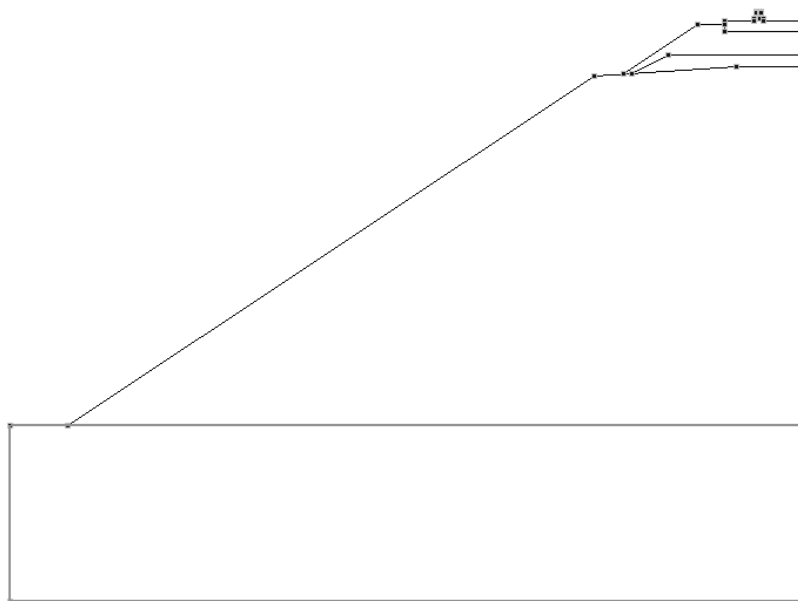


Рис. 4.6. Задання контуру основи для виконання тріангуляції

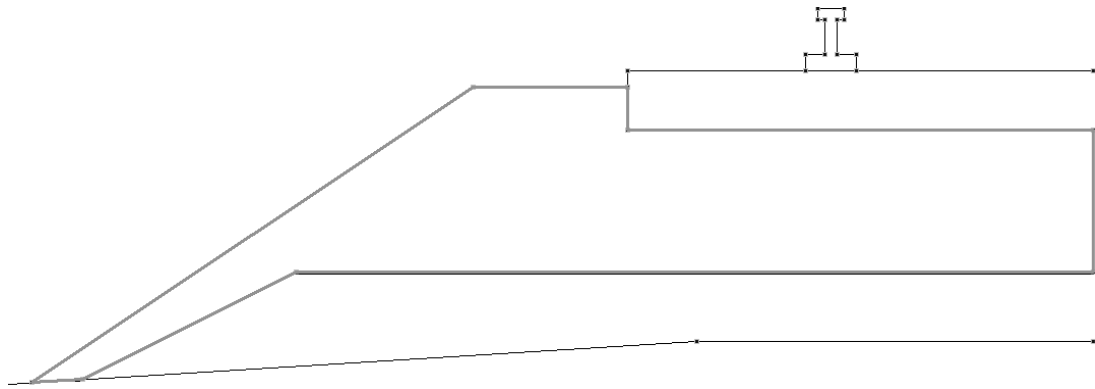


Рис. 4.7. Задання контуру щебеню баластної призми для виконання тріангуляції

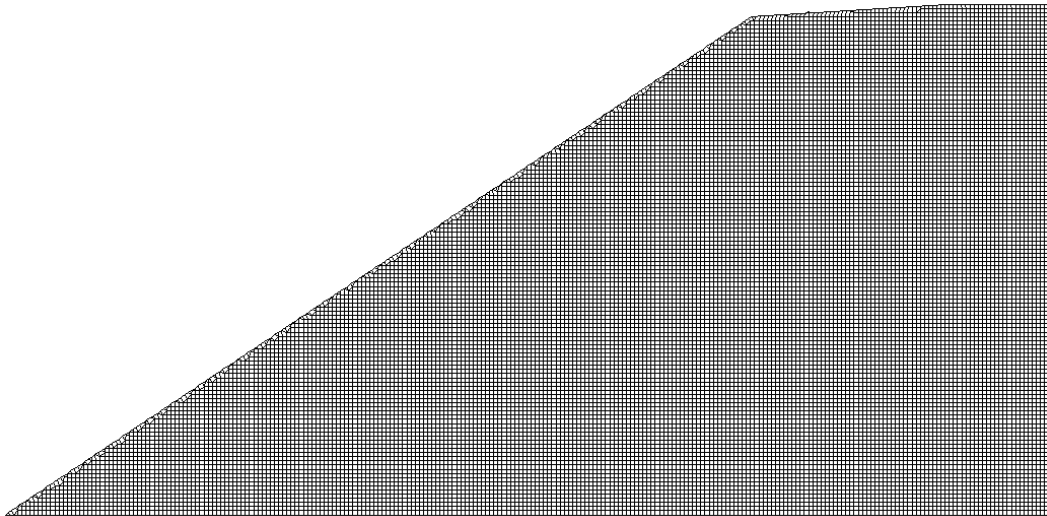


Рис. 4.8. Тріангуляція земляного полотна методом розбиття контуру

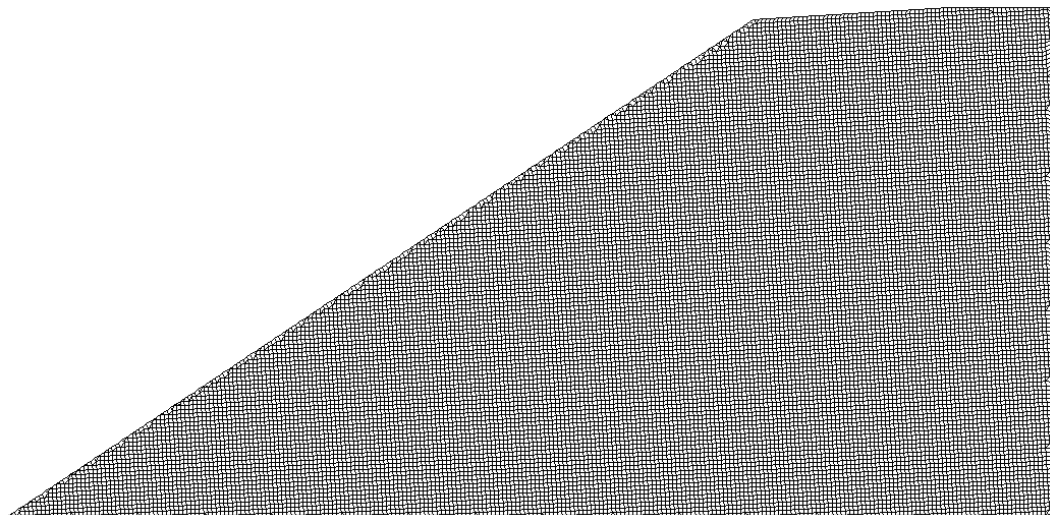


Рис. 4.9. Тріангуляція земляного полотна методом створення ортогональної сітки із заданим максимальним розміром елемента

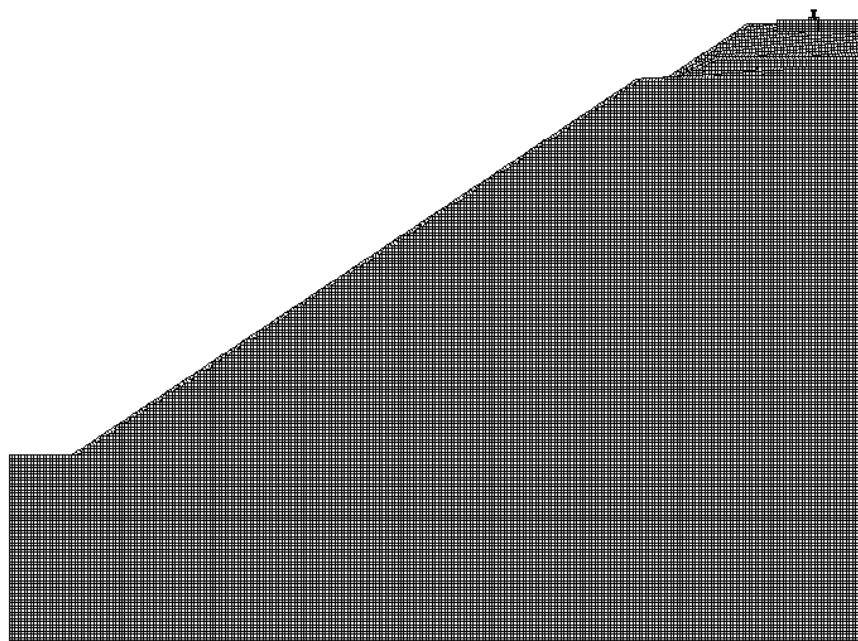


Рис. 4.10. Вигляд плоскої моделі після виконання тріангуляції всіх контурів схеми

Після проведення тріангуляції всіх елементів від плоскої моделі переходимо до об'ємної, виконуючи копіювання схеми вздовж осі Y на крок 0,05 м та довжину 20 см (рис. 4.11).

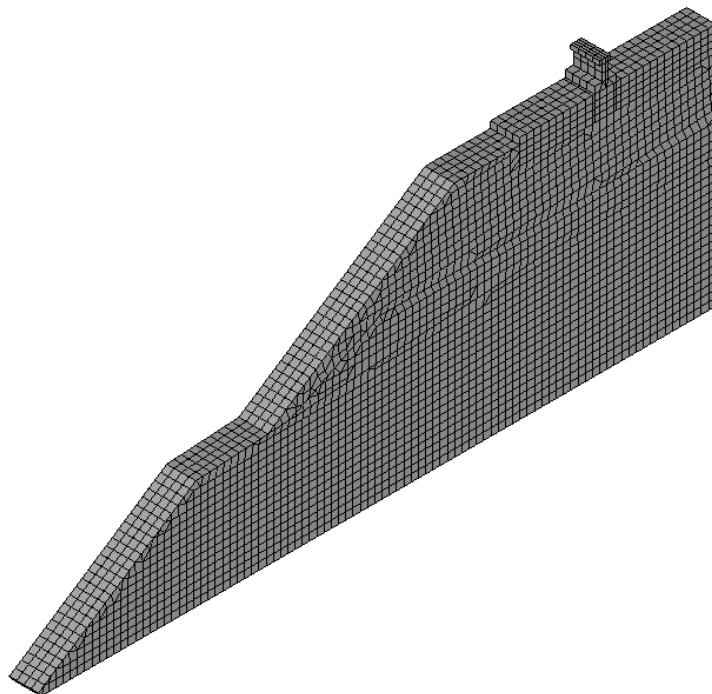


Рис. 4.11. Фрагмент об'ємної моделі

Далі задаються деформаційні характеристики всім об'ємним елементам. Наступний крок – закріплення моделі по всьому її периметру. З лівої сторони вузли моделі закріплюється лише основа по осям X та Y , з правої сторони вузли закріплюється по всій висоті моделі по осі X , а по краях цієї сторони по осям X та Y . По довжині в моделі забороняються переміщення вздовж осі Y , а на низу моделі повністю заборонені переміщення в усіх напрямках (по осях X , Y та Z).

Після задання всіх необхідних параметрів виконується розрахунок моделі мультифронтальним методом. По закінченню у протоколі розрахунку надається звіт (протокол SCAD) про успішне виконання роботи, після чого результати розрахунку піддаються ґрунтовному аналізу.

Модель для розрахунку для більшого врахування реальних характеристик об'єкта, що досліджується, прийнята просторовою на основі об'ємних скінченних елементів. Усі геометричні та деформаційні характеристики земляного полотна узяті з нормативних документів. Таким чином, розроблена просторова модель базується на реальних характеристиках земляного полотна висотою 6 м для одноколіїної ділянки, які отримані при спорудженні існуючого насипу. На рис. 4.12 наведена розрахункова схема земляного полотна під модернізацію, яка змодельована в комплексі SCAD і є прикладом моделювання земляного полотна на основі методу скінченних елементів у цьому посібнику.

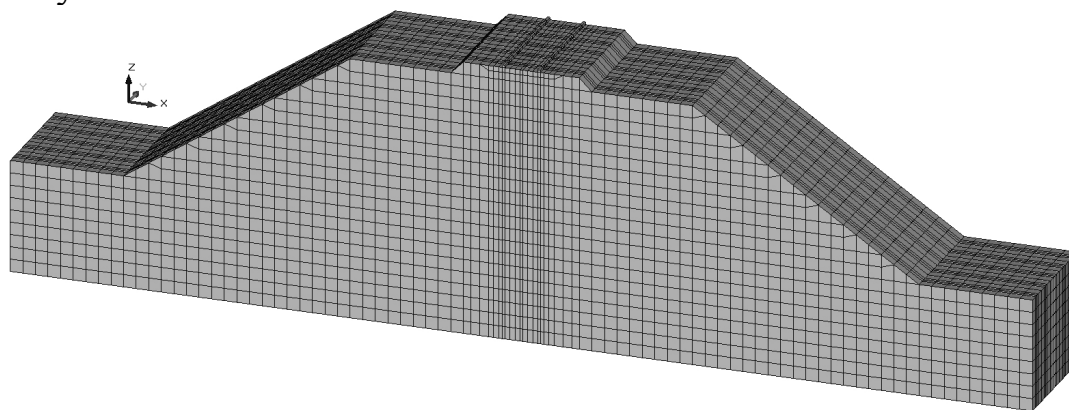


Рис. 4.12. Розрахункова схема земляного полотна насипу висотою 6 м

Загальна кількість вузлів схеми – 34 986 шт. (приблизно 105 тисяч ступенів вільності, задача вважається великорозмірною), кількість скінченних елементів – 31 500 шт. СЕ у схемі прийняті сумісними, тобто всі вузли сусідніх елементів збігаються, що позитивно впливає

на точність розв'язку. Розміри моделі: довжина (основа) – 40,6 м, ширина – 5,0 м, висота – 10,5 м (з яких висота земляного полотна – 6 м).

Основні розміри СЕ коливаються в межах 0,15...0,5 м, тобто СЕ-сітка адекватна розмірам представленої моделі, оскільки вважається, що основний розмір СЕ не повинен перевищувати 1/20 від характерного розміру моделі. У схемі застосовані як призматичні СЕ із трикутною основою (у моделюванні укосу), так і паралелепіпеди (у моделюванні земляного полотна та основи). Призматичні СЕ із трикутною основою перевірені на умови вироджених та «голчастих» елементів, кути трикутника не менше 45° .

На схему накладені граничні умови: понизу моделі – заборона переміщення по всіх трьох осях X , Y та Z , по боках основи – заборона по осях X та Y , по поперечних сторонах моделі – заборона по осі Y (умова плоскої деформації). Верх та відкоси моделі вільні від граничних умов.

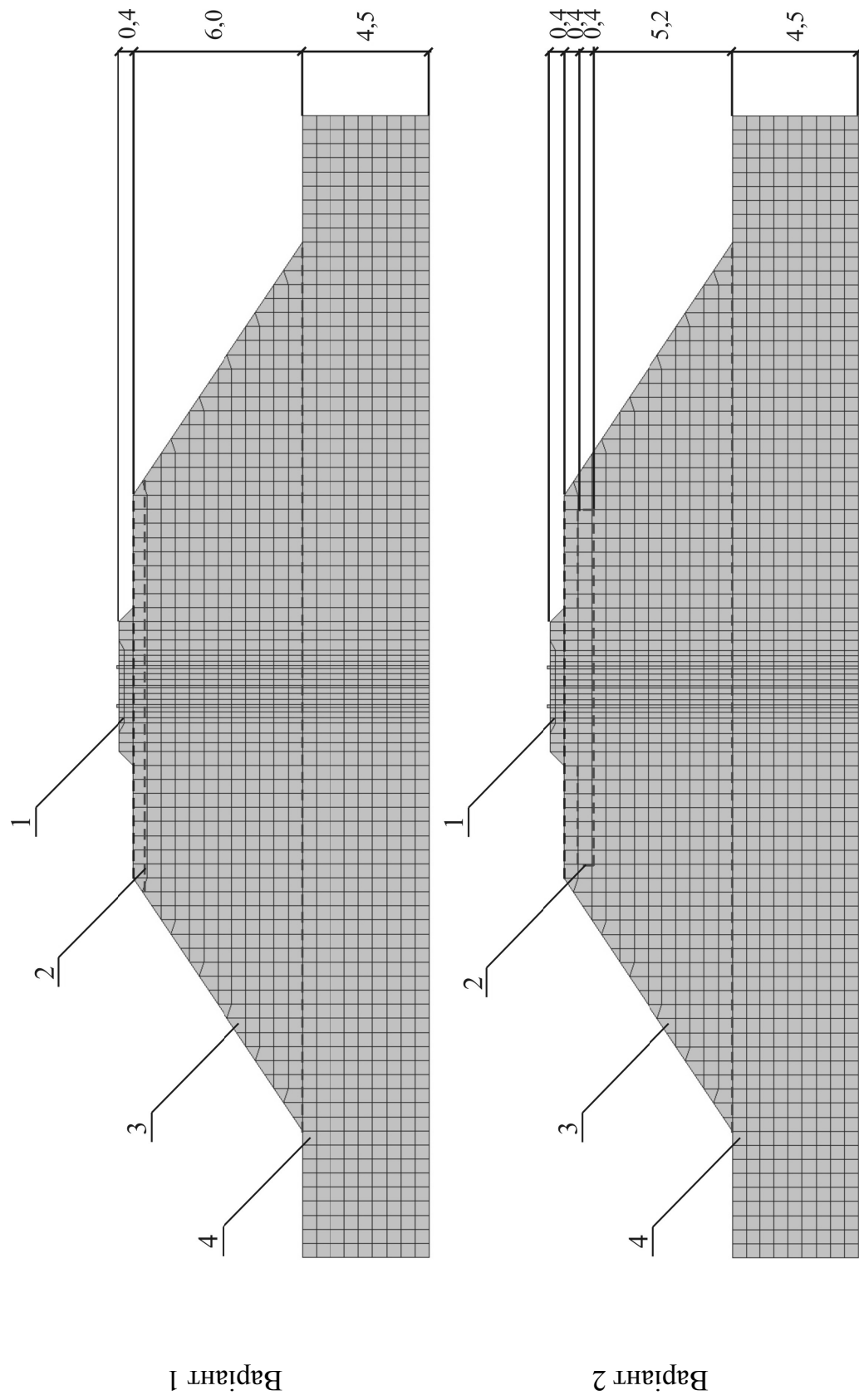
Для подальшого обґрунтування параметрів НДС підсиленого земляного полотна обрано два варіанти його підсилення (рис. 4.13).

Ці варіанти підсилення полотна обрані для того, щоб визначити, який з них найбільш позитивно впливає на НДС насипу, а також вони відповідають принципам підсилення:

Варіант 1 – класичний варіант підсилення земляного полотна із розміщенням геотекстилю, який є підсилюючим елементом, під баластною призмою;

Варіант 2 – комбінований варіант конструкції підсиленого земляного полотна із геотекстилю та шару відпрацьованого щебеню, який є підсилюючим елементом.

Вибір саме цих варіантів пояснюється тим, що Варіант 1 є найбільш поширеним у випадку підсилення земляного полотна при його ремонті та реконструкції [17]; Варіант 2 є новим варіантом підсилення, позитивні якості якого вже доведено експериментально [13, 14], але теоретичних досліджень з його обґрунтування не було виконано. Також задачею такого дослідження параметрів НДС варіантів підсилення є їх порівняння із виявленням міри позитивного впливу на зміну напружень та переміщень у земляному полотні. Як еталонний варіант, з яким порівнюються варіанти із підсиленням, прийнято варіант без підсилення (Варіант 0).



У ролі навантаження моделі було прийнято поїзне, тиск на вісь прийнято рівним нормативному тиску від поїзда $P = 20$ т на вісь [3, 4] з урахуванням динамічного коефіцієнта 1,5, який відповідає умовам збільшення швидкості, тобто $P = 30$ т на вісь (рис. 4.14).

Останньою задачею є задання навантаження на модель, воно задається у вигляді зосередженої сили, яка діє на середині рейки і дорівнює 150 кН (рис. 4.15).

Усі геометричні розміри та загальні навантаження на модель зберігаються та контролюються в ході виконання розрахунку, що можливе в застосованому розрахунковому комплексі. При розрахунку МСЕ використувався мультифронтальний метод розкладення матриці жорсткості як найбільш прогресивний метод роботи із матрицями комплексу SCAD.

На рис. 4.16–4.19 наведені результати розрахунку МСЕ земляного полотна із поїзним навантаженням.

Із аналізу рис. 4.17 можна стверджувати, що горизонтальні переміщення в трьох варіантах ідентичні кількісно і дещо змінюються якісно, тобто вплив підсилення на цю компоненту деформованого стану відсутній. Вертикальні переміщення кількісно у всіх варіантах підсилення перебувають у нормативних межах (тах значення – 1...2 мм), а у земляному полотні без підсилення дещо завищені – 2,4 мм. Але слід відмітити значні відміни у якісному розподілі вертикальних переміщень у Варіанті 1 та 2, які позначені більшою інтенсивністю та площиною дії в класичному варіанті підсилення. Це свідчить про те, що вплив підсилюючих шарів обох варіантів на зменшення деформацій ВБК та основної площадки не є однаковим, оскільки в Варіанті 1 максимальні переміщення сягають 2,1 мм, а у Варіанті 2 – 1,9 мм (зменшення у 1,2 разу між варіантами 1 і 2 та 1,3 разу між варіантами 0 та 2).

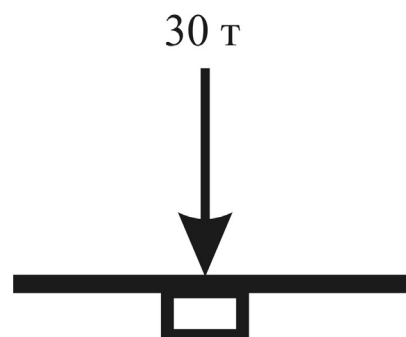


Рис. 4.14. Схема поїзного навантаження

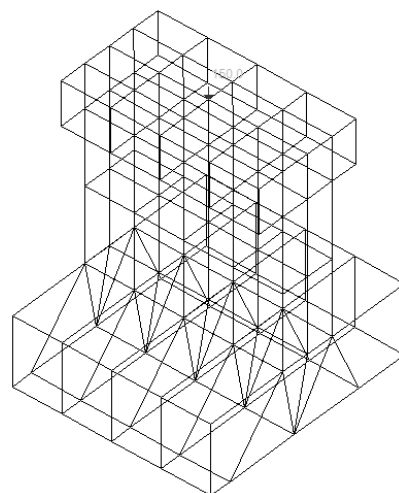
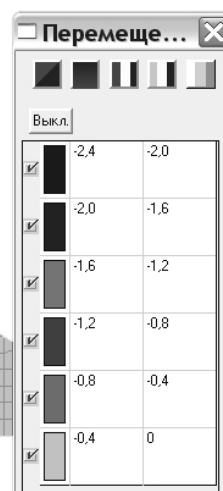
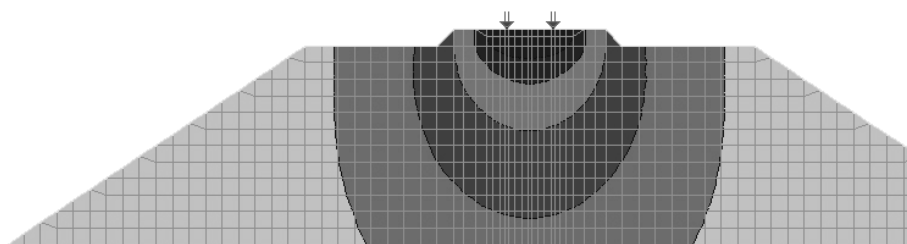
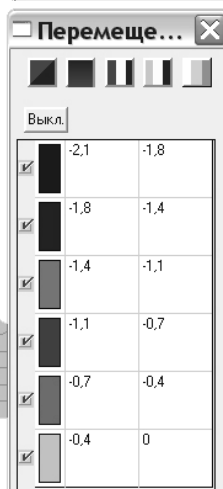
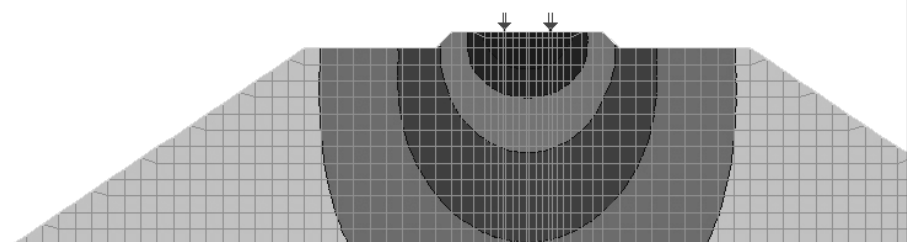


Рис. 4.15. Розміщення зосередженої сили на фрагменті моделі

Вариант 0



Вариант 1



Вариант 2

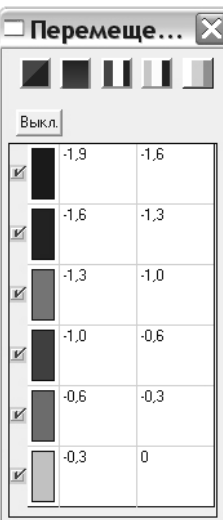
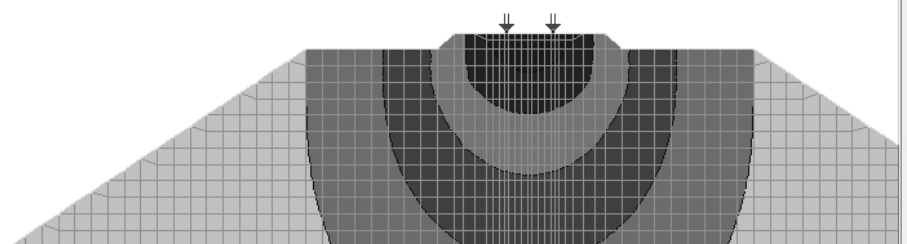
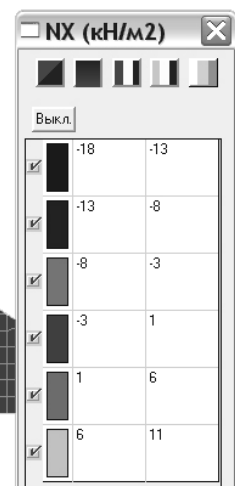
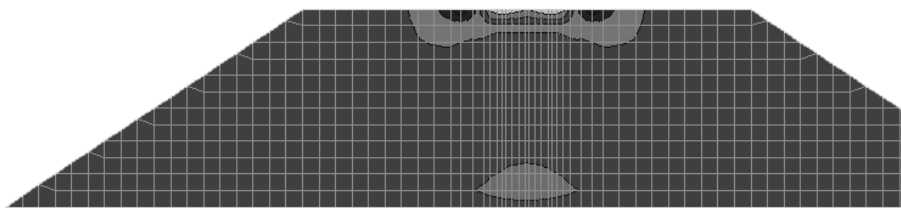
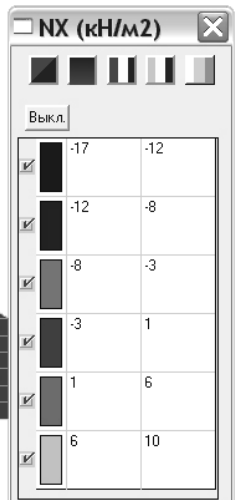
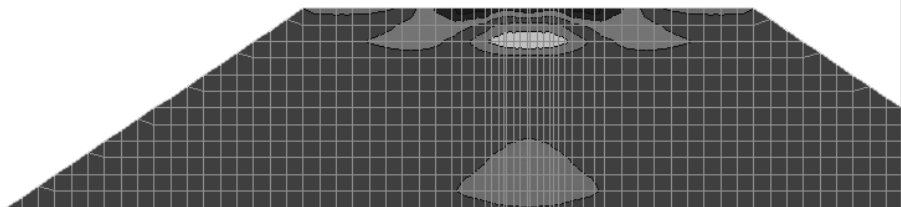


Рис. 4.17. Ізолінії та ізополя переміщень по осі Z (вертикальна)
у фрагменті моделей (земляне полотно і ВБК)

Вариант 0



Вариант 1



Вариант 2

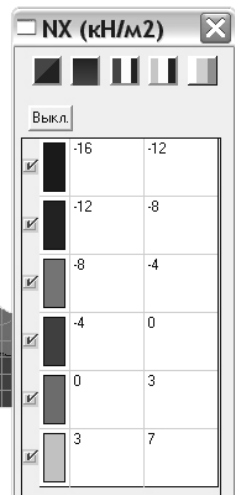
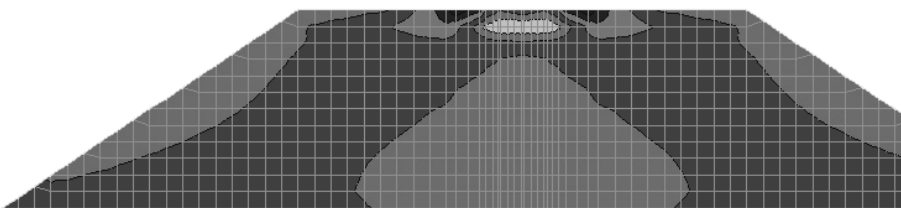
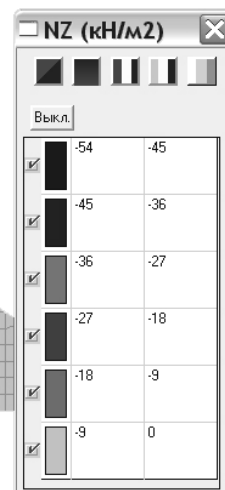
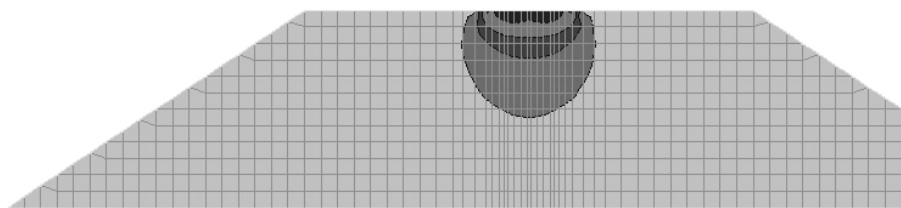
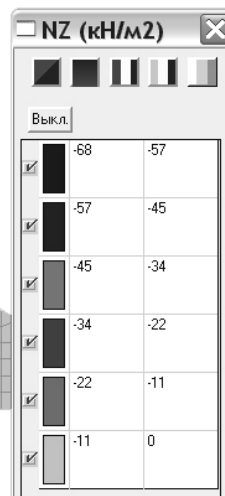
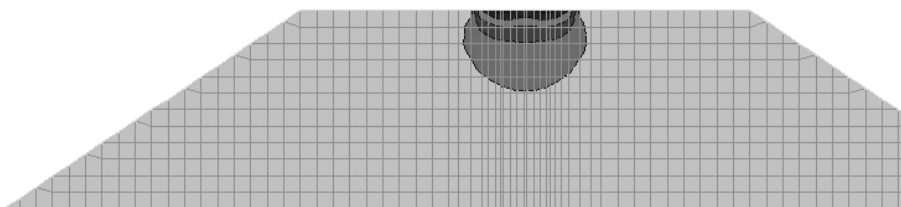


Рис. 4.18. Ізолінії та ізополя нормальних напружень по осі X (горизонтальна)
у фрагменті моделей (земляне полотно)

Варіант 0



Варіант 1



Варіант 2

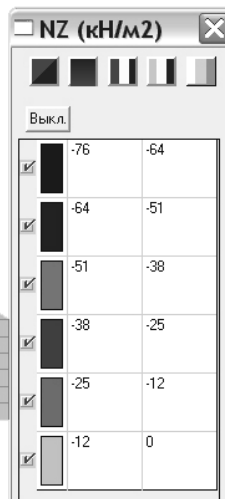
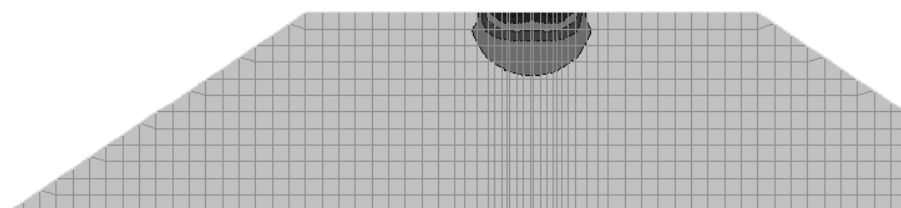


Рис. 4.19. Ізолінії та ізополя нормальних напружень по осі Z (вертикальна)
у фрагменті моделей (земляне полотно)

Слід також зауважити, що розподіл нормальних горизонтальних напружень для двох варіантів також відрізняється як якісно, так і кількісно (див. рис. 4.18), причому у Варіанті 1 спостерігається збільшення ізополя в тілі насипу в декілька разів на відміну від Варіанта 2. Загальний напружений стан земляного полотна, зокрема, під рейко-шпальною решіткою має незначні відмінності, наприклад, значення максимальних напружень відповідають Варіанту 1 ($-0,017$ МПа на відміну від Варіанта 2 – $-0,016$ МПа), тобто класичний варіант підсилення земляного полотна тільки геотекстилем під баластною призмою незначно відрізняється за ефективністю зменшення горизонтальних напружень.

Розподіл вертикальних напружень (див. рис. 4.19) свідчить про те, що у Варіанті 1 напруження від дії поїзда сягають глибини $2,5$ м, а у Варіанті 2 – $1,7$ м (у Варіанті 0 – $3,25$ м). Хоча значення нормальних вертикальних напружень дещо менше у Варіанті 1 ($-0,068$ МПа на відміну від Варіанта 2 – $-0,076$ МПа), але в цьому випадку вже в підшпальній області рівень напружень обох варіантів майже ідентичний ($-0,034$ МПа в Варіанті 1 та $-0,038$ МПа у Варіанті 2). У наведеному аналізі слід відмітити більш позитивну підсилюючу дію саме Варіанта 2, оскільки вертикальні напруження у Варіанті 1 більш захоплюють ґрунт земляного полотна по висоті й таким чином можна прогнозувати більш активне їх накопичення, яке є причиною розвитку хвороб земляного полотна.

Основним висновком після аналізу НДС обох варіантів є те, що варіантом підсилення земляного полотна, який більш позитивно впливає на деформований стан, зменшуючи вертикальні переміщення ВБК і основної площадки, та покращує напружений стан, значення якого дають змогу свідчити про нормальну експлуатацію земляного полотна, є Варіант 2, тобто конструкція із геотекстилю із відгинами, усередині якого розміщується відпрацьована щебенево-ґрунтова суміш.

Контрольні запитання та завдання

1. Назвіть основні різновиди геосинтетичних матеріалів та їх функції при застосуванні в земляному полотні.
2. Назвіть основні характеристики геосинтетичних матеріалів.

3. Проведіть порівняльний аналіз роботи конструкцій земляного полотна, наведених на рис. 4.3 і 4.4.
4. На основі яких вишукувань повинні проектуватися конструкції для підсилення земляного полотна із застосуванням геосинтетичних матеріалів?
5. Наведіть алгоритм розрахунку земляного полотна з допомогою комплексу SCAD.
6. Виконайте автоматичну тріангуляцію земляного полотна за нормативними розмірами, користуючись рис. 4.5–4.10.
7. З позиції механіки суцільного середовища (або теорії пружності) проаналізуйте логічність встановлення зв'язків на СЕ-модель земляного полотна, наведених після рис. 4.12.
8. Яким чином можна швидко і точно виконати розміщення зосередженої сили на фрагменті моделі, застосувавши можливості ПОК SCAD?
9. Виконайте порівняльний аналіз ізоліній та ізополів нормальних напружень по осі X (горизонтальна) у фрагменті моделей (рис. 4.18) із визначенням закономірності їх розподілу по ширині земляного полотна.
10. Виконайте порівняльний аналіз ізоліній та ізополів нормальних напружень по осі Z (вертикальна) у фрагменті моделей (рис. 4.19) із визначенням закономірності їх розподілу по висоті земляного полотна.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Асимьбеков, Д. А. Определение напряжений в насыпи от действия собственного веса методом конечных элементов [Текст] / Д. А. Асимьбеков, С. Ш. Шукуров. – Алма-Ата : Алмаатинский ин-т инженеров ж.-д. трансп., 1980. – 6 с.
2. Блажко, Л. С. Геоматериалы при высоких осевых нагрузках [Текст] / Л. С. Блажко // Путь и путевое хозяйство. – 2002. – № 10. – С. 36.
3. Даніленко Е. І. Залізнична колія. Улаштування, проектування і розрахунки, взаємодія з рухомим складом [Текст]: підручник для вищих навчальних закладів: у 2 т. – Київ : ІНПРЕС, 2010. – т. 1 – 528 с., т. 2. – 456 с.
4. Железнодорожный путь [Текст] / Т. Г. Яковлева, Н. И. Карпущенко, С. И. Клинов, Н. Н. Путря, М. П. Смирнов; под ред. Т. Г. Яковлевой. – Москва : Транспорт, 1999. – 405 с.
5. Заворицкий, В. Й. Розрахунок стійкості насипу на схилі з використанням математичної моделі [Текст] / В. Й. Заворицкий, В. В. Петрович, О. А. Попек. – Київ : Будівельник, 1994. – 68 с.
6. Інструкція з улаштування та утримання колії залізниць України [Текст]. ЦП/0138. – Київ : Транспорт, 2006. – 336 с.
7. Карпиловский, В. С. SCAD для пользователя [Текст] / В. С. Карпиловский, Э. З. Криксунов, А. В. Перельмутер. – Київ : ВВП «Компас», 2000. – 332 с.
8. Методические указания по применению геосинтетических материалов в дорожном строительстве [Текст]. – Москва : ТИМР, 2001. – 40 с.
9. Основы метода конечных элементов [Текст] / В. И. Большаков, Е. А. Яценко, Г. Соссу и др. – Днепропетровск : ПГАСиА, 2000. – 255 с.
10. Панков, В. К. К вопросу расчета земляного полотна методом конечных элементов [Текст] / В. К. Панков // Особенности проектирования железных дорог и содержания пути в условиях Урала и Сибири. – Свердловск, 1982. – Вып. 67. – С. 31–34.
11. Перельмутер, А. В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа [Текст] / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – Киев : Сталь, 2002. – 600 с.
12. Петренко, В. Д. Порівняльний аналіз стану двох варіантів підсилення конструкції земляного полотна [Текст] / В. Д. Петренко, В. Т. Гузченко,

- А. Л. Тютюкін та ін. // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2009. – Вип. 29. – С. 107–111.
13. Петренко, В. Д. Результати аналізу параметрів експериментальних досліджень армування геотекстилем земляного полотна [Текст] / В. Д. Петренко, В. Т. Гузченко, А. Л. Тютюкін та ін. // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2010. – Вип. 34. – С. 131–135.
 14. Петренко, В. Д. Сравнительный анализ результатов экспериментальных исследований усиления земляного полотна малодеформируемым слоем [Текст] / В. Д. Петренко, В. Т. Гузченко, А. Л. Тютюкін та ін. // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2010. – Вип. 35. – С. 139–144.
 15. Пилягин, А. В. Смешанная упругопластическая задача расчета грунтового основания в пространственной постановке [Текст] / А. В. Пилягин, С. В. Казанцев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1989. – № 4. – С. 24–26.
 16. Прокудин, И. В. Упругопластическое деформирование слабого основания земляного полотна железных и автомобильных дорог [Текст] / И. В. Прокудин, А. К. Черников, Г. М. Стоянович // Изв. ВУЗов. Строительство. – 1997. – № 11. – С. 102–109.
 17. Рувинский, В. И. Оптимальные конструкции земляного полотна [Текст] / В. И. Рувинский. – Москва : Транспорт, 1982. – 166 с.
 18. Справочник по земляному полотну эксплуатируемых железных дорог [Текст] / М. В. Аверочкина, С. С. Бабицкая, С. М. Большаков и др. – Москва : Транспорт, 1978. – 766 с.
 19. Тимофеева, Л. М. Армирование грунтов. Теория и практика [Текст] / Л. М. Тимофеева. – Пермь, 1991. – 480 с.
 20. Титов, В. П. Усиление земляного полотна длительно эксплуатируемых железных дорог [Текст] / В. П. Титов. – Москва : Стройздат, 1980. – 272 с.
 21. Яковлева, Т. Г. Способы усиления насыпей армогрунтовыми конструкциями [Текст] / Т. Г. Яковлева, В. В. Виноградов, Ю. К. Фроловский // Путь и путевое хозяйство. – 1997. – № 1. – С. 7–10.

Додаток

Таблиця Д.1

Характеристики матеріалів для задання властивостей скінченних елементів

Матеріал	Розрахунковий опір, МПа		Модуль пружності $E \cdot 10^4$, МПа	Питома вага γ , кН/м ³
	стиску	розтягу		
Бетони	R_b	R_{bt}		
Бетон класу В25	14,5	1,05	30,0	24,0
Бетон класу В30	17,0	1,20	32,5	24,0
Бетон класу В35	19,5	1,30	34,5	24,0
Бетон класу В40	22,0	1,40	36,0	24,0
Бетон класу В45	25,0	1,45	37,5	24,0
Бетон класу В50	27,5	1,55	39,5	24,0
Арматура	R_s	R_{sc}		
Клас А-I	225	225	200	78,5
Клас А-II	280	280	200	78,5
Клас А-III $d = 6 \dots 8$ мм	355	355	200	78,5
Клас А-III $d = 10 \dots 40$ мм	365	365	200	78,5
Чавуни	R_c	R_u		
СЧ-21-40	1 800	600	100	72,0
МСЧ 28-90, МСЧ 38-120	3 400	1 000	120	72,0

Таблиця Д.2

Деформаційні характеристики об'ємних елементів моделі

Назва елемента моделі	Модуль пружності, кН/м ²	Коефіцієнт Пуассона	Об'ємна вага, кН/м ³
Основа	10 000...35 000	0,3	20
Земляне полотно	10 000...35 000	0,3	20
Пісок	50 000	0,2	20
Щебінь	100 000	0,2	20
Шпала	$3,91 \cdot 10^7$	0,2	24,5
Рейка	$2,1 \cdot 10^8$	0,3	77,0

Навчальне видання

**Петренко Володимир Дмитрович,
Тютюкін Олексій Леонідович,
Кулаженко Євгеній Юрійович,
Кулаженко Олена Миколаївна**

Математичне моделювання земляного полотна залізниць на основі методу скінченних елементів

Навчальний посібник

Редактор *О. О. Котова*
Комп'ютерна верстка *О. М. Гончаренко*

Формат 60×84 $\frac{1}{16}$. Ум. друк. арк. 4,18. Обл.-вид. арк. 4,20.
Тираж 50 пр. Зам. №

Дніпропетровський національний університет
залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1315 від 31.03.2003 р.

Адреса видавця та дільниці оперативної поліграфії:
вул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010