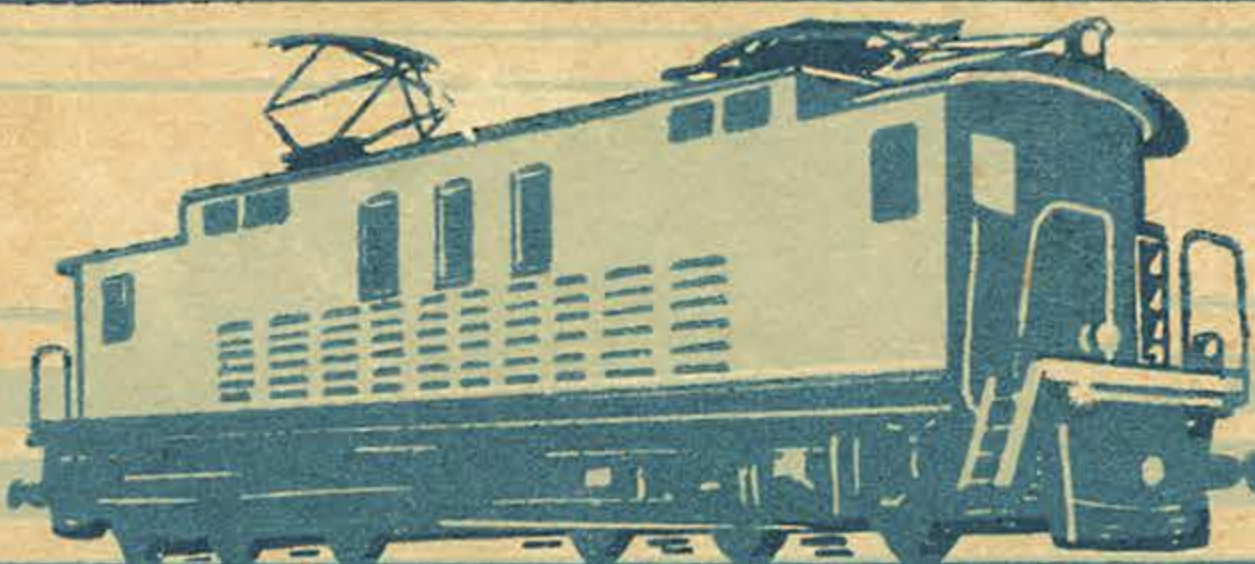


В. Б. МЕДЕЛЬ

ДИНАМИКА



ЭЛЕКТРОВОЗА

ТРАНСЖЕЛДОРИЗДАТ ~ 1937

НТБ
ДНУЖТ

В. Б. МЕДЕЛЬ

ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОВОЗА

*Допущено Центральным управлением
учебными заведениями НКПС
в качестве учебного пособия для
электротяговых вузов*

ПРОВЕРЬНО 1967

Дипломатический
ИНСТИТУТ
Инженерно-технический



ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ТРАНСПОРТНОЕ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА ★ ТРАНСЖЕЛДОРИЗДАТ ★ 1937

Настоящий труд посвящен весьма важным и интересным для электровозостроения вопросам динамического характера и последовательно охватывает вопросы: влияние рессорного подвешивания электровоза на его динамические свойства, динамика электровоза в прямых и кривых, динамические нагрузки колес электровоза и колебания, вызываемые работой электровозной передачи.

Книга в СССР появляется впервые и рассчитана на студентов и ИТР электровозников.

Книга одобрена ЦУУЗ НКПС в качестве учебного пособия для студентов электротяговых вузов.

НТБ
ДНУЖТ

О П Е Ч А Т К И

к книге В. Б. МЕДЕЛЬ «Динамика электровоза»

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
101	13 сн.	сжатие внутренних рессор и выпрямление внешних;	сжатие внешних рессор и выпрямление внутренних;
133	20 св.	(фиг. 212)	(фиг. 112)
140	таблица 17—18	$Y_1 - P$	$\frac{Y_1}{P}$
164	таблица 31	$2 = P 12 m$	$2P = 12m$
263	17 сн.	неопределимых	определимых
333	3 сн.	величину $\frac{d\alpha'R}{dt}$ равную $\frac{dd'\alpha}{dt}$	величину $\frac{d\alpha^2R}{dt}$
396	14 св.	565 кгм ¹ сек. ²	565 кг · м ^{—1} сек. ²

Зак. 131.

НТБ
ДНУЖТ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книга посвящена теоретическому изучению динамических явлений, имеющих место при работе электровоза на ж.-д. путях.

Наиболее существенные явления динамики электровоза разбираются в зависимости от конструктивных особенностей его, и, таким образом, эта книга дает более глубокое изучение конструкции электровозов в отношении динамики их.

С этой точки зрения настоящий труд является продолжением моего курса „Магистральные электровозы постоянного тока“ (Энергоиздат, 1935 г.), с которым, предполагается, уже знакомы лица, приступающие к изучению динамики электровоза. Также предполагается знание курса аналитической механики в объеме программы втузов.

Изложение динамики электровоза в тесной связи с конструктивными особенностями его соответствует программам наших втузов по электровозной специальности, где динамика электровоза проходится в общем курсе с конструкциями электровозов. В связи с этим оказалось более целесообразным прибегнуть в некоторых случаях к более упрощенным методам изложения динамических явлений вместо глубоких математических исследований их.

С другой стороны, это позволит лицам, интересующимся вопросами динамики электровозов в их практическом применении, легче извлечь необходимый для них материал.

В книге приведены только в качестве иллюстраций некоторые диаграммы колебаний, например, двойного рессорного подвешивания, шатунных механизмов, и попутно указаны примененные способы измерения их. Более подробный разбор экспериментального изучения колебаний электровозных механизмов, а равно теории их, выходит из рамок настоящей книги. Следует отметить, что вообще этому вопросу в локомотивостроении уделялось до последнего времени очень мало внимания, хотя в других областях техники экспериментальное изучение самих колебаний и вызываемых ими напряжений дало блестящие результаты.

В связи с этим я предполагаю выпустить отдельную книгу, посвященную подробному изложению теории колебаний в локомотивах и экспериментальному изучению их; при этом будет уделено особое внимание также разбору новейших методов измерения и регистрирования осциллографическим путем колебаний механизмов и напряжений в них.

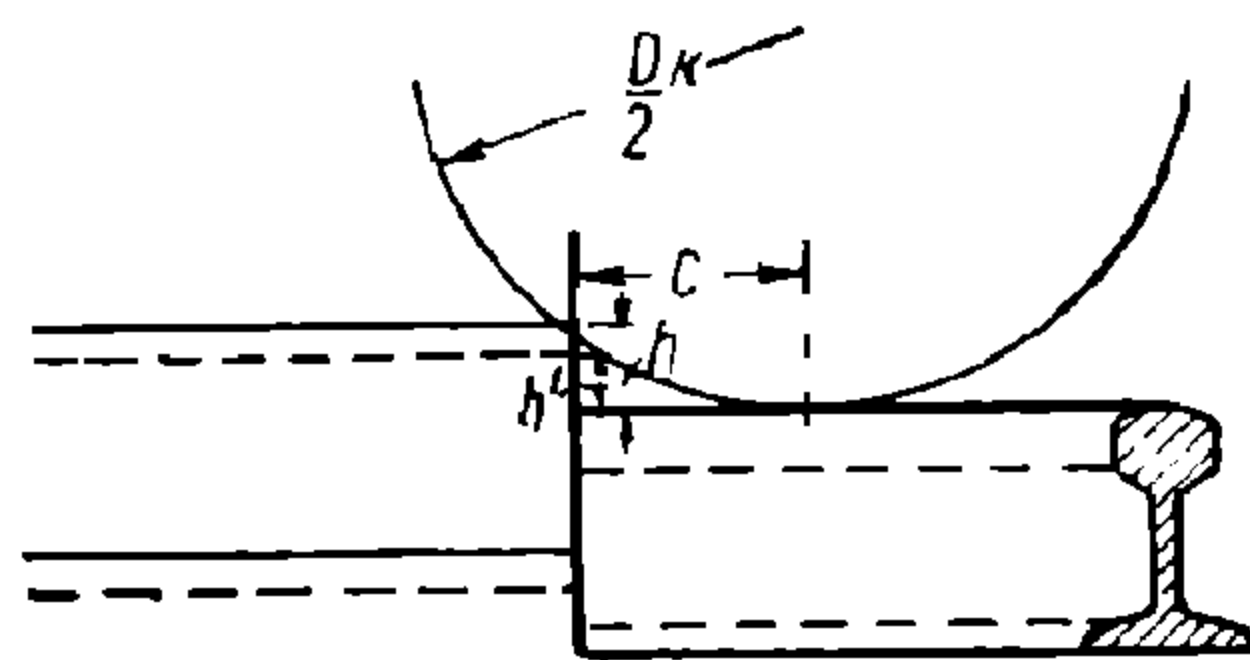
МЕДЕЛЬ

ГЛАВА I

ВЛИЯНИЕ РЕССОРНОГО ПОДВЕШИВАНИЯ ЭЛЕКТРОВОЗА НА ЕГО ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

§ 1. Движение одиночной оси по неровностям пути

Передача нагрузок на оси посредством рессор, как известно, имеет своим назначением уменьшить вертикальный перегруз осей как от встречающихся неровностей пути, так и от неправильной формы бандажа. Если траектория, образуемая точками соприкосновения колес с рельсами, отступает в вертикальной плоскости от прямой линии, экипаж получает некоторое вертикальное ускорение. Величина этого ускорения зависит от времени, в течение коего колесо должно подняться или опуститься на высоту неровности пути; другими словами, по виду неровности пути и скорости движения мы всегда можем определить величину ускорения.



Фиг. 1.

Пусть колесо диаметром D_k встречает на своем пути некоторое возвышение высотой h (фиг. 1). Оно должно подняться на эту высоту за тот промежуток времени, в течение коего пройдет путь c . При поступательной скорости движения его v это время будет равно:

$$t = \frac{c}{v}$$

Но с достаточной точностью можно считать, что

$$c^2 = D_k h,$$

или

$$c = \sqrt{D_k h}.$$

Следовательно:

$$t = \frac{\sqrt{D_k h}}{v}.$$

Величину вертикального ускорения $\frac{d^2x}{dt^2}$ в предположении равномерно ускоренного поднятия колеса на неровность пути найдем по формуле:

$$\frac{d^2x}{dt^2} \cdot \frac{t^2}{2} = h',$$

где h' —высота поднятия колеса, меньшая чем h вследствие упругого прогиба пути.

Подставляя значение t , получим:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{2h'}{t^2} = \frac{2h'v^2}{D_k h}.$$

НТБ
ДНУЖТ

Если считать, что благодаря упругости пути высота поднятия достигает лишь величины $h' = \alpha h$, где α —правильная дробь, то получим:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{2\alpha v^2}{D_k} \quad (1)$$

Аналогично решается задача определения вертикального ускорения при выбоинах в бандажах.

Если экипаж не имеет рессор, то можно считать, что вся масса, соответствующая нагрузке колеса P , должна участвовать в вертикальном перемещении. Следовательно перегруз будет равен:

$$\frac{P}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Если же имеются рессоры, то вертикальное перемещение будут совершать лишь колесо и непосредственно связанные с ним части, вызывая изменение прогиба рессоры на величину остающейся вертикальной неровности пути или выбоины колеса $h' = \alpha h$. Обозначая через \mathcal{J}^1 жесткость рессоры, т. е. груз в килограммах, вызывающий прогиб рессоры в 1 мм, найдем увеличение напряжения ее $h'\mathcal{J}$. Это изменение напряжения рессоры вызывает вертикальное перемещение надрессорного строения. Таким образом, перегруз оси при наличии рессор можно считать равным:

$$\Delta P = \frac{p}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + \mathcal{J}h', \quad (2)$$

где p —вес оси и связанных с ней частей, непосредственно действующих на путь.

Вообще говоря, величина прогиба рессоры при прохождении колесом неровности пути зависит от времени, в течение коего происходит вертикальное перемещение колеса.

Марье в своем исследовании „*Traité de stabilité du matériel des chemins de fer*“², принимая мгновенное вертикальное перемещение колеса по неровности пути, находит, что дополнительный прогиб рессор равен высоте неровности пути, т. е. $h' = \alpha h$. Однако чем меньше скорость вертикального перемещения колеса, тем на большую величину успеет в вертикальном направлении переместиться груз, находящийся на рессоре, и тем меньше будет дополнительный прогиб рессоры, а следовательно и изменение давления на колесо.

Найдем перегруз от колеса, поднимающегося от стыка к средней, более возвышенной части рельса. Инж. Куардом были произведены на ж. д. Париж—Лион—Средиземное море (см. *Revue gen. de chemins de fer*, 1887) измерения неровностей пути при проходе колес паровоза на 10-метровом рельсе. Разница в высоте между стыком и серединой рельса найдена была в 5 мм. При скорости $V = 90$ км/час ($v = 25$ м/сек) вертикальное перемещение колеса в 5 мм происходит в течение времени прохождения половины длины рельса, т. е.

в течение $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ сек. Откуда вертикальное ускорение колеса, принимая вели-

чину его постоянной, найдем из уравнения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} \cdot \frac{t^2}{2} = h,$$

а именно:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{2 \cdot 0,5}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = 25 \text{ см/сек}^2.$$

¹ Иногда аналогичную величину, т. е. груз в тоннах, дающий прогиб рессоры, равный 1 см называют коэффициентом рессоры; следовательно разница лишь в наименованиях (кг/мм или т/см). Обратная величина—прогиб рессоры на единицу груза—носит название гибкости рессоры.

² См. также русский перевод: Г. Марье, Взаимодействие пути и подвижного состава. Госжелдориздат, М.—Л. 1933.

Можно считать, что перемещение наддресорного строения в течение такого короткого времени равно нулю, а дополнительный прогиб рессор равен

$$h' = 5 \text{ мм.}$$

Искомое изменение нагрузки оси определится из формулы (2):

$$\Delta P = \frac{p}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + жh'.$$

Полагая $p = 3000 \text{ кг}$, $ж = 120 \text{ кг/мм}$, найдем:

$$\Delta P = \frac{3000 \cdot 25}{981} + 120 \cdot 5 = 676 \text{ кг.}$$

В действительности, однако, заметная просадка рельсов у стыков наблюдается лишь у концов рельсов по длине $l = 50 - 60 \text{ см}^1$, а не от середины его, как мы приняли в предыдущем расчете, что дает значительно бóльшие перегрузки осей.

Примем глубину просадки на стыке $h' = 2 \text{ мм}$ и исследуем перегруз оси электровоза ж. д. Чикаго—Мильвоки—Сан-Поль (Ch.—M.—St. Paul) с мотором, якорь которого непосредственно насажен на движущую ось. При этом незарессоренный вес на ось составляет $p = 5000 \text{ кг}$ при зарессоренной нагрузке на ось 12000 кг^1 . (Мы применяем укоренившееся сокращенное название „зарессоренный и незарессоренный“ вес, вместо „вес зарессоренных и незарессоренных“ частей локомотива).

При скорости движения 90 км/час (25 м/сек) электровоз проходит путь длиной $l = 50 \text{ см}$ в $0,02 \text{ сек}$.

Вертикальное ускорение $\frac{d^2x}{dt^2}$ найдем из уравнения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} \cdot \frac{t^2}{2} = h'$$

Это ускорение равно:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{2 \cdot 0,2}{(0,02)^2} = 1000 \text{ см/сек}^2.$$

Таким образом, перегрузка оси будет равна (при коэффициенте жесткости рессоры $ж = 100 \text{ кг/мм}$):

$$\Delta P = \frac{5000 \cdot 1000}{981} + 2 \cdot 100 = 5300 \text{ кг,}$$

а динамическая нагрузка на стыках будет:

$$P_{\theta} = 17000 + 5300 = 22300 \text{ кг.}$$

На той же дороге обращаются паровозы со статической нагрузкой на ось 25000 кг .

Выясним условия нарастания амплитуд при периодическом повторении неровностей пути.

Если обозначим через P вес наддресорного строения, соответствующий статической нагрузке рессоры, то при колебании рессоры соотношение между усилием рессоры под дополнительным прогибом ее x и силой, вызывающей вертикальное ускорение массы

$$M = P$$

выразится в виде:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = - жx$$

(так как с уменьшением x скорость возрастает, то производная скорости отрицательна, почему в уравнении стоит знак минус).

¹ См. Bulletin de Congrès. Int. de ch. de fer, 1933.

Здесь $dx = v' dt$,
и v' —скорость вертикального перемещения надрессорного строения.

Заменяя $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv'}{dt}$ и величину $M = \frac{\mathcal{M}f}{g}$, где f —статический прогиб рессоры, получим:

$$\frac{\mathcal{M}f}{g} \cdot \frac{dv'}{dt} = -\mathcal{M}x.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от $v' = 0$ (при наибольшем отклонении x_1) до некоторого промежуточного значения x , соответствующего скорости v' , получим:

$$v'^2 = \frac{g}{f} (x_1^2 - x^2). \quad (3)$$

Заменяя в этом уравнении $v' = \frac{dx}{dt}$ и проинтегрировав вновь в пределах от x_1 до $x = 0$, соответствующих крайнему отклоненному положению рессоры и среднему ее положению, получим время колебания:

$$t' = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{f}{g}}$$

Время колебания рессоры от одного крайнего положения до другого:

$$T' = \pi \sqrt{\frac{f}{g}}$$

и время полного колебания:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{f}{g}} \quad (4)$$

Решая дифференциальное уравнение (3), мы найдем изменение прогиба рессоры в виде:

$$x = C \cos \omega t,$$

где C —постоянная, определяемая по начальным условиям движения, а угловая скорость

$$\omega = \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{M}} = \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{\frac{P}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{f}},$$

поскольку $\frac{P}{\mathcal{M}} = f$ есть статический прогиб рессоры.

Полученные формулы показывают, что качание рессоры есть гармоническое колебание и совершается аналогично качанию маятника. Это является следствием того, что в обоих случаях мы имеем дело с силой, стремящейся вернуть рассматриваемую систему в первоначальное положение, и эта сила по величине пропорциональна отклонению системы. Такая аналогия позволяет нам исследование качания рессоры заменять исследованием качания маятника, что часто дает большую наглядность.

Исследуем ряд случаев, когда неровности пути встречаются при различных положениях колеблющейся рессоры.

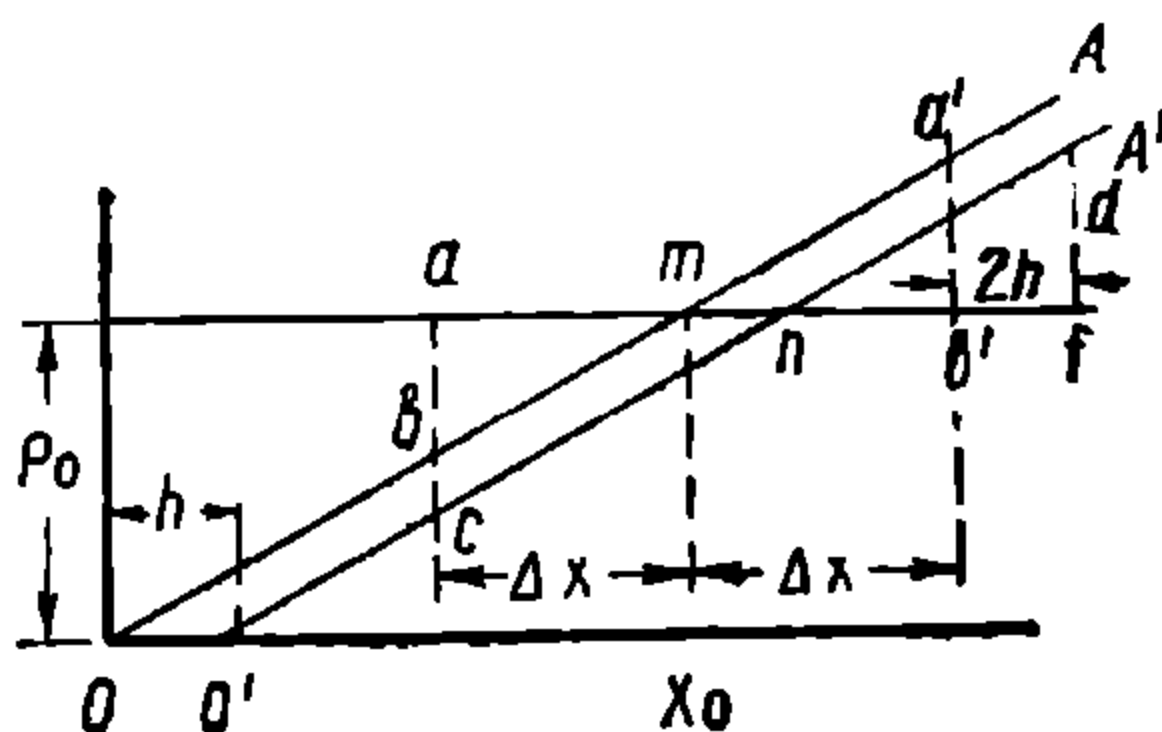
А) Колесо проходит углубление в пути в тот момент, когда рессора достигла своего наивысшего положения, т. е. имеется наименьший прогиб. По аналогии с маятником (фиг. 2) это равносильно переносу точки O подвески маятника, например влево, в точку O' на величину h —углубления пути в тот момент, когда он достиг своего предельного отклонения вправо, т. е. занял положение OA ; в этом случае маятник будет колебаться, занимая крайние положения A и B' вместо первоначальных A и B . Не трудно видеть, что амплитуда колебания будет на $2h$ больше, чем в первом случае. К тем же выводам мы придем, исходя из сохранения энергии колеблющейся рессоры. Будем откладывать по ординатам (фиг. 3) усилия рессоры P , а по абсциссам—ее прогиб x . Прямая OA дает зависимость между P и x . Прогиб x_0 соответствует статической нагрузке P_0 и в то же время—среднему положению

колеблющейся рессоры. Если во время колебания рессора отклонится на величину Δx в одну сторону, то ее потенциальная энергия будет пропорциональна площади amb и колебания в другую сторону будут происходить на ту же величину Δx , поскольку по закону сохранения энергии площадь $a'tb'$ должна быть равна площади amb (если только мы пренебрежем потерями в рессоре).

Теперь представим себе, что в тот момент, когда рессора находится в своем предельном верхнем положении, соответствующем минимальному прогибу, колесо опустилось на величину неровности h ; после этого колебания рессоры



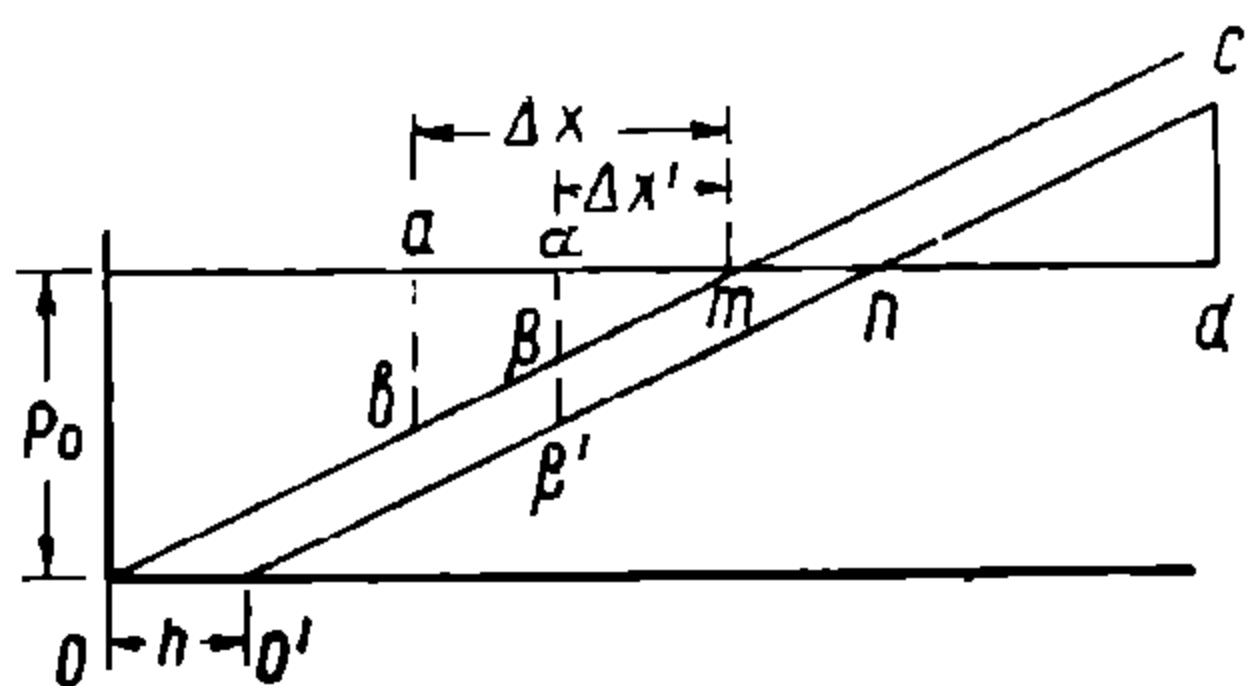
Фиг. 2.



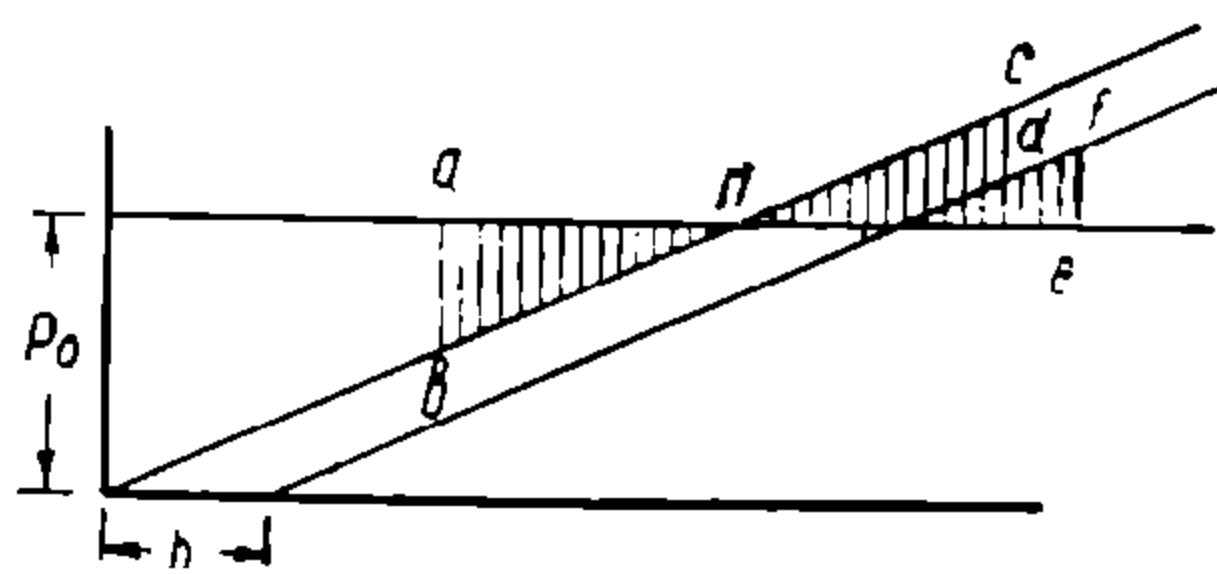
Фиг. 3.

будут происходить уже по линии $O'A'$ отстоящей на величину h от OA ($OO' = h$). Согласно ранее изложенному, теперь уже наибольшее сжатие рессоры будет соответствовать положению df , определяемому равенством треугольников $\Delta acn = \Delta dnf$ или равенством $an = nf$; не трудно видеть, что амплитуда колебания Δx возросла на $2h$.

Б) Колесо проходит углубление в пути в тот момент, когда рессора не дошла до нулевого положения на величину ix' (фиг. 4). Рассуждая по предыдущему, мы найдем, что деформация пружины до прохождения нулевого положения протекает по ломаной линии $b\beta\beta'na$ и после нулевого положения определяется максимальным прогибом n (из условия равенства площадей, характеризующих работу, т. е. площадь $ta\beta\beta'nt$ равна площади cmd); т. о. амплитуда колебаний увеличится менее, чем на $2h$.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

В) Если понижение колеса будет иметь место в тот момент, когда рессора, сжимаясь, перешла нулевое положение в точке c (фиг. 5), то сжатие будет происходить до понижения оси по линии bc и, далее, после понижения,—по линии df . Амплитуда при этом определяется равенством площадей nab и ncd/en ; при чем не трудно видеть, что чем ближе к положению наибольшего сжатия произойдет опускание колеса, тем меньше будет увеличение амплитуды. Если понижение колеса будет иметь место при наибольшем сжатии пружины, амплитуда колебания рессоры останется без изменения.

Г) Если в тот момент, когда рессора достигла своего наибольшего сжатия, т. е. в точке e (фиг. 6), произойдет подъем колеса на высоту h , то выпрямление пружины пойдет по линии fm , вместо en , и амплитуда колебания вместо $2dn = dn + na$ будет равна $ad = 2dm$, т. е. увеличится на $2h$.

Точно так же можно доказать, что если подъем колеса произойдет в тот момент, когда рессора будет находиться в периоде выпрямления, то амплитуда колебания, вообще говоря, увеличится на меньшую величину, чем $2h$, и при

найдется из условия равенства площадей (фиг. 9) треугольника nba и трапеции $ncde$.

Обозначим изменение нагрузки рессоры $ba = nc$ через ΔP .

Согласно сказанному $na = h$. Искомую величину $ne = h'$ найдем на основании равенства указанных выше площадей:

$$\frac{ba \cdot h}{2} = \frac{nc + ed}{2} \cdot h' \quad (5)$$

Но

$$ed : nc = ae : an;$$

откуда имеем:

$$ed = \frac{nc \cdot ae}{an} = \frac{nc(h + h')}{h}.$$

Подставляя полученную величину в уравнение (5), найдем:

$$\frac{ba \cdot h}{2} = \left[nc + \frac{nc(h + h')}{h} \right] \frac{h'}{2}.$$

Поскольку $ba = nc$, имеем:

$$h'^2 + 2hh' - h^2 = 0$$

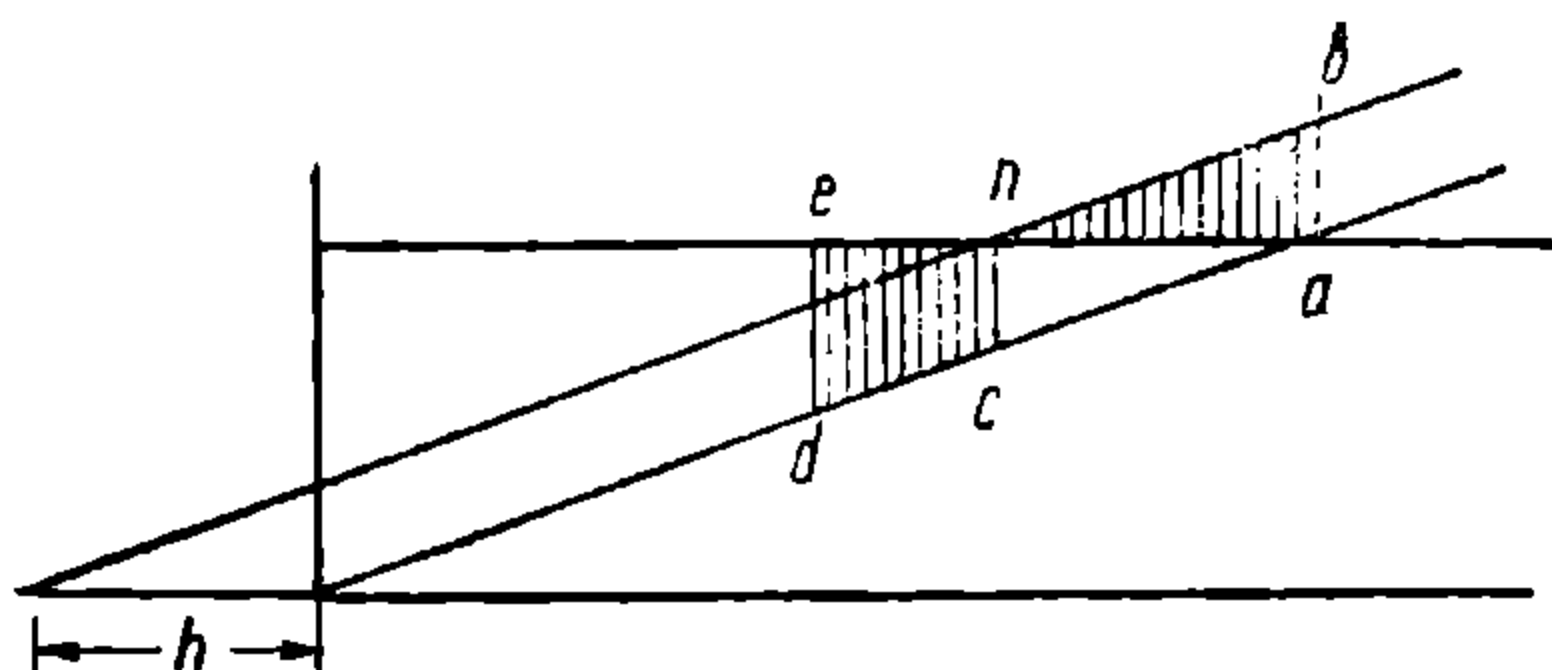
или

$$h' = -h \pm h\sqrt{2} \quad (6)$$

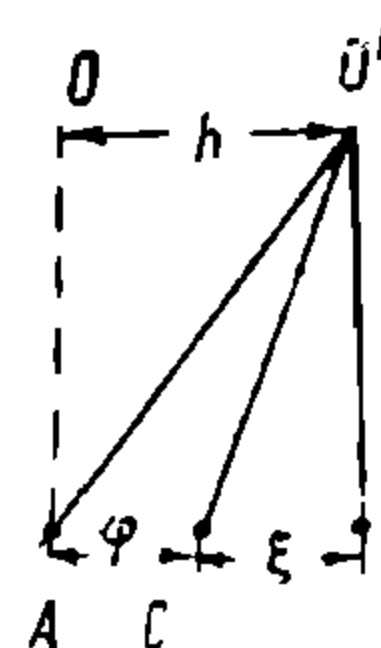
А если колебание отсчитывать от точки a , то амплитуда будет равна:

$$2ae = 2(-h + h\sqrt{2} + h) = 2h\sqrt{2} \quad (7)$$

Исследуем то же самое явление аналитическим путем, воспользовавшись аналогией качания рессоры с качанием маятника. Пусть система занимает положение равновесия OA (фиг. 10). Поднятие колеса на высоту h равносильно переме-



Фиг. 9.



Фиг. 10.

щению точки подвеса маятника в положении O' . Таким образом, маятник окажется отклоненным на величину h и начнет свое колебание, как уже указывалось выше, со скоростью

$$v = \sqrt{\frac{g}{l}(h^2 - \xi^2)},$$

где ξ —расстояние материальной точки маятника или в данном случае конца рессоры до нулевого положения.

В тот момент, когда конец рессоры пройдет путь φ и займет положение C , колесо сходит с возвышения на начальный уровень, что равносильно перемещению точки подвеса маятника снова в точку O ; конец же рессоры в точке C развил уже в этот момент скорость

$$v = \sqrt{\frac{g}{l}(h^2 - \xi^2)}. \quad (8)$$

Новую полуамплитуду отклонения h' найдем из уравнения (8), решив его относительно амплитуды h , которую в данном случае обозначим через h' и заменив в нем ξ на φ :

$$h'^2 = \frac{l}{g} \cdot v^2 + \varphi^2.$$

Подставляя $\varphi = h - \xi$ и $v^2 = \frac{g}{f}(h^2 - \xi^2)$ из уравнения (8), получим:

$$h'^2 = h^2 - \xi^2 + h^2 - 2h\xi + \xi^2 = 2h(h - \xi)$$

или

$$h' = \sqrt{2} \cdot \sqrt{h(h - \xi)}.$$

Если сход колеса с возвышения последует в момент равновесия, т. е. при $\xi = 0$, то $h' = h\sqrt{2}$, и последующие колебания будут совершаться с амплитудой $2h\sqrt{2}$; тот же самый результат мы получим и из фиг. 9.

Величина h' достигает своего максимума при $\xi = -h$. Для этого случая $h' = 2h$, а полная амплитуда будет равна $2h' = 4h$.

Другими словами, если рессора находилась в покое и колесо, войдя на возвышение в пути h , прошло его и опустилось на прежний уровень как раз в тот момент, когда рессора успела притти в верхнее положение, колебание рессоры будет совершаться с полной амплитудой, равной $4h$. Это следует и из наших предыдущих рассуждений. Действительно, вхождение колеса на высоту h создает качание с полной амплитудой $2h$. С другой стороны, мы видели, что понижение колеса в тот момент, когда рессора находится в наивысшем положении, дает при дальнейшем колебании приращение амплитуды на $2h$. Таким образом, общая амплитуда должна установиться в $4h$. Следовательно при периодически повторяющихся неровностях пути амплитуда будет возрастать каждый раз на величину $4h$, и если бы не было трения в рессоре (между листами и в рессорных подвесках), то после n колебаний амплитуда достигла бы величины $4hn$.

Если мы обозначим коэффициент жесткости рессоры через $ж$, то при указанном колебании рессоры колесо получит дополнительную перегрузку и разгрузку, равную

$$\Delta P = 4жhn.$$

Вообще же говоря, колебание от неровности пути складывается с общими колебаниями надрессорного строения, и в конечном итоге перегрузка и разгрузка осей получаются уже в зависимости от общего изменения прогиба рессоры. По данным Марье (см. *Traité de stabilité du matériel des chemins de fer*) на хороших и исправно содержимых путях $h_{max} = 6$ мм, на плохих путях h_{max} доходит до 12 мм и на очень скверных путях—до 24 мм. Эти величины и следует подставлять в вышеприведенные формулы для определения изменений нагрузок, вызванных изменением прогиба рессор.

Для того чтобы иметь меньший перегруз от неровностей пути, следует стремиться рессоры проектировать возможно мягкими. Однако, как видно из формулы (4), при этом время колебания такой мягкой рессоры будет больше (ускорения и скорости обратно пропорциональны f , а амплитуда от f и $ж$ не зависит).

Слишком большое время колебания рессоры имеет свои недостатки. Если причины, вызывающие колебания рессоры (например, неровности пути), повторяются, то может иметь место нарастание амплитуд колебания, и движение электровоза тогда становится опасным.

Периодически повторяющимися неровностями пути являются рельсовые стыки. Пусть длина рельса равна l ; тогда критическую скорость $v_{кр}$, при которой время прохождения одного рельса равно периоду колебания рессоры, найдем из уравнения:

$$\frac{l}{v_{кр}} = 2\pi \sqrt{\frac{f}{g}},$$

откуда:

$$v_{кр} = \frac{l}{2\pi \sqrt{\frac{f}{g}}}.$$

Для рельсов длиной $l = 10$ м, при жесткости рессоры $ж = 97,4$ кг/мм и нагрузке на колесо $7,2$ т, мы получим:

$$f = \frac{7200}{97,4} = 74 \text{ мм} = 7,4 \text{ см}$$

и критическую скорость:

$$v_{кр} = \frac{10}{2\pi \sqrt{\frac{7,4}{981}}} = 18,3 \text{ м/сек} = 65,9 \text{ км/час}.$$

С увеличением длины рельсов будет пропорционально увеличиваться критическая скорость.

Если рессора не имела колебания, то неровность пути (длительное возвышение или понижение на высоту h) вызовет колебания с дополнительным прогибом рессоры $\pm h$, т. е. при коэффициенте жесткости $ж$ мы получим изменение нагрузки

$$\Delta P = \pm жh.$$

Если же возвышение h сменяется понижением h , что, например, имеет место при прохождении электровоза с критической скоростью пути со стыками, то (если не учитывать трение в рессоре) мы имели бы после одного прохождения рельса, т. е. возвышения и понижения, полуамплитуду $2h$ и соответственно изменение нагрузок $\Delta P = \pm 2жh$, которые благодаря резонансу колебаний теоретически возрастали бы до бесконечности, если бы не трение листов рессор, вызывающее энергичное затухание колебаний.

Работа трения листов рессоры, по подсчетам Филиппса (Philipps), может быть выражена в виде:

$$T = \frac{1}{4} P \varphi (n-1) \cdot L \frac{R}{E} \quad (10)$$

где:

L — теоретическая длина рессоры;

n — число листов рессоры;

R — напряжение изгиба, равное $\frac{3}{2} \cdot \frac{PL}{nba^2}$;

φ — коэффициент трения листа о лист;

P — полная нагрузка рессоры.

Работа упругих сил может быть выражена в виде:

$$T' = \frac{Pf}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3P^2L^3}{8Enba^3} = \frac{1 \cdot L^2}{8Ea} \cdot PR.$$

Отношение $\frac{T}{T'}$ носит название „пропорционального трения“ и равно:

$$\psi = \frac{T}{T'} = 2\varphi (n-1) \frac{a}{L}. \quad (11)$$

Не трудно видеть, что ψ можно увеличить, не изменяя ни жесткости рессор, ни напряжений материала рессоры, путем увеличения числа листов при одновременном уменьшении их ширины. На основании опытов Герднера можно считать коэффициент трения $\varphi = 0,80$ для новых рессор и $\varphi = 0,20$ для рессор со смазкой между листами, что в действительности и имеет место.

Таким образом, мы всегда можем для данной рессоры определить величину пропорционального трения. Мы ранее определили изменение нагрузки рессоры при колебании ее равным

$$\Delta P = \pm жh.$$

Поскольку однако имеет место трение, пропорциональное нагрузке колеса и увеличивающее жесткость рессоры, оно при перегрузке и при разгрузке рессоры увеличивает перегрузку соответственно на $\psi(f+h)ж$ и $\psi(f-h)ж$, где f — статический прогиб рессоры, $ж$ — теоретическая жесткость рессор (т. е. без учета трения листов) и ψ — коэффициент пропорционального трения в листах

рессор. Таким образом, дополнительное изменение нагрузок при перегрузке будет:

$$\Delta P = h\mu + \psi(f + h)\mu \quad (12)$$

и при разгрузке

$$\Delta P = h\mu + \psi(f - h)\mu. \quad (12')$$

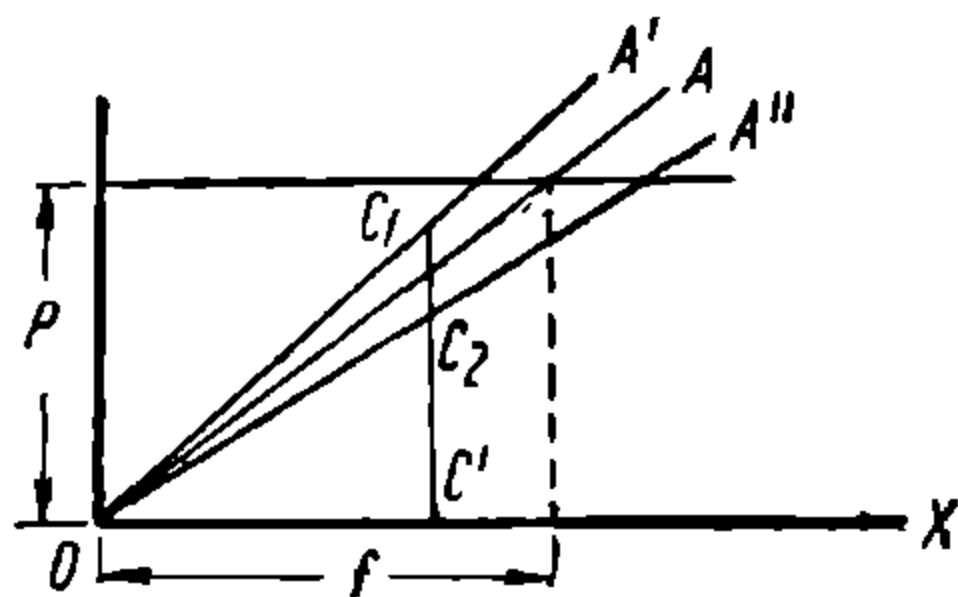
Выясним необходимую величину ψ для учета того, чтобы при критической скорости неровности пути h не могли бы вызвать нарастания амплитуды колебания рессоры. Воспользуемся методом Марье, изложенным в упомянутом сочинении: „*Traité de stabilité du matériel des chemins de fer*“.

Пусть прогиб рессоры пропорционален нагрузке на рессору; тогда, откладывая по оси абсцисс величину прогиба x , а по оси ординат усилия P , получим характеристику рессоры без трения в виде прямой OA (фиг. 11). Если же рессора имеет трение, то при прогибе рессоры изменение нагрузки будет происходить по прямой OA' и при выпрямлении рессоры—по прямой OA'' .

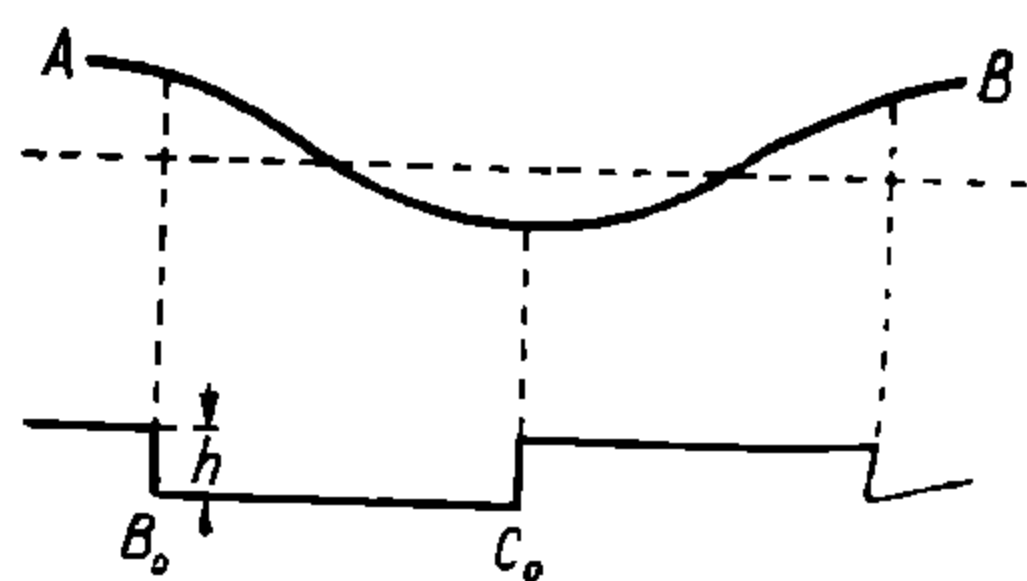
Положение прямых OA' и OA'' определяется условием, что для каждого положения рессоры, например C^* , имеем равенство:

$$\frac{CC_1}{CC'} = \frac{CC_2}{CC'} = \psi.$$

Представим себе, что экипаж движется с критической скоростью по периодически повторяющимся неровностям пути, изображенным на фиг. 12. Пусть линия AB представляет траекторию некоторой точки на хомуте рес-



Фиг. 11.



Фиг. 12.

соры. В точке B_0 , совпадающей с наивысшим положением рессоры, колесо опускается вниз; в этом случае дальнейшее сжатие рессоры будет происходить по линии O_1A_1' (фиг. 13), перемещенной вправо от линии OA на величину h , равную глубине впадины. Сжатие рессоры будет происходить до точки A_1' , определяемой условием равенства работ упругих сил или равенством площадей треугольников EFL и HFA_1' , что дает:

$$IF = HF.$$

Выпрямление рессоры после прохода колесом возвышения h в точке C_0 (фиг. 12) будет происходить по прямой $A''O$ до точки M , т. е. пока площадь треугольника $A''LN$ не будет равна площади треугольника LMN ; это дает:

$$HL = LN.$$

В разобранным случае мы имеем увеличение амплитуды, равное IN . Для того чтобы колебание рессоры не возрастало, необходимо, чтобы точки L и F совпали между собою; соотношение между h и ψ в этом случае может быть определено из фиг. 14. Из подобия треугольников PCD и ORP имеем:

$$\frac{CP}{OR} = \frac{CD}{RP}.$$

При малом значении ψ можно считать $OS = OR = f$ (статическому прогибу рессоры) и $CD = MN = 2P\psi$. Подставляя эти значения в предыдущее уравнение, получим:

$$\frac{h}{f} = \frac{2P\psi}{P},$$

где P — нагрузка на рессору.

* Точка C лежит на ординате OA , соответствующей характеристике рессоры без трения.

Отсюда:

$$h = 2\psi f \quad (13)$$

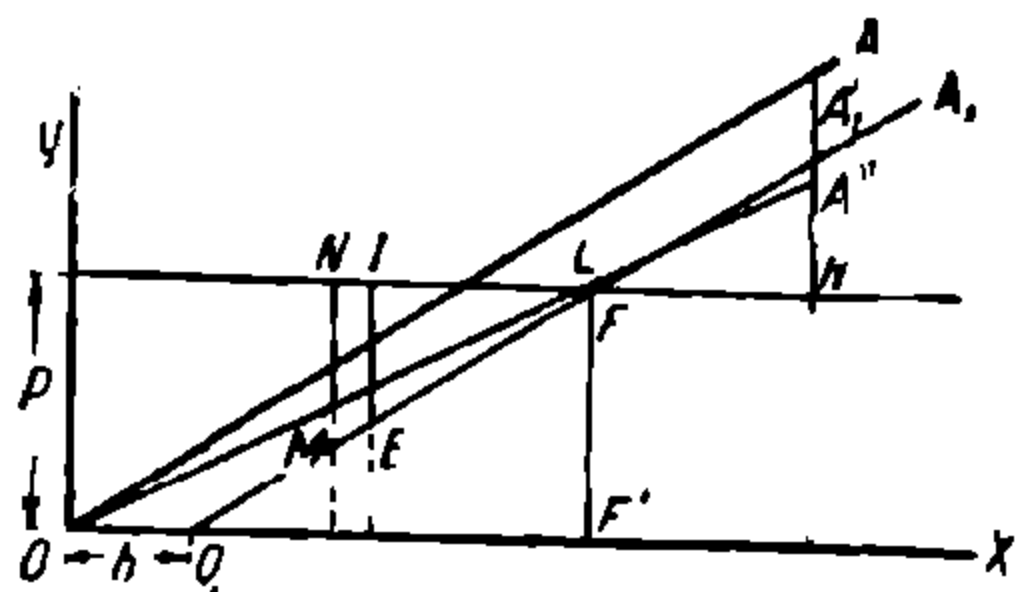
Таким образом, колебания будут затухать, если $h < 2\psi f$.

Выше мы получили для рессоры с коэффициентом жесткости 97,4 кг/мм и нагрузкой на рессору 7,2 т критическую скорость в 65,9 км/час; найдем, при какой величине h не будет иметь места нарастание амплитуд вследствие трения в листах рессор. Дано: длина рессоры 120 см, число листов 14; сечение листа $10 \cdot 1,27$ см; таким образом:

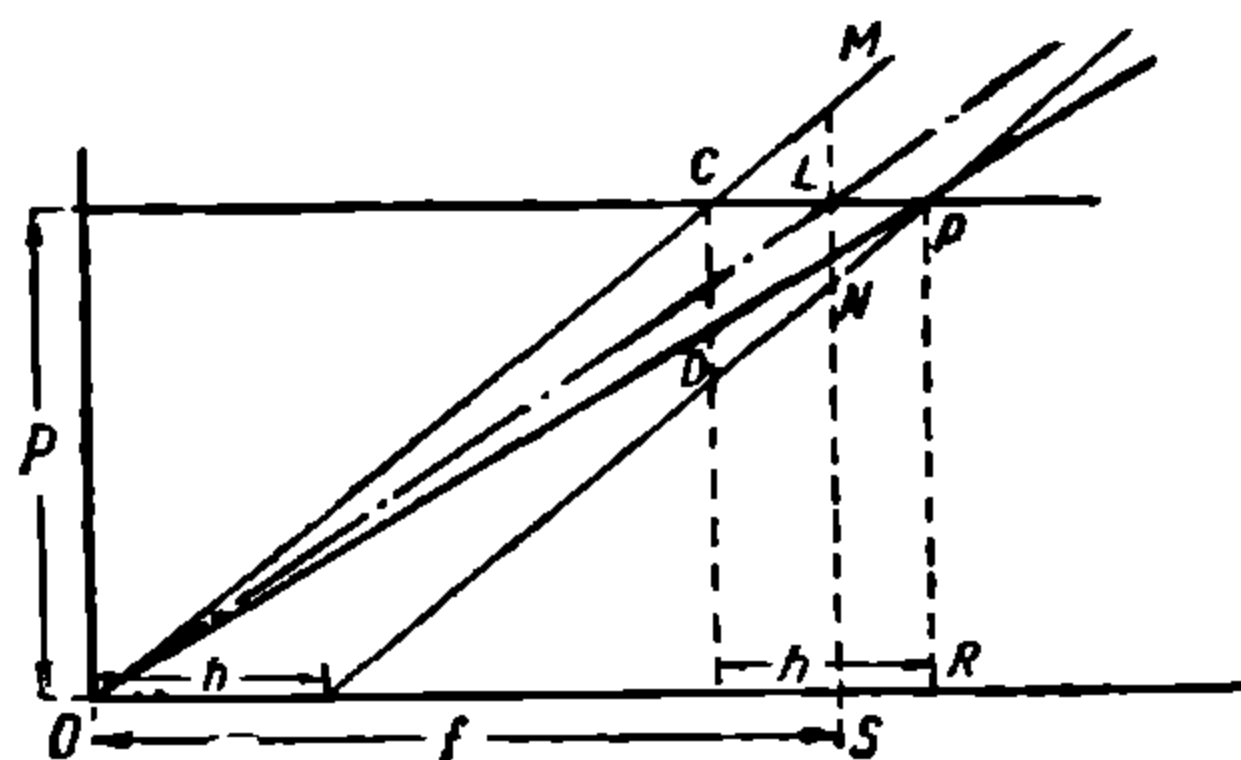
$$\psi = 2\varphi(n-1)\frac{a}{L} = 2 \cdot 0,20(14-1)\frac{1,27}{120} = 0,055.$$

Искомая высота неровности пути:

$$h = 2f\psi = 2 \cdot 7,4 \cdot 0,055 = 0,81 \text{ см.}$$



Фиг. 13.



Фиг. 14.

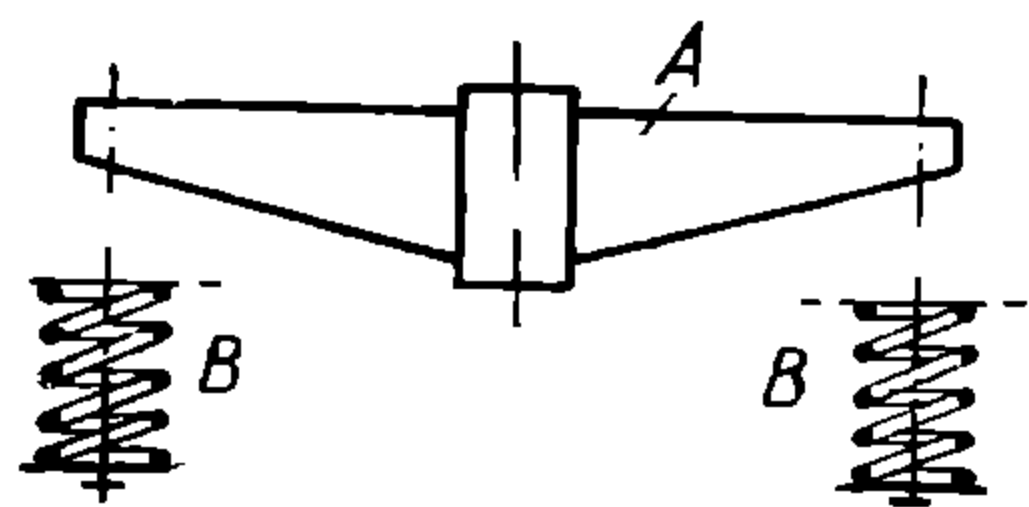
Таким образом, если периодически повторяющиеся неровности пути не превышают 8 мм, испытываемые рессорами толчки будут поглощаться трением рессор.

§ 2. Комбинирование рессор на электровозах

Благодаря большому внутреннему трению листовые рессоры передают мелкие частые неровности на надрессорное строение с недостаточным сглаживанием, что вредно отражается на электрической аппаратуре электровоза. Поэтому в систему рессорного подвешивания электровоза включают свободные от трения спиральные рессоры, располагаемые с обоих концов одиночных листовых рессор или (если рессора сбалансирована) на том конце, где рессора не соединяется с балансиrom. Пусть коэффициент жесткости листовой рессоры А (фиг. 15) будет \mathcal{K}_1 , а каждой спиральной рессоры В—соответственно \mathcal{K}_2 .

Обозначим через h общий прогиб системы рессор при дополнительной нагрузке P , при чем концы рессоры А прогнутся на h_1 , а рессоры спиральные В—на h_2 , так что общий прогиб:

$$h = h_1 + h_2.$$



Фиг. 15.

Усилие, приходящееся на каждую спиральную рессору, будет $\frac{P}{2}$. Таким образом:

$$\mathcal{K}_2 h_2 = \frac{P}{2},$$

и аналогично для листовой рессоры будем иметь:

$$\mathcal{K}_1 h_1 = P$$

или

$$h_1 = \frac{P}{\mathcal{K}_1}$$

НТБ
ДНУЖТ

и

$$h_2 = \frac{P}{2\mathcal{K}_2}$$

Следовательно:

$$h = h_1 + h_2 = \frac{P}{\mathcal{K}_1} + \frac{P}{2\mathcal{K}_2},$$

откуда жесткость составной рессоры найдем равной:

$$\mathcal{K}_c = \frac{P}{h} = \frac{P}{\frac{P}{\mathcal{K}_1} + \frac{P}{2\mathcal{K}_2}} = \frac{2\mathcal{K}_1\mathcal{K}_2}{\mathcal{K}_1 + 2\mathcal{K}_2}. \quad (14)$$

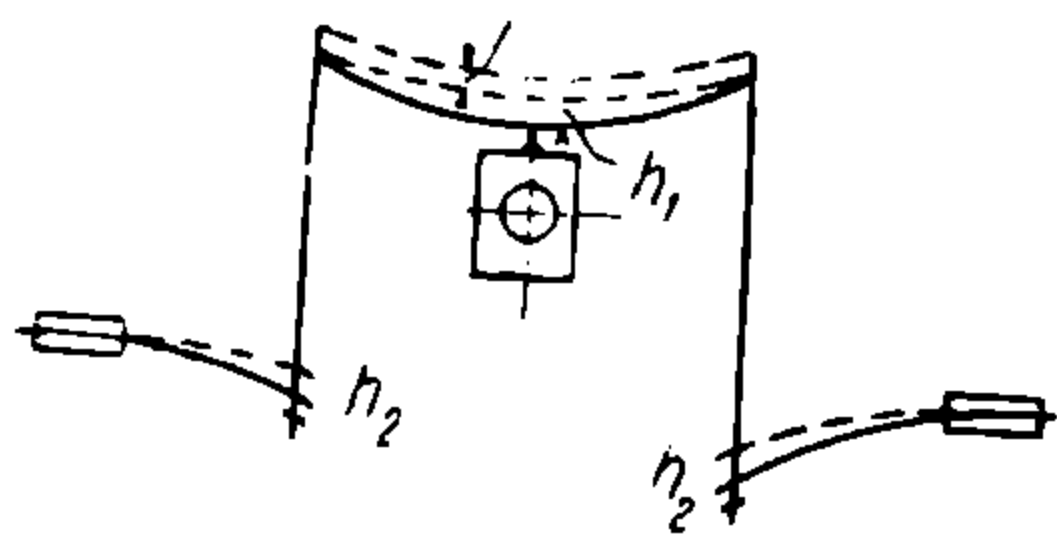
Иногда для смягчения рессорного подвешивания применяют двойную подвеску, употребляя вместо жестких балансиров листовые рессоры. Найдем коэффициент жесткости такой составной рессоры.

Пусть под влиянием нагрузки P рама около оси II опустится на высоту h (фиг. 16). При этом мы будем иметь: h_1 — прогиб рессоры, опирающейся на буксы, и h_2 — прогиб обратной связующей рессоры, так что

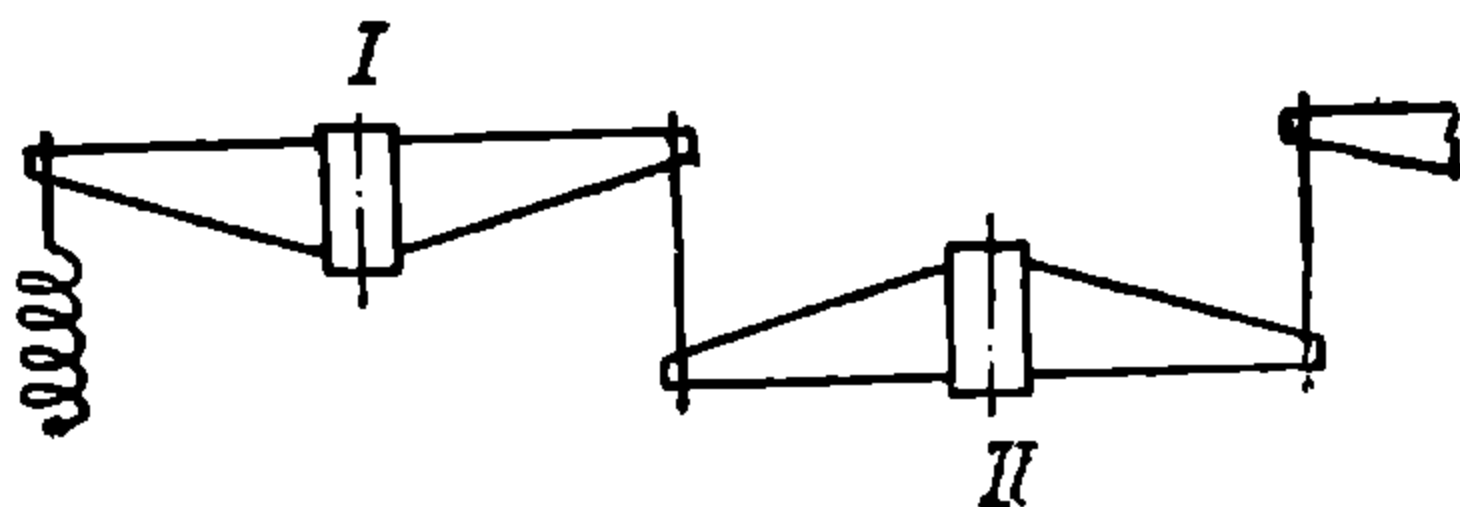
$$h_1 + h_2 = h.$$

Так как силы, приложенные к подвеске рессор, должны взаимно уничтожаться действием верхней и нижней рессор, то имеем:

$$h_1\mathcal{K}_1 = h_2\mathcal{K}_2,$$



Фиг. 16.



Фиг. 17.

где \mathcal{K}_1 и \mathcal{K}_2 — коэффициенты жесткости верхней и нижней рессоры.

Кроме того мы можем написать:

$$P = h_1\mathcal{K}_1 \quad (15)$$

и

$$P = h_2\mathcal{K}_2. \quad (15')$$

Рассматривая обе рессоры, как одну составную с некоторым коэффициентом жесткости \mathcal{K}_c , мы можем этот коэффициент жесткости определить из уравнения

$$P = \mathcal{K}_c (h_1 + h_2)$$

или, подставляя значения h_1 и h_2 , определяемые из уравнений (15) и (15'), получим:

$$P = \mathcal{K}_c \left(\frac{P}{\mathcal{K}_1} + \frac{P}{\mathcal{K}_2} \right),$$

откуда найдем коэффициент жесткости составной рессоры:

$$\mathcal{K}_c = \frac{\mathcal{K}_1\mathcal{K}_2}{\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2}. \quad (16)$$

Для определения жесткости составных рессор удобно пользоваться следующими правилами: а) жесткость системы рессор, работающих параллельно, равна сумме жесткостей их; б) гибкость системы рессор, работающих последовательно, равна сумме гибкости их. Надо однако помнить, что эти правила применимы только в том случае, если все рессоры, соединенные параллельно, получают один и тот же прогиб, т. е. так, как это имело место в выше разобранных случаях.

Применим эти правила для случая, изображенного на фиг. 17, когда листовая рессора I одним концом соединяется со спиральной рессорой S , а другим концом—с обратной листовой рессорой II , при чем жесткость спиральной рессоры и половины обратной листовой рессоры одинаковы. Не трудно видеть, что это последнее условие обеспечивает одинаковый прогиб спиральных и обратных листовых рессор, а следовательно к этому случаю применимы выше приведенные правила для определения общей жесткости сложного рессорного подвешивания.

Обозначим жесткости листовых рессор I и II через $ж_1$ и $ж_2$, а спиральной—через $ж_3$; тогда жесткость составной рессоры будет складываться из жесткости параллельно работающих двух рессор—обратной листовой II и спиральной, т. е. с суммарной жесткостью $\frac{ж_2}{2} + ж_3$, и последовательно с этой группой работающей рессоры I с жесткостью $ж_1$; складывая гибкости этих рессор, получим общую гибкость составной рессоры:

$$\frac{1}{ж_с} = \frac{1}{ж_1} + \frac{1}{\frac{ж_2}{2} + ж_3},$$

откуда:

$$ж_с = \frac{ж_1 (ж_2 + 2ж_3)}{2ж_1 + ж_2 + 2ж_3}.$$

Такой способ подвески (с обратными рессорами вместо жестких балансиров) применен на электровозе $C_0 + C_0$ серии „ВЛ“ завода Динамо им. С. М. Кирова.

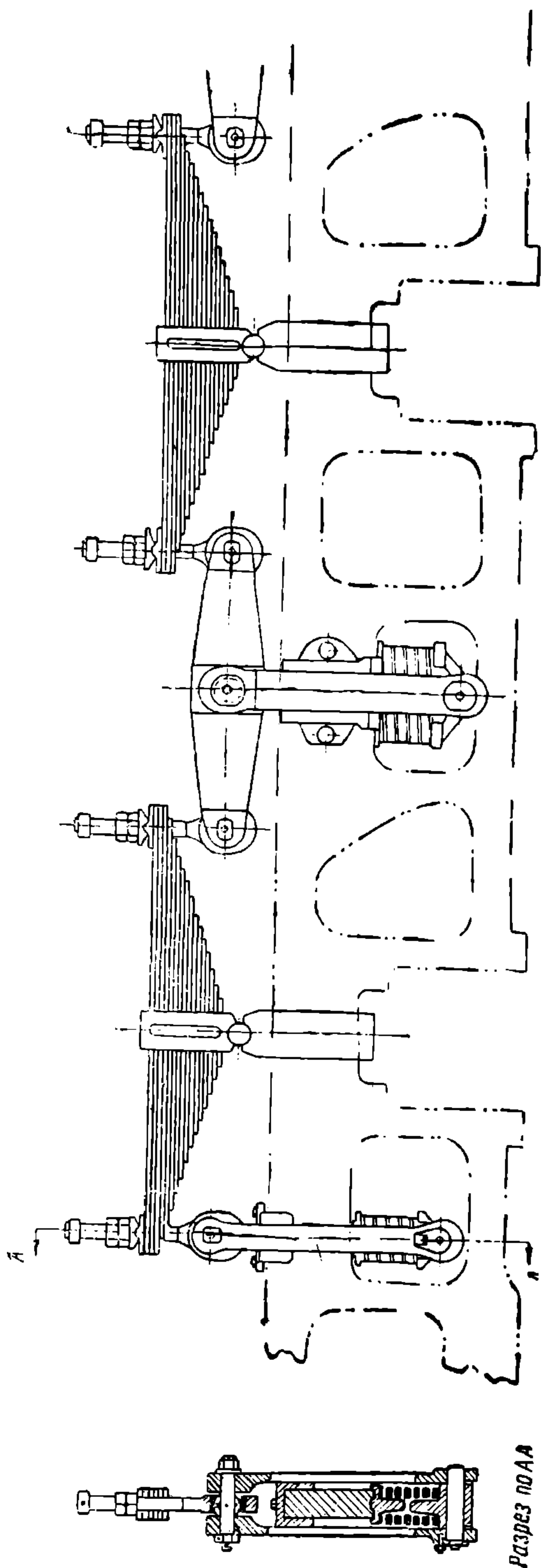
Иногда вместо рессорных балансиров применяются жесткие балансиры, устанавливаемые на пружинах, как изображено на фиг. 18; жесткость такой составной рессоры определяется той же формулой (16):

$$ж_с = \frac{ж_1 ж_2}{ж_1 + ж_2},$$

где $ж_1$ — жесткость листовых рессор и $ж_2$ — жесткость комплекта пружин под балансирами.

На сурамских электровозах $C_0 + C_0$ (Броун-Бовери) применена указанная система рессорного подвешивания. Пружина имеет 4 витка ($n=4$) сечением 40×40 мм; радиус витка $r = 5$ см; напряжение при нагрузке $P = 3874$ кг:

$$K = \frac{9Pr}{2b^2h} = \frac{9 \cdot 3874 \cdot 5}{2 \cdot 3^2 \cdot 3} = 3240 \text{ кг/см}^2;$$



Фиг. 18.

прогиб:

$$f = 1,6 \pi n r^2 \frac{b^2 + h^2}{b h^2} \cdot \frac{K}{G} = 1,6 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 5^2 \frac{3^2 + 3^2}{3 \cdot 3^2} \cdot \frac{3240}{800000} = 1,35 \text{ см};$$

жесткость рессоры;

$$ж_2 = \frac{P}{f} = \frac{3874}{13,5} = 287 \text{ кг/мм}.$$

Листовая рессора принята длиной $L = 1200 \text{ мм}$ из $n = 16$ листов, из коих $h' = 3$ коренных; сечением $9,0 \times 1,3 \text{ см}$; нагрузка рессоры 7748 кг ; напряжение материала:

$$K = \frac{3PL}{2nbh^2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7748 \cdot 120}{16 \cdot 9 \cdot 1,3^2} = 5730 \text{ кг}$$

и прогиб:

$$f = \left(\frac{L}{2}\right)^2 \cdot \frac{Kn}{aE(n + 0,5n')} = \frac{60^2}{1,3} \cdot \frac{5730}{2000000} \cdot \frac{16}{16 + 1,5} = 7,25 \text{ см},$$

откуда жесткость рессоры:

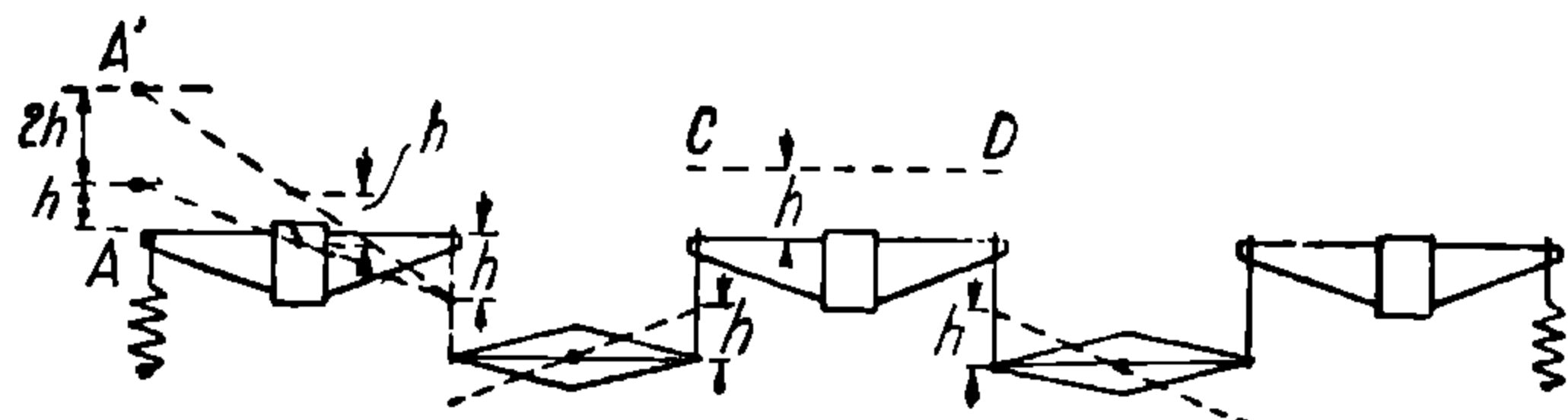
$$ж_1 = \frac{7748}{7,25} = 1,07 \text{ т/см}.$$

(См. Witrig Schweizerische Bauzeitung 1918, стр. 249.)

Спиральные рессоры расположены по концам листовых рессор по одной и под балансирами по две; таким образом, общий коэффициент жесткости:

$$ж_0 = \frac{ж_1 \cdot 2ж_2}{ж_1 + 2ж_2} = \frac{1,07 \cdot 2 \cdot 2,87}{1,07 + 2 \cdot 2,87} = 0,91 \text{ т/см}.$$

Для системы листовых рессор, связанных с одной стороны балансирами, а с другой—спиральными рессорами, коэффициент жесткости составной (фиктивной) рессоры найдем следующим образом. Примем условно, что система из трех сбалансированных рессор не имеет спиральных рессор и что под нагрузкой P наддресорное строение опустилось на величину h благодаря сжатию рессор на ту же величину h , т. е. (фиг. 19):



Фиг. 19.

$$жh = \frac{P}{3}.$$

Как не трудно видеть из чертежа, опускание всего наддресорного строения на величину Δ требует сжатия спиральных рессор на 3Δ каждой. Действительно, если среднюю рессору CD поднять на Δ , то примыкающие к этой рессоре концы балансиров поднянутся на Δ и вызовут соответственно поднятие на ту же величину конца крайней рессоры A , прилегающей к спиральной; однако, чтобы самые крайние рессоры приподнять по отношению к буксе на Δ , потребуется поднять концы A еще на 2Δ ; таким образом, сжатие спиральных рессор на величину 3Δ даст опускание наддресорного строения на Δ .

Для того чтобы определить коэффициент жесткости составной рессоры (фиктивной), введем следующие обозначения:

$ж_1$ — жесткость листовой рессоры;

$ж_2$ — то же, спиральной;

h_1 — прогиб листовой рессоры;

h_2 — то же, спиральной.

Таким образом:

$$P = ж_1 h_1,$$

или

$$h_1 = \frac{P}{ж_1}.$$

На основании вышеизложенного можно сказать, что спиральные рессоры сообщают опускание надрессорного строения или как бы дают дополнительный прогиб листовым рессорам, равный $\frac{h_2}{3}$; таким образом, фиктивная рессора будет иметь прогиб:

$$h = h_1 + \frac{h_2}{3}$$

Поскольку усилия по концам крайних рессорных подвесок от действия листовой и спиральной рессоры одинаковы, имеем:

$$\frac{\mathcal{K}_1 h_1}{2} = \mathcal{K}_2 h_2,$$

откуда

$$h_2 = \frac{\mathcal{K}_1 h_1}{2\mathcal{K}_2} = \frac{P}{2\mathcal{K}_2}. \quad (b)$$

Жесткость фиктивной рессоры найдем равной:

$$\mathcal{K}_e = \frac{P}{h} = \frac{P}{h_1 + \frac{h_2}{3}}$$

или, подставляя значения h_1 и h_2 из уравнений (a) и (b), получим:

$$\mathcal{K}_e = \frac{P}{\frac{P}{\mathcal{K}_1} + \frac{P}{2\mathcal{K}_2 \cdot 3}} = \frac{6\mathcal{K}_1\mathcal{K}_2}{\mathcal{K}_1 + 6\mathcal{K}_2}.$$

Этот результат мы могли бы получить также путем решения уравнения работы рессор. Действительно, работа нагрузки P при общем понижении надрессорного строения на величину h равна Ph , а работа всех рессор выразится: для спиральных рессор $2\mathcal{K}_2 h_2^2$ и листовых $3\mathcal{K}_1 h_1^2$; таким образом:

$$Ph = 2\mathcal{K}_2 h_2^2 + 3\mathcal{K}_1 h_1^2 = 3h^2 \mathcal{K}_e. \quad (17)$$

На основании вышеизложенного понижение надрессорного строения

$$h = h_1 + \frac{h_2}{3}.$$

Кроме того имеем:

$$\frac{\mathcal{K}_1 h_1}{2\mathcal{K}_2} = h_2.$$

Подставляя эти величины в уравнение (17), получим:

$$2\mathcal{K}_2 \left(\frac{\mathcal{K}_1 h_1}{2\mathcal{K}_2} \right)^2 + 3\mathcal{K}_1 h_1^2 = 3\mathcal{K}_e \left(h_1 + \frac{\mathcal{K}_1 h_1}{6\mathcal{K}_2} \right)^2$$

или, по сокращении на h_1^2 :

$$\frac{2\mathcal{K}_2}{4\mathcal{K}_2^2} \mathcal{K}_1^2 + 3\mathcal{K}_1 = \frac{3\mathcal{K}_e (6\mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_1)^2}{36\mathcal{K}_2^2};$$

откуда получим:

$$\mathcal{K}_e = \frac{6\mathcal{K}_1\mathcal{K}_2}{6\mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_1},$$

т. е. тот же результат, что и ранее.

Точно таким же способом найдем усилие двух сбалансированных листовых рессор со спиральными рессорами по концам (фиг. 20). Сжатие спиральных рессор на h_2 даст поднятие букс на высоту $\frac{h_2}{2}$. Рассуждая так же, как мы делали в предыдущем случае, получим жесткость составной рессоры:

$$\mathcal{K}_e = \frac{4\mathcal{K}_1\mathcal{K}_2}{\mathcal{K}_1 + 4\mathcal{K}_2}. \quad (18)$$

Если спиральная рессора располагается только с одной стороны, например при двух сбалансированных осях (как показано на фиг. 20-а), то поднятие буксы II оси на Δ потребует поднятия конца рессоры С на величину 2Δ ; со-

ответственно повернется балансир и опустит конец B рессоры на 2Δ , подняв на ту же величину конец A рессоры I ; однако для того, чтобы рессора I могла подняться на величину Δ , необходимо конец A рессоры еще поднять на 2Δ . Таким образом, опускание надрессорного строения на величину Δ требует четырехкратного сжатия спиральной рессоры, т. е.

$$h_2 = 4\Delta.$$

Коэффициент жесткости составной рессоры найдется из уравнения:

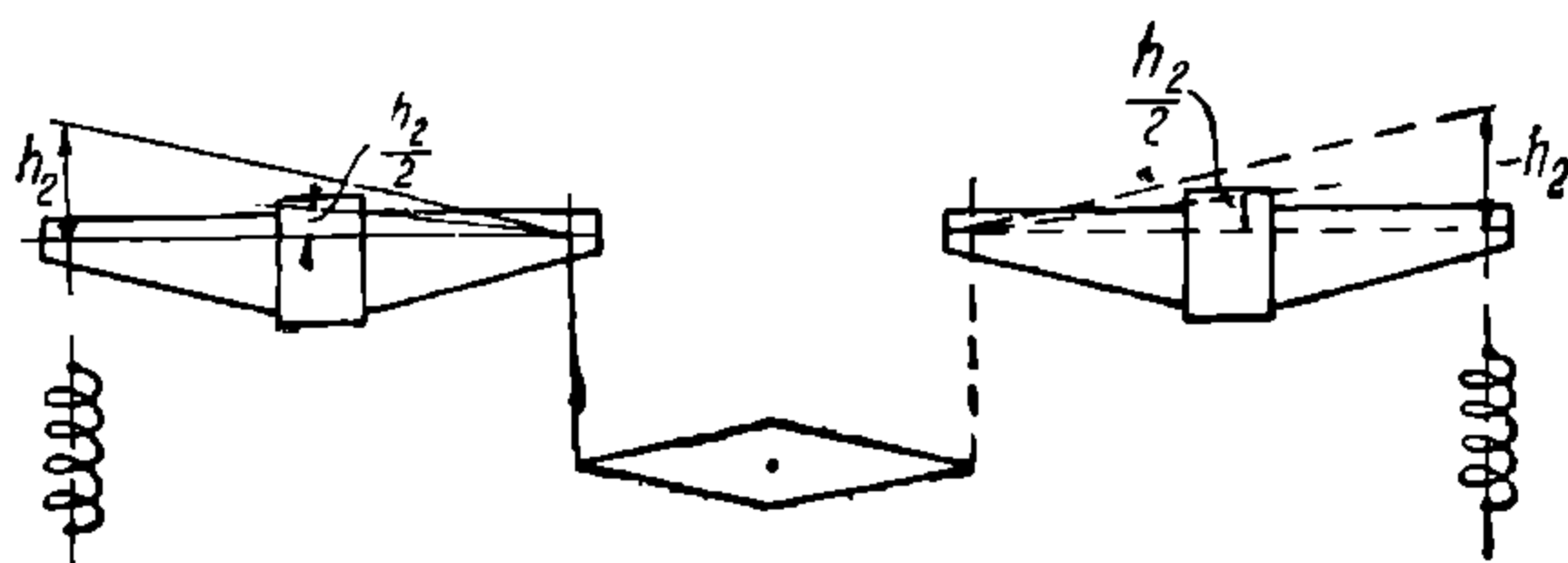
$$ж_c = \frac{P}{h} = \frac{P}{h_1 + \frac{h_2}{4}},$$

или, подставляя

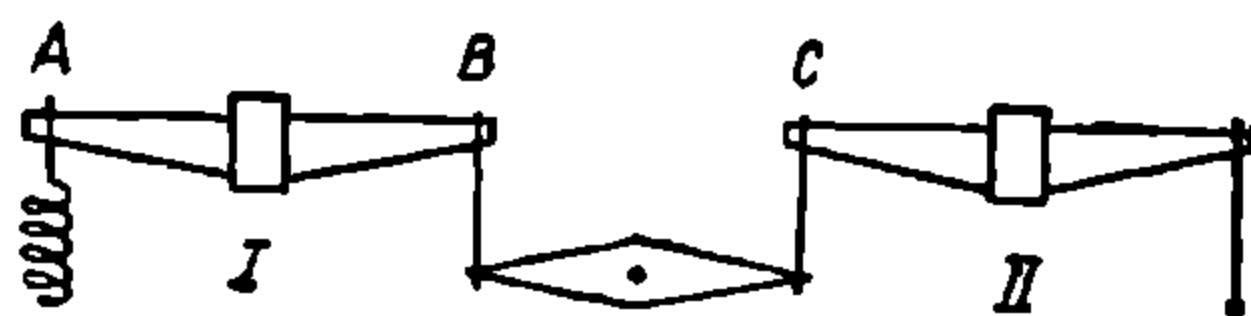
$$h_1 = \frac{P}{ж_1} \quad \text{и} \quad h_2 = \frac{P_1}{2ж_2}$$

получим:

$$ж_c = \frac{P}{\frac{P}{ж_1} + \frac{P}{2ж_2 \cdot 4}} = \frac{8ж_1ж_2}{ж_1 + 8ж_2} \quad (19)$$



Фиг. 20.



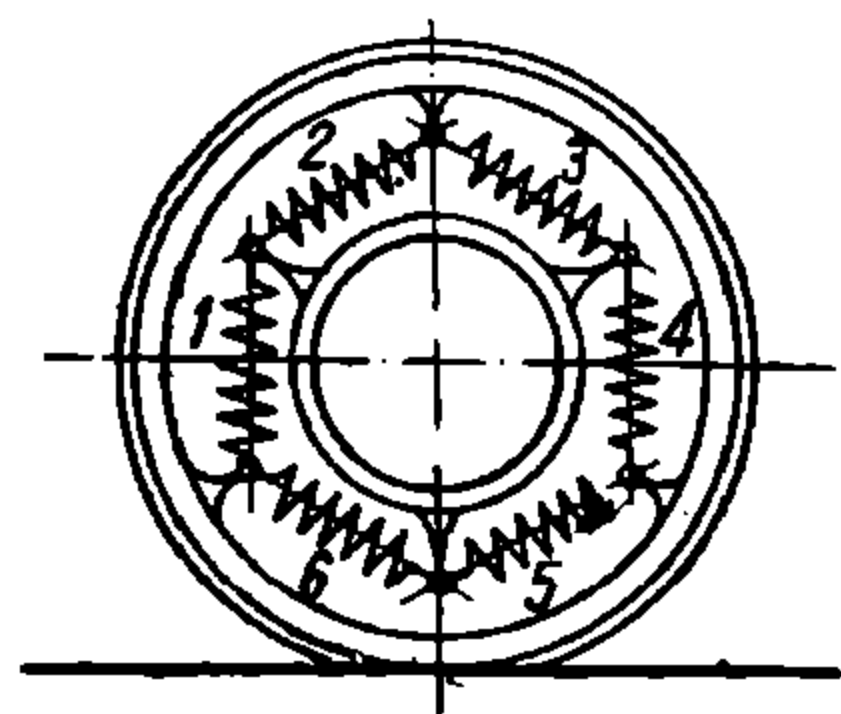
Фиг. 20-а.

Таким образом, мы можем вывести общую формулу для определения жесткости составных рессор:

$$ж_c = \frac{k}{ж_1 + kж_2} ж_1 \cdot ж_2, \quad (20)$$

где коэффициент k равен учетверенному отношению числа сбалансированных осей к числу спиральных рессор.

При передаче при помощи полрой оси, помимо осевых рессор, имеются пружины, передающие усилие от полрой оси движущей. При прохождении последней по неровностям пути эти пружины испытывают дополнительный прогиб вместе с основными осевыми рессорами, увеличивая как бы жесткость последних.



Фиг. 21.

Пусть имеем 6 пружин передачи Сешерона, занимающих в рассматриваемый момент положение, изображенное на фиг. 21. При вертикальном перемещении движущей оси пружины 1 и 4 работают полностью, в то время как остальные пружины наклонены под углом 30° к горизонтали и вследствие этого жесткость их пропорциональна синусу угла наклона ($\sin 30^\circ$). Таким образом, если жесткость одной вертикально расположенной пружины $ж'$, то совокупная работа всех пружин дает жесткость, равную:

$$ж_n = ж' (2 + 4 \sin 30^\circ) = 4ж'.$$

Если имеем пружину, состоящую из 10 витков диаметром $d = 118$ мм из проволоки диаметром $\delta = 24$ мм, то жесткость такой пружины:

$$ж' = \frac{\delta^4 G}{64\pi r^3} = \frac{24^4 \cdot 8000}{64 \cdot 10 \cdot 59^3} = 20,3 \text{ кг/мм.}$$

Общая жесткость передачи Сешерона в вертикальном направлении на колесо:

$$ж_n = 4 \cdot 20,3 = 81,2 \text{ кг/мм.}$$

На эту величину увеличивается жесткость основного подвешивания над-рессорного строения.

Для того чтобы не передавать на кузов электровоза жесткие толчки, особенно вредно действующие на аппаратуру, иногда применяют установку кузова на раме на рессорах (помимо рессорного подвешивания самой рамы по отношению к осям). Такое подвешивание применено, например, на пассажирских электровозах $B_0 + B_0$ серии 117 100 австрийских ж. д.

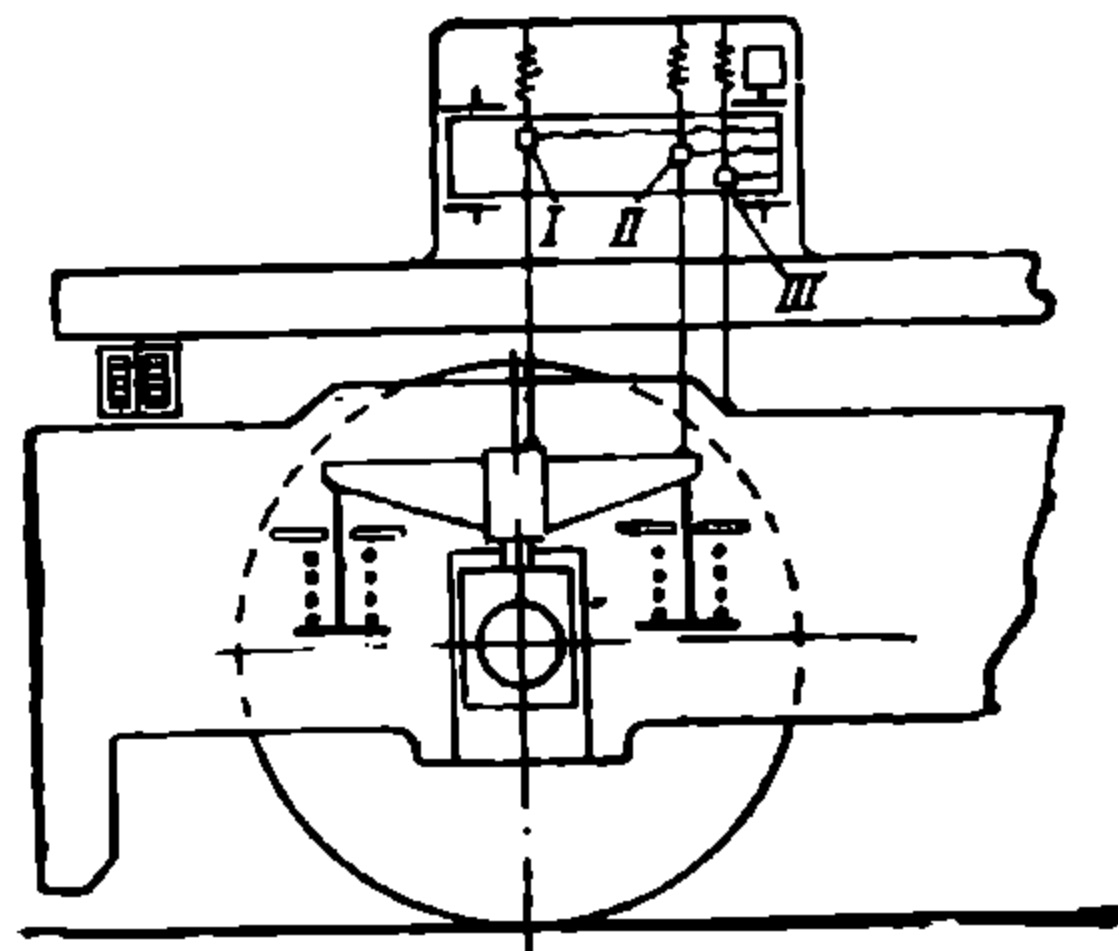
У указанного электровоза весь кузов покоится на двух поперечных листовых рессорах. Жесткость каждой пружины $ж = 95 \text{ кг/мм.}$

Основное рессорное подвешивание выполнено в виде листовых рессор с жесткостью $ж_1 = 130 \text{ кг/мм}$ вместе со спиральными жесткостью $ж_2 = 60 \text{ кг/мм}$. Таким образом, коэффициент жесткости составной рессоры будет:

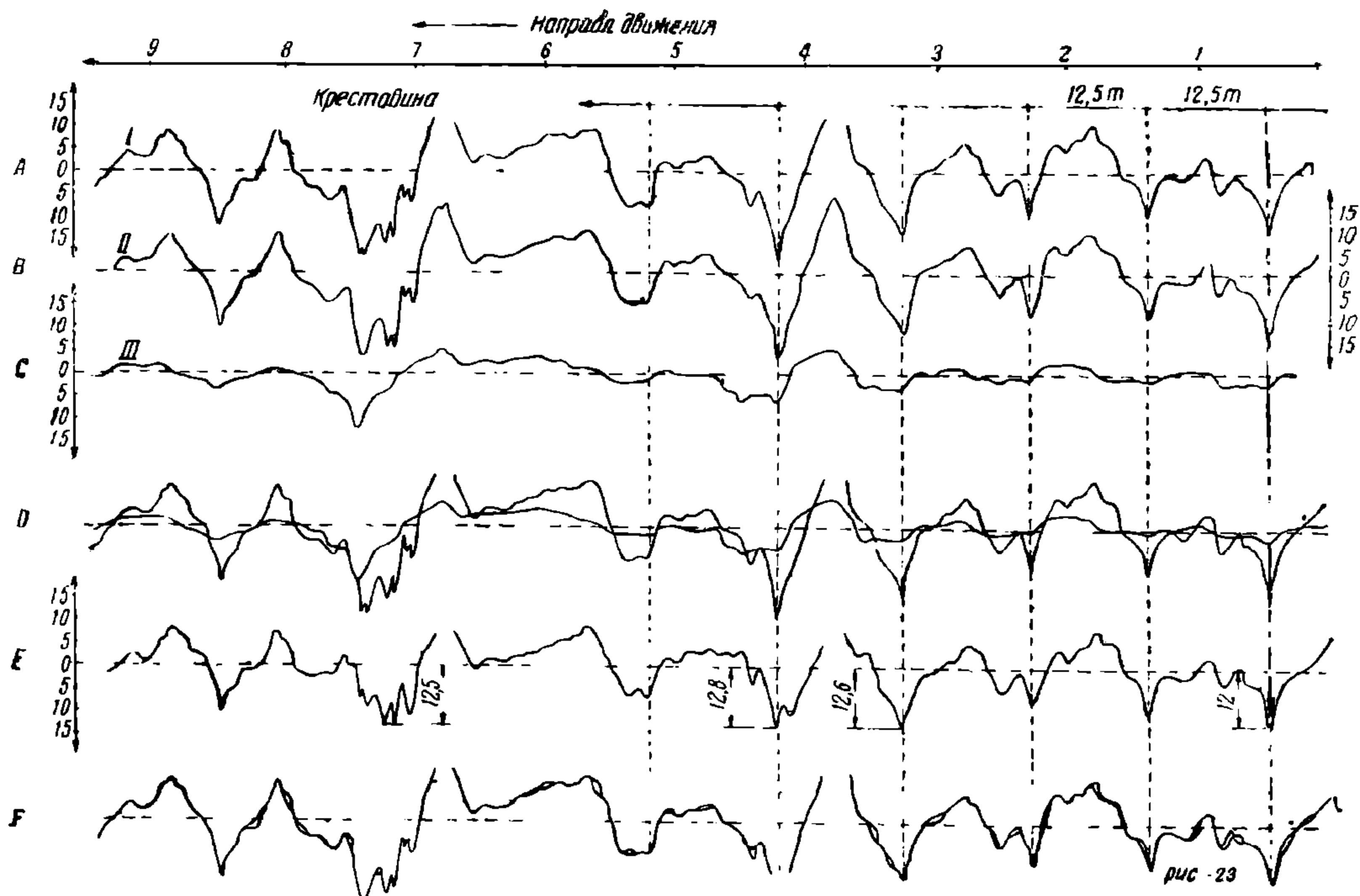
$$ж_c = \frac{2ж_1 \cdot ж_2}{ж_1 + 2ж_2} = \frac{2 \cdot 130 \cdot 60}{130 + 2 \cdot 60} = 62 \text{ кг/мм.}$$

Электровоз имеет передачу Сешерона (жесткость системы равна 81 кг/мм) что, как выше указывалось, увеличивает жесткость основного рессорного подвешивания. Общая жесткость рамы по отношению к движущим колесам:

$$ж = ж_c + ж_n = 62 + 81 = 143 \text{ кг/мм.}$$



Фиг. 22.



Фиг. 23.

Не безынтересно привести результаты опытов над указанным электровозом, произведенных в 1930 г. на линии и показывающих распределение прогибов между рессорами.

Установка регистрирующих аппаратов показана на фиг. 22. Штифт I регистрировал вертикальные перемещения буксы относительно кузова, на котором

была установлена бумажная лента; штифт *II* отмечал перемещения концов листовых рессор, и наконец штифт *III*—перемещения рамы тележки относительно кузова. Разница перемещений, зарегистрированных *I* и *III* штифтами, дает вертикальное перемещение полой оси, а разница между кривыми *I* и *II* дает колебания листовых рессор.

На фиг. 23 показана диаграмма, снятая указанным способом при скорости 47,7 км/час. Кривые *A*, *B* и *C* нанесены непосредственно тремя штифтами; *D* есть совмещение кривых *A* и *C*, дающее перемещение полой оси, отдельно вынесенное в виде кривой *E*, и, наконец, *F* есть совмещение кривых *A* и *B*. Очень незначительное расхождение последних кривых показывает, что в сущности листовая рессора, вследствие своего трения, не отзывается на небольшие неровности пути, и вертикальные перемещения воспринимаются спиральными рессорами.

Снятые диаграммы выявляют характер вертикальных колебаний при проходе по стыкам и через стрелки.

Изучение диаграмм показывает, что: 1) приблизительно колебание кузова соответствует $\frac{1}{3}$ амплитуды общего колебания; 2) амплитуда колебания полой оси держится в пределах до 13 мм; 3) листовая рессора почти не участвует в небольших колебаниях, и неровности пути воспринимаются, главным образом, спиральными рессорами.

§ 3. Распространение выводов из исследования движения отдельных осей на многоосные электровозы

Мы рассмотрели те условия, в которых находится отдельная ось, воспринимающая нагрузку посредством рессоры, независимо от остальных осей электровоза. В случае многоосных электровозов с рессорами, не связанными балансирами, отдельные оси будут целиком подчиняться выведенным ранее законам. Правда, при малом числе осей изменение уровня пути под какой-либо осью легко может вызвать изменение положения рамы электровоза, т. е. вызвать ее наклон по отношению к пути, и, таким образом, амплитуда колебания оси, которую мы рассматриваем по отношению к раме электровоза, будет меньше. Однако чем больше несбалансированных осей имеется у электровоза, тем более независимо будут работать отдельные оси при прохождении неровностей пути и менее будет их влияние на раму электровоза. Таким образом, выведенные нами ранее законы колебания рессор отдельных осей вполне приложимы при большом числе несбалансированных осей, и изменение нагрузки колес электровоза при прохождении неровностей пути будет, как и ранее найдено, равно:

$$\Delta P = hж + \psi (f \pm h) ж.$$

Большой интерес представляет относительное изменение нагрузки, т. е. отношение

$$\alpha = \frac{\Delta P}{P} = \frac{h}{f} + \psi \left(1 \pm \frac{h}{f} \right), \quad (21)$$

где P — статическая нагрузка колеса, равная $P = жf$.

Из этой формулы мы легко находим условия полной разгрузки, полагая в уравнении (21) $\alpha = 1$; тогда:

$$\frac{h}{f} + \psi - \psi \frac{h}{f} = 1.$$

При $\frac{h}{f}$, близком к единице, получим:

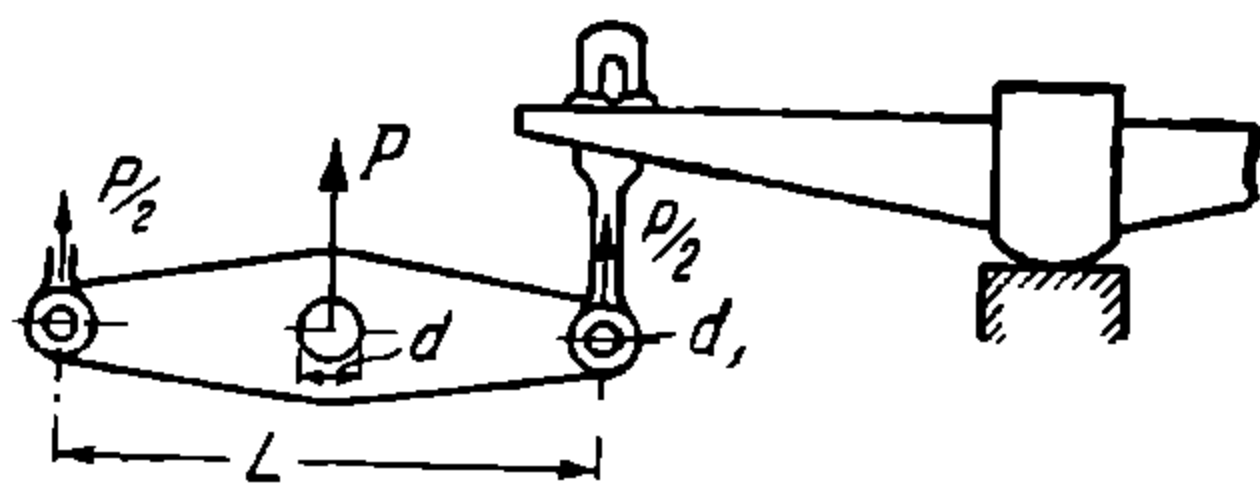
$$\frac{h}{f} = 1,$$

т. е. если впадина в пути h достигнет величины статического прогиба рессоры f , происходит полная разгрузка колеса. Отсюда и вытекает требование ста-

вить для уменьшения изменений нагрузки, вызванных неровностью пути, возможно более мягкие рессоры. Правда, мы в дальнейшем увидим, что условия вхождения электровоза в кривую потребуют ограничения мягкости рессор.

Изложенное справедливо для случая отдельной неровности пути, имеющей место на коротком сравнительно участке и поэтому не могущей оказывать влияние на положение всей рамы, опирающейся на большое число осей. В действительности путь представляет собой, вообще говоря, волнообразную линию с плавными переходами от возвышения к понижению отдельных точек его. Электровоз на таком пути будет занимать некоторое среднее по высоте положение. Поэтому, если разница между высотами наивысшей и наименьшей точки будет h , колесо будет подниматься и опускаться на величину $\frac{h}{2}$, считая от указанного среднего положения электровоза, и для определения величины перегрузок в выведенные ранее формулы необходимо вместо h подставить $\frac{h}{2}$.

Отметим, что, поскольку наибольшей опасности схода с рельсов подвергается передняя ось, для уменьшения величины ее относительной разгрузки при прохождении впадины пути следует проектировать рессоры крайних осей с наименьшим коэффициентом жесткости или связывать их балансирами, что равносильно смягчению рессоры. Действительно, пусть какая-либо из осей, связанных балансирами, вступает на неровность пути, например на возвышение пути h . Если при этом ось поднимается на высоту h , то рессора ее получит дополнительный прогиб, равный $\frac{h}{n}$, и соответствующая дополнительная нагрузка рассматриваемой



Фиг. 24.

рессоры будет равна $\frac{nh}{n}$ (это будет при равноплечих балансирах, так как перегруз распределяется всегда поровну между всеми n сбалансированными рессорами, поскольку свободно качающиеся рессоры, равно как и балансиры, стремятся поддерживать всегда равномерную нагрузку между осями при равноплечих балансирах или определенное соотношение нагрузок между осями в случае неравноплечих балансиров).

Если часть осей имеет рессоры, связанные не только продольными балансирами, но и поперечными, то односторонняя неровность пути, влияющая лишь на одно колесо, вызовет распределение дополнительных нагрузок на все колеса, связанные поперечными и продольными балансирами в зависимости от соотношения плеч балансиров. Следует при этом отметить, что чем больше рессор связано балансирами, тем сильнее начинает сказываться трение в балансирном механизме, снижающее эффект действия балансиров.

Пусть (фиг. 24) длина балансира между подвесками $L = 800$ мм, диаметр среднего валика $d = 80$ мм. При нагрузке на средний валик, равной $P = 8000$ кг, при коэффициенте трения несмазанных валиков $f = 0,20$ и в случае смазанных $f = 0,07$, получим усилие Q от трения в центральном валике, отнесенное к подвеске:

$$Q_{\max} = \frac{P \cdot f_{\max} \cdot d}{L} = \frac{8000 \cdot 0,20 \cdot 80}{800} = 160 \text{ кг.}$$

Такова разность между усилием в одной и другой подвеске.

В случае смазанных валиков, т. е. при $f = 0,07$, получим:

$$Q = \frac{160 \cdot 0,07}{0,20} = 56 \text{ кг.}$$

Пусть, далее, диаметр валика рессорной подвески будет $d_1 = 50$ мм. Тогда при понижении подвески на h угол наклона балансира будет приблизительно равен $\frac{h}{L/2}$; соответственно на тот же угол произойдет вращение ушка подвески относительно балансира, и путь скольжения будет равен:

$$2 \frac{h}{L} \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{hd_1}{L}$$

Таким образом, усилие q , приложенное к подвеске и необходимое для преодоления трения в валике подвески, найдем из уравнения работы трения и работы силы q :

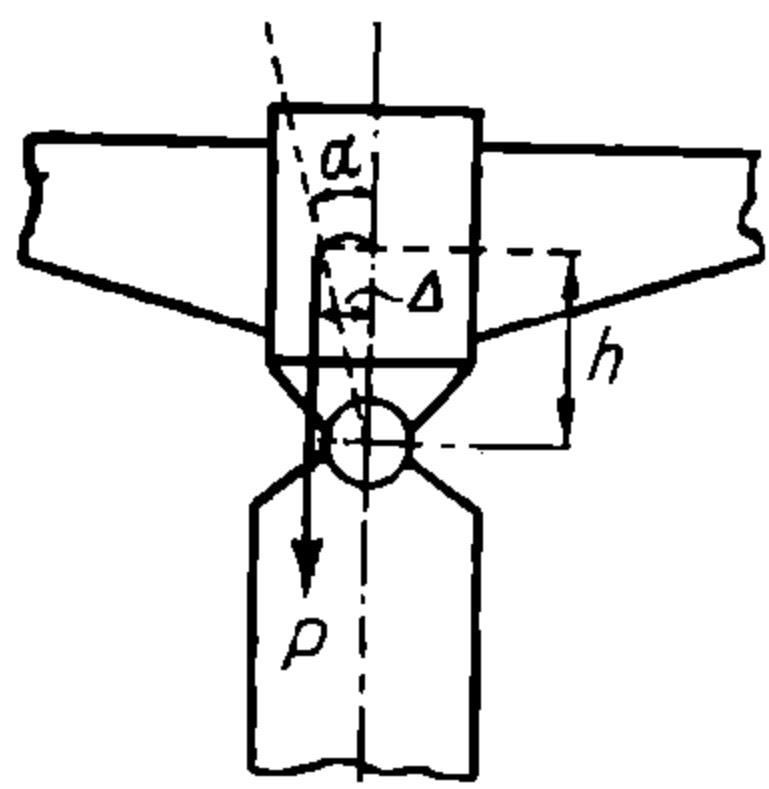
$$\frac{P}{2} \cdot \frac{hd_1}{L} \cdot f = qh, \quad (22)$$

откуда

$$q_{max} = \frac{Pfd_1}{2L} = \frac{8000 \cdot 0,20 \cdot 50}{2 \cdot 800} = 50 \text{ кг.}$$

При длине рессоры $L_1 = 1000$ мм и диаметре валика ее, равном 80 мм, усилие трения в валике, при конструкции, показанной на фиг. 24, вызывает разность усилий в подвесках на концах рессоры, равную.

$$q' = \frac{Pfd_1}{L_1} = \frac{8000 \cdot 80 \cdot 0,20}{1000} = 128 \text{ кг.}$$



Таким образом, мы можем считать наибольшее трение при $f = 0,20$ при передаче перегрузки одной оси через балансиры другой оси в валиках рессоры и балансира и в подвесках равным:

$$\sum q = 160 + 2 \cdot 128 + 2 \cdot 50 = 516 \text{ кг.}$$

При смазанной рессорной системе, т. е. при $f = 0,07$, имели бы:

$$\sum q = \frac{516 \cdot 0,07}{0,20} = \approx 180 \text{ кг,}$$

Фиг. 25.

т. е. уже при двух связанных балансирами рессорах нагрузки крайних осей будут отличаться друг от друга на величину от 180 до 516 кг (в зависимости от состояния трущихся поверхностей). Отсюда вытекает особое значение, которое следует придавать смазке балансирной системы, и преимущество рессорного подвешивания на ножах, где трение значительно меньше (трение качения).

При большой скорости движения уже сильнее начинает сказываться инерция рессорного подвешивания, также сильно снижающая выравнивающее действие балансиров. На этом основании англичане, например, отказываются ставить балансиры на быстроходных локомотивах. Аналогично балансирам действуют двухосные тележки с боковыми опорами, допускающими свободное качение тележки около оси, перпендикулярной к рельсовому пути. Двухосную тележку с шаровой опорой, с точки зрения распределения изменения нагрузок при нахождении на односторонней неровности пути между всеми четырьмя колесами, можно до известной степени рассматривать как тележку с четырьмя рессорами, сбалансированными вдоль и поперек.

Само собой разумеется, что выравнивающее действие балансиров прекращается, как только все оси, связанные балансирами, окажутся на возвышении или во впадине на пути; то же относится и к двухосной тележке.

В заключение необходимо сказать несколько слов о влиянии отклонения балансирной системы на выравнивающее действие ее. В балансирах обычно валики рессорных подвесок и самого балансира или опоры его лежат в одной плоскости, поэтому отклонение балансира от горизонтального положения не

меняет выравнивающего действия системы. Иначе обстоит дело при балансирах, выполненных в виде рессор, а также при отклонении самих рессор, поскольку в этих случаях могут не совпадать линии опор рессорных подвесок с опорой самой рессоры. При наклоне последней на угол α (фиг. 25) получается плечо $L = h \sin \alpha$, и создается момент $M = Ph \sin \alpha$, дающий разницу в нагрузке обоих концов рессоры, равную:

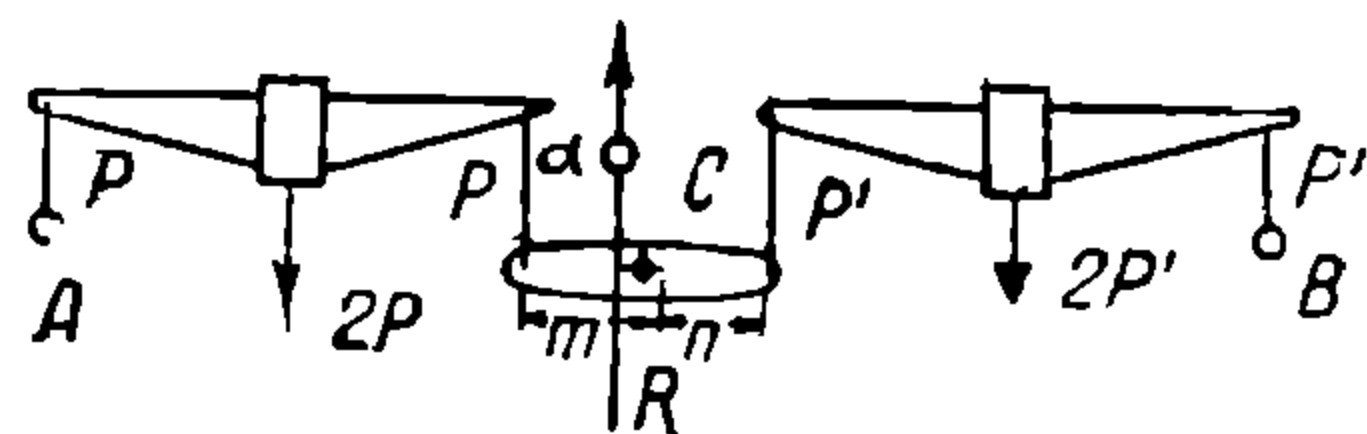
$$T = \frac{2Ph \sin \alpha}{L}, \quad (23)$$

где L — расстояние между рессорными подвесками или теоретическая длина рессоры. Например, при $\sin \alpha = 0,10$; $h = 220$ мм; $L = 1000$ м; $P = 8000$ кг получим:

$$T = \frac{2 \cdot 8000 \cdot 220 \cdot 0,10}{1000} = 352 \text{ кг.}$$

§ 4. Типы рессорного подвешивания электровозов

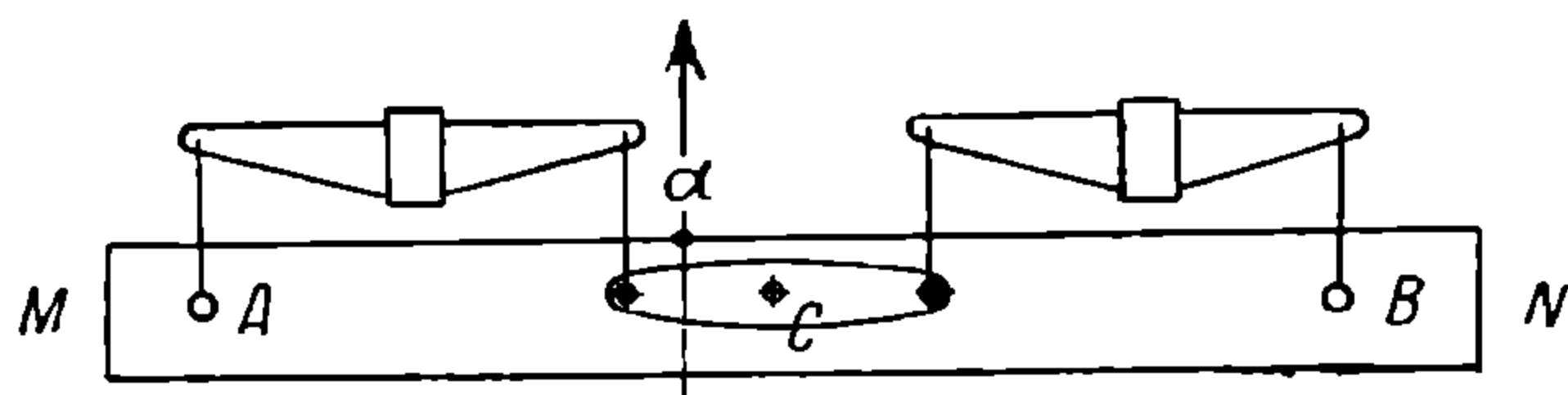
Надрессорное строение опирается через рессоры на буксы, и нагрузки, передающиеся на каждую шейку, в случае отдельных осей, будут зависеть от того, насколько подтянуты рессорные подвески, не проседают ли рессоры и т. п. Ослабление рессорных подвесок, просадка рессор со временем вызывают изменение проектных нагрузок на отдельные оси и колеса, и для восстановления их требуется время от времени проверять на весах нагрузки колес и путем подтягивания рессорных подвесок восстанавливать проектные нагрузки. Для того, чтобы распределение нагрузок между осями и даже между колесами сделать независимыми от состояния рессорного подвешивания, прибегают к сбалансированию осей.



Фиг. 26.

Пусть две рессоры смежных осей связаны между собою балансиrom с неравными плечами. Усилия, приложенные к обеим подвескам одной рессоры, равны между собой, поскольку рессоры выполнены равнобокими и могут свободно качаться на буксе. Соотношение усилий между подвесками, связанными балансиrom, будет обратно пропорционально плечам балансира; таким образом, если усилия, воспринимаемые подвесками (фиг. 26), обозначим через P , P , P' , P' , то

$$P' : P = m : n.$$



Фиг. 27.

Нагрузки, передаваемые на буксы ($2P$ и $2P'$), очевидно будут также обратно пропорциональны плечам балансира. Вся эта система—двух рессор с балансиrom—имеет три точки связи с рамой экипажа, а именно: точки A и B —при-

крепление подвесок к раме и точка C —укрепление балансира. Усилия, действующие в точках A и B , равны соответственно P и P' , а усилие в точке C равно $P + P'$.

Пусть равнодействующая этих трех усилий (P , P' и $P + P'$) проходит через точку α ; эта равнодействующая равна

$$R = 2(P + P').$$

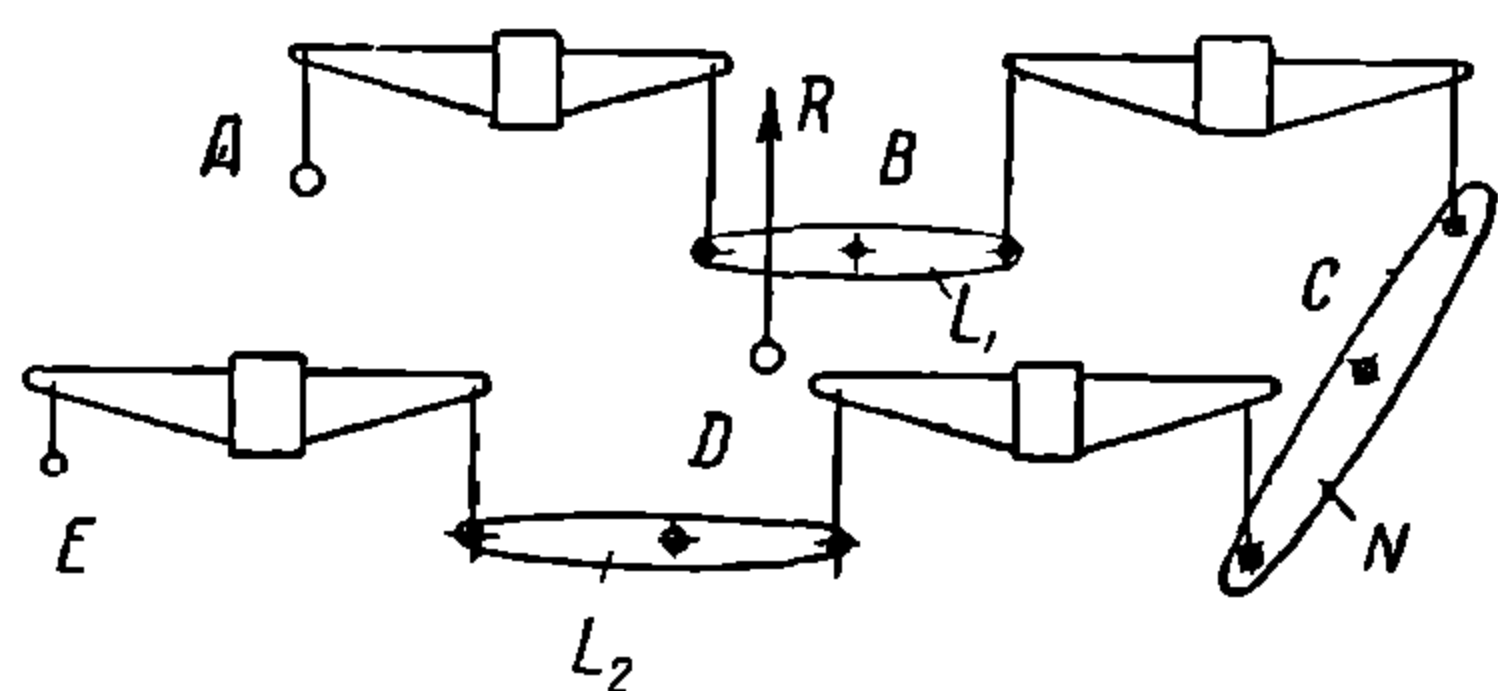
Не трудно видеть, что через ту же точку α пройдет равнодействующая зарессоренных нагрузок колес двух рассматриваемых осей.

Пусть теперь под влиянием продольного колебания надрессорного строения или при прохождении неровности пути в вертикальном направлении произошло перераспределение нагрузок между всеми колесами экипажа и у рассматриваемой группы сбалансированных осей нагрузка возросла. Тогда новые

усилия на концах первой рессоры будут равны между собой (величину их обозначим через Q), а на концах второй рессоры (Q') также равны между собой, и кроме того мы будем иметь попрежнему

$$Q' : Q = m : n.$$

Следовательно и равнодействующая новых усилий, приложенных в точках A , B и C , а именно усилий Q , Q' и $Q + Q'$, пройдет через точку α . Неизменное положение точки приложения равнодействующей сил, действующих на опорных точках A , B и C наддрессорного строения рассматриваемой группы сбалансированных рессор при всяких изменениях нагрузок, позволяет вывести следующее заключение: *три точки A , B и C действительных связей рамы с рассматриваемой группой сбалансированных осей могут быть заменены без нарушения равновесия одной точкой α , через которую проходит равнодействующая зарессоренных нагрузок на колеса рассматриваемых осей.*



Фиг. 28.

Действительно, мы могли бы поступить следующим образом. Вместо того, чтобы точки A , B , т. е. концы подвесок, и C —точку качания балансира—присоединять к раме электровоза, мы присоединим их к брусу MN (фиг. 27) и последний уже в точке α подвесим к раме электровоза; от этого равновесие не нарушится. Таким образом, в отношении расчетов по определению нагрузок на колеса и их изменения три действительных точки опоры A , B и C

мы можем заменить одной точкой опоры α , называемой точкой подвешивания наддрессорного строения.

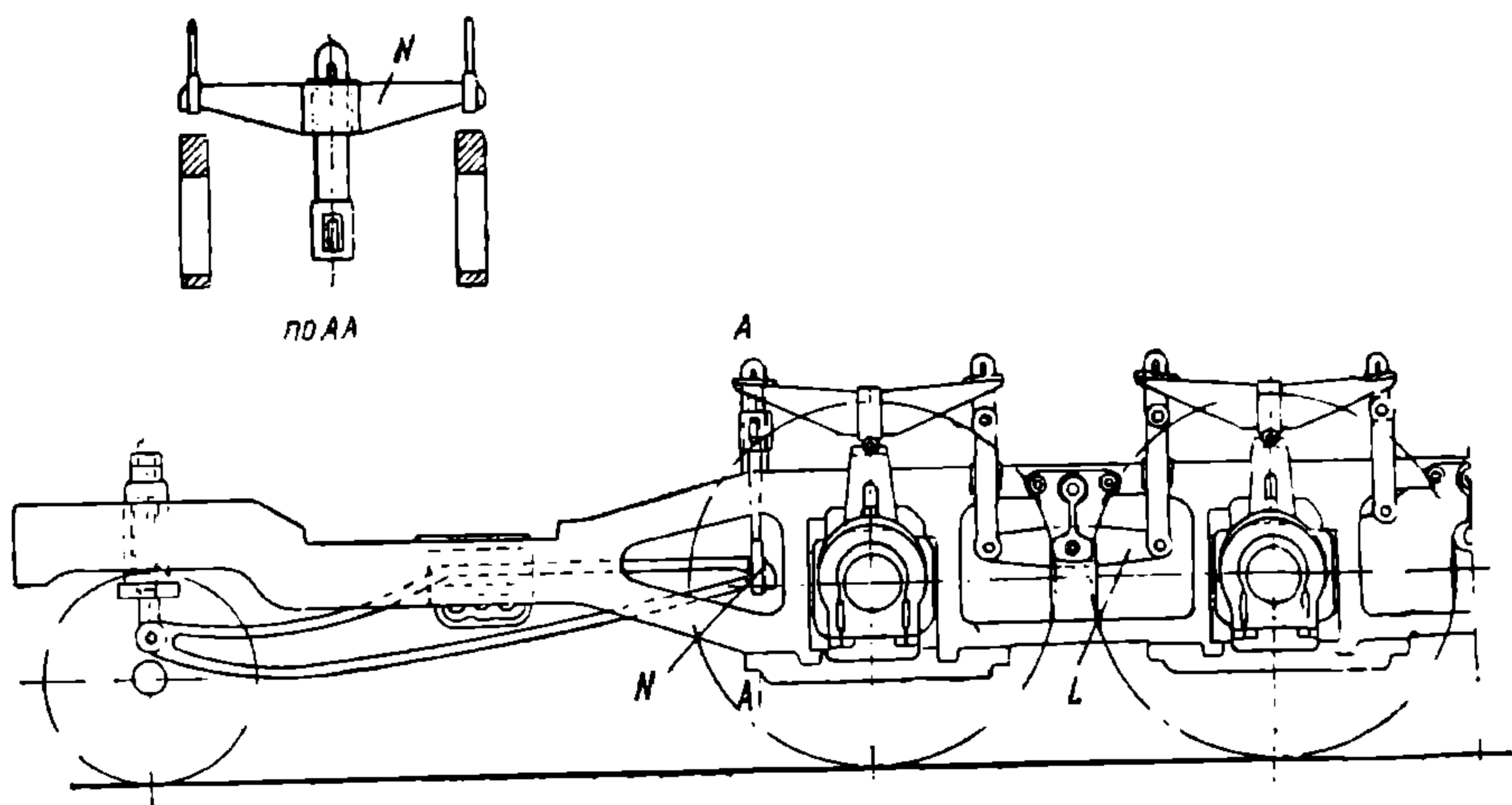
Не трудно видеть, что при связывании трех и большего числа осей балансирами равнодействующая нагрузок их будет проходить всегда через одну и ту же точку, независимо от изменения нагрузок на колеса от качания наддрессорного строения, и таким образом мы всю группу сбалансированных осей можем заменить одной точкой подвешивания. Нередко применяется связывание поперечными балансирами рессор правой и левой стороны электровоза, как, например, показано на фиг. 28, где кроме продольных балансиров L_1 и L_2 показан поперечный N . В этом случае наддрессорное строение опирается в точках A и E подвешивания концов рессорных подвесок, в точках B и D вращения продольных балансиров и в точке C вращения поперечного балансира. Указанной связью рессор балансирами достигается постоянное соотношение нагрузок всех рессор, поэтому равнодействующая их проходит при всех изменениях нагрузок через одну и ту же точку, которую мы можем считать точкой подвешивания наддрессорного строения, заменяющей действительные точки опоры A , B , C , D и E .

Тележки с центральной шаровой опорой представляют собой одну точку опоры наддрессорного строения главного экипажа. Если же тележки, для придания большей поперечной устойчивости наддрессорному строению, снабжаются двумя боковыми опорами, то такая тележка дает две точки подвешивания. Для уменьшения числа точек подвешивания бегунковые тележки связываются с рессорами движущих осей при помощи поперечного и продольного балансиров, как показано на фиг. 29. В этом случае вся система сбалансированных рессор дает одну точку подвешивания.

Для того чтобы получить рессорное подвешивание, которое при всяких неровностях пути как одновременно под обоими колесами одной и той же оси, так и при однобоких—под одним колесом (возвышение внешнего рельса в кривой или случайные неровности на одной рельсовой нити), сохраняло бы статическое распределение нагрузок между колесами, необходимо иметь рессорное подвешивание в трех точках, по треугольнику. Три точки подвешивания, расположенные по одной прямой, дают неустойчивое в поперечном направлении подвешивание. Рессорное подвешивание по треугольнику получило

широкое распространение на паровозах, при чем впереди одна точка подвешивания, расположенная на средней продольной оси, обеспечивает выравнивание нагрузок передних направляющих в кривых колес, что важно для сообщения экипажу большей устойчивости против сходов с рельсов при поперечном колебании или при впадине под внешним колесом.

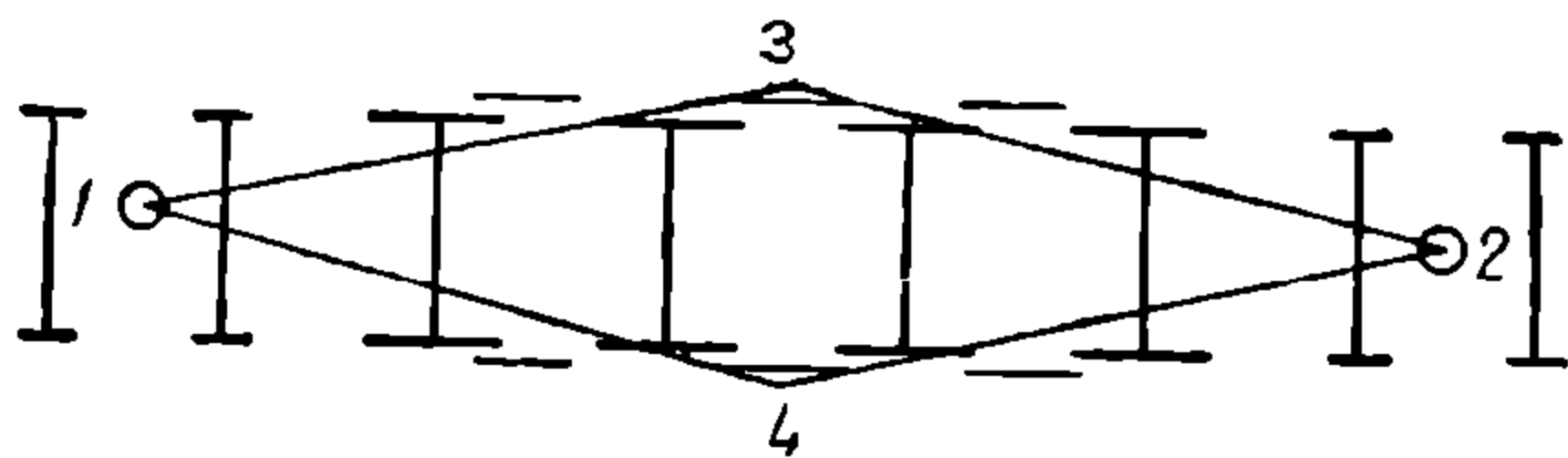
Следует отметить, что хотя подвешивание в трех точках (по треугольнику) и дает выравнивание нагрузок отдельных колес, однако процесс выравнивания различен для первой оси в зависимости от того, движется ли локомотив впе-



Фиг. 29.

ред вершиной треугольника (одной точкой подвешивания) или основанием (двумя точками подвешивания в одной поперечной плоскости); в первом случае выравнивание нагрузок колес с обеих сторон локомотива происходит очень быстро только за счет поворачивания балансира, во втором случае—значительно медленнее, за счет перевалки надрессорного строения.

Поскольку электровоз должен в обоих направлениях иметь одинаково хороший ход, для выравнивания на обоих концах нагрузок колес крайних осей применяется подвешивание надрессорного строения по концам электровоза в одной точке, а все надрессорное строение получается подвешенным в четырех точках, по ромбу. На фиг. 30 показано подвешивание по ромбу электровоза ходовой формулы 2D2; по концам электровоза снабжен двухосными бегунковыми тележками с центральной шаровой опорой. Эти тележки образуют по одной точке подвешивания (1 и 2). Все четыре движущие оси сбалансированы с каждой стороны и образуют точки подвешивания 3 и 4.



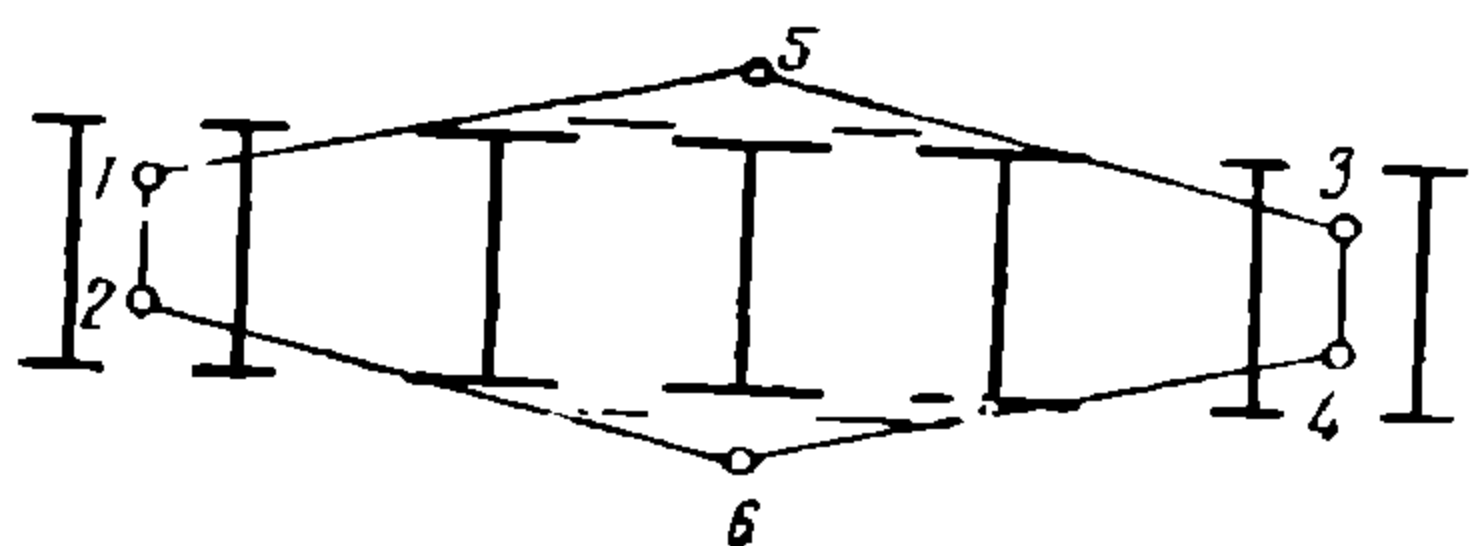
Фиг. 30.

У каждого электровоза бегунковые тележки, имея шаровую опору, не могут, при отклонении надрессорного строения в поперечном направлении, создавать момент, восстанавливающий надрессорное строение в вертикальном положении, и только рессоры движущих осей, прогибаясь на одной стороне и выпрямляясь на другой при поперечном наклоне надрессорного строения, создают восстанавливающий момент. При небольшом числе движущих осей, например, при ходовой формуле 2B2 или 2C2, применение шаровых опор на бегунковых тележках при подвешивании по ромбу не дает в случае крутых кривых и высоких скоростей движения по ним достаточной поперечной устойчивости. В этом случае бегунковые тележки нередко снабжаются двумя боковыми опорами, образуя, таким образом, две точки подвешивания надрессорного строения главного экипажа. Такое подвешивание применено на электровозах „ПБ“ ходовой фор-

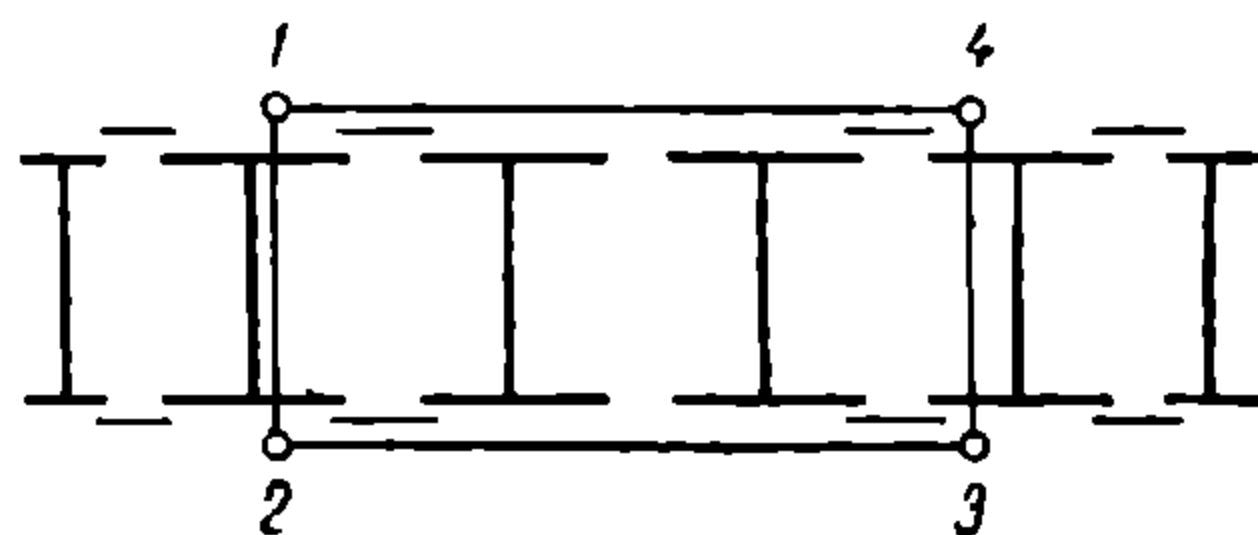
мулы $2C_02$ (см. фиг. 31). На нем бегунковые тележки имеют по две боковых опоры 1 и 2, 3 и 4; три движущие оси сбалансированы на каждой стороне и образуют еще две точки подвешивания 5 и 6. Таким образом, получилось рессорное подвешивание в шести точках (1, 2, 3, 4, 5 и 6) или подвешивание по ромбу со скошенными концами.

Симметричное рессорное подвешивание получается при подвешивании по прямоугольнику, как показано на фиг. 32 для электровоза ходовой формулы 1D1. Рессоры каждой бегунковой оси сбалансированы с рессорами двух ближайших движущих осей, и все надрессорное строение имеет, таким образом, четыре точки подвешивания (1, 2, 3, 4), образующие прямоугольник.

Особенностью этого типа рессорного подвешивания является то, что при тех же 4 точках подвешивания, что и в случае подвешивания по ромбу, здесь однако не обеспечивается равенство нагрузок колес одной и той же оси и, в частности, крайних осей, что, как мы видели, важно в отношении устойчивости против схода с рельсов. В противовес этому недостатку (против подвешивания по ромбу) оно имеет и свое преимущество, являющееся следствием того, что все точки подвешивания расположены всего в двух поперечных плоскостях или, как говорят, рессорное подвешивание выполнено в двух поперечных плоскостях.



Фиг. 31.



Фиг. 32.

Представим себе, что первая группа сбалансированных осей проходит неровность пути, лежащую одновременно на обоих рельсах (например, начало подъема). В этом случае при подвешивании по прямоугольнику статическое распределение нагрузок не нарушится. В случае подвешивания по ромбу имеем подвешивание в трех поперечных плоскостях; поэтому если передняя группа сбалансированных осей окажется на понижении пути (например, в начале уклона, когда остальные оси еще не попали на этот уклон), то произойдет разгрузка передней группы сбалансированных рессор, хотя нагрузки правых и левых колес каждой из этих групп осей и будут равны между собой.

Подсчет изменения нагрузок отдельных колес при том или ином рессорном подвешивании при неровности пути, одностороннем или одновременно на обоих рельсах, позволяет установить, какое рессорное подвешивание имеет преимущество в отношении большего сохранения статических нагрузок.

§ 5. Влияние рессорного подвешивания электровозов на изменение нагрузок колес

Изучение положения различных осей при нахождении экипажа локомотива на кривой, сопрягающей элементы различного профиля, или на неровностях пути под одним из колес или под одной из осей, необходимо для того, чтобы установить:

1) не имеется ли при этом посадки буксы на струнку у средних осей при вогнутой кривой и вместе с тем не получают ли оси недопустимой по условию безопасности на сход с рельсов разгрузки;

2) не получают ли оси недопустимой перегрузки и даже посадки рамы непосредственно на буксы;

3) не имеет ли место недопустимый поперечный перекос отдельных осей по отношению к раме или перекос рамы тележки по отношению к кузову.

Это исследование можно наглядно вести графическим методом¹. На раме намечают некоторую основную линию, совпадающую при статической нагрузке осей и при установке электровоза на горизонтальном пути с серединами всех осей (с их центрами). Для получения большей точности построения вычерчивание может вестись в искаженном масштабе для вертикальных и горизонтальных измерений; особенно удобно при исследовании условий работы рессорного подвешивания при нахождении электровоза на профиле, представляющем собой круговую кривую, принимать искажение масштаба такое же, как при статическом вписывании в кривые методом Роя, т. е. для радиуса кривой искажение n^2 , для расстояния между осями— n ; тогда вертикальное смещение букс относительно средней линии будет получаться в натуральную величину.

Обозначим (фиг. 33):

h — изменение высоты пути под осями, считая между кривой пути и касательной к ней;

s — изменение высоты рамы;

a — относительное смещение оси и рамы;

f — относительные смещения концов рессор, подвешенных к балансиру или раме;

P — нагрузка на ось;

l — длина плеч балансира;

(индексы обозначают номера осей).

На фиг. 33 представлен электровоз ходовой формулы 2С1 с рессорным подвешиванием в двух поперечных плоскостях. Нагрузка его колес не меняется при прохождении по неровности пути одновременно на обеих рельсовых нитях. На этой фигуре показаны точки прикрепления рессор к раме и точки качания балансиров по средней линии рамы. После того как определены графически и аналитически по характеру неровности пути величины h опускания различных осей, определяют положение рамы. Поскольку в рассматриваемом случае общая нагрузка осей не меняется, работа рессор равна нулю. Таким образом, работа опускания осей, выражаемая произведением нагрузки на ось на величину опускания ее, должна быть равна работе при опускании центра тяжести рассматриваемой группы осей, т. е. имеем:

$$s_0 \sum P = \sum (Ph),$$

где s_0 — искомая величина опускания центра тяжести.

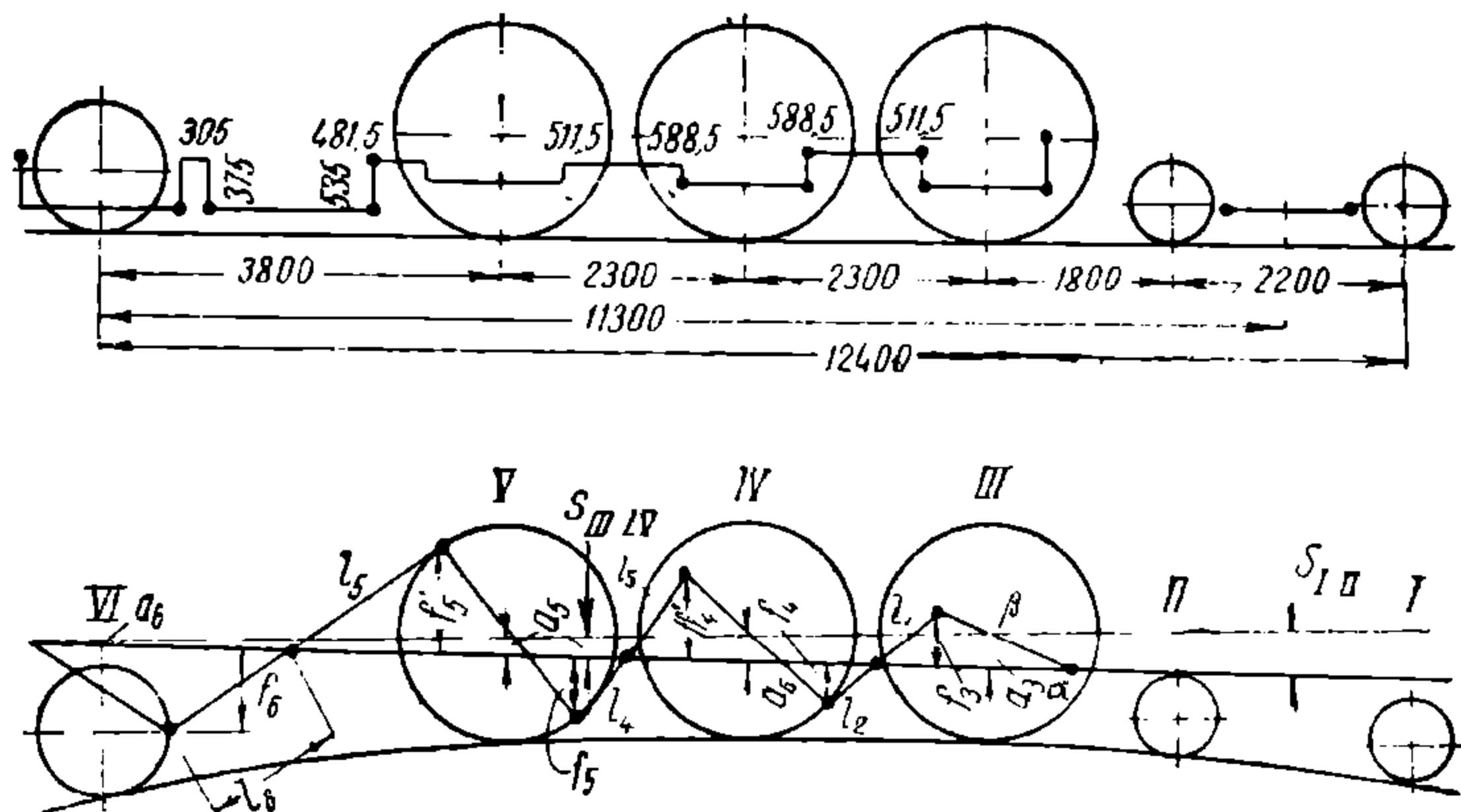
Отсюда имеем:

$$s_0 = \frac{\sum (Ph)}{\sum P}. \quad (24)$$

Величину s_0 находим для обеих групп сбалансированных осей и тем самым по двум точкам определяем положение рамы электровоза. Относительное смещение осей и рамы найдем по формуле:

$$a = h - s. \quad (25)$$

Затем уже можно начертить положение рессор и балансиров при условии, что рессоры не испытывают дополнительных деформаций. Для этого вычерчивание удобнее начинать с точки закрепления рессоры крайней оси какой-либо



Фиг. 33.

¹ См. Organ für die Fortschritte, des Eisenbahnwesens». 1926 г., стр. 198.

группы; в рассматриваемом случае, например, с точки прикрепления рессоры оси *III* (точка *α*). Подсчитанные для различных осей величины *a* и их вертикального смещения по отношению к раме позволяют провести направление рессоры оси *III* через точки *α* и *β*, а затем положение смежного балансира, зная один из концов его и точку качания его; продолжая построение, дойдем до крайней точки закрепления последней рессоры рассматриваемой группы на раме.

Поднятие внутреннего конца третьей рессоры найдем равным $f_3 = 2a_3$; на ту же величину поднимется конец балансира *III—IV*. Если обозначим отношение плеч его $l_1:l_2$, то опускание другого конца балансира будет равно

$$f_4 = f_3 \frac{l_2}{l_1}.$$

Таким образом, оказывается, что конец рессоры *IV* опустится на величину f_4 и в то же время середина ее приподнимется на величину a_4 ; отсюда поднятие другого конца рессоры *IV* найдем равным

$$f_4' = -f_4 + 2a_4.$$

Точно таким же образом далее найдем перемещения обоих концов рессоры *V* и *VI*:

$$\begin{aligned} f_5 &= f_4 \frac{l_4}{l_3} \\ f_5' &= f_5 + 2a_5; \\ f_6 &= -f_5 \frac{l_6}{l_5} \end{aligned}$$

и, наконец, перемещение конца рессоры последней *VI* оси:

$$f_6' = -f_6 + 2a_6 = 0.$$

Указанный подсчет покажет, предусмотрен ли достаточный зазор у концов рессор или балансиров, необходимый для того, чтобы рессорное подвешивание заняло найденное положение. Если зазор недостаточен, то мы легко найдем, какой из концов балансира ударит ранее о раму, и максимальное перемещение f'' этого конца вместо ранее найденного свободного перемещения f ; перемещения рамы уменьшатся в отношении $\frac{f''}{f}$, т. е. получим:

$$h' = h \frac{f''}{f} \tag{26}$$

Точно так же для перемещения центра подвешивания получим:

$$s' = s \frac{f''}{f}$$

Величины h' и s' покажут предельные возможные перемещения рамы без изменения нагрузок рессор. Дальнейшее перемещение $h'' = h - h'$ совершается за счет деформации рессор, и новое положение точки подвеса определяется отрезком s' . При этом может оказаться, что будет иметь место удар другого какого-либо конца из рессор о раму и следовательно изменится величина h'' .

Пример. Пусть нагрузки трех движущих осей со сбалансированными рессорами (фиг. 33) будут соответственно равны 15,84 *m*; 13,84 *m* и 15,84 *m*, а бегунковой—17,56 *m*; опускание их из графического построения найдем равным соответственно $h = 1,3$; 0; 1,3 и 9,3 *см*, что дает работу при опускании осей:

Ось <i>III</i>	. 15,84 · 1,3 = 20,6
<i>IV</i>	13,84 · 0 = 0
<i>V</i>	15,84 · 1,3 = 20,6
<i>VI</i>	17,56 · 9,3 = 163,0
<hr/>	
Итого	. 204,2

НТБ
ДНУЖТ

Общая нагрузка четырех осей $\Sigma P = 63,08\text{ т}$, откуда опускание центра тяжести нагрузок соответствующей группы осей или их точки подвешивания:

$$s_{III-VI} = \frac{\Sigma (Ph)}{\Sigma P} = \frac{204,2}{63,08} = 3,24\text{ см};$$

у осей *I* и *II* будем иметь $s_{I-II} = 6,8\text{ см}$; эти две точки определяют положение рамы. Положение рамы относительно различных осей будет равно (в мм):

$$\begin{aligned}s_{I-II} &= -68; \\ s_{III} &= -53; \\ s_{IV} &= -41,2; \\ s_V &= -29,3; \\ s_{VI} &= -9,7.\end{aligned}$$

Таблица 1

Изменение нагрузок на оси электровоза по фиг. 33

О С И	I-II	III	IV	V	VI
А. Полное выравнивание нагрузок балансиром					
1. Изменение высоты осей <i>h</i> .	-68	-13	0	-13	-93
2. Положение рамы под осями <i>s</i> .	-68	-53	-41,2	-29,3	-9,7
3. Относительное смещение рам <i>a</i>	0	40	41,2	16,3	-83,3
4. Изменение высоты концов рессор <i>f</i> вниз .	0	0	91,6	151,4	166,6
4а. Изменение высоты концов рессор <i>f</i> вверх .	0	80	174	184	0
5. Предельное положение до упоров .	0	60	60	65	—
Б. Положение при упоре балансира IV-V					
6. Изменение величины <i>f'</i> .	—	27,4	60,0	63,5	—
7. <i>s'</i> .	23,4	-18,3	-14,2	-10,1	-3,3
8. <i>h'</i> .	23,4	-4,5	0	-4,5	-32,1
В. Перемещение до упора балансира V-VI					
9. а) Дополнительное перемещение осей .	0	0	0	0,8	-0,7
б) Окончательное положение осей <i>h'</i> .	-23,4	-4,5	0	-3,7	-32,8
10. Необходимое положение осей <i>h</i>	-68	-13/8,5	0	-13	-93
11. Дополнительное изменение высоты <i>h''</i> .	-44,6	-4,25	-4,25	-9,3	-60,2
Г. Перемещение вследствие деформаций рессор					
а) Жесткость рессор <i>ж</i> .	400	600	600	300	300
б) Относительная жесткость	1,333	2	2	—	—
13. Разгрузка вследствие опускания	-17840	-2550	-2550	-2790	-18060
14. Изменение нагрузок: разгрузка <i>I-II</i> .	11785	9000	9000	+630	-3575
<i>III-IV</i> .	855	1025	1025	400	270
<i>V</i> .	125	870	870	735	1060
<i>VI</i> .	-4825	3885	3885	6870	12130
15. Результирующее изменение нагрузок .	-9900	12230	12230	5845	-8145
16. Изменение прогибов рессор	24,7	-20,4	-20,4	-19,5	27,2
17. Перемещение рам (гр. 11 + гр. 16) по разделу „Г“	-19,9	-24,7	-24,7	-28,8	-33,0
18. То же (гр. 7) по разделу „Б“	-23,4	-16,3	-16,2	-10,1	-3,3
19. Общее смещение рам (гр. 17+гр. 18) .	-43,3	-40,9	-40,9	-38,9	-36,3

Отсюда находим величину $a = h - s$ и положения концов рессор (величины *f*). Результаты подсчетов приведены на табл. 1; там же (п. 5) показаны пределы возможных перемещений балансиров вверх, и, исходя из этих пределов, пере-

считаны, как выше указывалось, величины f , s и h . Новые величины их будут f' , s' и h' при условии, что ранее всего ударяет о рамубалансир $IV—V$; почему пересчетный коэффициент будет $\frac{60}{174}$ (см. гр. 6—7). Так как наперед можно ожидать, что балансир $V—VI$, имея $f = 63,5$ мм, придет в соприкосновение с упором на расстоянии 65 мм, потому мы теперь же принимаем опускание оси V на $65 - 63,5 = 1,5$ мм и оси VI на $0,75 \cdot \frac{l_6}{l_5}$ мм. Положения при условии указанного предварительного понижения приведены в пп. 9—11. Следует иметь в виду, что в том случае, когда хоть один из балансиров придет в соприкосновение с упором, и система подвешивания перестанет быть свободной, возрастает число точек подвешивания. Таким образом, рассматриваемый электровоз уже становится подвешенным более чем в двух поперечных плоскостях, а следовательно должна измениться нагрузка его осей на неровности пути в зависимости от прогиба рессор. В следующем параграфе мы рассмотрим метод определения изменения нагрузок осей для этого случая. Данные жесткости рессор, изменения нагрузок на оси и общее смещение рамы с учетом деформации рессор приведены в п.п. 12—19 таблицы 1.

§ 6. Определение изменения нагрузок на оси от неровностей пути при большом числе точек подвешивания

Определение изменения нагрузок на отдельные оси или группы сбалансированных осей в том случае, когда некоторые оси или колеса, при общем числе точек подвешивания более трех или четырех, встанут на неровность пути, производится методом инфлюэнтных линий (линий влияний). Определяют так называемый центр рессорного подвешивания O или поперечную ось, около которой происходит качание надрессорного строения без изменения общей суммарной нагрузки рессор. Этот центр подвешивания может не совпадать с центром тяжести надрессорного строения. Обозначим жесткости рессор через $ж_1$, $ж_2$, $ж_3$ и $ж_4$ (фиг. 34); в случае группы сбалансированных рессор под $ж$ понимается жесткость фиктивной рессоры и учитывается ее положение по длине электроваза. Пусть далее σ обозначает изменение высоты оси рамы под осью; l_2 , l_3 и l_4 обозначает расстояние действительных или фиктивных рессорных опор от опоры A , а y_1 , y_2 , y_3 и y_4 — их расстояние от центра рессорного подвешивания и l_5 — расстояние этого центра подвешивания до опоры A ; R , S и T с индексами, обозначающими номер оси, — изменение нагрузок рессор соответственно под действием силы Q , приложенной в центре O рессорного подвешивания, от момента M и силы P , сдвинутой на расстояние y_p от центра подвешивания O .

Пусть сила Q помещена в таком месте рамы электроваза, что она вызывает одинаковую просадку всех рессор. Мы ниже покажем, что при этом условии точка приложения силы Q должна находиться в центре рессорного подвешивания O . Таким образом, имеем:

$$Q = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \quad (27)$$

и

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4.$$

Кроме того, заменяя R через $ж\sigma$, получим:

$$Q = ж_1\sigma_1 + ж_2\sigma_2 + ж_3\sigma_3 + ж_4\sigma_4$$

и также

$$\sigma = \frac{Q}{\sum ж}. \quad (28)$$

Изменение нагрузок отдельных рессор равно:

$$R_1 = \frac{Q\kappa_1}{\sum \kappa};$$

$$R_2 = \frac{Q\kappa_2}{\sum \kappa} \text{ и т. д.} \quad (29)$$

Далее, беря момент силы Q и вызываемых ею изменений нагрузок R относительно опоры A , получим:

$$Ql_s = R_2l_2 + R_3l_3 + R_4l_4$$

или

$$l_s \sigma \sum \kappa = \sigma (\kappa_2 l_2 + \kappa_3 l_3 + \kappa_4 l_4),$$

откуда определим положение центра рессорного подвешивания O :

$$l_s = \frac{\sum (\kappa l)}{\sum \kappa}. \quad (30)$$

Влияние момента M на нагрузку отдельных рессорных опор определим, составляя уравнение моментов относительно центра O :

$$M = S_1 y_1 + S_2 y_2 + S_3 y_3 + S_4 y_4 =$$

$$= \sigma'_1 \kappa_1 y_1 + \sigma'_2 \kappa_2 y_2 + \sigma'_3 \kappa_3 y_3 + \sigma'_4 \kappa_4 y_4$$

Далее мы имеем:

$$\frac{\sigma'_1}{y_1} = \frac{\sigma'_2}{y_2} = \frac{\sigma'_3}{y_3} = \frac{\sigma'_4}{y_4},$$

что, после подстановки в предыдущее уравнение, дает:

$$M = \frac{\sigma'_1}{y_1} (\kappa_1 y_1^2 + \kappa_2 y_2^2 + \kappa_3 y_3^2 + \kappa_4 y_4^2) =$$

$$= \frac{\sigma'_1}{y_1} \sum (\kappa_i y_i^2),$$

откуда:

$$\sigma'_1 = \frac{M y_1}{\sum (\kappa y^2)}.$$

Так как

$$S_1 = \sigma'_1 \kappa_1,$$

то

$$S_1 = \frac{M y_1 \kappa_1}{\sum (\kappa y^2)}$$

и

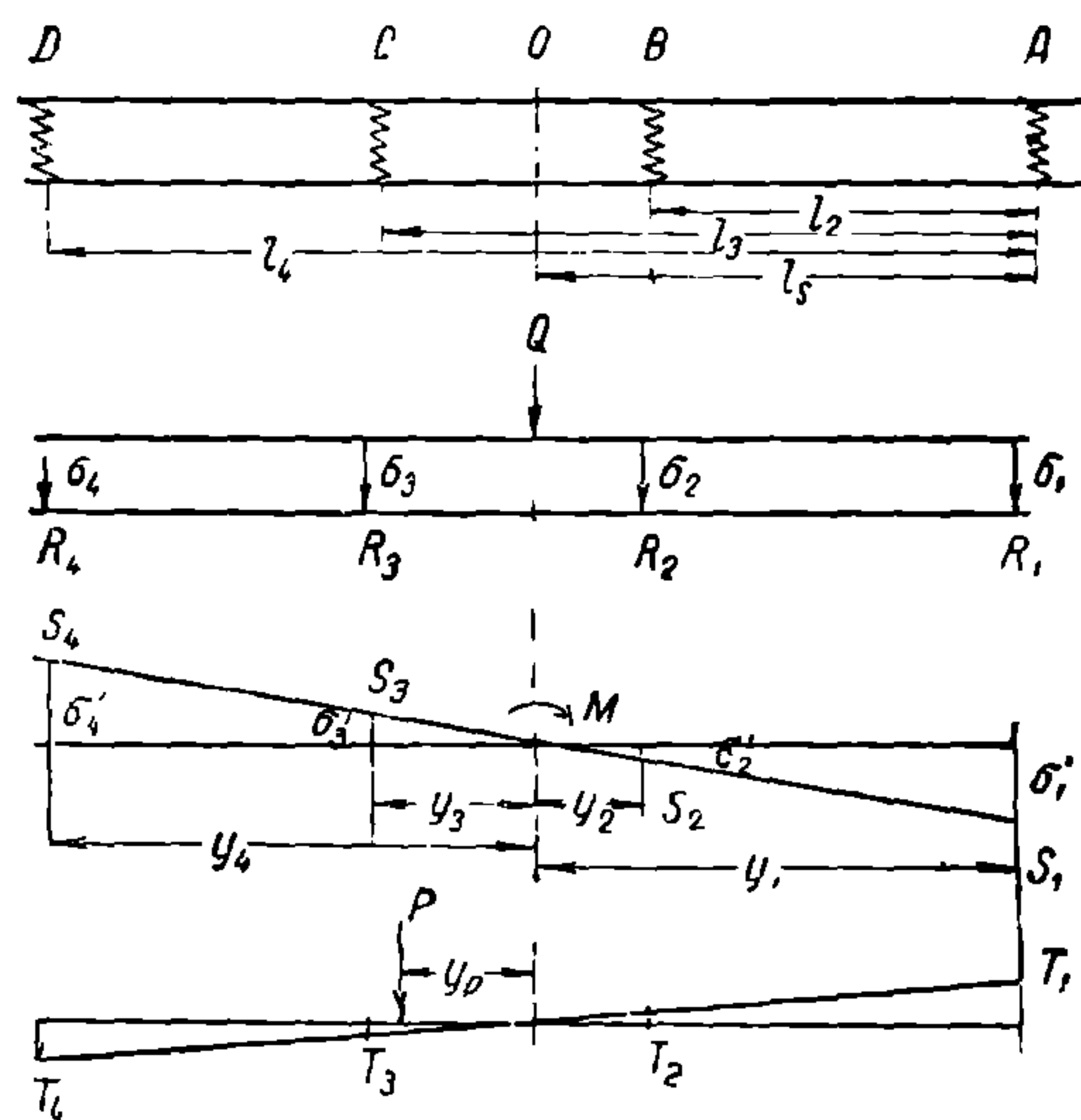
$$S_2 = \frac{M y_2 \kappa_2}{\sum (\kappa y^2)}. \quad (31)$$

Не трудно теперь показать, что центр O рессорного подвешивания, определяемый как точка поворота рамы электровоза, при котором общая нагрузка рессор не меняется, совпадает с положением силы Q , дающей одинаковый прогиб рессор. Действительно, поскольку имеем только действие момента M , то

$$\sum S' = 0$$

или

$$\sum (y \kappa) = 0;$$



Фиг. 34.

для любой опоры на расстоянии l от опоры A имеем:

$$y = y_1 - l.$$

Тогда

$$\sum [(y_1 - l) \mathcal{K}] = 0$$

или

$$\sum (y_1 \mathcal{K}) = \sum (l \mathcal{K}),$$

откуда

$$y_1 = \frac{\sum (l \mathcal{K})}{\sum \mathcal{K}}.$$

Сравнивая эту формулу с формулой (30), мы видим, что центр рессорного подвешивания совпадает с точкой приложения силы Q .

Другими словами, сила, приложенная в центре рессорного подвешивания, дает одинаковый прогиб рессор. Если имеем нагрузку силой P , приложенную на расстоянии y_p от центра O , то, перенося ее в точку O с прибавлением пары $M = P y_p$, мы будем иметь, согласно вышеизложенному, изменение нагрузки рессоры под влиянием усилия P , приложенного в центре O , равное

$$T' = \frac{P \mathcal{K}_1}{\sum \mathcal{K}},$$

и от момента $M = P y_p$, равное

$$T'' = \frac{P y_p}{\sum (\mathcal{K} y^2)} y_1 \mathcal{K}_1,$$

и общее изменение нагрузки рессоры

$$T = T' + T''.$$

Если вместо жесткости рессор \mathcal{K} подставим относительную величину ее по отношению к жесткости, например, рессор движущих осей α , так что

$$\mathcal{K}_1 = \alpha_1 \mathcal{K}; \quad \mathcal{K}_2 = \alpha_2 \mathcal{K},$$

то

$$T_1 = \frac{P \alpha_1}{\sum \alpha} + \frac{P y_p y_1 \alpha_1}{\sum (\alpha y^2)}$$

и

$$T_2 = \frac{P \alpha_2}{\sum \alpha} + \frac{P y_p y_2 \alpha_2}{\sum (\alpha y^2)} \quad (32)$$

и т. д.

Пользуясь приведенными формулами, не трудно уже построить инфлюэнтную линию—линию влияния изменения усилия какой-либо опоры на другие опоры, приняв самое изменение усилия в 1 т. Плечо момента равно в этом случае расстоянию y до опоры, у которой изменено усилие. Когда изменение усилия происходит у опоры A , то это вызовет изменение прогиба рессор у опор A , B и т. д., равное:

$$a_1 = \frac{\alpha_1}{\sum \alpha} + \frac{y_1}{\sum (\alpha y^2)} \cdot y_1 \alpha_1 \quad (33)$$

и

$$a_2 = \frac{\alpha_2}{\sum \alpha} + \frac{y_1}{\sum (\alpha y^2)} \cdot y_2 \alpha_2 \quad (34)$$

т. д.

При этом сумма изменения нагрузок рессор должна быть равна:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 \text{ т.}$$

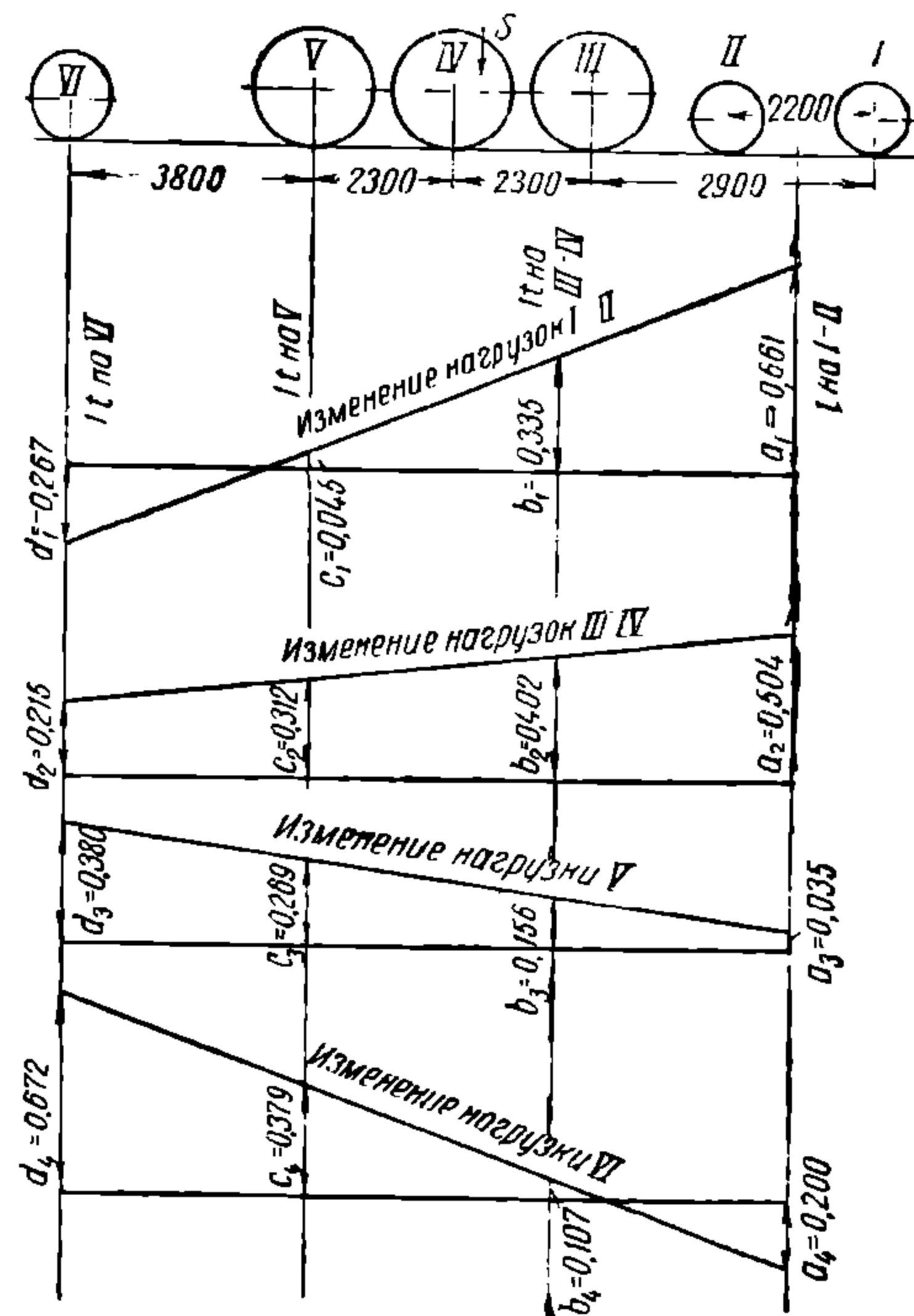
Далее определяем прогибы рессор над опорами А, В, С и D при нахождении груза над опорой В:

$$b_1 = \frac{\alpha_1}{\sum \alpha} + \frac{y_2}{\sum (\alpha y^2)} \cdot y_1 \alpha_1;$$

$$b_2 = \frac{\alpha_2}{\sum \alpha} + \frac{y_2}{\sum (\alpha y^2)} \cdot y_2 \alpha_2 \text{ и т. д.} \quad (35)$$

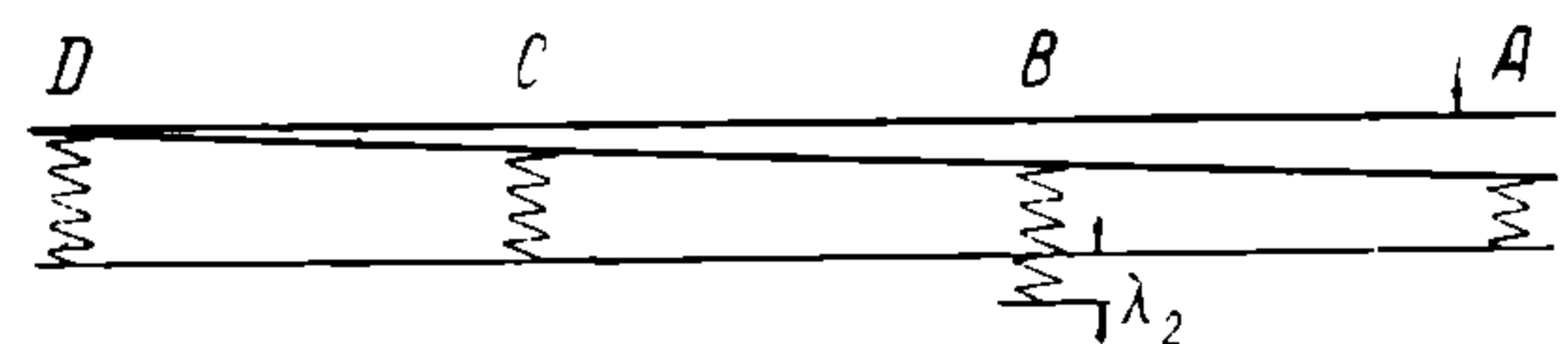
и, наконец, при грузе $P = 1 \text{ т}$ над опорой С (находим величины c_1, c_2, c_3 и c_4). Поверкой служат уравнения:

$$\sum b = 1 \text{ т; } \sum c = 1 \text{ т.}$$



Фиг. 35.

На фиг. 35 даны высчитанные таким образом инфлюэнтные линии изменения нагрузок бегунковых осей, группы из двух сбалансированных осей III—IV, одиночной движущей оси V и бегунковой оси VI при различном положении нагрузки. Инфлюэнтные линии позволяют установить, как влияет изменение высоты какой-либо из опорных точек оси на нагрузки всех осей. Пусть, например (фиг. 36), ось В опустилась на величину λ_2 ; не трудно показать, что это вызовет увеличение нагрузки остальных осей, равное той, которая имела бы место, если бы над опорой В была приложена сила $\lambda_2 \mathcal{K}_2$. При этом сама ось В также получит, кроме разгрузки $\lambda_2 \mathcal{K}_2$, нагрузку вследствие опускания рамы, равную $b_2 \lambda_2 \mathcal{K}_2$ (где b_2 берем



Фиг. 36.

из инфлюэнтной линии); таким образом, разгрузка второй оси будет:

$$\Delta P_2 = \lambda_2 \mathcal{K}_2 - b_2 \lambda_2 \mathcal{K}_2. \quad (36)$$

Если одновременно меняют свою высоту несколько осей, то необходимо учитывать влияние отдельных осей. В качестве примера рассмотрим электро-воз 2С1 (фиг. 35).

Определяем положение центра рессорного подвешивания:

$$\sum \alpha l = 2 \cdot 3,972 + 1 \cdot 7,500 + 1 \cdot 11,300 = 26,744;$$

$$\sum \alpha = 1,33 + 2 + 1 + 1 = 5,33.$$

Таким образом,

$$y_1 = \frac{\sum (\alpha l)}{\sum \alpha} = \frac{26,744}{5,33} = 5,015$$

$$y_2 = y_1 - l_2 = 5,015 - 3,972 = 1,043$$

$$y_3 = 5,015 - 7,500 = -2,485$$

$$y_4 = 5,015 - 11,300 = -6,285.$$

Ордината инфлюэнтной линии нагрузки осей I—I:

$$a_1 = \frac{\alpha_1}{\sum \alpha} + \frac{y_1}{\sum (\alpha y^2)} \quad y_1 \alpha_1.$$

Для данного случая:

$$\sum (\alpha y^2) = 1,333 \cdot 5,015^2 + 2 \cdot 1,043^2 + 1 \cdot 2,485^2 + 1 \cdot 6,285^2 = 81,39$$

$$a_1 = \frac{1,333}{5,333} + \frac{5,015}{81,39} \cdot 5,015 + 1,333 = 0,661$$

и далее:

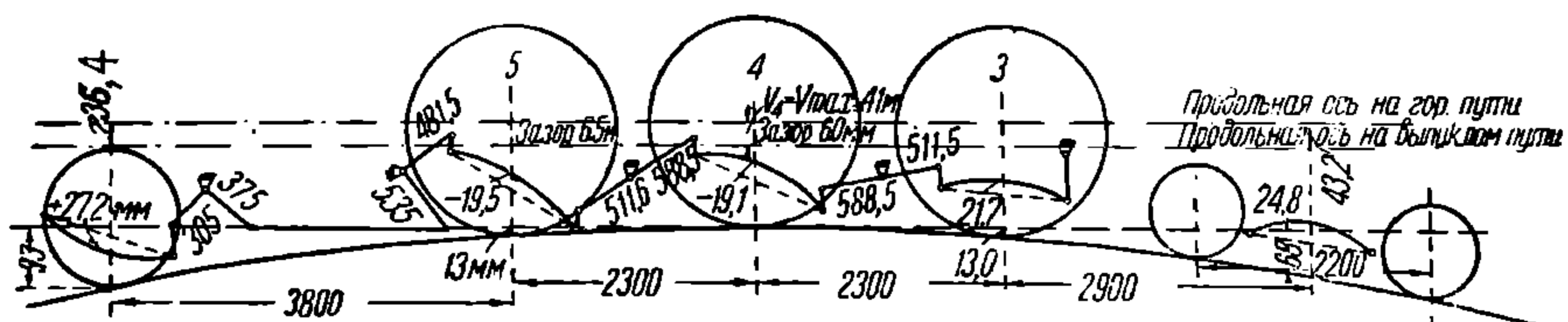
$$a_2 = \frac{\alpha_2}{\sum \alpha} + \frac{y_1}{\sum (\alpha y^2)} \cdot y_2 \alpha_2 = \frac{2}{5,333} + \frac{5,015}{81,39} \cdot 1,043 \cdot 2 = 0,504.$$

Таким же образом:

$$a_3 = \frac{1}{5,333} + \frac{5,015}{81,39} (-2,485) \cdot 1 = 0,035$$

и

$$a_4 = \frac{1}{5,333} + \frac{5,015}{81,39} (-6,285) = -0,200.$$



Фиг. 37.

Имеем сумму

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1.$$

Так как инфлюэнтная линия есть прямая, достаточно определить ординату крайней точки— оси VI:

$$d_1 = \frac{\alpha_1}{\sum \alpha} + \frac{y_4}{\sum (\alpha y^2)} \cdot y_1 \alpha_1 = \frac{1,333}{5,333} + \frac{-6,285}{81,39} \cdot 5,015 \cdot 1,33 = -0,267$$

$$d_2 = \frac{2}{5,333} - \frac{6,285}{81,39} \cdot 1,043 \cdot 2 = 0,215$$

$$d_3 = \frac{1}{5,333} - \frac{6,285}{81,39} (-2,485) \cdot 1 = 0,380$$

$$d_4 = \frac{1}{5,333} - \frac{6,285}{81,39} (-6,285) \cdot 1 = 0,672.$$

Инфлюэнтные линии нанесены по ординатам крайних точек на фиг. 35. Результаты дальнейших подсчетов приведены на табл. 1, а именно: по величине h'' —опускания опоры (п. 11)—и по коэффициенту жесткости рессор $ж$ (п. 12) определяются изменения нагрузок при опускании отдельных опорных точек (п. 13), и по инфлюэнтным линиям определяется влияние этих изменений в опорных точках на нагрузку осей (п. 14). Например, разгрузка оси V вызывает перегрузку оси VI, равную

$$c_4 \cdot 2790 = 0,379 \cdot 2790 = +1060 \text{ кг.}$$

Результирующее изменение нагрузок (п. 15) получается сложением результатов по пп. 13 и 14. Отсюда определяются изменение прогиба рессор (п. 16) и перемещение рамы вследствие изменения прогиба рессор (п. 17). Если учесть при этом перемещение рессор без деформации их (п. 7), получим окончательное положение рам (п. 19). Само собой разумеется, что все точки должны лежать на одной прямой—в этом заключается проверка подсчетов.

нии имеет место неровность пути и в какой мере будет влиять эта неровность пути на надрессорное строение. Если последнее устанавливается с тем же поперечным наклоном, что и путь, изменение нагрузок будет минимальным, и, наоборот, если неровность пути приходится всего лишь под одним колесом, надрессорное строение сохраняет иногда в полной мере свое положение, и изменение нагрузки у этого колеса будет наибольшее.

Если у резкого понижения пути находится направляющее в кривых колесо, появляется опасность, что при стечении других неблагоприятных условий, вызывающих разгрузку колеса, может произойти сход с рельсов.

В качестве примера рассмотрим электровоз ходовой формулы 2С1 (фиг. 42) с 6 точками подвешивания (в трех поперечных плоскостях); жесткость рессор движущих осей 100 кг/мм; двухосных тележек—140 кг/мм и бегунков—100 кг/мм. Пусть оба колеса одной стороны двухосной тележки встали на неровности пути—просадку в 20 мм; это равносильно поднятию осей на 10 мм и следовательно может быть заменено приложением силы, равной

$$P = 10 \cdot 4 \cdot 140 = 5\,600 \text{ кг.}$$

Центр рессорного подвешивания

$$l_s = \frac{4 \cdot 100 \cdot 3,7 + 4 \cdot 100 \cdot 8,55}{8 \cdot 100 + 4 \cdot 140} = 3,6 \text{ м.}$$

Восстанавливающий момент рессор в продольном направлении относительно этого центра при наклоне надрессорного строения на $\frac{1}{1000}$:

$$I_{np} = 4 \cdot 140 \cdot 3,6^2 + 4 \cdot 100 \cdot 0,10^2 + 4 \cdot 100 \cdot 4,95^2 = 17\,080.$$

Отсюда находим понижение опоры двухосной бегунковой тележки вследствие наклона надрессорного строения в продольном направлении:

$$\sigma'' = \frac{M}{I} = \frac{5\,600 \cdot 3,6}{17\,080} \cdot 3,6 = 4,3 \text{ мм,}$$

опускание надрессорного строения:

$$\sigma' = \frac{5\,600}{4 \cdot 140 + 8 \cdot 100} = 4,1 \text{ мм.}$$

Перекося надрессорного строения на расстоянии рессор (внутренние рессоры)

$$\lambda' = \frac{10 \cdot 1\,150}{1\,500} = 7,7 \text{ мм.}$$

Отсюда изменение прогибов рессор по обе стороны:

$$\sigma''' = \frac{\pm 2 \cdot 140 \cdot 7,7}{2 \cdot 140 + 4 \cdot 100} = \pm 3,2 \text{ мм.}$$

Таблица 2
Изменение нагрузок колес двухосной бегунковой тележки при односторонних неровностях пути

		Стороны	
		левая	правая
Положение рамы	σ'	+4,1	+4,1
	σ''	+4,3	+4,3
	σ'''	+3,2	−3,2
Положение опорных точек	λ	+17,6	−2,3
	$\sum \sigma - \lambda$	−6,0	+2,9
Изменение нагрузок колес		−168/−840	+690/345

Примечание. + опускание, − поднятие относительно поверхности ровного пути.

Оба колеса бегунковой тележки разгружаются на величину 840 кг; наклон рамы:

$$\frac{2 \cdot 3,2}{1\ 150} = 0,0056;$$

наклон бегунковых осей:

$$\frac{20}{1\ 500} = 0,0133,$$

или бегунковые оси наклонены по отношению к раме на

$$0,0133 - 0,0056 = 0,0077, \quad \text{т. е. } \frac{1}{130}.$$

§ 7. Влияние конструкции бегунковых тележек на изменение нагрузок колес

Выявим влияние конструкции бегунковой тележки на изменение нагрузок на оси при движении электровоза по переходной кривой с односторонним поднятием внешнего рельса.

В этом отношении различают конструкции двухосных бегунковых тележек, у которых:

1) рессоры соседних колес не связаны балансирами, т. е. тележка подвешена в четырех точках;

2) рессоры бегунковых осей сбалансированы продольными балансирами—подвеска тележки в двух точках, в одной поперечной плоскости;

3) передняя ось сбалансирована поперек, т. е. тележка имеет три точки подвешивания.

Кроме того различают случаи, когда: а) усилие передается от основной рамы через центральную шаро-



Фиг. 40.

вую опору, и, таким образом, тележка имеет возможность качаться около продольной своей оси независимо от основного экипажа; б) усилие передается на боковые опоры или плоскую пяту достаточно большого размера, чтобы давать большой возвращающий момент, когда вследствие перекоса тележки относительно основного экипажа произойдет смещение опорного давления на край опоры.

При исследовании прохождения электровозом переходной кривой с поднятием внешнего рельса будем считать, что все оси уже установились одной стороной на наклонной части внешнего рельса, а другой стороной двигаются по горизонтальному пути (если не все оси прошли начало кривой, то будем иметь очевидно уже рассмотренный выше случай). На фиг. 40 изображены три оси, лежащие одной стороной на поднимающемся рельсе. Проводим вспомогательную плоскость 3α без поперечного наклона, которая делит высоту поднятия внешних колес пополам; наклон плоскости 3α примем $\frac{i}{2}$, где i — подъем внешнего рельса.

Не трудно видеть, что, поскольку электровоз всеми осями стоит на этой плоскости, оси не будут испытывать никакого изменения нагрузок, если пренебречь небольшим смещением точки пересечения вертикальной силы нагрузки на оси с плоскостью, проходящей через опорные точки рамы, относительно середины расстояния между опорными точками.

Изменение нагрузок на оси, таким образом, всецело будет вызываться поперечным наклоном надрессорного строения. Угол поперечного наклона различных осей будет различный, и следовательно на различную величину прогнутся рессоры и вызовут различный по величине момент (но одного направления).

Складывая эти моменты, найдем легко угол поперечного наклона наддрессорного строения, а следовательно и дополнительные усилия рессор.

Пусть:

$\pm \sigma$ — опускание или поднятие рамы около рессор; $ж$ — жесткость рессор
 $\frac{\lambda}{2}$ — изменение высоты колес относительно вспомогательной плоскости $3a$
 вследствие поднятия ее при крутизне $\frac{i}{2}$;
 $\frac{\lambda^1}{2}$ — то же, но отнесенное к рессорам, т. е.

$$\lambda' = \frac{\lambda}{2s} \cdot 2y$$

(отношение $\frac{y}{s} = 1,33$ при внешних шейках и $0,75—0,77$ при внутренних).

Изменение нагрузок рессор обозначим через ΔP^1 . При одновременном повышении опоры на величину $\frac{\lambda'}{2}$ и опускании рамы на величину σ изменение нагрузок рессоры будет равно:

$$\Delta P^1 = \left(\sigma - \frac{\lambda'}{2} \right) ж. \quad (40)$$

При расстоянии m рассматриваемой оси от наиболее пониженной оси будем иметь:

$$\frac{\lambda}{2} = \pm \frac{mi}{2}$$

и

$$\frac{\lambda'}{2} = \pm \frac{mi}{2} \cdot \frac{y}{s}. \quad (41)$$

Момент, вызванный этим наклоном:

$$M = \frac{\lambda'}{2} ж 2y = \frac{mi ж y^2}{s}. \quad (42)$$

Аналогично найдем поперечный момент для других осей. Общий момент найдется равным:

$$M = \frac{i}{s} \sum t ж y^2. \quad (43)$$

Пусть под влиянием этого момента (фиг. 41) с поворотом наддрессорного строения одна сторона в плоскости рессор повышается на σ , а другая понижается на ту же величину. Тогда деформация рессор будет, как указывалось выше, $\sigma - \frac{\lambda'}{2}$. Последняя ось в поперечном направлении — сама по себе не имеет перекося; поэтому изменение нагрузок на ее рессоры вызывается исключительно деформацией рессор от наклона наддрессорного строения, равного σ . При жесткости рессор $ж_1$, $ж_2$ и $ж_3$ — соответственно для трех осей — изменения усилий в рессорах получатся равными:

$$ж_3 \sigma; \left(\sigma - \frac{\lambda'_2}{2} \right) ж_2$$

и

$$\left(\sigma - \frac{\lambda'_1}{2} \right) ж_1.$$

Приравнивая нулю сумму моментов от изменения нагрузок на рессоры трех осей, получим следующее уравнение:

$$\left(\sigma - \frac{\lambda'_1}{2} \right) ж_1 2y + \left(\sigma - \frac{\lambda'_2}{2} \right) ж_2 2y - ж_3 \sigma 2y = 0,$$

откуда

$$\sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda'_1 ж_1 + \lambda'_2 ж_2}{ж_1 + ж_2 + ж_3} = \frac{m ж_1 + n ж_2}{ж_1 + ж_2 + ж_3} \cdot \frac{iy}{2s}, \quad (44)$$

где n —расстояние средней оси до наиболее пониженной оси.

Действительное изменение нагрузок рессор оси I :

$$\Delta P_1' = \pm \left(\sigma - \frac{\lambda_1'}{2} \right) \kappa_1 = \left(\frac{m\kappa_1 + n\kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3} - m \right) \frac{yi}{2s} \kappa_1. \quad (45)$$

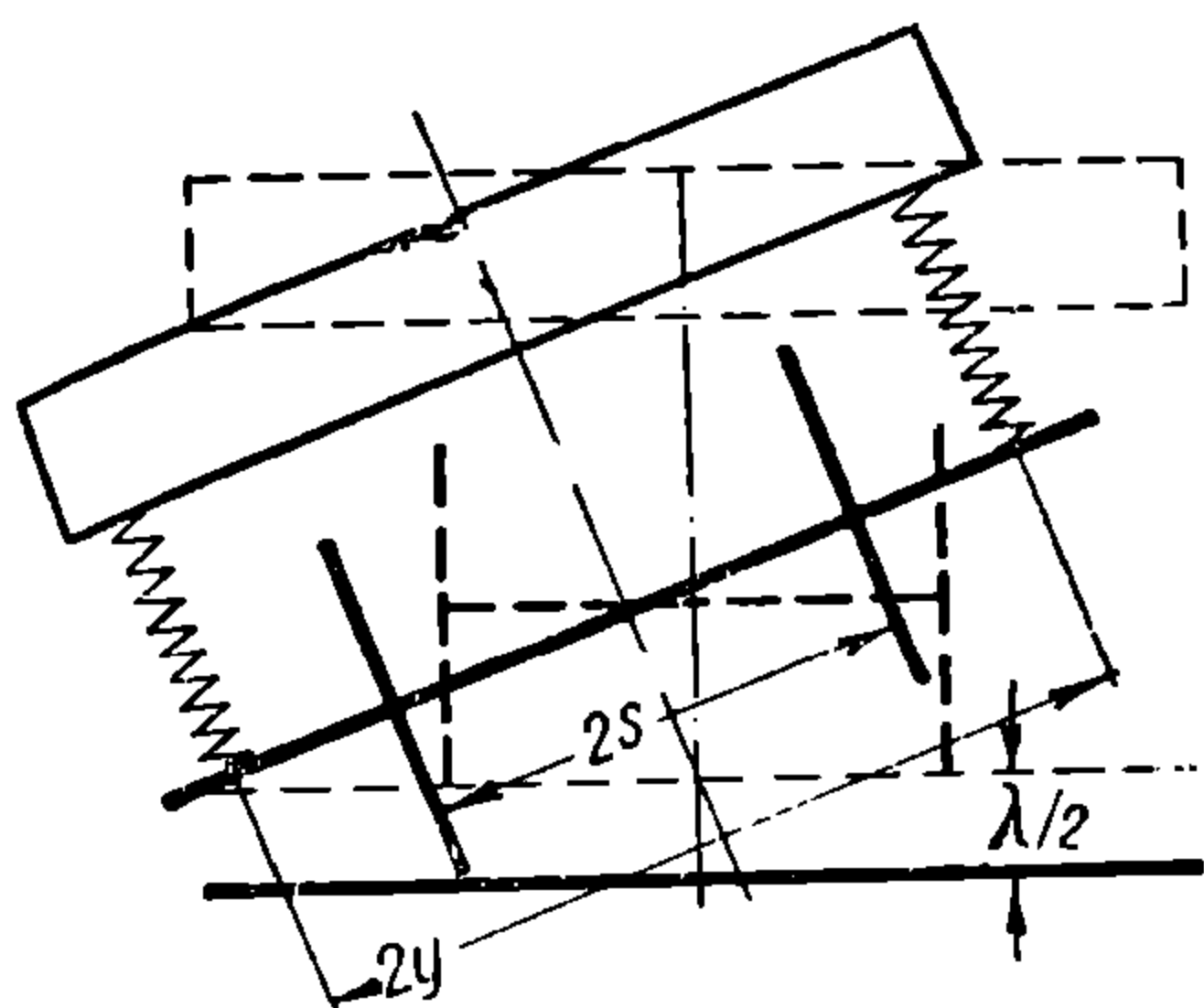
Обозначим изменение нагрузок на колеса одной и той же оси через $\pm \Delta P$; тогда, беря момент относительно опорной точки колеса, получающего разгрузку, получим уравнение:

$$\Delta P'(s+y) + \Delta P'(y-s) = \Delta P 2s,$$

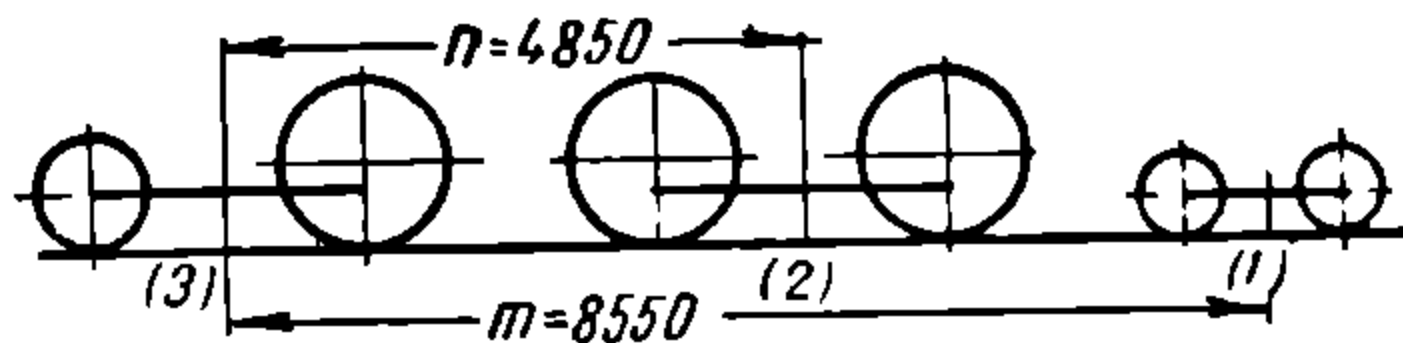
где $\Delta P'$ —изменение нагрузок рессор; изменение нагрузок на колеса будет равно $\Delta P = \pm \Delta P' \cdot \frac{y}{s}$. Отсюда видно, что чем шире расставлены рессоры (внешние шейки), тем более невыгодно будет перераспределение нагрузок колес в опорных точках при односторонних неровностях пути.

В качестве примера рассмотрим электровоз ходовой формулы 2С1 (см. фиг. 42), подвешенный в трех поперечных плоскостях (двухосная тележка дает

одну плоскость подвешивания, две сбалансированные оси III и IV —другую плоскость подвешивания и сбалансированные оси V и VI —третью плоскость подвешивания). Вместо сбалансированных рессор мы можем рассматривать фиктивные рессоры с жесткостью, равной жесткости заменяемых ею сбалан-



Фиг. 41.



Фиг. 42.

сированных рессор, и, таким образом, этот случай сведется к рассматриваемому выше случаю надрессорного строения, опирающегося на три рессоры.

Выясним влияние конструкции бегунковых тележек на изменение нагрузок на оси.

1) *Случай, когда у двухосной бегунковой тележки рессоры не связаны балансирами и нагрузка на тележку передается в двух боковых опорах в одной поперечной плоскости.* Такая тележка при поперечном наклоне надрессорного строения главного экипажа будет принимать такой же, как и у главного экипажа, поперечный наклон, если только зазор между буксами и вырезом рамы или струнки не окажется настолько малым, что букса упрется в раму или окажется приподнятой стрункой. В нормальных условиях тележечные оси в отношении поперечного наклона надрессорного строения будут вести себя так же, как если бы они были установлены в главных рамах. При определении σ вместо того, чтобы рассматривать отдельные оси, можно их объединить, как в случае продольного балансира, роль которого в данном случае играет рама тележки, имеющая возможность последней качаться около поперечной оси, проходящей через боковые опоры. Рассматривая среднюю плоскость двухосной бегунковой тележки, мы будем иметь для нее:

$$\frac{\lambda_1'}{2} = \pm m \frac{i}{2} \cdot \frac{y}{s}$$

и для первых двух сбалансированных движущих осей:

$$\frac{\lambda_2'}{2} = \pm n \frac{i}{2} \cdot \frac{y}{s}$$

и далее:

$$\sigma = \pm \frac{m\mathcal{M}_1 + n\mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3} \cdot \frac{i}{2} \cdot \frac{y}{s}.$$

Для передней оси бегунковой тележки будем иметь:

$$\frac{\lambda'_a}{2} = a \frac{i}{2} \cdot \frac{y}{s}, \text{ где } a \text{—расстояние передней бегунковой оси двухосной тележки}$$

до точки 3 (фиг. 42).

Таким образом, изменение нагрузки ее колес будет равно:

$$\Delta P_a = \pm \left(\frac{m\mathcal{M}_1 + n\mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3} - a \right) \cdot \mathcal{M}_a \frac{i}{2} \cdot \left(\frac{y}{s} \right)^2 \quad (46)$$

и для второй оси двухосной тележки:

$$\Delta P_b = \pm \left(\frac{m\mathcal{M}_1 + n\mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3} - b \right) \cdot \mathcal{M}_b \cdot \frac{i}{2} \left(\frac{y}{s} \right)^2, \text{ где } b \text{—расстояние второй бегун-}$$

ковой оси до точки (3).

Для электровоза 2С1, изображенного на фиг. 42, для $i = \frac{1}{100}$ получим:

$$\sigma = \pm \frac{8\,550 \cdot 250 + 4\,850 \cdot 200}{650} \cdot \frac{0,77}{200} = \pm 18,5 \text{ мм};$$

при $a = 9\,650 \text{ мм}$:

$$\frac{\lambda'_a}{2} = \pm 9\,650 \cdot \frac{0,77}{200} = \pm 37,1 \text{ мм}$$

изменение нагрузок рессор первой бегунковой оси двухосной тележки:

$$\Delta P'_a = \pm \left(\sigma - \frac{\lambda'_a}{2} \right) \mathcal{M}_a = \pm (18,5 - 37,1) \cdot 125 = \pm 2\,320 \text{ кг}$$

и изменение нагрузок на колеса будет равно:

$$\Delta P_a = \frac{y}{s} \Delta P'_a = 0,77 (\pm 2\,320) = \pm 1\,770 \text{ кг}.$$

2) *Случай, когда тележка снабжена равноплечными балансирами или нагрузка передается через две боковые продольные рессоры и концы этих рессор лежат на буксах соседних осей.* Нагрузка обеих осей будет оставаться одинаковой даже в том случае, когда только одно из колес стоит на неровности пути. Тогда будем иметь:

$$\Delta P_a = \Delta P_b = \pm \left(\frac{m\mathcal{M}_1 + n\mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3} - m \right) \mathcal{M}_a \frac{i}{2} \left(\frac{y}{s} \right)^2 \quad (47)$$

Здесь колеса устанавливаются на рельсах с тем же перекосом, что и в первом случае, и рама тележки под влиянием боковых опор занимает такое же перекошенное положение, как и основная рама. Но в то время, как в первом случае такая установка вызывала неодинаковое изменение нагрузок передних и задних колес бегунковой тележки, и возможность качания тележки около поперечной оси не в состоянии была выравнивать эти изменения нагрузок, так как на одной стороне тележки они стремились поворачивать тележку около поперечной оси в одном направлении, а на другой стороне в противоположном. В рассматриваемом случае балансиры, имея возможность перемещаться независимо друг от друга, выравнивают нагрузку колес.

3) *Тележка с центральной шаровой опорой (без продольных балансиров).* В этом случае передача поперечного момента со стороны главного экипажа на бегунковую тележку оказывается невозможной. Тележка работает как самостоятельный двухосный экипаж. Другими словами, если тележка оказывается на косой поверхности и если пренебрежем влиянием составляющей веса при поперечном наклоне тележки, то, очевидно, на изменение нагрузки рессор будет влиять относительное вертикальное смещение опор колес в пределах тележки. Пусть колеса тележки в вертикальной проекции занимают

положение, показанное на фиг. 43а; тогда, как бы поворачивая ж.-д. путь до тех пор, пока не совпадут по высоте колеса задней бегунковой оси, мы получим случай, изображенный на фиг. 43б.

Так как расстояние между бегунковыми осями равно $a - b$, где a и b — расстояния этих осей до последней оси, то опускание средней плоскости будет равно:

$$\frac{\lambda'_a}{2} = (a - b) \cdot \frac{i}{2} \cdot \frac{y}{s}. \quad (48)$$

Согласно ранее приведенной формуле перекося наддрессорного строения самой тележки σ_T равен:

$$\sigma_T = \frac{(a - b) \kappa_1}{\kappa_1 + \kappa_2} \cdot \frac{i}{2} \cdot \frac{y}{s} \quad (49)$$

или, при одинаковой жесткости рессор всех осей бегунковой тележки, т. е. при $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$:

$$\sigma_T = \frac{1}{2} (a - b) \cdot \frac{i}{2} \cdot \frac{y}{s} \quad (50)$$

Величина σ_T не зависит в этом случае от жесткости рессор.

Таким образом, изменение нагрузок колес первой бегунковой оси:

$$\Delta P_a = \left(\sigma_T - \frac{\lambda'_a}{2} \right) \kappa \frac{y}{s} = \pm \frac{i}{4} (a - b) \left(\frac{y}{s} \right)^2 \kappa$$

и второй бегунковой оси (вследствие перекося рамы тележки):

$$\Delta P_b = \pm \frac{i}{4} (a - b) \left(\frac{y}{s} \right)^2 \kappa.$$

4) *Случай, когда двухосная тележка снабжена центральной шаровой опорой и, кроме того, продольными балансирами.* При установке такой тележки на косом пути нагрузка по обе стороны будет одинакова вследствие влияния центральной опоры, но и нагрузка переднего и заднего колес выравнивается балансирами; фактически это не вызовет изменения нагрузок колес, а следовательно и не появится момента, который вернул бы тележку в среднее положение, т. е. здесь имеем безразличное равновесие наддрессорного строения самой тележки.

Необходимо отметить, что при передаче бокового усилия F бегунковыми колесами радиуса r_δ на высоте опоры h наддрессорному строению главного экипажа появляется момент, который увеличивает нагрузку рессор внешних колес на величину ΔP_δ равную

$$\Delta P_\delta = \frac{F(h - r_\delta)}{2y} \quad (51)$$

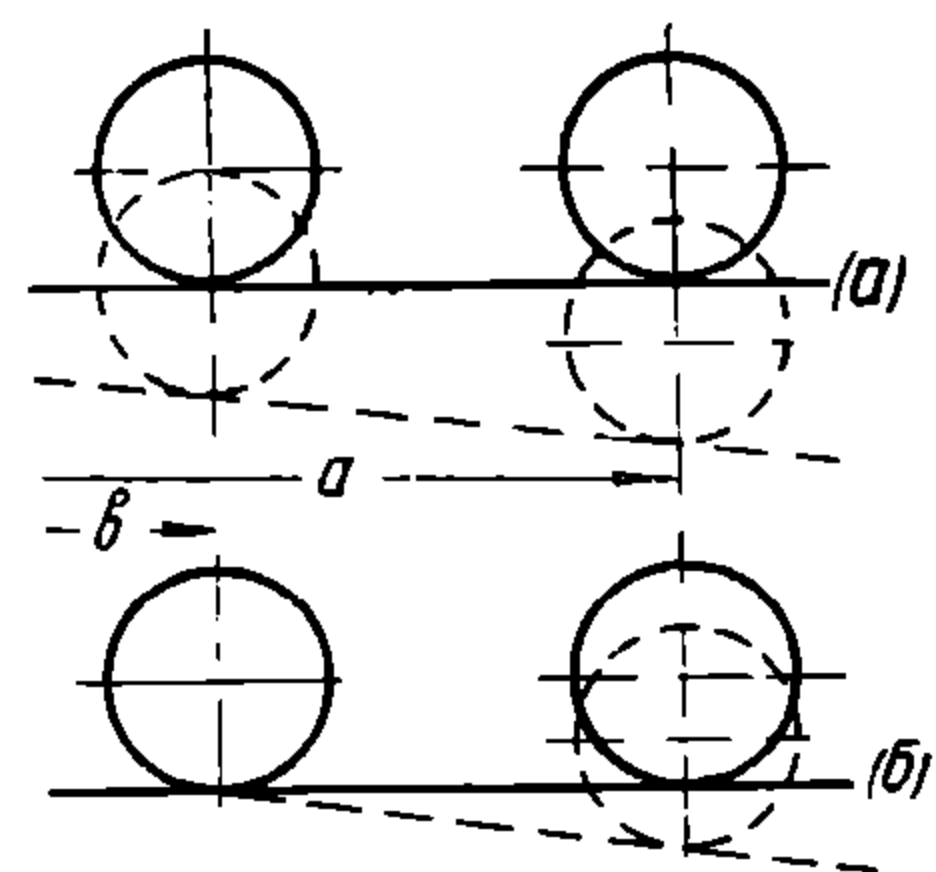
за счет такой же разгрузки рельса внутренними колесами. В большинстве случаев $h = r_\delta$; поэтому такое изменение нагрузок ничтожно. Кроме того, если центр движущих колес $r_{\delta\delta}$ выше h , то внешние движущие колеса получают увеличение нагрузки, равное:

$$\Delta P_{\delta\delta} = \frac{F(r_{\delta\delta} - h)}{2s}. \quad (52)$$

Для всех набегающих на внешний рельс осей изменение нагрузок ΔP на колеса вследствие передачи бокового усилия Y от рельса через колесо на раму на высоте буксы r равно:

$$\Delta P = \frac{Yr}{2s}. \quad (53)$$

5) *Случай плоской пяты.* При плоской пяте бегунковая тележка имеет тот же наклон, что и главная рама электровоза, до тех пор, пока момент,



Фиг. 43.

передаваемый на плоскую пяту, не превысит восстанавливающего момента плоской пяты, равного

$$M_n = \frac{Qd}{2},$$

где Q — нагрузка на пяту и d — диаметр ее.

Например, тележка рассмотренного выше электровоза 2С1, устанавливаясь на наклонном на одной стороне пути, при двух боковых опорах создает момент

$$M = 2y \left(\sigma - \frac{\lambda}{2} \right) ж_1. \tag{54}$$

При уклоне $i = 1/100$ этот момент достигает 4 150 кгм. Нагрузка на пяту у этого электровоза $Q = 20 т$. Таким образом, между бегунковой тележкой и главным экипажем будет сохраняться неизменное положение, если обе боковые опоры будут заменены плоской пятой диаметром не менее

$$\frac{2 \cdot 4\,150}{20\,000} = 0,415 м.$$

Само собой разумеется, что эта пятя будет создавать восстанавливающий момент и в поперечной плоскости.

Для сравнения условия прохождения одностороннего наклона пути различными, рассмотренными выше, типами бегунковых тележек на табл. 3 приведены изменения нагрузок колес электровоза 2С1 с различными бегунковыми тележками при возвышении рельса 1/100 и 1/400. При этом были приняты следующие жесткости рессор: у осей бегунковой двухосной тележки $ж = 125 кг/мм$, у остальных осей $ж = 100 кг/мм$.

Таблица 3
Изменение нагрузок бегунковой оси при различной конструкции двухосной тележки

Конструкция тележки	Боковые опоры				Центральная шаровая опора			
	оси не сбалансированы		имеются продольные балансиры		оси не сбалансированы		имеются продольные балансиры	
Наклон одностороннего возвышения . .	1/100	1/400	1/100	1/400	1/100	1/400	1/100	1/400
Изменение нагрузки переднего колеса .	1700	400	1390	350	410	100	} из-менений без из-менений	} из-менений без из-менений
То же в % от статической нагрузки	31	7,6	24	6	7	2		
Изменение нагрузки на заднее колесо .	980	245	1390	350	410	100		
То же в % от статической нагрузки .	15	4	24	6	7	2		
Наклон главной рамы $\varphi_{г.л}$ и рамы тележки φ_m по отношению к последней оси	1 : 31	1 : 124	1 : 31	1 : 124	{ $\varphi_{г.л} = 1 : 62$ $\varphi_T = 1 : 17,5$		1 : 62	1 : 248
Наклон передней бегунковой оси к раме тележки	1 : 31	1 : 124	1 : 31	1 : 124	1 : 135		1 : 135	1 : 640

Пусть локомотив перед кривой всеми своими колесами, за исключением переднего внешнего, стоит на плоскости, и следовательно все они имеют одинаковую нагрузку, кроме переднего внешнего, у которого изменение нагрузки

$$\Delta P = C ж_6 X, \tag{55}$$

где X — глубина просадки внешнего переднего колеса в мм, $ж_6$ — коэффициент жесткости рессор в кг/мм, а C — коэффициент, характеризующий подвеску в смысле сохранения осями их нагрузок. В этом уравнении только две величины (C и $ж_6$) может менять конструктор локомотива.

Изменение нагрузок зависит в большой мере от отношения $2y : 2s$ (где $2y$ — расстояние между рессорами одной и той же оси и $2s$ — расстояние между опорными точками колес), а также от отношения жесткости рессор $ж$

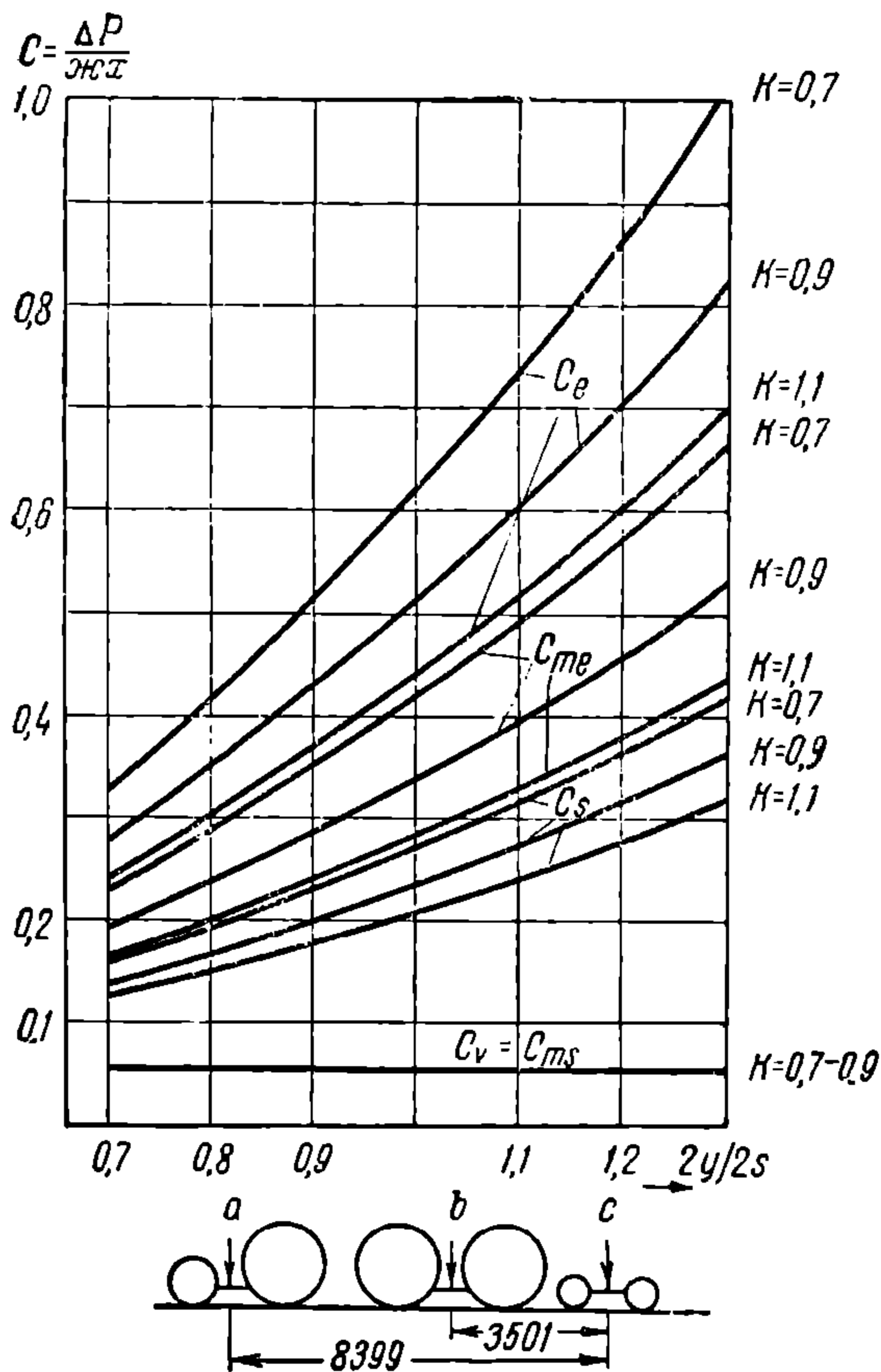
движущих осей и $ж_6$ — бегунковых, т. е. отношения $k = \frac{ж}{ж_6}$.

В качестве примера приведем данные изменения нагрузок электровоза 2С1, изображенного на фиг. 44; подвешивание его выполнено в трех попе-

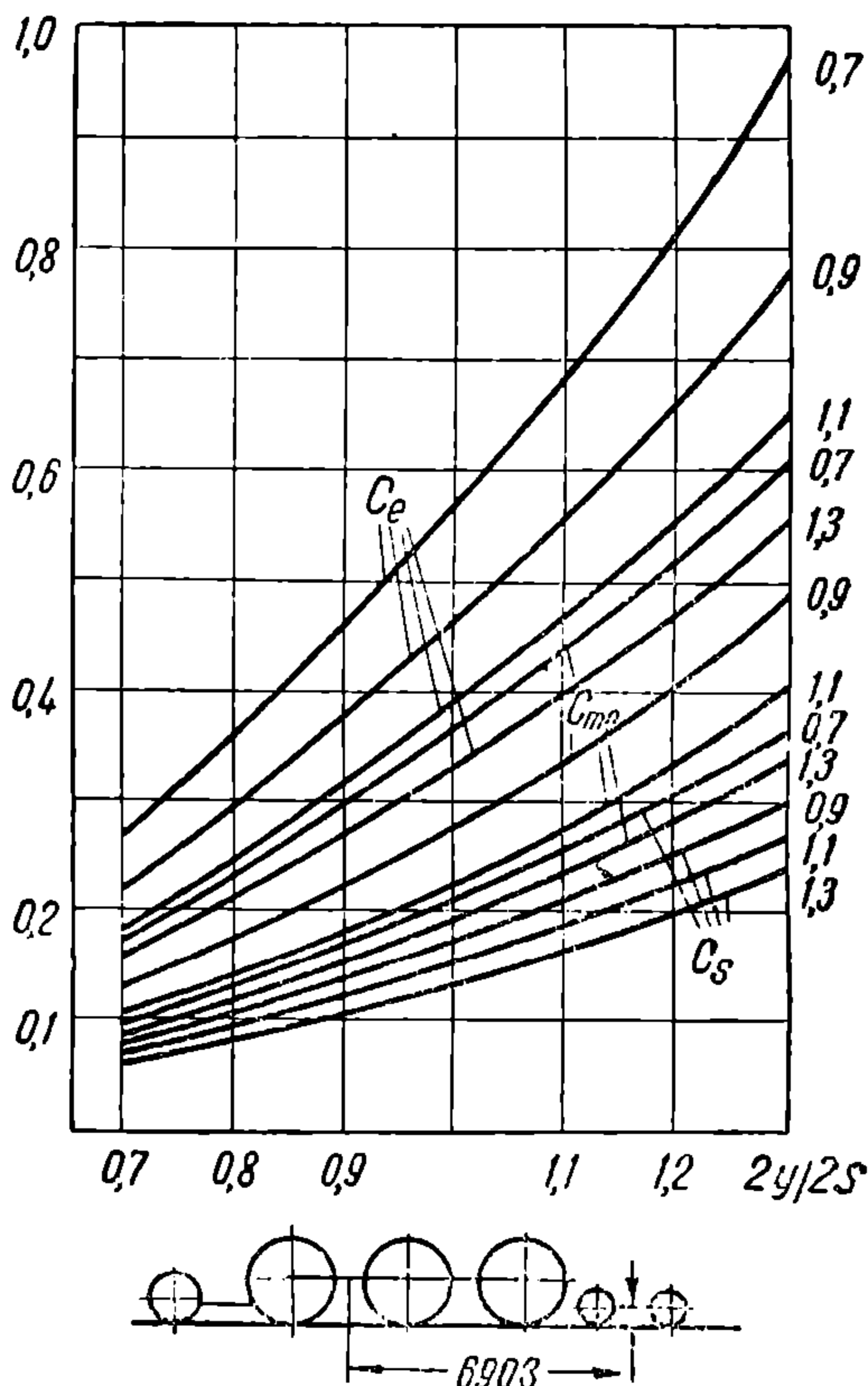
речных плоскостях a , b и c . Поскольку величина изменения нагрузок $\Delta P = C \Delta x$, достаточно будет изучить влияние способа подвешивания на коэффициент C .

Рассмотрим следующие типы подвески двухосной тележки, обозначая при этом коэффициент C для каждого типа соответствующим индексом:

- C_e — двухосная тележка с 4 независимыми рессорами и опорами в двух боковых точках,
- C_{me} — то же, но с центральной шаровой опорой,
- C_v — тележка с боковыми опорами и передним поперечным балансиrom,
- C_s — тележка с двумя боковыми опорами и по одной рессоре с каждой стороны,
- C_{ms} — то же, но с центральной шаровой опорой.



Фиг. 44.



Фиг. 45.

На фиг. 44 даны кривые C в зависимости от величины $\frac{2y}{2s}$ и k для всех поименованных конструкций опоры главной рамы на тележки локомотива при подвешивании в трех плоскостях a , b и c .

Из чертежа видно, что внешние рессоры, для которых $\frac{2y}{2s} > 1$, дают большие изменения нагрузок на ось. В отношении способа передачи усилий на бегунковую тележку центральные шаровые опоры предпочтительнее, чем опоры в двух боковых точках. Далее видно преимущество связывания балансирами рессор и в особенности поперечными.

На фиг. 45 показаны величины C для подвешивания в двух плоскостях — в 3 или 4 точках, каковые более выгодны, чем ранее рассмотренные. Кроме того в случае поперечных балансиров или шаровой опоры на крайних осях ника-

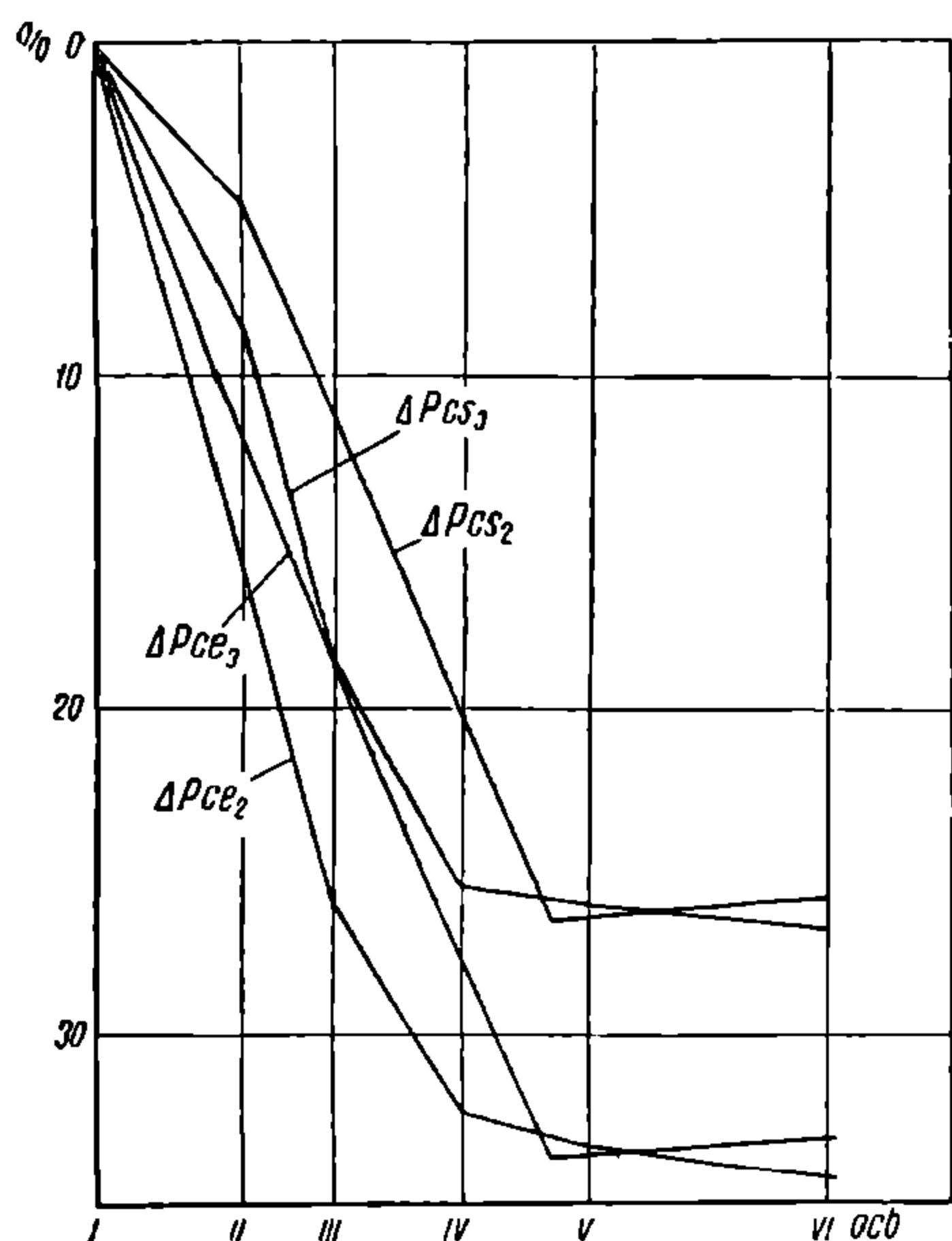
кой разгрузки осей быть не может; интересно отметить, что изменение нагрузок осей, вообще говоря, при подвешивании в 2 плоскостях не зависит от расстояния плоскостей по длине

На фиг. 46 показана разгрузка внешнего переднего колеса локомотива для рессорного подвешивания C_e и C_s при прохождении начала уклона в 1/100 первым и последовательно остальными колесами.

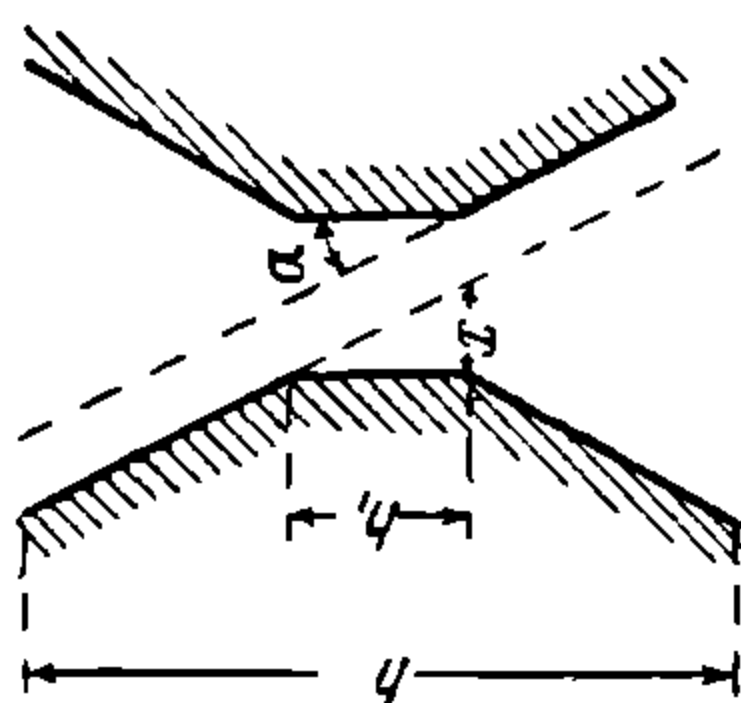
Таким образом, можно вывести следующее заключение. В случае резких переходов профиля пути и большой базы локомотива безусловное предпочтение следует отдать подвешиванию локомотива в 2 поперечных плоскостях, в 3 и 4 точках. Если по соображениям одинаково хорошего хода локомотива в обоих направлениях приходится применять подвешивание по ромбу, т. е. в трех поперечных плоскостях, то необходимо применять шаровую опору бегунковых тележек, если

это позволяет боковая устойчивость локомотива. При недостаточной боковой устойчивости локомотива, приходится применять двухосные бегунковые тележки с боковыми опорами; постановка в этом случае поперечного балансира у передней бегунковой оси позволяет получить достаточно постоянную нагрузку колес ее при односторонних неровностях пути, и в то же время боковые опоры привлекают вторую бегунковую ось к сообщению надрессорному строению боковой устойчивости.

Следует отметить, что для установки направляющих осей под углом в попе-



Фиг. 46.



Фиг. 47.

речном направлении необходимо устраивать буксовые направляющие с достаточной игрой (фиг. 47):

$$x = h_1 \operatorname{tg} \alpha. \quad (56)$$

Тогда ось может устанавливаться под углом α .

В Германии принято делать $\operatorname{tg} \alpha = 1/60 \div 1/55$ при $x = 2$ мм. Это позволяет колесу следовать по неровности пути в 25 мм при $x = 1$ мм и по неровности в 30 мм при $x = 2$ мм (в первом случае $\operatorname{tg} \alpha = 1/60$, во втором — $\operatorname{tg} \alpha = 1/50$).

На табл. 4 приведено рессорное подвешивание выполненных электровозов.

Можно отметить широко распространенное выравнивание нагрузок колес передних осей поперечным балансиrom или соответствующей конструкцией опор у бегунковых тележек на электровозах германских ж. д. Шведские ж. д. не применяют поперечного балансирования, так, например, у электровоза 1С1 (см. табл. 4) применены только продольные балансиры и следовательно подвешивание в четырех точках или двух поперечных плоскостях.

На электровозах 2С2 германских ж. д. (шатунная передача) нагрузка передается на каждую бегунковую тележку в одной поперечной плоскости (2 боковые опоры), и кроме того сбалансированные движущие оси образуют две точки подвешивания; таким образом, главная рама электровоза подвешена в шести точках. Рамы же двухосных бегунковых тележек подвешены каждая в трех точках, поскольку передняя бегунковая ось имеет поперечный балансиr.

Рессорное подвешивание различных выполненных электровозов

Ходовая формула	2 плоскости подвешивания		3 плоскости подвешивания		4 плоскости подвешивания	
	3 точки подвешивания	4 точки подвешивания	4 точки подвешивания	6 точек подвешивания	6 точек подвешивания	8 точек подвешивания
1C1	—	Швед. ж. д.	—	—	—	—
2C2	—	—	„Е332“ ит. ж. д.	1) Эл-воз „ПБ“ СССР 2) „Е326“ ит. ж. д. 3) „Е06“ герм. ж. д. 4) „Е3101“ южн.-фр. ж. д.	—	—
1D1	—	„Е165“ герм. ж. д.	1) „Е17“ герм. ж. д. 2) Эл-воз ж. д. Явы 3) Эл-воз исп. ж. д.	—	1) „Е16“ герм. ж. д. 2) „Е432“ ит. ж. д.	„Е431“ ит. ж. д.
2D1	1) „Е21“ герм. ж. д. 2) „Е215“ герм. ж. д. 3) „Е50“ герм. ж. д.	—	—	—	—	—
2D2	—	1) Серия „401 и 402“ фр. ж. д. (Р-О)	Серия „501 и 502“ фр. ж. д. (Р-О), подвешивание по ромбу	—	—	—
1B+B1	—	„Е18“ герм. ж. д.	—	—	—	—
2B+B2	—	—	—	—	—	„Е52“ герм. ж. д.
1C ₀ +C ₀ 1	—	Сев.-исп. ж. д.	—	—	—	—
2C ₀ +C ₀ 2	1) Серия „262АЕ“ фр. ж. д. (Р-О) 2) Серия „Е601“ фр. ж. д. (Р-О) 3) Сев.-исп. ж. д.	—	—	—	—	—
C ₀ +C ₀	1) Серия „Сс“ и „СК“ СССР (1 тележка имеет 3 точки, другая 2 точки подвешивания)	1) Серия „ВЛ“ 2) Сев.-исп. ж. д.	—	—	—	—

У электровозов 1D1 серий „Е16“, „Е17“ германских ж. д. и у электрова ж. д. Явы имеются тележки типа Краусса (бегунковая ось связана с первой движущей осью) и далее, в зависимости от продольного сбалансирования остальных движущих осей, получается подвешивание в четырех или шести точках. У электровоза „Е17“, снабженного по концам тележками Клейнова, все движущие оси сбалансированы между собой и дают две точки подвешивания. Кроме того надрессорное строение опирается на центральные шкворни бегунковых тележек. Таким образом, все подвешивание выполнено в четырех точках по ромбу. Аналогичное рессорное подвешивание применено и на электрова ж. д. Явы, имеющем по концам тележки Бухли.

У электровоза „Е16“ движущие оси сбалансированы попарно; таким образом, получилось подвешивание в шести точках (по одной точке на бегунковых тележках и четыре точки на движущих осях).

Электровоз „Е165“ германских ж. д. ходовой формулы 1D1 снабжен по концам тележками Бисселя, оси которых сбалансированы с соседними движу-

щими осями; таким образом, получилось подвешивание в четырех точках или двух плоскостях.

На электровозах 1D1 серии „Е432“ итальянских ж. д. применены тележки Цара с центральными опорами; две средние движущие оси не сбалансированы; получилось шесть точек подвешивания. У электровоза же серии „Е431“ итальянских ж. д. тележки Цара имеют по две боковых точки опоры, почему получилось всего восемь точек подвешивания.

На электровозах 2D1 германских ж. д. серий „Е21“ и „Е215“ имеется на одном конце двухосная тележка с двумя боковыми опорами и независимыми рессорами. Движущие оси сбалансированы между собой и при помощи продольного балансира связаны с тележкой Бисселя. Таким образом, получилась подвеска в трех точках и двух поперечных плоскостях.

На электровозах 2D2 серий 401 и 402 французских ж. д. Париж—Орлеан (Р—О) тележки сбалансированы с движущими осями, которые попарно сбалансированы между собой, почему и получилось четыре точки или две плоскости подвешивания.

У электровозов 1В + В1 серии „Е18“ германских ж. д. движущие тележки снабжены бегунковыми тележками Бисселя, связанными при помощи продольного балансира с ближайшей движущей осью; у другой движущей оси рессоры свободны; таким образом, каждая тележка подвешена в четырех точках и двух поперечных плоскостях.

На германских ж. д. большое распространение получила двухосная бегунковая тележка с боковыми опорами, у которой передняя ось имеет поперечный балансир. Такие тележки применены на электровозе 2В + В2 серии „Е52“ (с шатунным механизмом). Главные рамы опираются на бегунковые тележки на две боковых опоры, далее по две движущие оси сбалансированы продольными балансирами; таким образом, весь электровоз имеет восемь точек подвешивания или две поперечные плоскости у каждой движущей тележки.

Электровозы $C_0 + C_0$, работающие в СССР, имеют различное рессорное подвешивание, а именно: 1) в четырех точках на каждой тележке или двух поперечных плоскостях: крайние движущие оси сбалансированы между собой, внутренняя ось свободна — электровоз „ВЛ“; 2) в двух точках на каждой тележке: все движущие оси каждой тележки сбалансированы между собой — электровоз „Си“ (ВВС, Италия), и 3) одна тележка имеет две точки подвешивания в одной поперечной плоскости (все оси ее сбалансированы), другая — три точки подвешивания или две поперечные плоскости подвешивания: две крайние движущие оси сбалансированы продольным балансиром, внутренняя ось имеет поперечный балансир (электровозы „Сс“ и „СК“).

У электровозов $C_0 + C_0$ Северо-испанских ж. д. кузов опирается на так называемый люлечный брус у каждой движущей тележки. Сама же тележка имеет четыре точки подвешивания, расположенные в двух поперечных плоскостях (сбалансированы внутренние движущие оси).

Электровозы $2C_0 + C_0$ Северо-испанских ж. д. имеют бегунковые двухосные тележки с шаровой центральной опорой и независимыми рессорами. Движущие оси каждой движущей тележки по три сбалансированы между собой; таким образом, каждая движущая тележка имеет три точки подвешивания.

Поскольку наддресорное строение упруго опирается на скаты, при появлении внешних усилий, вызывающих хотя бы временное изменение нагрузок рессор, оно подвергается колебаниям. Мы рассмотрим эти колебания независимо от причин, их вызывающих.

Различают продольное и поперечное колебания наддресорного строения, совершающиеся соответственно около поперечной или продольной оси электроваза, и наконец вертикальное колебание (подпрыгивание).

§ 8. Продольное колебание электроваза

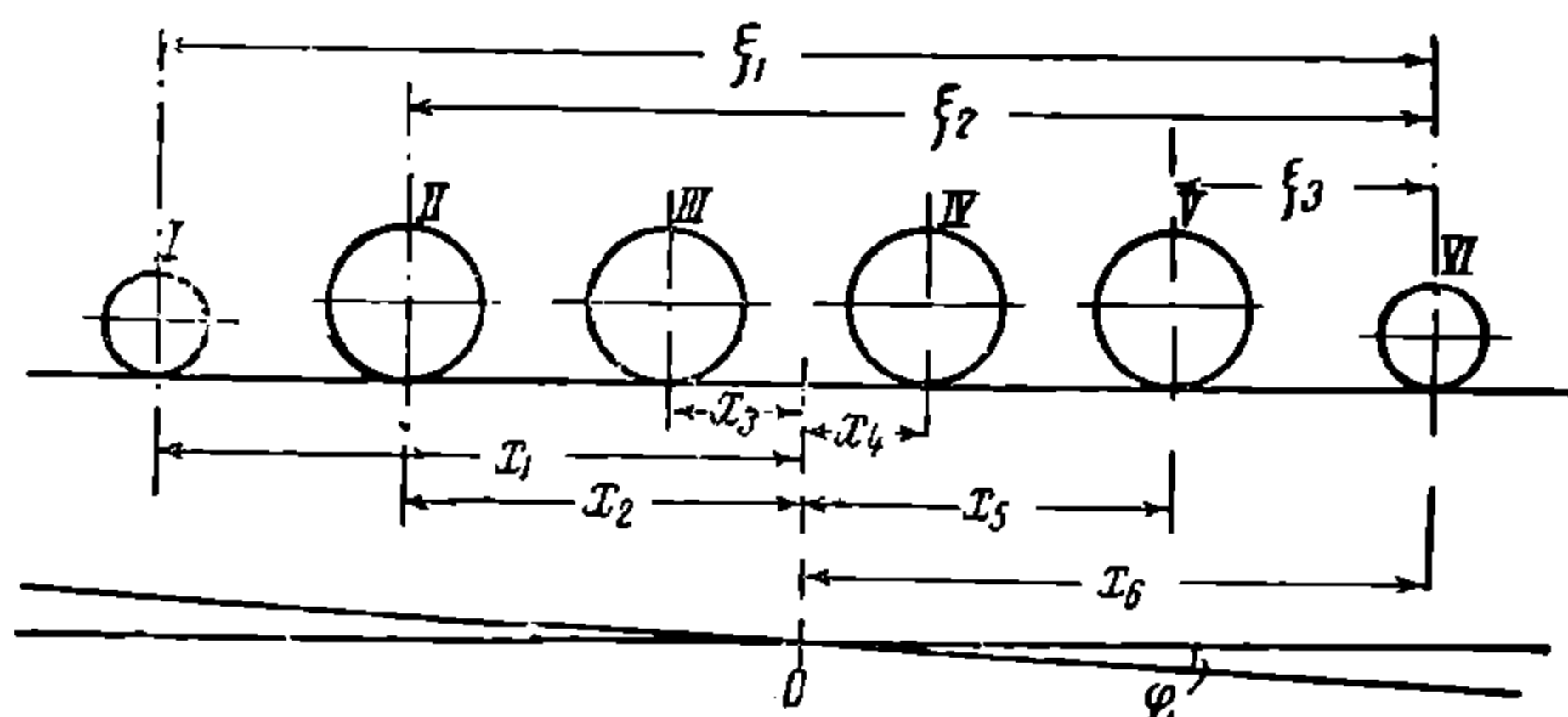
Возьмем электроваз произвольной ходовой формулы, например 1D1 (фиг. 48).

Центр продольного колебания наддресорного строения определяется из условия, что сумма вертикальных сил, вызванных изменением усилий рессор вследствие продольного колебания, равна нулю. Другими словами, если примем центр колебания в точке O , расстояние которой до осей обозначим через x_1, x_2, x_3 и т. д., то при любом угле φ наклона наддресорного строения будем иметь:

$$\varphi x_1 \mathcal{M}_1 + \varphi x_2 \mathcal{M}_2 + \varphi x_3 \mathcal{M}_3 - \varphi x_4 \mathcal{M}_4 - \varphi x_5 \mathcal{M}_5 - \varphi x_6 \mathcal{M}_6 = 0$$

или

$$\sum \mathcal{M}_i x_i = 0, \quad (57)$$



Фиг. 48.

где $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ и т. д. — жесткости рессор, каковые мы принимаем пока не сбалансированными.

Уравнение (57) показывает, что центр продольного колебания может быть найден как точка приложения равнодействующей вертикальных сил, расположенных над осями, величина которых равна жесткости соответствующих рессор.

Исходя из этого, можно рекомендовать следующий, наиболее простой, способ определения центра продольного колебания наддресорного строения. Обозначим расстояние отдельных осей до какой-нибудь крайней точки, например до крайней оси, через ξ_1, ξ_2, ξ_3 и т. д.; тогда расстояние ξ_0 центра продольного колебания до той же оси найдется равным:

$$\xi_0 = \frac{\mathcal{M}_1 \xi_1 + \mathcal{M}_2 \xi_2 + \mathcal{M}_3 \xi_3 + \dots}{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3 + \dots} = \frac{\sum \mathcal{M}_i \xi_i}{\sum \mathcal{M}_i}. \quad (58)$$

Сравнивая полученную формулу с формулой (30), мы видим, что центр продольного колебания совпадает с центром рессорного подвешивания.

Для частного случая, когда n рессор всех осей имеет одинаковую жесткость

$$\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_2 = \mathcal{K}_3 = \dots = \mathcal{K}_n = \mathcal{K},$$

имеем:

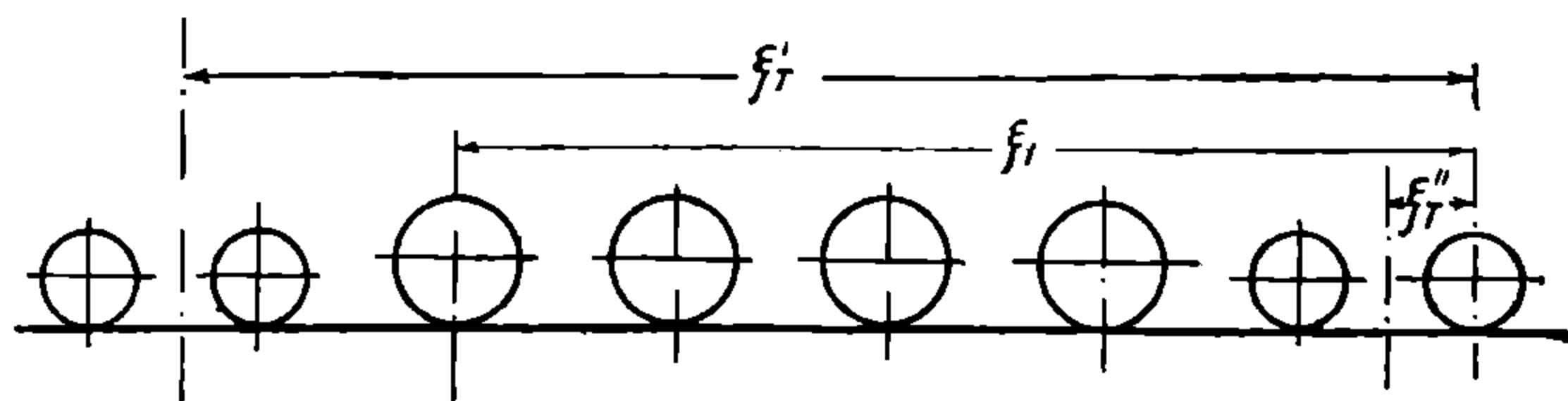
$$\xi_0 = \frac{\sum \xi_i}{n} \quad (59)$$

Если имеем электровоз с двухосными бегунковыми тележками (фиг. 49), то, обозначая жесткости фиктивной рессоры передней и задней тележек (т. е. заменяющей все рессоры данной тележки) через \mathcal{K}'_T и \mathcal{K}''_T и соответственно расстояние их до крайней оси ξ'_T и ξ''_T , получим:

$$\xi_0 = \frac{\sum \mathcal{K}_i \xi_i + \mathcal{K}'_T \xi'_T + \mathcal{K}''_T \xi''_T}{\sum \mathcal{K}_i + \mathcal{K}'_T + \mathcal{K}''_T}. \quad (60)$$

В том случае, когда часть рессор сопряжена балансирами, реакции этих рессор при опускании надрессорного строения будут всегда проходить через

одну и ту же точку — фиктивную точку подвешивания, заменяющую систему сбалансированных рессор и находящуюся в точке приложения равнодействующей зарессоренных нагрузок колес сбалансированных осей;



Фиг. 49.

приложив в этой точке фиктивную рессору с жесткостью, равной \mathcal{K}' , и обозначив расстояние этой фиктивной рессоры до какой-либо оси через ξ' , мы расстояние центра продольного колебания ξ_0 до той же оси найдем равным:

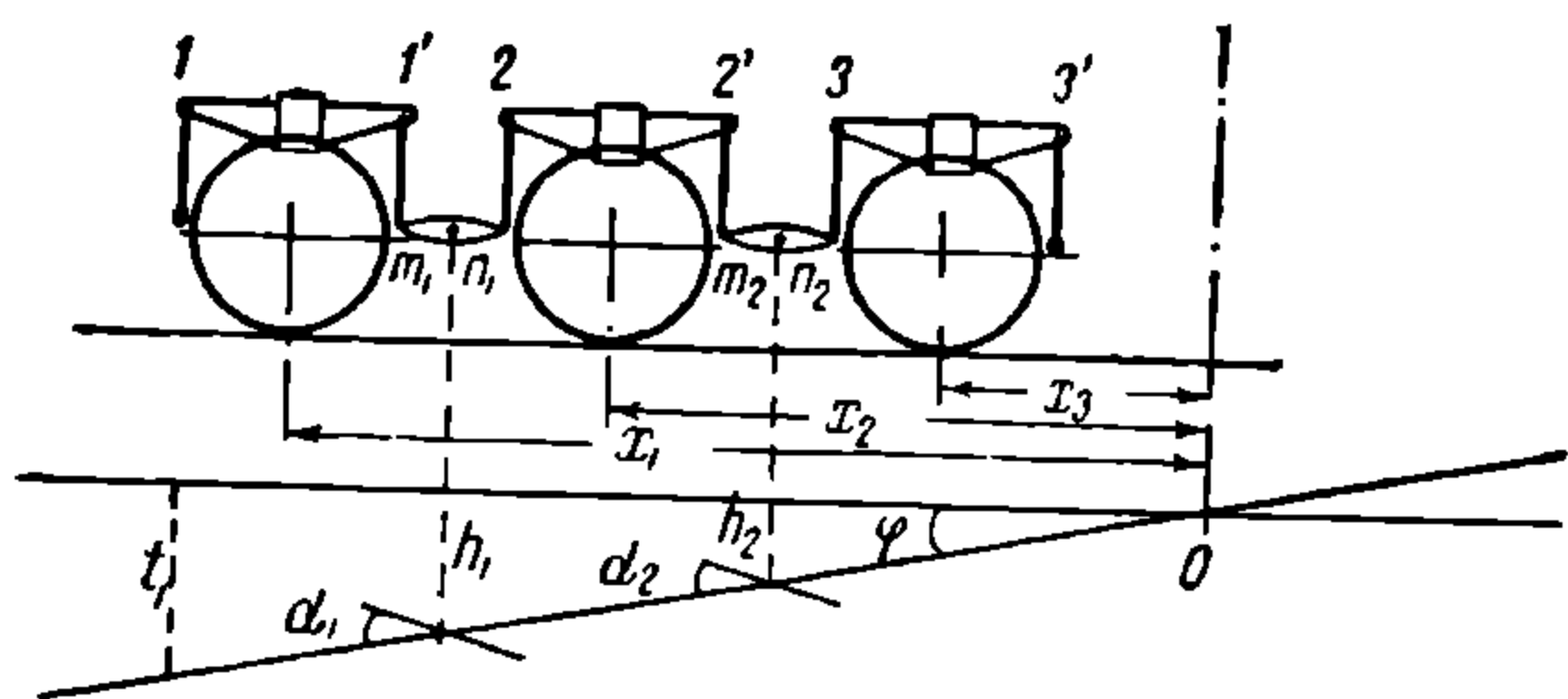
$$\xi_0 = \frac{\sum \mathcal{K}_i \xi_i + \mathcal{K}' \xi'}{\sum \mathcal{K}_i + \mathcal{K}'} \quad (61)$$

Рассмотрим подробнее влияние сопряжения рессор балансирами на расположение центра продольного колебания. Обозначим (фиг. 50) угол поворота надрессорного строения через φ и расстояние осей до центра колебания через x_1, x_2, x_3 , плечи балансиров — через m_1, n_1 и m_2, n_2 . Тогда изменение усилий рессор 1, 2 и 3 вследствие наклона надрессорного строения будет обратно пропорционально прилежащим плечам балансиров:

$$\Delta P_1 : \Delta P_2 = n_1 : m_1$$

и

$$\Delta P_2 : \Delta P_3 = n_2 : m_2.$$



Фиг. 50.

Валики балансиров опустятся на величину:

$$h_1 = \left(x_1 - \frac{l_1}{2} - m_1 \right) \varphi = \left(x_2 + \frac{l_2}{2} + n_1 \right) \varphi$$

и

$$h_2 = \left(x_2 - \frac{l_2}{2} - m_2 \right) \varphi = \left(x_3 + \frac{l_3}{2} + n_2 \right) \varphi,$$

где l_1, l_2 и l_3 — длины рессор.

Обозначим углы наклона балансиров к продольной наклоненной оси электровоза через α_1 и α_2 ; тогда конец 1 рессоры первой оси опустится на величину:

$$t_1 = \left(x_1 + \frac{l_1}{2} \right) \varphi,$$

а конец 1' на величину:

$$t_1' = h_1 - (a_1 - \varphi) m_1 = \left(x_1 - \frac{l_1}{2} - m_1 \right) \varphi - m_1 (a_1 - \varphi).$$

Следовательно прогиб рессоры первой оси будет равен:

$$f_1 = \frac{t_1 + t_1'}{2} = \frac{1}{2} \left[\left(x_1 + \frac{l_1}{2} \right) \varphi + \left(x_1 - \frac{l_1}{2} - m_1 \right) \varphi - m_1 (a_1 - \varphi) \right] = x_1 \varphi - \frac{m_1 a_1}{2}. \quad (62)$$

Для второй оси получим опускание конца 2 второй рессоры:

$$t_2 = h_1 + n_1 (a_1 - \varphi) = \left(x_2 + \frac{l_2}{2} + n_1 \right) \varphi + n_1 (a_1 - \varphi)$$

и конца 2' той же рессоры:

$$t_2' = h_2 - m_2 (a_2 - \varphi) = \left(x_2 - \frac{l_2}{2} - m_2 \right) \varphi - m_2 (a_2 - \varphi).$$

Прогиб второй рессоры найдем равным:

$$f_2 = \frac{t_2 + t_2'}{2} = \frac{1}{2} \left[\left(x_2 + \frac{l_2}{2} + n_1 \right) \varphi + n_1 (a_1 - \varphi) + \left(x_2 - \frac{l_2}{2} - m_2 \right) \varphi - m_2 (a_2 - \varphi) \right] = x_2 \varphi + \frac{n_1 a_1 - m_2 a_2}{2} \quad (63)$$

Для третьей оси имеем:

$$t_3 = \left(x_3 + \frac{l_3}{2} + m_2 \right) \varphi + m_2 (a_2 - \varphi)$$

и

$$t_3' = \left(x_3 - \frac{l_3}{2} \right) \varphi,$$

откуда прогиб третьей рессоры:

$$f_3 = \frac{t_3 + t_3'}{2} = x_3 \varphi + \frac{n_2 a_2}{2}. \quad (64)$$

Обозначим жесткости трех рессор соответственно: \mathcal{K}_1 , \mathcal{K}_2 и \mathcal{K}_3 . Тогда изменения нагрузок рессор будут: $\mathcal{K}_1 f_1$, $\mathcal{K}_2 f_2$, $\mathcal{K}_3 f_3$.

Изменения нагрузок рессор будут обратно пропорциональны плечам балансиров. Действительно, если статическая нагрузка рессор $P_1 P_2 P_3$, то мы имеем:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1}{m_1} \text{ и } \frac{P_2}{P_3} = \frac{n_2}{m_2}.$$

Когда наддресорное строение займет наклонное положение, нагрузка рессор изменится, но их отношения останутся те же благодаря наличию балансиров, т. е.

$$\frac{P_1 + f_1 \mathcal{K}_1}{P_2 + f_2 \mathcal{K}_2} = \frac{n_1}{m_1} \text{ и } \frac{P_2 + f_2 \mathcal{K}_2}{P_3 + f_3 \mathcal{K}_3} = \frac{n_2}{m_2}$$

или: $P_1 m_1 + f_1 \mathcal{K}_1 m_1 = P_2 n_1 + f_2 \mathcal{K}_2 n_1$;

и далее $m_2 P_2 + f_2 \mathcal{K}_2 m_2 = P_3 n_2 + f_3 \mathcal{K}_3 n_2$.

Но так как $P_1 m_1 = P_2 n_1$ и $P_2 m_2 = P_3 n_2$,

мы можем написать:

$$\text{и } \left. \begin{aligned} \frac{\mathcal{K}_1 f_1}{\mathcal{K}_2 f_2} &= \frac{n_1}{m_1} \\ \frac{\mathcal{K}_2 f_2}{\mathcal{K}_3 f_3} &= \frac{n_2}{m_2} \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

или, подставив величины f_1 , f_2 и f_3 , получим:

$$\left(x_1\varphi - \frac{m_1 a_1}{2}\right) \mathcal{K}_1 m_1 = \left(x_2\varphi + \frac{n_1 a_1 - m_2 a_2}{2}\right) \mathcal{K}_2 n_1$$

и

$$\left(x_3\varphi + \frac{n_2 a_2}{2}\right) \mathcal{K}_3 n_2 = \left(x_2\varphi + \frac{n_1 a_1 - m_2 a_2}{2}\right) \mathcal{K}_2 m_2.$$

Если жесткости рессор пропорциональны их нагрузкам

$$\frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_2} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1}{m_1} \quad \text{и} \quad \frac{\mathcal{K}_2}{\mathcal{K}_3} = \frac{P_2}{P_3} = \frac{n_2}{m_2},$$

то из уравнения (65) следует:

$$f_1 = f_2 = f_3.$$

Приравнивая значения f_1 , f_2 и f_3 из уравнений (62, 63, 64), получим:

$$x_1\varphi - \frac{m_1 a_1}{2} = x_2\varphi + \frac{n_1 a_1}{2} - \frac{m_2 a_2}{2},$$

$$x_3\varphi + \frac{n_2 a_2}{2} = x_2\varphi + \frac{n_1 a_1}{2} - \frac{m_2 a_2}{2}$$

или

$$(x_1 - x_2)\varphi - (m_1 + n_1)\frac{a_1}{2} + m_2\frac{a_2}{2} = 0$$

и

$$(x_2 - x_3)\varphi - (n_2 + m_2)\frac{a_2}{2} + n_1\frac{a_1}{2} = 0.$$

Из обоих уравнений находим:

$$a_1 = 2\varphi \frac{x_1 m_2 - x_3 m_2 - x_2 n_2 + x_1 n_2}{m_1 m_2 + m_1 n_2 + n_1 n_2}; \quad (66)$$

$$a_2 = 2\varphi \frac{x_2 m_1 - x_3 m_1 - x_3 n_1 + x_4 n_1}{m_1 m_2 + m_1 n_2 + n_1 n_2}, \quad (67)$$

откуда находим:

$$f_1 = f_2 = f_3 = x_1\varphi - \frac{m_1 a_1}{2} = \varphi \frac{x_1 n_1 n_2 + x_3 m_1 m_2 + x_2 m_1 n_2}{m_1 m_2 + m_1 n_2 + n_1 n_2}. \quad (68)$$

Изменения нагрузок рессор будут равны:

$$\Delta P_1 = f_1 \mathcal{K}_1 = \varphi \frac{x_1 n_1 n_2 + x_3 m_1 m_2 + x_2 m_1 n_2}{m_1 m_2 + m_1 n_2 + n_1 n_2} \mathcal{K}_1,$$

$$\Delta P_2 = f_2 \mathcal{K}_2 = \varphi \frac{x_1 n_1 n_2 + x_3 m_1 m_2 + x_2 m_1 n_2}{m_1 m_2 + m_1 n_2 + n_1 n_2} \mathcal{K}_2.$$

Общее изменение нагрузок трех сбалансированных осей:

$$\Sigma \Delta P = \varphi \cdot \frac{x_1 n_1 n_2 + x_3 m_1 m_2 + x_2 m_1 n_2}{m_1 m_2 + m_1 n_2 + n_1 n_2} \cdot (\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_3). \quad (69)$$

Если мы сохраним ту же жесткость рессор, т. е.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_2} &= \frac{n_1}{m_1} \\ \frac{\mathcal{K}_2}{\mathcal{K}_3} &= \frac{n_2}{m_2} \end{aligned} \right\},$$

но рессоры не будут соединены балансирами, то изменения нагрузок на те же три рессоры найдутся равными:

$$\Delta P_1' = \mathcal{K}_1 x_1 \varphi;$$

$$\Delta P_2' = x_2 \mathcal{K}_2 \varphi$$

и

$$\Delta P_3' = \mathcal{K}_3 x_3 \varphi,$$

а сумма их

$$\Sigma \Delta P' = (x_1 \mathcal{K}_1 + x_2 \mathcal{K}_2 + x_3 \mathcal{K}_3) \varphi.$$

Умножая и деля правую часть последнего уравнения на $(\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_3)$, получим:

$$\Sigma \Delta P' = \frac{x_1 \mathcal{K}_1 + x_2 \mathcal{K}_2 + x_3 \mathcal{K}_3}{\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_3} (\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_3). \quad (70)$$

Подставляя далее в это уравнение

$$\mathcal{K}_2 = \mathcal{K}_1 \frac{m_1}{n_1}$$

и

$$\mathcal{K}_3 = \mathcal{K}_2 \frac{m_2}{n_2} = \mathcal{K}_1 \frac{m_1 m_2}{n_1 n_2},$$

получим:

$$\Sigma \Delta P' = \varphi \cdot \frac{x_1 n_1 n_2 + x_3 m_1 m_2 + x_2 m_1 n_2}{m_1 m_2 + m_1 n_2 + n_1 n_2} \cdot (\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_3).$$

Это выражение при сравнении с уравнением (69) показывает, что если жесткость рессор выбрана пропорционально нагрузкам их, то центр продольных колебаний не меняет своего положения при сбалансировании осей.

Однако если жесткости рессор не пропорциональны нагрузкам осей, то положение центра продольных колебаний будет зависеть от способа сбалансирования осей. Проверим это на численном примере. Пусть сначала имеем три оси, жесткости рессор которых пропорциональны их нагрузкам, т. е. пусть (фиг. 50):

$$\begin{aligned} x_1 &= 5,8 \text{ м}; \quad x_2 = 4 \text{ м}; \quad x_3 = 2 \text{ м}; \quad m_1 = 45 \text{ см}; \quad n_1 = 40 \text{ см}; \quad m_2 = 50 \text{ см}; \\ n_2 &= 45 \text{ см}; \quad \mathcal{K}_1 = 160 \text{ кг/мм}; \quad \mathcal{K}_2 = 180 \text{ кг/мм}; \quad \mathcal{K}_3 = 200 \text{ кг/мм}. \end{aligned}$$

Тогда

$$f_1 = x_1 \varphi - \frac{m_1}{2} a_1 = 5,8 \varphi - 0,225 a_1,$$

$$f_2 = x_2 \varphi + \frac{n_1 a_1 - m_2 a_2}{2} = 4 \varphi + 0,2 a_1 - 0,25 a_2,$$

$$f_3 = x_3 \varphi + \frac{n_2 a_2}{2} = 2 \varphi + 0,225 a_2.$$

Если жесткость рессор выбрана пропорционально нагрузкам их, т. е. обратно пропорционально плечам балансиров

$$\mathcal{K}_1 : \mathcal{K}_2 = n_1 : m_1 \quad \text{и} \quad \mathcal{K}_2 : \mathcal{K}_3 = n_2 : m_2, \quad \text{то:}$$

$$f_1 = f_2 = f_3.$$

Следовательно:

$$4 \varphi + 0,2 a_1 - 0,25 a_2 = 2 \varphi + 0,225 a_2$$

и

$$5,8 \varphi - 0,225 a_1 = 4 \varphi + 0,2 a_1 - 0,25 a_2$$

или:

$$2 \varphi + 0,2 a_1 - 0,425 a_2 = 0$$

и

$$1,8 \varphi - 0,425 a_1 + 0,25 a_2 = 0,$$

откуда:

$$a_1 = \frac{0,542 \varphi}{0,6075},$$

$$f_1 = f_2 = f_3 = 5,8 \varphi - \frac{0,225 \cdot 0,542}{0,6075} \varphi = 3,79 \varphi$$

и изменение нагрузок трех рессор будет равно:

$$\Sigma \Delta P = 3,79 \varphi (\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_3) = 3,79 \varphi (160 + 180 + 200) = 2048 \varphi.$$

Если бы оси не были сбалансированы, то сумма изменений нагрузок тех же трех рессор была бы также равна:

$$\Sigma \Delta P' = (ж_1 x_1 + ж_2 x_2 + ж_3 x_3) \varphi = (160 \cdot 5,8 + 180 \cdot 4 + 200 \cdot 2) \varphi = 2048 \varphi.$$

Пусть теперь жесткость рессор не пропорциональна нагрузкам их, т. е. примем $ж_1 = 200 \text{ кг/мм}$; $ж_2 = 180 \text{ кг/мм}$ и $ж_3 = 160 \text{ кг/мм}$, так что суммарная жесткость рессор осталась та же; тогда при несбалансированных рессорах мы имели бы:

$$\Sigma \Delta P' = (200 \cdot 5,8 + 180 \cdot 4 + 160 \cdot 2) \varphi = 2200 \varphi.$$

Если эти рессоры сбалансировать, то изменение нагрузок их легко определится по изменениям прогибов рессор, а именно:

$$f_1 = x_1 \varphi - \frac{m_1 \alpha_1}{2} = 5,8 \varphi - 0,225 \alpha_1;$$

$$f_2 = 4 \varphi + 0,2 \alpha_1 - 0,25 \alpha_2$$

и

$$f_3 = 2 \varphi + 0,225 \alpha_2.$$

Так как изменение нагрузок рессор обратно пропорционально плечам балансиров, то:

$$\frac{(5,8 \varphi - 0,225 \alpha_1) \cdot 200}{(4 \varphi + 0,2 \alpha_1 - 0,25 \alpha_2) \cdot 180} = \frac{40}{45}$$

и

$$\frac{(4 \varphi + 0,2 \alpha_1 - 0,25 \alpha_2) \cdot 180}{(2 \varphi + 0,225 \alpha_2) \cdot 160} = \frac{45}{50}$$

или

$$13 \varphi - 1,9 \alpha_1 + \alpha_2 = 0$$

и

$$12 \varphi + \alpha_1 - 2,15 \alpha_2 = 0,$$

откуда находим:

$$\alpha_1 = 12,93 \varphi \quad \text{и} \quad \alpha_2 = 11,60 \varphi.$$

Изменение нагрузок осей найдется равным:

$$\Delta P_1 = ж_1 f_1 = 200 (5,8 \varphi - 0,225 \alpha_1) = 200 (5,8 \varphi - 0,225 \cdot 12,93 \varphi) = 578,2 \varphi,$$

$$\begin{aligned} \Delta P_2 &= ж_2 f_2 = 180 (4 \varphi + 0,2 \alpha_1 - 0,25 \alpha_2) = \\ &= 180 (4 \varphi + 0,2 \cdot 12,93 \varphi - 0,25 \cdot 11,60 \varphi) = 663,5 \varphi \end{aligned}$$

и

$$\Delta P_3 = ж_3 f_3 = 160 (2 \varphi + 0,225 \alpha_2) = 160 (2 \varphi + 0,225 \cdot 11,60 \varphi) = 737,6 \varphi.$$

Сумма изменений нагрузок:

$$\Sigma \Delta P = (578,2 + 663,5 + 737,6) \varphi = 1979,3 \varphi.$$

т. е. разница с $\Sigma \Delta P'$ составляет около 10%.

Высота h расположения центра продольного колебания наддрессорного строения относительно линии центров движущих колес обычно определяется из условия, что горизонтальные усилия, вызванные наклоном наддрессорного строения, дадут в сумме нуль. При этом не принимается во внимание возможность перекатывания колес, а также считают, что горизонтальные усилия, появляющиеся при продольном колебании, пропорциональны нагрузкам на оси или жесткости их рессор (см. Herdner „Recherches sur les fonctionnement des organes de la suspension dans locomotives“).

Пусть имеем электровоз ходовой формулы 1С1 (на фиг. 51 изображены только две крайние оси), при чем центры бегунковых осей располагаются ниже линии центров движущих осей.

Пусть центр продольного колебания располагается над бегунковыми осями на высоте h'' и под движущими осями на расстоянии h' . При наклоне наддрессорного строения на угол φ горизонтальный сдвиг рессор найдется равным:

$$\delta_i = r_i \varphi \sin \alpha_i;$$

но так как

$$\sin \alpha_i = \frac{h'}{r_i}$$

то

$$\delta_i = r_i \varphi \frac{h'}{r_i} = \varphi h'.$$

Считая, что горизонтальные усилия рессор будут пропорциональны их нагрузкам или коэффициентам жесткости, каковые мы примем для различных осей равными $\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2$ и т. д., уравнение горизонтальных сил напомним в виде:

$$-\mathcal{K}_1 h'' \varphi + \mathcal{K}_2 h' \varphi + \mathcal{K}_3 h' \varphi + \mathcal{K}_4 h' \varphi - \mathcal{K}_5 h'' \varphi = 0,$$

откуда находим:

$$\frac{h'}{h''} = \frac{\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_5}{\mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_3 + \mathcal{K}_4}$$

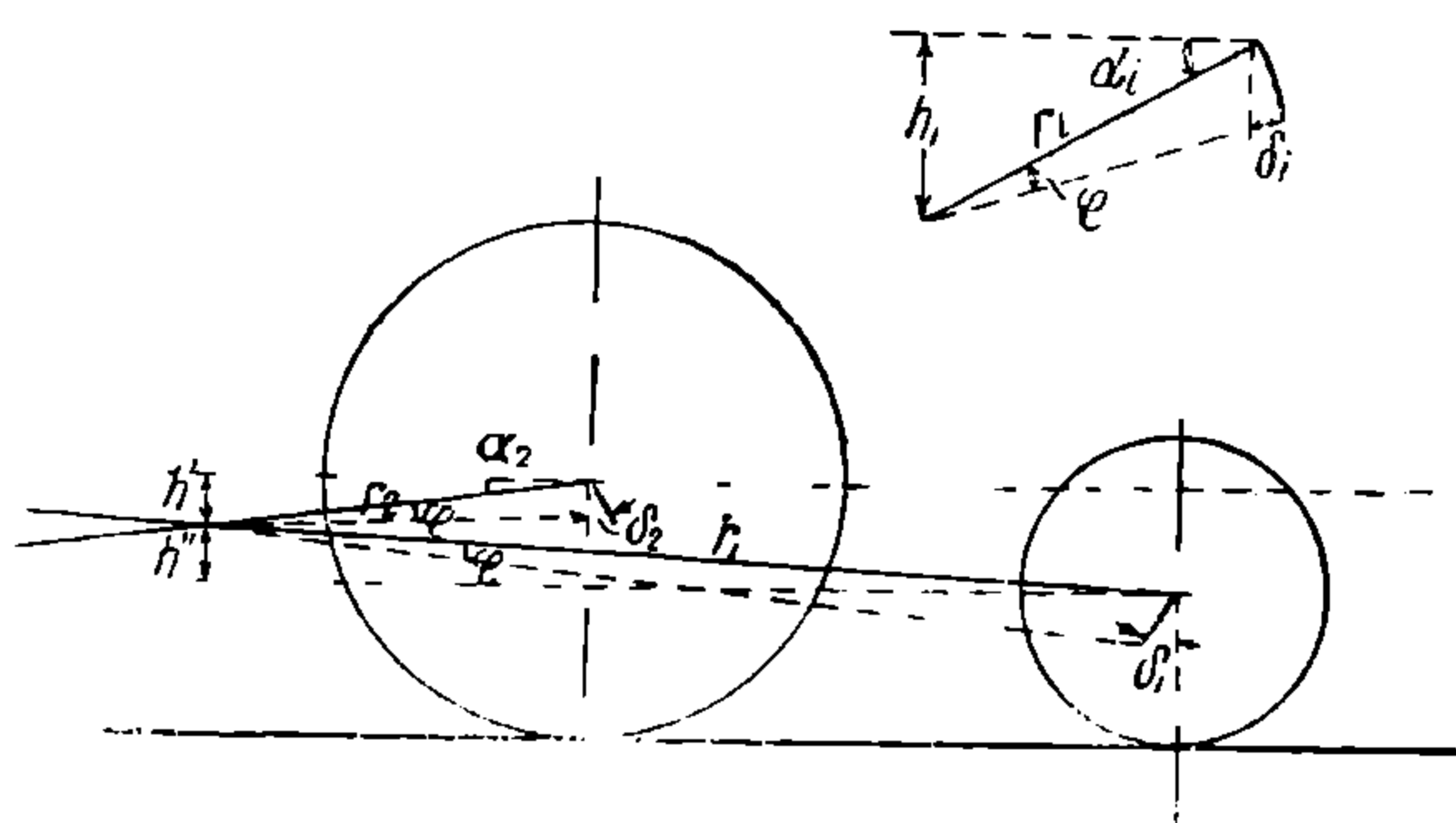
или в общем виде:

$$\frac{h'}{h''} = \frac{\Sigma \mathcal{K}_\delta}{\Sigma \mathcal{K}_{\delta\theta}}, \quad (71)$$

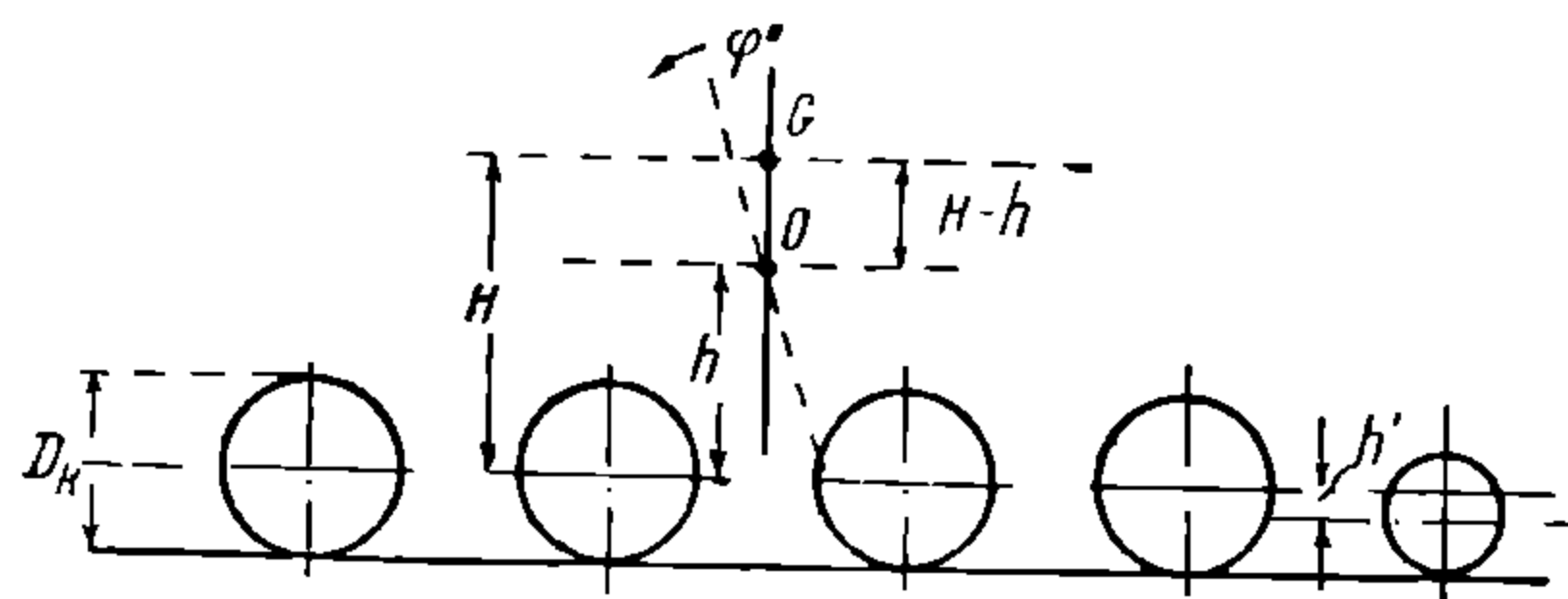
где \mathcal{K}_δ — жесткость рессор бегунковых и $\mathcal{K}_{\delta\theta}$ — жесткость движущих осей.

Эта формула показывает, что центр продольного колебания наддрессорного строения находится по высоте между рессорами движущих и бегунковых осей.

При этом выводе предполагается, что колеса электровоза при его продольном колебании остаются неподвижными; в действительности однако



Фиг. 51.



Фиг. 52.

колеса при продольных колебаниях перекатываются, и если мы обозначим момент инерции от вращающихся масс осей (с учетом связанных с ними через зубчатую передачу якорей моторов) через I_κ , то горизонтальное усилие, которое необходимо приложить к ободу колеса для перекатывания оси, найдется равным:

$$X_1 = \frac{I_\kappa \omega'}{\frac{D_\kappa}{2}} = \frac{I_\kappa}{\left(\frac{D_\kappa}{2}\right)^2} \cdot x'', \quad (72)$$

где ω' — ускорение вращения, равное $\frac{x''}{\frac{D_\kappa}{2}}$; D_κ — диаметр колес; x'' — горизон-

тальное ускорение средней линии колеса.

Если мы предположим, что колебание наддрессорного строения происходит около поперечной оси O (фиг. 52), где h — высота центра колебаний над средней линией полуската, а ускорение вращательного движения φ'' , то горизонтальное ускорение $x'' = h\varphi''$, и тогда уравнение (72) примет вид:

$$X_1 = 4 \frac{I_\kappa}{D_\kappa^2} h \varphi''.$$

Одновременно, вследствие горизонтального ускорения x'' незарессоренных масс отдельных колес с массой M_κ , проявляется инерционное усилие:

$$X_2 = M_\kappa x'' = M_\kappa h \varphi''. \quad (73)$$

С другой стороны, при продольном колебании наддрессорного строения, центр тяжести G которого располагается на высоте $H - h$ от центра колебания O , инерционное усилие наддрессорного строения будет равно:

$$X_3 = M_3(H - h)\varphi'',$$

где M_3 — масса наддрессорного строения электровоза. Центр колебания найдется из условия, что сумма горизонтальных сил, приложенных к наддрессорному строению и вызванных инерцией осей, а также инерцией массы наддрессорного строения, должна быть равна нулю. Другими словами

$$\sum X_1 + \sum X_2 + X_3 = 0$$

или

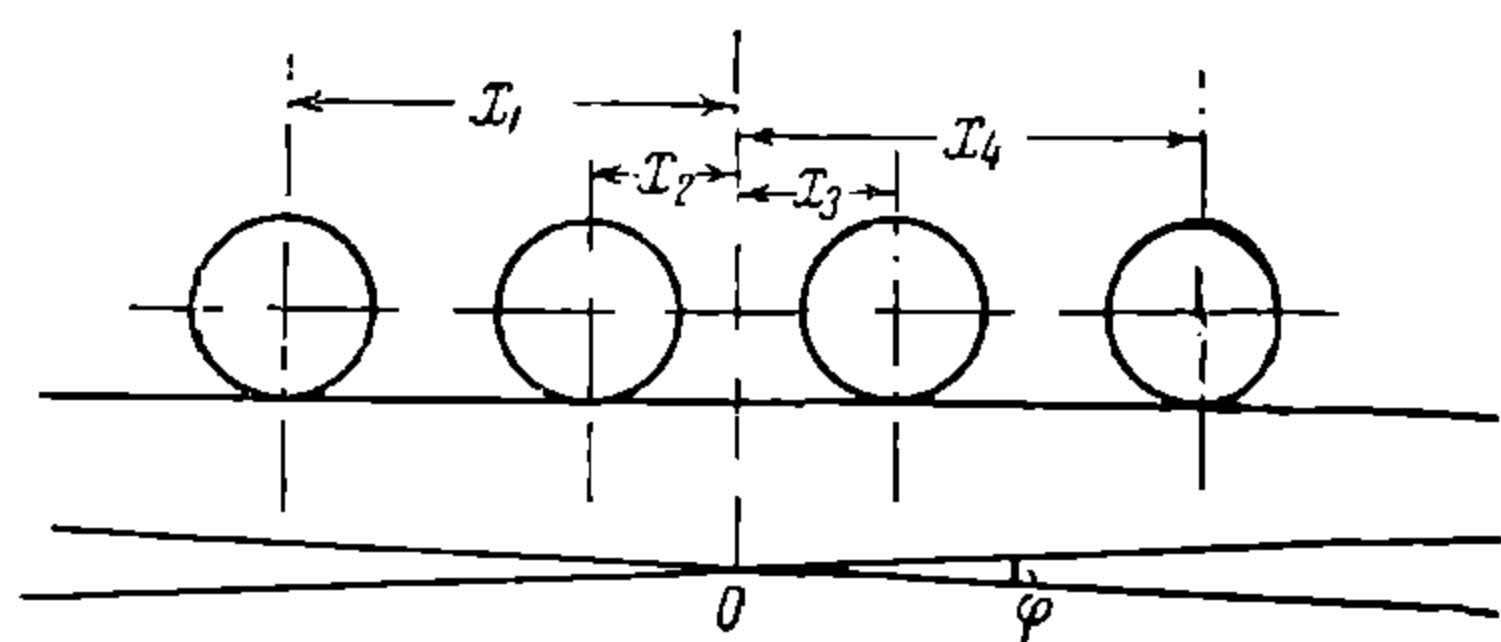
$$\sum \frac{4I_k}{D_k^2} h \varphi'' + \sum M_k h \varphi - M_3(H - h)\varphi'' = 0. \quad (74)$$

Здесь знак суммы Σ распространяется на все оси. После сокращения на φ'' мы получим уравнение для определения высоты центра продольного колебания в следующем виде:

$$4 \sum \frac{I_k h}{D_k} + \sum M_k h - M_3(H - h) = 0. \quad (75)$$

Само собой разумеется, если мы имеем движущие и бегунковые оси с различным диаметром колес, то в уравнение (75) следует подставлять для бегунковых осей величины их диаметров D_k и соответствующие им величины h_k — расстояния средней линии бегунковой оси до центра качания, равное $h + h'$, где h' — расстояние между центрами движущих и бегунковых осей.

Предположим теперь, что имеем четырехосный электровоз с несбалансированными рессорами, и пусть центр продольного колебания будет O на расстоянии x_1, x_2, x_3, x_4 от осей (фиг. 53).



Фиг. 53.

Когда наддрессорное строение наклоняется под углом φ , тогда прогибы рессор будут соответственно равны:

$$x_1\varphi; \quad x_2\varphi; \quad x_3\varphi; \dots x_n\varphi.$$

Обозначая жесткость рессор через $ж_1, ж_2, ж_3, \dots ж_n$, найдем дополнительные усилия в рессорах:

$$ж_1 x_1 \varphi; \quad ж_2 x_2 \varphi; \quad ж_3 x_3 \varphi; \quad ж_n x_n \varphi,$$

при чем знаки этих усилий будут различны для рессор, расположенных по одну и другую сторону от центра колебаний.

Момент этих дополнительных усилий рессор с обеих сторон электровоза, стремящийся вернуть наддрессорное строение электровоза в среднее положение, будет равен:

$$M = 2 ж_1 x_1^2 \varphi + 2 ж_2 x_2^2 \varphi + 2 ж_3 x_3^2 \varphi + \dots + 2 ж_n x_n^2 \varphi = 2\varphi \sum ж x^2. \quad (76)$$

Для упрощения вывода мы пренебрегали перекачиванием колес при продольном колебании наддрессорного строения и принимали, что центр колебания совпадает со средней линией оси.

Этот момент каждое мгновение будет равен I_x — моменту инерции наддрессорного строения электровоза относительно поперечной оси, проходящей через точку O , умноженному на угловое ускорение колебания, и моменту, образуемому весом наддрессорного строения относительно точки O .

Угловое ускорение продольного колебания

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt},$$

где $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ есть угловая скорость продольного колебания электровоза.

Если обозначим вес наддрессорного строения через G , высоту его центра тяжести над центром колебания через H , то, на основании сказанного, имеем:

$$M = 2\varphi \sum \kappa x^2 = -I_x \frac{d^2\varphi}{dt^2} + GH \sin \varphi \quad (77)$$

(так как с увеличением φ скорость $\frac{d\omega}{dt}$ уменьшается, то $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ взято со знаком минус).

Заменяя:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\varphi},$$

а также заменяя по малости угла $\sin \varphi$ через дугу φ , получим:

$$[-GH + 2\sum \kappa x^2] \varphi d\varphi = -I\omega d\omega. \quad (78)$$

Проинтегрировав это уравнение в пределах от φ_{max} до $\varphi = 0$, т. е. от крайнего отклоненного положения до среднего, соответствующих значениям ω от нуля до ω_{max} , получим:

$$I_x \frac{\omega_{max}^2}{2} = [2\sum \kappa x^2 - GH] \frac{\varphi_{max}^2}{2}. \quad (79)$$

Если уравнение (78) проинтегрируем для значения углов от φ_{max} до φ' (соответственно для ω от 0 до некоторого значения ω'), т. е. рассматривая колебание наддрессорного строения электровоза от крайнего отклоненного положения до некоторого промежуточного, получим:

$$I_x \frac{\omega'^2}{2} = [2\sum \kappa x^2 - GH] \frac{\varphi_{max}^2 - \varphi'^2}{2} \quad (80)$$

или

$$\omega' = \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{2\sum \kappa x^2 - GH}{I_x}} \sqrt{\varphi_{max}^2 - \varphi'^2}$$

и

$$dt = \frac{1}{\sqrt{\frac{2\sum \kappa x^2 - GH}{I_x}}} \cdot \frac{d\varphi}{\sqrt{\varphi_{max}^2 - \varphi'^2}},$$

откуда получаем:

$$t = \frac{1}{\sqrt{\frac{2\sum \kappa x^2 - GH}{I_x}}} \arcsin \varphi/\varphi_{max} + C.$$

Если при $t = 0$, примем $\varphi = 0$, то $C = 0$.

Время колебания электровоза от крайнего до среднего положения найдем равным:

$$T'' = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{I_x}{2\sum \kappa x^2 - GH}}. \quad (81)$$

Время продольного колебания от одного крайнего положения до другого будет:

$$T' = 2T'' = \pi \sqrt{\frac{I_x}{2\sum \kappa x^2 - GH}}$$

и время полного колебания

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_x}{2\sum jx^2 - GH}}. \quad (82)$$

Отсюда мы заключаем, что увеличение $\sum jx^2$ важно в смысле уменьшения времени продольного колебания. Если неровности пути, вызывающие продольные колебания, повторяются через достаточно большие промежутки времени, то при малых значениях T можно ожидать, что колебания будут затухать раньше, чем начнутся новые. В этом заключается большое преимущество электровозов, у которых $\sum jx^2$ имеет большую величину.

Формула (82) показывает однако, что период колебания будет тем больше, чем выше располагается центр тяжести, так как тем больше будет величина I_x (числитель под знаком радикала), поскольку она выражается в зависимости от момента инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести, т. е. I_o , следующим образом:

$$I_x = I_o + \frac{G}{g} \cdot H^2. \quad (83)$$

Кроме того с увеличением H уменьшается знаменатель под знаком радикала; однако, как мы впоследствии увидим, понижать центр тяжести наддрессорного строения не следует, из-за соображения плавного входа в кривые.

В уравнении (79) в левой части мы имели живую силу продольного колебания наддрессорного строения при ω_{max} , т. е. при прохождении продольной оси наддрессорного строения электровоза через среднее положение. Эта энергия вызывает больший или меньший угол (или амплитуду) колебания φ_{mez} в зависимости от величины выражения $\sum jx^2$, которое назовем характеристикой электровоза в отношении его устойчивости против продольного колебания. Таким образом, устойчивость в отношении продольных колебаний будет тем больше, чем больше будет расстояние осей друг от друга (чем больше будет значение x).

Не трудно видеть, что увеличивать указанную устойчивость электровоза путем увеличения значения j (коэффициента рессор) нерационально, ибо перегруз осей при продольном колебании пропорционален jx . Поэтому лучше увеличивать значение x , так как при этом мы, увеличивая перегруз пропорционально первой степени x , будем иметь увеличение устойчивости пропорционально второй степени x .

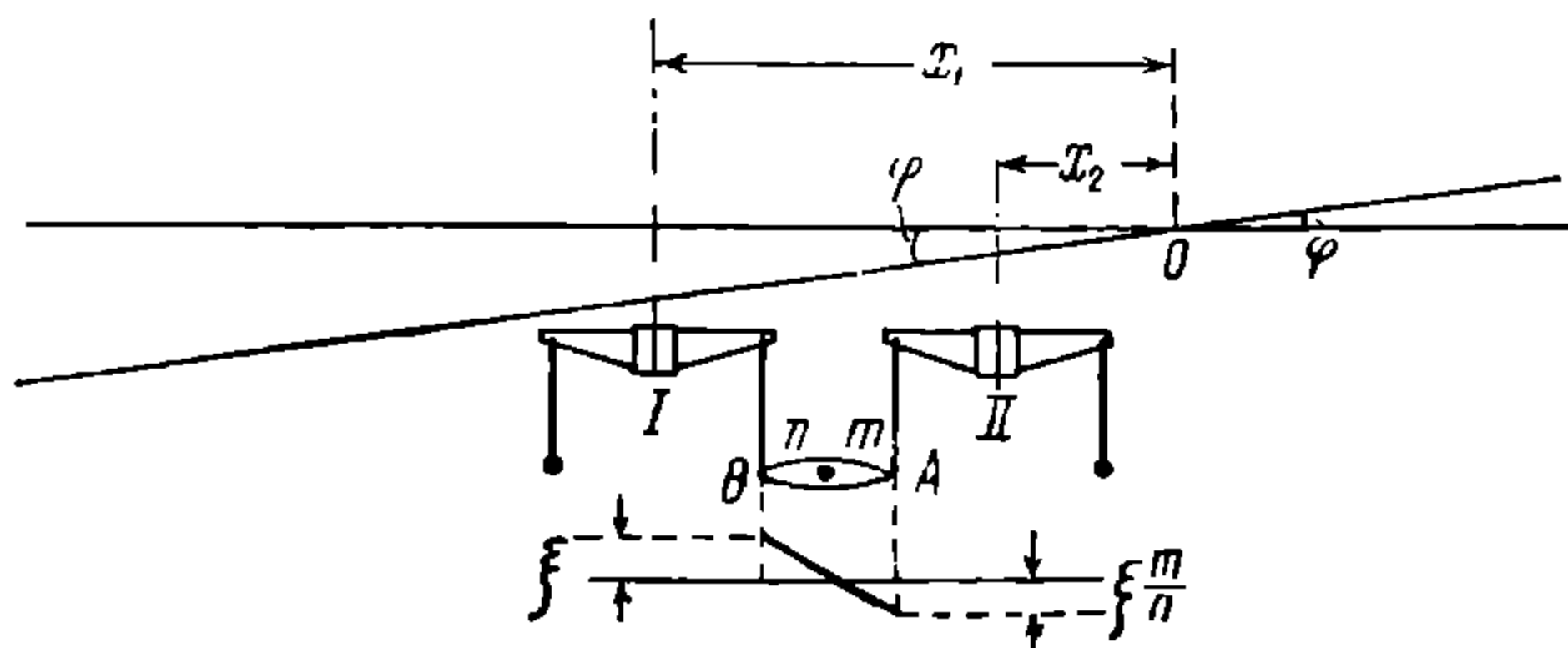
Правда, надо помнить, что живая сила продольного колебания наддрессорного строения $I \frac{\omega_{max}^2}{2}$ должна быть поглощена работой рессор; последняя может быть выражена в виде $\sum \frac{jx^2}{2}$, как работа изгибающих напряжений (трение листов не принимаем во внимание); другими словами, эта работа не зависит от того, каким образом получается величина $x\varphi$ (дополнительный прогиб рессоры),—вследствие ли большого угла наклона наддрессорного строения электровоза и при малом расстоянии осей от центра тяжести электровоза или же при больших значениях x и малом угле поворота наддрессорного строения электровоза.

Однако для получения большей устойчивости электровоза и уменьшения продолжительности продольных колебаний необходимо увеличивать член $\sum jx^2$ путем увеличения x , а не за счет увеличения жесткости рессор, дабы не вызывать больших перегрузок осей.

§ 9. Влияние балансиров на устойчивость электровоза в отношении продольных колебаний

Исследуем, каким образом влияет на величину $\sum jx^2$, а следовательно и на продольное колебание наддрессорного строения электровоза, характер рессорного подвешивания его.

Пусть у многоосного экипажа две крайние оси сбалансированы при помощи балансира (фиг. 54) и пусть продольная ось наддрессорного строения электровоза наклонилась на угол φ . Если бы рассматриваемые оси I и II не были связаны балансирами, то они, находясь на расстоянии x_1 и x_2 от точки вращения O наддрессорного строения электровоза, получили бы дополнительную нагрузку $\varphi x_1 \mathcal{M}_1$ и $\varphi x_2 \mathcal{M}_2$, и соответственно в выражении $\sum \mathcal{M} x^2$, характеризующем устойчивость электровоза в отношении продольной качки, обе рассматриваемые оси оказались бы в виде слагаемых $\mathcal{M}_1 x_1^2$ и $\mathcal{M}_2 x_2^2$. Благодаря же тому, что обе оси связаны балансирами, при наклоне наддрессорного строения конец B балансира поднимется на величину ξ и соответственно рессора I поднимется на величину $\frac{\xi}{2}$, уменьшив, таким образом, на эту величину свой прогиб. Если отношение плеч балансира $n:m$, то конец A балансира опустится на величину $\xi \frac{m}{n}$ и прогиб рессоры II увеличится на $\frac{\xi m}{2n}$.



Фиг. 54.

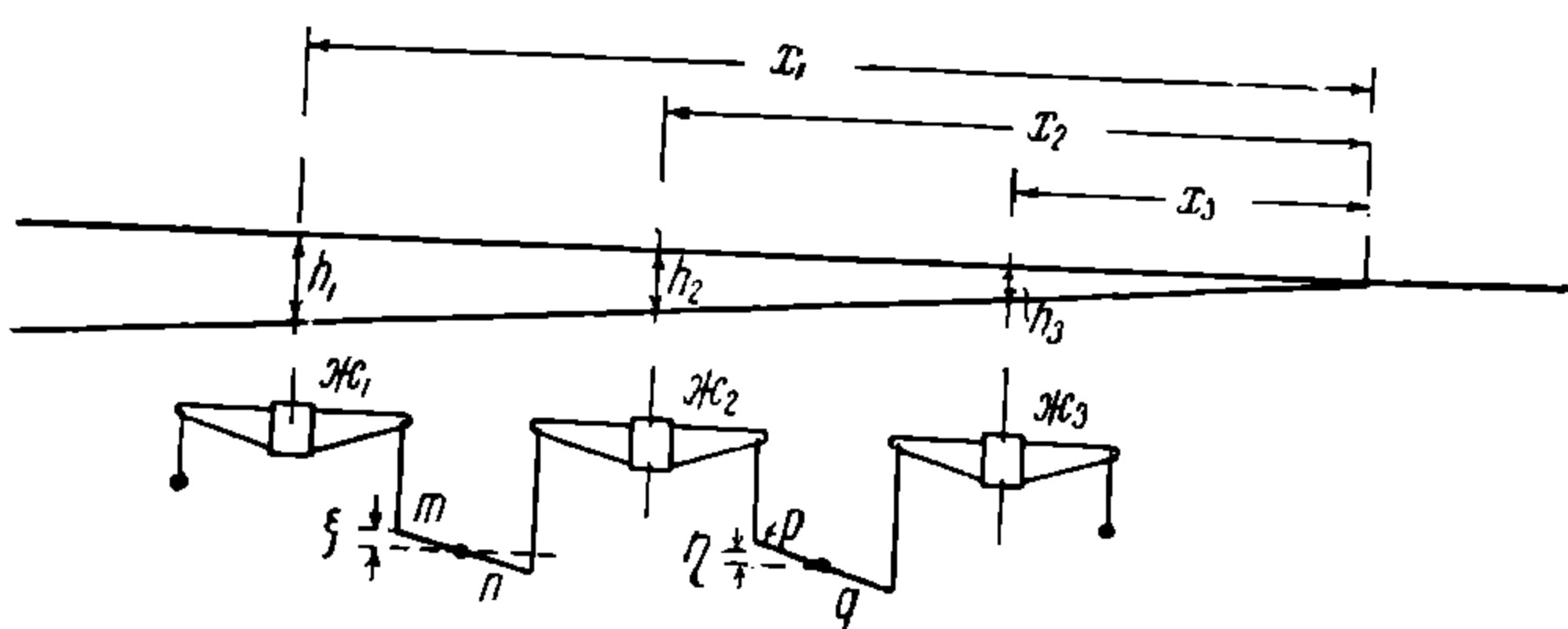
сори II увеличится на $\frac{\xi m}{2n}$

Величина ξ перемещения конца B балансира найдется из условия, что усилия в подвесках у концов A и B балансира обратно пропорциональны плечам балансира, т. е.

$$\frac{\mathcal{M}_1 (\varphi x_1 - \xi/2)}{\mathcal{M}_2 (\varphi x_2 + \xi \frac{m}{2n})} = \frac{m}{n},$$

откуда

$$\xi = \frac{2 \varphi \left(\mathcal{M}_1 x_1 - \frac{m}{n} \mathcal{M}_2 x_2 \right)}{\left(\frac{m}{n} \right)^2 \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_1}. \quad (84)$$



Фиг. 55.

Разницу в восстанавливающем моменте при наклоне наддрессорного строения на угол φ для случая несбалансированных и сбалансированных рессор получим:

$$\begin{aligned} \Delta M &= 2 [\varphi \mathcal{M}_1 x_1^2 + \varphi \mathcal{M}_2 x_2^2 - \\ &\quad - \mathcal{M}_1 (\varphi x_1 - \xi/2) x_1 - \mathcal{M}_2 \\ &\quad \quad \left(\varphi x_2 + \xi \frac{m}{2n} \right) x_2] = \\ &= 2 \left[\frac{\mathcal{M}_1 \xi x_1}{2} - \mathcal{M}_2 \xi \frac{m}{2n} x_2 \right] = \end{aligned}$$

$= \xi \left(\mathcal{M}_1 x_1 - \mathcal{M}_2 \frac{m}{n} x_2 \right)$ (здесь коэффициент 2 учитывает воздействие на наддрессорное строение рессор с правой и левой сторон электровоза), или, подставляя найденное выше выражение для ξ , получим:

$$\Delta M = 2 \left(\mathcal{M}_1 x_1 - \mathcal{M}_2 \frac{m}{n} x_2 \right) \varphi \frac{\mathcal{M}_1 x_1 - \frac{m}{n} \mathcal{M}_2 x_2}{\left(\frac{m}{n} \right)^2 \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_1} = 2 \varphi \cdot \frac{\left(\mathcal{M}_1 x_1 - \mathcal{M}_2 x_2 \frac{m}{n} \right)^2}{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 \left(\frac{m}{n} \right)^2} \quad (85)$$

а устойчивость электровоза в отношении продольных колебаний, в случае применения двух сбалансированных осей, уменьшается на

$$\Delta \sum \mathcal{M} x^2 = \frac{\Delta M}{\varphi} = \frac{2 \left(\mathcal{M}_1 x_1 - \mathcal{M}_2 x_2 \frac{m}{n} \right)^2}{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 \left(\frac{m}{n} \right)^2}. \quad (86)$$

Не трудно видеть, что это выражение всегда положительно, т. е. в действительности при сбалансировании осей уменьшается устойчивость электровоза в отношении его продольных колебаний. В частности, если две крайние оси, имеющие одинаковую статическую нагрузку и одинаковую жесткость рессор, будут сбалансированы, т. е. при $m = n$ и $\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_2 = \mathcal{M}$, получим:

$$\Delta \sum \mathcal{M} x_2 = \frac{\Delta M}{\varphi} = \frac{2 \left(\mathcal{M}_1 x_1 - \mathcal{M}_2 x_2 \frac{m}{n} \right)^2}{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 \left(\frac{m}{n} \right)^2} = (x_1 - x_2)^2 \mathcal{M} = a^2 \mathcal{M}, \quad (87)$$

где a — расстояние между осями со сбалансированными рессорами.

И далее для того же случая ($m = n$ и при одинаковой жесткости рессор $\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_2 = \mathcal{M}$) получим:

$$\xi' = \frac{2\varphi \mathcal{M} (x_1 - x_2)}{2\mathcal{M}} = \varphi (x_1 - x_2). \quad (88)$$

Выражение $\sum \mathcal{M} x^2$ для обеих рассматриваемых осей равно:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 (x_1 \varphi - \xi/2) \frac{x_1}{\varphi} + \mathcal{M}_2 \left(x_2 \varphi + \xi \frac{m}{2n} \right) \frac{x_2}{\varphi} &= \mathcal{M} x_1^2 + \mathcal{M} x_2^2 - \frac{\mathcal{M}}{2} (x_1 - x_2)^2 = \\ &= \frac{\mathcal{M} x_1^2}{2} + \frac{\mathcal{M} x_2^2}{2} + \mathcal{M} x_1 x_2 = 2 \mathcal{M} \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right)^2, \end{aligned} \quad (89)$$

т. е. при $\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_2 = \mathcal{M}$ и $m = n$ мы имеем как бы вместо двух сбалансированных рессор одну рессору с двойной жесткостью, находящуюся на расстоянии $\frac{x_1 + x_2}{2}$ от того же центра колебания O .

Само собой разумеется, что при одном и том же угле наклона надрессорного строения φ_{max} перегрузка крайней оси (которая подвергается вообще наибольшей перегрузке при продольном колебании), если она будет соединена балансирами с соседними осями, будет меньше, поскольку прогиб рессоры этой оси будет на $\xi/2$ меньше.

Однако если предположить, что надрессорное строение получило какую-то определенную энергию, вызвавшую продольную качку надрессорного строения, то можно считать (пренебрегая влиянием высоты центра тяжести H его, см. формулу 82), что φ_{max} обратно пропорционален корню квадратному из выражения $\sum \mathcal{M} x^2$, т. е. при сбалансированных передних рессорах φ_{max} увеличится, но, несмотря на это, перегрузки осей в случае применения балансиров будут меньше.

Пусть теперь имеем три передние оси, связанные балансирами (фиг. 55). Обозначим расстояние этих осей до центра колебания надрессорного строения соответственно через x_1 , x_2 , x_3 ; жесткость рессор — через \mathcal{M}_1 , \mathcal{M}_2 и \mathcal{M}_3 и отношение плеч балансиров между первой и второй осями $m : n$ и между второй и третьей осями $p : q$. Если бы рессоры не были связаны балансирами, то при наклоне надрессорного строения на угол φ они получили бы дополнительные прогибы:

$$h_1 = \varphi x_1; \quad h_2 = \varphi x_2 \quad \text{и} \quad h_3 = \varphi x_3.$$

При сбалансировании крайних трех осей концы балансиров переместятся у первого балансира на ξ и $\xi \frac{n}{m}$, и у второго на η и $\eta \frac{q}{p}$

В связи с этим прогиб первой рессоры будет $h_1 - \frac{\xi}{2}$, второй рессоры $h_2 + \frac{\xi n}{2m} - \frac{\eta}{2}$ и наконец третьей рессоры $h_3 + \frac{\eta q}{2p}$.

Уравнение равновесия первого балансира выразится в виде:

$$\left(h_1 - \frac{\xi}{2}\right) m \mathcal{K}_1 = \left(h_2 + \frac{\xi n}{2m} - \frac{\eta}{2}\right) \mathcal{K}_2 n \quad (90)$$

и второго балансира:

$$\left(h_2 + \frac{\xi n}{2m} - \frac{\eta}{2}\right) \mathcal{K}_2 p = \left(h_3 + \frac{\eta q}{2p}\right) \mathcal{K}_3 q. \quad (91)$$

Подставляя найденные выше значения h_1 , h_2 и h_3 в уравнения (90) и (91), находим величины $\frac{\xi}{2}$ и $\frac{\eta}{2}$, а именно:

$$\frac{\xi}{2} = \varphi \frac{x_1 \mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2 + x_1 \mathcal{K}_1 \mathcal{K}_3 \frac{q^2}{p^2} - x_2 \mathcal{K}_2 \mathcal{K}_3 \frac{n}{m} \frac{q^2}{p^2} - x_3 \mathcal{K}_2 \mathcal{K}_3 \frac{n}{m} q/p}{\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_1 \mathcal{K}_3 \frac{q^2}{p^2} + \mathcal{K}_2 \mathcal{K}_3 \frac{n^2}{m^2} \cdot \frac{q^2}{p^2}} \quad (92)$$

и

$$\frac{\eta}{2} = \varphi \frac{x_1 \mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2 \frac{n}{m} - \mathcal{K}_2 \mathcal{K}_3 x_3 \frac{n^2}{m^2} q/p - \mathcal{K}_1 \mathcal{K}_3 x_3 q/p + \mathcal{K}_1 \mathcal{K}_3 x_2}{\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_1 \mathcal{K}_3 \frac{q^2}{p^2} + \mathcal{K}_2 \mathcal{K}_3 \frac{n^2}{m^2} \cdot \frac{q^2}{p^2}} \quad (93)$$

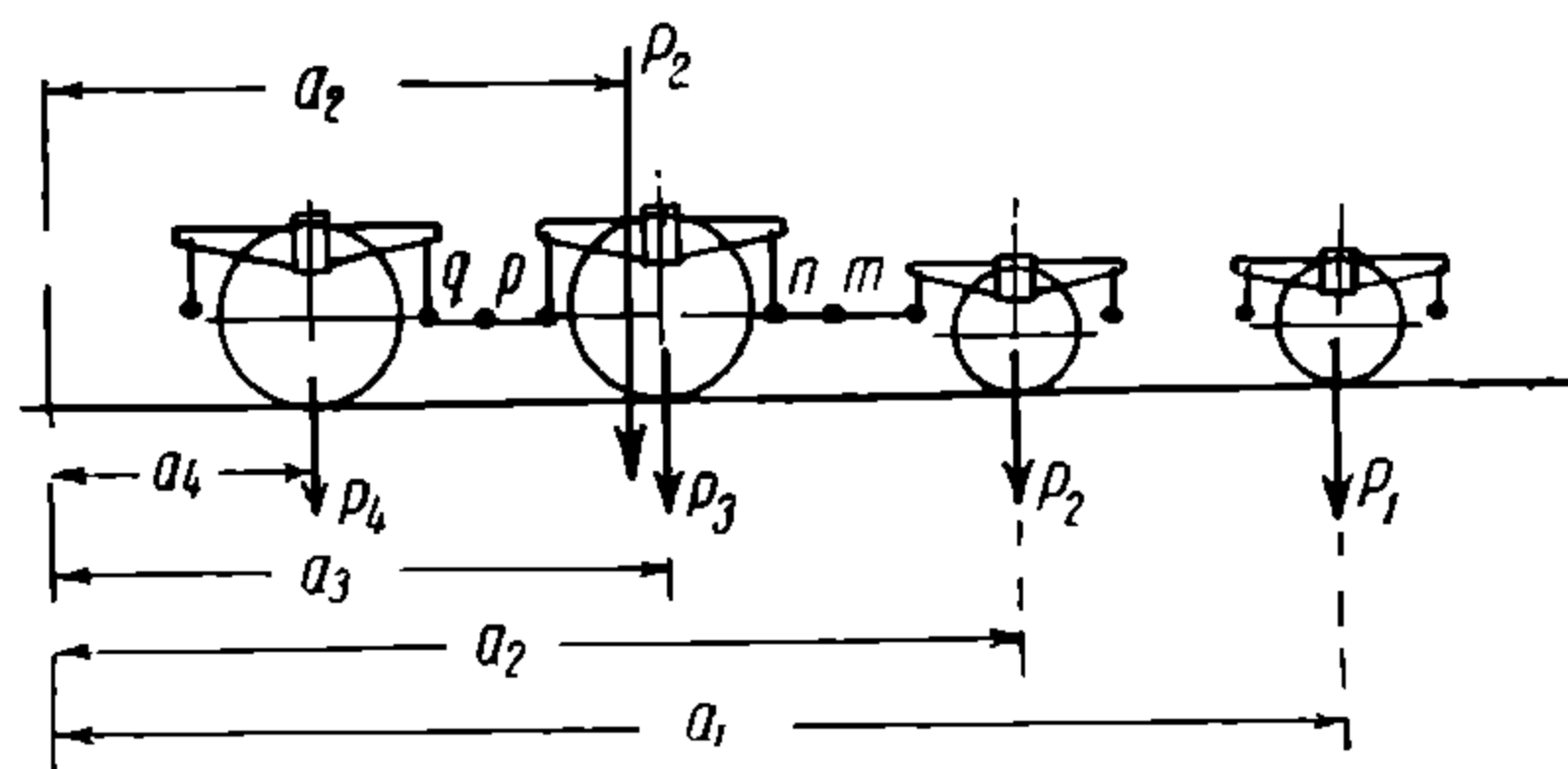
Для случая $\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_2 = \mathcal{K}_3 = \mathcal{K}$ и

$\frac{n}{m} = \frac{q}{p} = 1$ получим:

$$\frac{\xi}{2} = \varphi \frac{2x_1 \mathcal{K}^2 - x_2 \mathcal{K}^2 - x_3 \mathcal{K}^2}{3 \mathcal{K}^2} = \varphi \frac{2x_1 - x_2 - x_3}{3} \quad (94)$$

и

$$\frac{\eta}{2} = \varphi \cdot \frac{x_1 + x_2 - 2x_3}{3}. \quad (95)$$



Фиг. 56

Момент, восстанавливающий надрессорное строение при сбалансированных трех осях, будет:

$$M = 2 \left[\mathcal{K}_1 \left(\varphi x_1 - \frac{\xi}{2} \right) x_1 + \mathcal{K}_2 \left(\varphi x_2 + \frac{\xi n}{2m} - \frac{\eta}{2} \right) x_2 + \mathcal{K}_3 \left(\varphi x_3 + \eta \frac{q}{2p} \right) x_3 \right] =$$

$$= 2 \left[\mathcal{K}_1 x_1^2 \varphi + \mathcal{K}_2 x_2^2 \varphi + \mathcal{K}_3 x_3^2 \varphi - \frac{\xi}{2} x_1 \mathcal{K}_1 + \frac{\xi}{2} \cdot \frac{n}{m} \mathcal{K}_2 x_2 - \frac{\eta}{2} \mathcal{K}_2 x_2 + \frac{\eta}{2} \frac{q}{p \mathcal{K}_3 x_3} \right] \quad (96)$$

(Здесь коэф. 2 учитывает одновременное балансирование рессор на правой и левой сторонах электровоза).

Подставляя сюда полученные выше значения $\frac{\xi}{2}$ и $\frac{\eta}{2}$ и учитывая, что первые три члена дают момент, восстанавливающий горизонтальное положение надрессорного строения при несбалансированных рессорах, мы легко найдем ΔM , т. е. уменьшение восстанавливающего момента при сбалансированных осях по сравнению с несбалансированными:

$$\Delta M = 2 \left[\frac{\xi}{2} \left(x_1 \mathcal{K}_1 - x_2 \mathcal{K}_2 \frac{n}{m} \right) + \frac{\eta}{2} \left(\mathcal{K}_2 x_2 - \mathcal{K}_3 x_3 \frac{q}{p} \right) \right], \quad (97)$$

откуда, после подстановки $\frac{\xi}{2}$ и $\frac{\eta}{2}$ из уравнений (94) и (95), получим:

$$\Delta M = 2 \cdot \frac{\varphi}{3} \left[(2x_1 - x_2 - x_3) \left(x_1 \mathcal{K}_1 - x_2 \mathcal{K}_3 \frac{n}{m} \right) + (x_1 + x_2 - 2x_3) \left(x_2 \mathcal{K}_2 - \mathcal{K}_3 x_3 \frac{q}{p} \right) \right]$$

При одинаковой нагрузке на оси и одинаковом коэффициенте жесткости сбалансированных рессор, т. е. при $\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_2 = \mathcal{K}_3$ и $\frac{n}{m} = \frac{q}{p} = 1$, восстанавли-

вающий момент трех сбалансированных рессор получим равным:

$$M' = \varphi \mathcal{M} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - \frac{\xi}{2} \mathcal{M} \left(x_1 - x_3 \frac{n}{m} \right) - \frac{\eta}{2} \mathcal{M} \left(x_2 - x_3 \frac{q}{p} \right) =$$

$$= 3\varphi \mathcal{M} \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \right)^2, \quad (98)$$

т. е. при $\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_3 = \mathcal{M}$ и $\frac{n}{m} = \frac{q}{p} = 1$ вместо трех сбалансированных рессор мы имеем как бы одну фиктивную рессору с жесткостью, равной $3\mathcal{M}$, и находящуюся на середине между 1 и 3 рессорами.

Уменьшение восстанавливающего момента трех сбалансированных рессор в этом случае равно:

$$\Delta M' = 3\varphi \mathcal{M} \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \right)^2 - \varphi \mathcal{M} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= \varphi \mathcal{M} \left[3 \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \right)^2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \right] \quad (99)$$

откуда ухудшение устойчивости против продольных колебаний:

$$\frac{\Delta M'}{\varphi} = \mathcal{M} \left[3 \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \right)^2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \right] \quad (100)$$

Таким образом на двух частных примерах мы показали, что, при связывании равноплечими балансирами двух (или трех) рессор с одинаковым коэффициентом жесткости, каждая такая система рессор может быть в отношении его восстанавливающего момента заменена одной фиктивной рессорой, имеющей жесткость, равную сумме жесткостей сбалансированных рессор и проходящей посередине сбалансированных рессор.

При расчетах изменения нагрузок рессор при колебаниях можно вместо системы рессор, связанных балансирами, рассматривать одну фиктивную рессору, дающую тот же эффект в отношении продольных колебаний, что и система сбалансированных рессор.

Приведем без доказательств несколько правил для определения жесткости фиктивной рессоры и места ее расположения в общем случае, т. е. когда $\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_3$ и балансиры неравноплечие. Для этого мы воспользуемся ранее доказанным положением, что если несколько осей соединены между собой балансирами, то при изменении нагрузок, независимо от того, будет ли это от продольного колебания надрессорного строения электровоза, когда надрессорное строение займет наклонное положение, или от прохождения неровности пути, само изменение нагрузок, равно как и измененные нагрузки остаются пропорциональными первоначальным нагрузкам.

При определении жесткости фиктивной рессоры следует различать два случая:

1 случай. Коэффициент жесткости отдельных рессор пропорционален их статической нагрузке.

Пусть имеем три оси, связанные балансирами, с зарессоренными нагрузками P_2, P_3 и P_4 (фиг. 56). Обозначая коэффициент жесткости рессор через $\mathcal{M}_2, \mathcal{M}_3$ и \mathcal{M}_4 , имеем:

$$\frac{\mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_3} = \frac{P_2}{P_3} \quad \text{и} \quad \frac{\mathcal{M}_3}{\mathcal{M}_4} = \frac{P_3}{P_4};$$

или

$$f_0 = \frac{P_2}{\mathcal{M}_2} = \frac{P_3}{\mathcal{M}_3} = \frac{P_4}{\mathcal{M}_4},$$

где f_0 — статический прогиб рессор; таким образом, в этом случае все рессоры имеют один и тот же статический прогиб.

Коэффициентом жесткости фиктивной (результатирующей) рессоры \mathcal{M}_r будет тот, который при том же прогибе f_0 дает $P_r = \mathcal{M}_r f_0$. Беря проекцию всех сил на вертикальную ось, получим:

$$P_r = P_2 + P_3 + P_4 = (\mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3 + \mathcal{M}_4) f_0 = \mathcal{M}_r f_0,$$

откуда мы находим:

$$ж_r = ж_2 + ж_3 + ж_4. \quad (101)$$

Место приложения этой результирующей силы P_r или фиктивной рессоры находится из уравнения моментов сил P_2, P_3, P_4 относительно произвольной точки:

$$P_2 a_2 + P_3 a_3 + P_4 a_4 = P_r a_r$$

или

$$a_r = \frac{P_2 a_2 + P_3 a_3 + P_4 a_4}{P_r} = \frac{\sum P a}{\sum P} \quad (102)$$

2 случай. Жесткость рессор не пропорциональна нагрузке их. Под жесткостью фиктивной рессоры $ж_r$ понимается в этом случае жесткость такой рессоры, которая при опускании надрессорного строения на величину f , соответствующую статической нагрузке, совершает ту же работу, что и отдельные рессоры, вместе взятые. Обозначим попрежнему нагрузки сбалансированных рессор через P_1, P_2, P_3 и жесткость их через $ж_1, ж_2, ж_3$. Так как статический прогиб отдельных рессор равен

$$\frac{P_1}{ж_1}, \frac{P_2}{ж_2}, \frac{P_3}{ж_3}$$

и т. д., то упомянутое выше условие может быть переписано в следующем виде:

$$P_1 \left(\frac{P_1}{ж_1} \right) + P_2 \left(\frac{P_2}{ж_2} \right) + P_3 \left(\frac{P_3}{ж_3} \right) + \dots = P_r \left(\frac{P_r}{ж_r} \right).$$

Отсюда находим гибкость фиктивной рессоры:

$$\frac{1}{ж_r} = g_r = \frac{\sum \left(\frac{P^2}{ж} \right)}{P_r^2}$$

или жесткость ее

$$ж_r = \frac{P_r^2}{\sum \left(\frac{P^2}{ж} \right)}. \quad (103)$$

Расстояние фиктивной рессоры a до некоторой точки находится как расстояние равнодействующей нагрузок сбалансированных осей до той же точки:

$$a = \frac{\sum P a}{\sum P}. \quad (104)$$

Не трудно видеть, что для частного случая (первого случая), когда статические прогибы всех рессор одинаковы, т. е. при

$$\frac{P_1}{ж_1} = \frac{P_2}{ж_2} = \frac{P_3}{ж_3} = \dots = \frac{P}{ж},$$

мы получим:

$$ж_r = \frac{P_r^2}{\sum \left(\frac{P^2}{ж} \right)} = \frac{P_r^2}{\frac{P}{ж} \sum P},$$

но так как $\sum P = P_r$, то

$$ж_r = \frac{P_r}{P/ж} = \frac{\sum P}{P/ж}.$$

В правой части мы имеем сумму частных от деления каждой силы нагрузки рессор на одинаковый для всех рессор статический прогиб $\frac{P}{ж}$, т. е. сумму жесткости рессор. Таким образом, для рассматриваемого частного случая:

$$ж_r = ж_1 + ж_2 + ж_3 + \dots + ж_n.$$

В заключение рассмотрим электровоз со сложной рессорной подвеской, изображенной на фиг. 57.

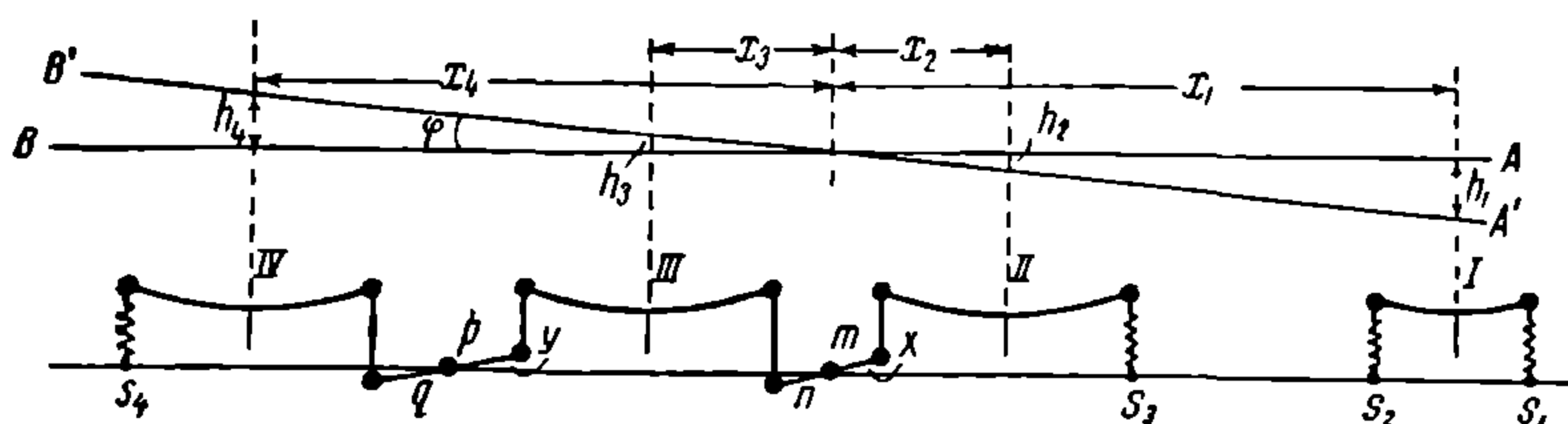
Пусть продольная ось наддресорного строения электровоза наклонилась таким образом, что заняла положение $B'A'$. Если бы рессоры не были связаны балансирами, они получили бы дополнительные прогибы соответственно:

$$+h_1, +h_2, -h_3, -h_4.$$

Рассмотрим влияние балансиров в этом случае.

В отношении первой оси мы уже говорили, что наличие обеих спиральных рессор s_1 и s_2 вызовет при той же величине h_1 уменьшение прогиба листовой рессоры, т. е. меньшую реакцию ее; поэтому в отношении перегрузок первая ось будет иметь как бы более мягкие рессоры.

Дополнительный прогиб второй рессоры будет меньше на величину $\frac{\Delta_3}{2}$ вследствие того, что спиральная рессора s_3 сожмется на величину Δ_3 и на эту величину отпустит вверх конец листовой рессоры, а середину ее — на $\frac{\Delta_3}{2}$.



Фиг. 57.

Так как другой конец рессоры соединен с балансиrom, то, благодаря разгрузке III оси, балансир займет наклонное положение, при котором конец его, связанный с рессорой II , поднимется на величину x , а следовательно середина рессоры поднимется на величину $\frac{x}{2}$; в конечном итоге прогиб рессоры II будет равен:

$$h_2 - \frac{\Delta_3}{2} - \frac{x}{2}.$$

Прогиб третьей рессоры будет равен:

$$-h_3 + \frac{x}{2} \cdot \frac{n}{m} - \frac{y}{2},$$

где y — поднятие конца балансира, связывающего рессоры III и IV

Для четвертой рессоры мы можем написать по аналогии со второй рессорой:

$$-h_4 + \frac{\Delta_4}{2} + \frac{1}{2} y \frac{q}{p}.$$

Полученные выражения результирующего прогиба листовых рессор показывают, что спиральные рессоры, как и балансиры, смягчают колебания нагрузок крайних осей. Для определения неизвестных x и y (перемещения концов балансиров) мы пишем уравнения моментов относительно точек вращения балансиров:

$$\left(h_2 - \frac{\Delta_3}{2} - \frac{x}{2}\right) m \mathcal{K}_2 = \left(-h_3 + \frac{x}{2} \cdot \frac{n}{m} - \frac{y}{2}\right) n \mathcal{K}_3. \quad (105)$$

$$\left(-h_3 + \frac{x}{2} \cdot \frac{n}{m} - \frac{y}{2}\right) p \mathcal{K}_3 = \left(-h_4 + \frac{\Delta_4}{2} + \frac{y}{2} \cdot \frac{q}{p}\right) q \mathcal{K}_4. \quad (106)$$

Кроме того из условия равновесия крайних рессорных подвесок, снабженных спиральными рессорами s_3 и s_4 , мы имеем еще два уравнения:

$$\Delta_3 \mathcal{K}_3' = \left(h_2 - \frac{x}{2} - \frac{\Delta_3}{2}\right) \frac{\mathcal{K}_2}{2} \quad (107)$$

и

$$-\Delta_4 \mathcal{K}_4' = \left(-h_4 + \frac{\Delta_4}{2} + \frac{y}{2} \cdot \frac{q}{p} \right) \frac{\mathcal{K}_4}{2}. \quad (108)$$

Здесь \mathcal{K}_3' и \mathcal{K}_4' — коэффициенты жесткости спиральных рессор s_3 и s_4 . Таким образом, мы имеем пока четыре уравнения (105, 106, 107, 108) и неизвестные x , y , Δ_3 , Δ_4 .

Наконец, пятое недостающее уравнение для определения x_1 — расстояния центра продольного колебания наддрессорного строения относительно оси I , получится из условия, что сумма изменений нагрузок всех осей, равная сумме произведений деформаций рессоры на свою жесткость, равна нулю, поскольку общий зарессоренный вес электровоза не меняется.

Пусть общая жесткость спиральных и листовых рессор первой бегунковой оси \mathcal{K}_0 и прогиб их равен h_1 ; прогибы для листовой рессоры второй, третьей и четвертой оси как мы видели, равны:

$$h_2 - \frac{\Delta_3}{2} - \frac{x}{2};$$

$$-h_3 + \frac{x}{2} \cdot \frac{n}{m} - \frac{y}{2}$$

и

$$-h_4 + \frac{\Delta_4}{2} + \frac{y}{2} \cdot \frac{q}{p}.$$

Таким образом, пятое уравнение напишется в виде:

$$h_1 \mathcal{K}_0 + \left(h_2 - \frac{\Delta_3}{2} - \frac{x}{2} \right) \mathcal{K}_2 + \left(-h_3 + \frac{x}{2} \cdot \frac{n}{m} - \frac{y}{2} \right) \mathcal{K}_3 +$$

$$+ \left(-h_4 + \frac{\Delta_4}{2} + \frac{y}{2} \cdot \frac{q}{p} \right) \mathcal{K}_4 = 0. \quad (108a)$$

В заключение отметим, что двухосные тележки с шаровой центральной или боковыми опорами ведут себя как сбалансированные оси, и только если тележка имеет плоскую пятю, то ее рессоры работают при продольных колебаниях так, как будто оси жестко установлены в раме, т. е. при общем наклоне наддрессорного строения на угол φ оси получают дополнительную нагрузку, равную $\mathcal{K}\varphi x$, где x — расстояние данной оси до центра колебания наддрессорного строения.

§ 10. Влияние отдельных неровностей пути на продольные колебания

Исследуем выведенные выше формулы в отношении процесса происходящих колебаний. Из уравнения (79) имеем:

$$\varphi_{max} = \sqrt{\frac{\frac{I_x}{2} \omega_{max}^2}{2 \Sigma \mathcal{K} x^2 - GH}}.$$

Для одного и того же электровоза, характеризующегося постоянной величиной $\Sigma(\mathcal{K} x^2) - GH$, угол отклонения оси наддрессорного строения пропорционален корню квадратному из $\frac{I_x}{2} \omega^2$, т. е. величины живой силы, вызвавшей колебание электровоза.

Отметим, что, независимо от того, от каких причин произошло накопление этой энергии, она во время колебания наддрессорного строения имеет свой максимум в виде кинетической энергии при скорости колебания ω_{max} , т. е. при проходе через нулевое положение, когда энергия в рессорах равна нулю.

Время колебания однако не зависит от величины энергии, вызвавшей эти колебания, а только от конструкции самого электровоза, т. е. его рессорного подвешивания—величины $\Sigma \mathcal{M}x$, момента инерции наддрессорного строения I_x и высоты центра тяжести H .

Одной из причин, вызывающих продольные колебания электровоза, может быть изменение нагрузки рессор при прохождении колес через неровности пути. Пусть, например, при своем движении электровоз встречает некоторое возвышение пути h на небольшом протяжении. Как только первая ось войдет на указанное возвышение, ее рессоры получают дополнительный прогиб; последний будет по величине тем ближе к h , чем быстрее происходит вбегание колес на возвышение и чем больше I_x —момент инерции наддрессорного строения относительно оси колебания. Под влиянием дополнительного усилия рессор, равного $2\mathcal{M}h$, образуется момент, стремящийся приподнять перед наддрессорного строения, и равный

$$M = 2\mathcal{M}hx,$$

где x —расстояние рассматриваемой оси до центра продольного колебания наддрессорного строения.

Указанный момент вызывает вращение наддрессорного строения с некоторым ускорением $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$, определяемым по формуле:

$$M = 2\mathcal{M}hx = I_x \frac{d^2\varphi}{dt^2} - GH \sin \varphi. \quad (109)$$

Или, если пренебречь моментом от составляющей веса наддрессорного строения $GH \sin \varphi$, мы можем считать, что ускорение будет прямо пропорционально величине момента M или возвышению h .

Если колесо проходит неровность пути в течение времени $t = \frac{l}{v}$, где l —протяжение возвышения в метрах, а v —скорость в м/сек, то за это время наддрессорное строение повернется на некоторый угол φ , в связи с чем восстанавливающий момент рессоры будет уменьшаться, т. е. вместо $M = 2\mathcal{M}_1hx_1$ будет иметь значение

$$M' = 2\mathcal{M}_1(h - \varphi x_1)x_1,$$

но в то же время все остальные рессоры получают дополнительный прогиб и вследствие этого создадут реактивный момент

$$M_r = 2\varphi \sum_{n=1}^{n-1} \mathcal{M}x^2$$

(при чем под знак суммы не входит $2\mathcal{M}_1\varphi x_1^2$ —момент от первой оси, находящейся на возвышении пути). Таким образом, уравнение колебания за тот промежуток времени, пока передняя ось находится на возвышении, выразится в виде:

$$2\mathcal{M}_1(h - \varphi x_1)x_1 - 2\varphi \sum_{n=1}^{n-1} \mathcal{M}x^2 = I_x \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

или, вводя $\mathcal{M}x_1^2$ под знак суммы, получим:

$$2\mathcal{M}_1hx_1 - 2\varphi \sum_{n=1}^n \mathcal{M}x^2 = I_x \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (110)$$

Обозначая скорость поворота наддрессорного строения $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$, получим:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt},$$

и

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\varphi}$$

и уравнение (110) перепишется в виде:

$$2\mathcal{M}_1 h x_1 - 2\varphi \sum^n \mathcal{M} x^2 = I_x \frac{d\omega}{dt}$$

или:

$$2\mathcal{M} h x_1 d\varphi - 2\varphi \sum^n \mathcal{M} x^2 d\varphi = I_x \omega d\omega.$$

Интегрируя, получим:

$$I_x \frac{\omega^2}{2} = 2\mathcal{M}_1 h x_1 \varphi - \varphi^2 \sum^n \mathcal{M} x^2 + C$$

или

$$\omega^2 = \frac{4\mathcal{M}_1 h x_1 \varphi}{I_x} - \varphi^2 \frac{2\sum^n \mathcal{M} x^2}{I_x} + C_1. \quad (111)$$

В начальный момент, когда колесо только что взошло на неровность пути ($\varphi = 0$), имеем: $\omega_0^2 = C_1 = 0$; таким образом:

$$\omega^2 = \frac{4\mathcal{M}_1 h x_1}{I_x} \varphi - \varphi^2 \frac{2\sum^n \mathcal{M} x^2}{I_x}$$

или величина $I_x \frac{\omega^2}{2}$ (энергия колебательного движения) будет равна:

$$I_x \frac{\omega^2}{2} = 2\mathcal{M}_1 h x_1 \varphi - \varphi^2 \sum^n \mathcal{M} x^2. \quad (112)$$

Как и следовало ожидать, накопление энергии при проходе неровности пути зависит от угла φ , на который успеет повернуться надрессорное строение, или от времени нахождения колес на указанной неровности пути; другими словами, чем больше скорость движения, тем меньше будет энергия, сообщенная надрессорному строению при проходе одной и той же неровности пути.

После того как неровность пути попадет под следующую ось, рессоры последней получают деформацию и вызовут новое усилие, момент которого относительно центра колебания надрессорного строения будет стремиться снова поворачивать надрессорное строение около горизонтальной оси и сообщит ему новую энергию продольного колебания. Если в то время, как вторая ось проходит через возвышение пути, надрессорное строение продолжает первоначальное колебание передним концом вверх, вызванное толчком при прохождении неровности пути первой осью, то второй толчок будет действовать в том же направлении, что и первый, и вызовет увеличение амплитуды колебания. Однако при достаточно большом периоде колебания и большой скорости может оказаться, что при прохождении задними колесами электровоза возвышения пути надрессорное строение не успело еще достигнуть своего крайнего верхнего для переднего электровоза положения; в таком случае все оси, расположенные позади центра колебания, будут получать и передавать далее заднему концу электровоза толчки, направленные вверх, в то время, как этот конец надрессорного строения электровоза совершает колебание вниз. Таким образом, будет иметь место затухание продольных колебаний. Не трудно видеть, что наиболее неблагоприятный случай, дающий наибольшую амплитуду колебания, имеет место тогда, когда скорость движения соответствует в точности совпадению времени прохождения передним и задним колесами электровоза неровности пути со временем, в течение которого надрессорное строение совершает колебание от среднего положения до крайнего и возвращается снова в среднее положение. В этом случае, при прохождении передних осей электровоза через неровность пути (например, возвышение пути), надрессорное строение стремится подняться передним концом кверху и, достигнув наивысшего положения, начнет опускаться (другими словами—начнет подниматься задний конец надрессорного строения); но в то же время по

возвышению пути уже будут проходить задние скаты и сообщать наддрессорному строению толчки в том же направлении, в каком оно совершает колебание.

Следует отметить, что эффект, получающийся при прохождении одного и того же возвышения пути или понижения для разных осей не одинаков; он будет наибольшим у крайних осей, имеющих наибольшее плечо действия силы, вызванной изменением усилия рессоры.

Действительно, мы видели, что живая сила, накопленная наддрессорным строением при прохождении одним колесом неровности пути, равна:

$$\frac{I_x \omega^2}{2} = \mathcal{K}_1 h x_1 \varphi - \varphi^2 \sum_0^n \mathcal{K} x^2$$

она тем больше, чем больше x_1 —расстояние оси, проходящей неровности пути, от центра колебаний наддрессорного строения.

Далее интересно произвести исследование, каким образом влияет связывание рессор балансирами на продольные колебания наддрессорного строения электровоза; не трудно видеть, что решающее значение здесь имеет соотношение между временем колебания и временем прохода колесами неровности пути, так как это определяет, будут ли толчки, сообщаемые наддрессорному строению осями, проходящими через неровности пути, суммироваться или вызовут затухание колебаний.

§ 11. Исследование различных типов рессорного подвешивания в отношении продольных колебаний

В настоящем параграфе мы рассмотрим, каким образом различные способы подвешивания наддрессорного строения влияют на продольные колебания его при прохождении отдельных неровностей пути. В первую очередь мы остановимся на четырехосных электровозах с жестко установленными в раме осями (типа ODO). Хотя такого типа электровозы встречаются только при групповом приводе (поскольку при индивидуальном предпочитают применять отдельные движущие тележки по типу $B_0 + B_0$), однако рассмотрение этого типа представляет все же интерес, тем более, что в отношении продольных колебаний некоторые типы электровозов на двухосных тележках совершенно аналогичны электровозам с жестко установленными в раме осями.

а) Четырехосные электровозы типа ODO

Пусть имеем электровоз с четырьмя движущими осями ходовой формулы ODO (фиг. 58). Расстояние между крайними осями примем по 2 м, между средними—3,4 м (база электровоза $B = 7,4$ м), жесткость рессор $\mathcal{K} = 100$ кг/мм, вес наддрессорного строения 63 т.

1) Рассмотрим сначала случай, когда все рессоры не связаны балансирами. Момент инерции наддрессорного строения электровоза относительно поперечной оси продольных колебаний примем равным $I_x = 75\,000$ м кг·сек². Высота центра тяжести наддрессорного строения относительно центра колебания $H = 1,1$ м. Время полного продольного колебания такого электровоза:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_x}{2 \sum \mathcal{K} x^2 - GH}} = 2\pi \sqrt{\frac{75\,000}{2 \cdot 100\,000 (1,7^2 + 3,7^2) 2 - 63\,000 \cdot 1,1}} = 3,14 \cdot 2 \cdot 0,107 = 0,672 \text{ сек.}$$

Колебание из среднего положения в крайнее совершается в течение

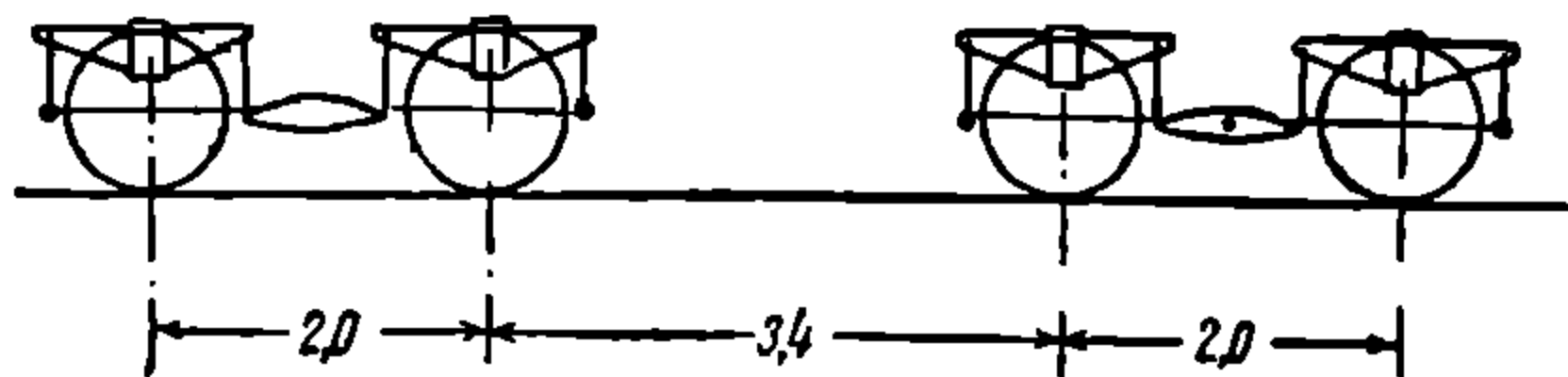
$$t = \frac{T}{4} = \frac{0,672}{4} = 0,168 \text{ сек.}$$

Следовательно, если скорость электровоза выше $v_x = \frac{B}{t}$, т. е. той, которая определяется прохождением всеми скатами неровности пути в течение

0,168 сек., наддресорное строение будет получать от передних и задних скатов толчки в противоположном в отношении колебания направлении, что вызовет частичное или полное затухание колебаний. Для рассматриваемого электро-воза мы имеем:

$$v_x = \frac{B}{t} = \frac{7,4}{0,168} = 44 \text{ м/сек} = 159 \text{ км/час}.$$

Таким образом, в действительности, поскольку электровоз движется с меньшими скоростями, некоторые задние скаты при прохождении неровности пути будут давать наддресорному строению толчки, увеличивающие амплитуду колебания его. Наиболее невыгодный случай будет иметь место при той скорости, когда наддресорное строение успеет достигнуть своего крайнего положения в тот момент, когда две передние оси прошли по неровности пути. Тогда при прохождении задними колесами неровности пути задний конец электровоза начнет подыматься, и направление толчков совпадет с направлением колебания; так как расстояние между первой и третьей осями равно $3,4 + 2 = 5,4 \text{ м}$, то указанная скорость равна:



Фиг. 58.

$$v_x = \frac{5,4}{0,168} = 32,1 \text{ м/сек} = 115 \text{ км/час}.$$

Интерес представляет и такая скорость, при которой к моменту прохождения неровности пути второй осью наддресорное строение, достигнув своего крайнего отклоненного положения, начнет опускаться передним концом вниз и толчок, полученный им от второй оси, вызовет уменьшение живой силы колебаний наддресорного строения. Эта скорость при расстоянии между передними осями $a = 2 \text{ м}$ выразится уравнением:

$$v' \leq \frac{a}{t} \text{ или } v' \leq \frac{2}{0,168},$$

т. е.

$$v' \leq 11,9 \text{ м/сек} \text{ или } v' \leq 43 \text{ км/час}.$$

Таким образом мы заключаем, что при том моменте инерции наддресорного строения, которым мы задались ($I_x = 75\,000 \text{ м} \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^2$), для скоростей рассматриваемого электровоза, $v < 43 \text{ км/час}$, неровности пути не создадут возможности накопления большой живой силы, вызывающей продольные колебания наддресорного строения, и наиболее невыгодные в этом отношении скорости лежат в промежутке от 43 до 115 км/час.

2) Предположим, что для получения подвески в четырех точках мы сбалансировали попарно оси, т. е. выбрали рессорную подвеску, изображенную на фиг. 58. В отношении продольных колебаний такую подвеску можно заменить подвеской, состоящей вместо двух сбалансированных рессор из одной фиктивной рессоры с двойной жесткостью ($\mathcal{K}' = 2 \mathcal{K}$). При этом устойчивость электровоза в отношении продольных колебаний уменьшается для каждой сбалансированной пары рессор на величину:

$$4 \sum \mathcal{K} x^2 = 2^2 \cdot 100\,000 = 400\,000 \text{ кгм},$$

и общая устойчивость A электровоза в отношении продольных колебаний будет равна:

$$A = 2 \sum \mathcal{K} x^2 - 2 a^2 \mathcal{K} = 2 \cdot 100\,000 (1,7^2 + 3,7^2) 2 - 2 \cdot 400\,000 = 5\,832\,000 \text{ кгм}$$

или, заменяя эту подвеску на фиктивную с рессорами с жесткостью $\mathcal{J}' = 2 \mathcal{J} = 200\,000 \text{ кг/м}$, мы получили бы тот же самый результат:

$$A = 2 \sum \mathcal{J}' x^2 = 2 \cdot 200\,000 \left(\frac{1,7 + 3,7}{2} \right)^2 = 5\,832\,000 \text{ кгм}$$

Время колебания наддрессорного строения получится равным:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{75\,000}{5\,832\,000 - 63\,000 \cdot 1,1}} = 2\pi \cdot 0,114 = 0,716 \text{ сек.}$$

и соответственно время перехода из среднего положения в крайнее:

$$t = \frac{T}{4} = 0,179 \text{ сек.}$$

Скорость, соответствующая прохождению электровозом пути, равного расстоянию между первой и второй осью:

$$v' = \frac{a}{t} = \frac{2,0}{0,179} = 11,2 \text{ м/сек} = 40,35 \text{ км/час.}$$

Путь, равный расстоянию между первой и третьей осями, электровоз проходит в промежуток времени $t = 0,179$ сек. при скорости, равной

$$v'' = \frac{3,4 + 2}{0,179} = 30,5 \text{ м/сек} = 108 \text{ км/час,}$$

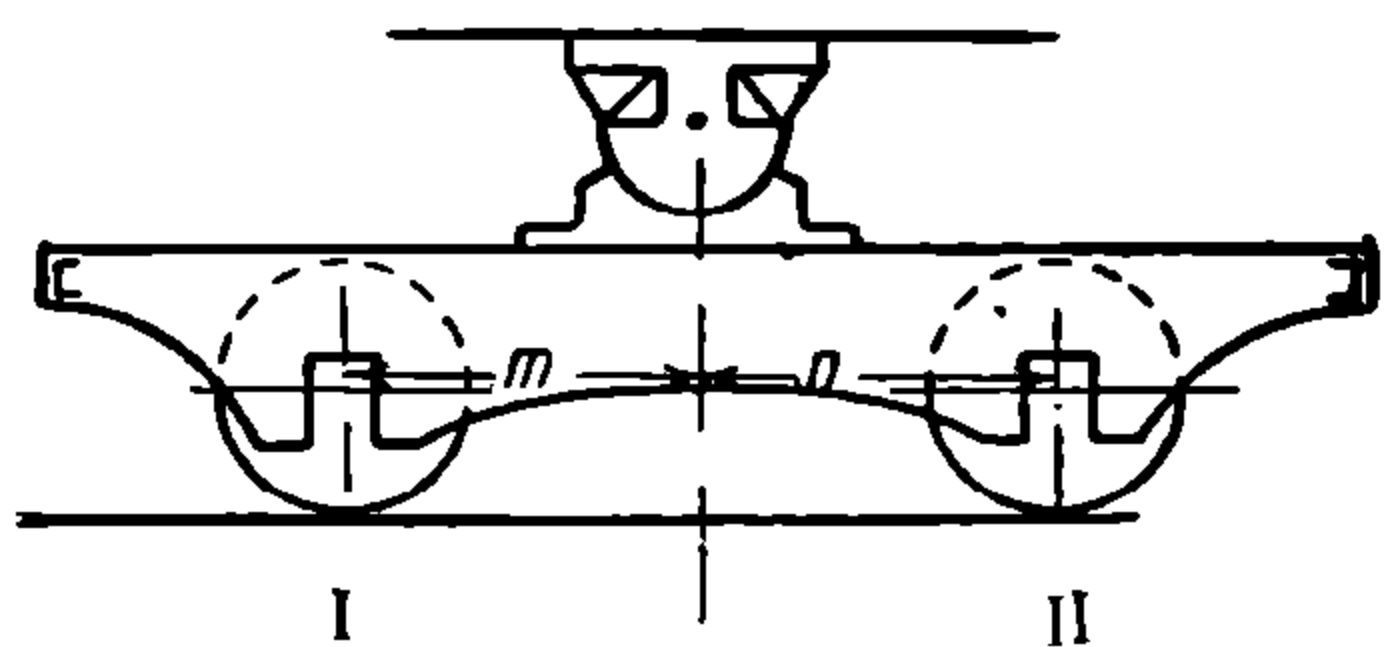
т. е. наихудший диапазон скоростей для этого электровоза в смысле суммирования толчков от прохождения колесами неровностей пути будет от 40 до 108 км/час.

Как известно, для получения подвески в трех точках применяют поперечные балансиры; последние при одновременных неодинаковых неровностях пути под обоими колесами одной и той же оси не оказывают влияния на продольные колебания, поэтому мы можем опустить рассмотрение продольных колебаний электровозов с попарно сбалансированными осями и с одним поперечным балансиром. Отметим, что такая подвеска весьма неудовлетворительна с точки зрения поперечных колебаний, к чему мы еще вернемся.

б) Электровозы типа $B_0 + B_0$

Продольное колебание этих электровозов зависит от конструкции тележки.

1) Если тележка снабжена шаровыми опорами (фиг. 59), то при продольных колебаниях она работает так, как будто рессоры ее сбалансированы; однако большая инерция массы тележечной рамы не дает



Фиг. 59.

достаточно точного распределения нагрузок между осями тележек. Если обозначим момент инерции наддрессорного строения тележки относительно точки O вращения ее через I_T и через $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ — угловое ускорение этой массы при прохождении неровности пути, то изменение нагрузки на первую ось будет во время вхождения на возвышение:

$$\Delta P_1 = \frac{2\mathcal{J}hn}{m+n} + \frac{1}{m} I_T \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \quad (113)$$

где $2\mathcal{J}$ — жесткость обеих рессор одной оси.

В последующий момент, когда оба колеса войдут на возвышение, между обоими осями устанавливается нагрузка в соотношении $m:n$, т. е.

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_1 &= \frac{4\mathcal{J}hn}{m+n} \\ \Delta P_2 &= \frac{4\mathcal{J}hm}{m+n} \end{aligned} \right\} \quad (114)$$

Тогда под влиянием усилия $S = 4 жh$, приложенного к шаровой опоре, происходит вращение кузова в вертикальной продольной плоскости.

Рассмотрим электровоз $B_0 + B_0$ (на двух тележках). Пусть расстояние между осями будет попрежнему по 2 м между крайними и 3,4 м между средними.

Момент инерции наддрессорного строения примем $I_x = 75\,000 \text{ м} \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^2$. Влияние тележки на кузов мы можем заменить рессорами двойной жесткости $ж' = 2ж$; тогда, при весе наддрессорного строения $G = 60 \text{ т}$ и высоте центра тяжести над точкой качания $H = 1,1 \text{ м}$ период полного колебания найдется равным:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_x}{2\sum жx^2 - GH}} = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{75\,000}{4 \cdot 200\,000 \cdot \left(\frac{5,4}{2}\right)^2 - 60\,000 \cdot 1,1}} = 0,716 \text{ сек.}$$

Для того чтобы имело место наименьшее накопление живой силы колебания наддрессорного строения, скорость должна быть настолько высокой, чтобы все скаты успели пройти неровности пути в течение времени:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{0,716}{4} = 0,179 \text{ сек.}$$

Эта скорость найдется по формуле:

$$v' = \frac{B}{t} = \frac{7,4}{0,179} = 41,3 \text{ м/сек} = 148 \text{ км/час.}$$

При меньшей скорости скаты второй тележки при проходе возвышений пути будут сообщать наддрессорному строению толчки, способствующие накоплению живой силы. В том случае, если наддрессорное строение успеет сделать колебание до верхнего и нижнего предельного положения раньше, чем колеса второй тележки дойдут до возвышения, удары, вызванные прохождением этого возвышения колесом второй тележки, будут способствовать уменьшению колебания. Эта скорость найдется из уравнения:

$$v'' = \frac{3,4 + 2}{\frac{3}{4} T} = \frac{3,4 + 2}{\frac{3}{4} \cdot 0,716} = 10 \text{ м/сек} = 36 \text{ км/час.}$$

Скорость, при которой хотя бы одна задняя ось даст толчок наддрессорному строению, способствующий поглощению колебания, т. е. после того, как наддрессорное строение успеет сделать $\frac{3}{4}$ колебаний, найдется равной:

$$v'' = \frac{7,4}{\frac{3}{4} \cdot 0,716} = 13,7 \text{ м/сек} = 49,3 \text{ км/час.}$$

Определим теперь, при какой скорости удар второй оси о неровности пути произойдет в тот момент, когда перед наддрессорного строения, заняв наивысшее положение, начнет опускаться вниз (т. е. за время $\frac{T}{4}$ будет пройден путь, равный расстоянию между первой и второй осями — 2 м); искомая скорость найдется из уравнения:

$$v \frac{T}{4} = 2$$

или

$$v = \frac{8}{T} = \frac{8}{0,716} = 11,2 \text{ м/сек} = 40 \text{ км/час.}$$

Как и следовало ожидать, мы имеем тот же период колебания наддрессорного строения, что и в случае двух сбалансированных осей, и тот же диапазон выгодных и невыгодных в отношении продольных колебаний скоростей.

2) В случае плоских опор у тележек рессорное подвешивание всего электровоза работает так, как будто тележки отсутствуют и оси находятся в жесткой раме. Это происходит до тех пор, пока момент M_1 , стремящийся поворачивать тележку около точки O плоской пяты, не превысит момента $M_2 = Qa$, т. е. момента, противодействующего этому вращению (фиг. 60).

Пусть обе тележечные оси не связаны балансирами и имеют коэффициент жесткости рессор \mathcal{J} ; тогда при вхождении первой оси на неровность пути (возвышение h) она получит дополнительное усилие $2\mathcal{J}h$. Если обозначим расстояние этой оси до точки O через b , то

$$M_1 = 2\mathcal{J}hb. \quad (115)$$

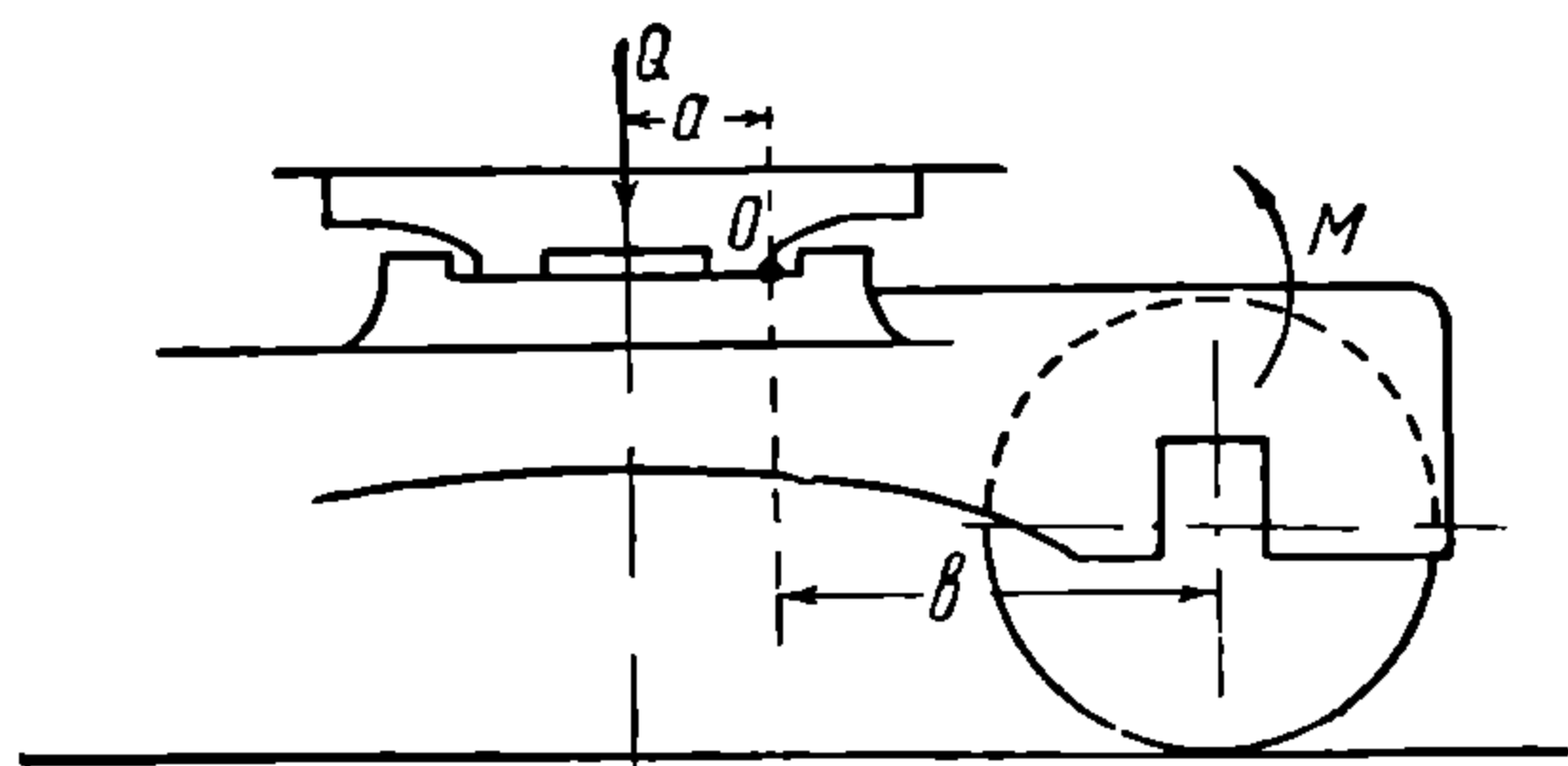
Предельное возвышение h , при котором еще не будет вращения тележки около пяты, найдется из уравнения:

$$M_1 = M_2$$

$$\text{или} \quad 2\mathcal{J}hb = Qa, \quad (115')$$

откуда

$$h = \frac{Qa}{2\mathcal{J}b}. \quad (115'')$$



Фиг. 60.

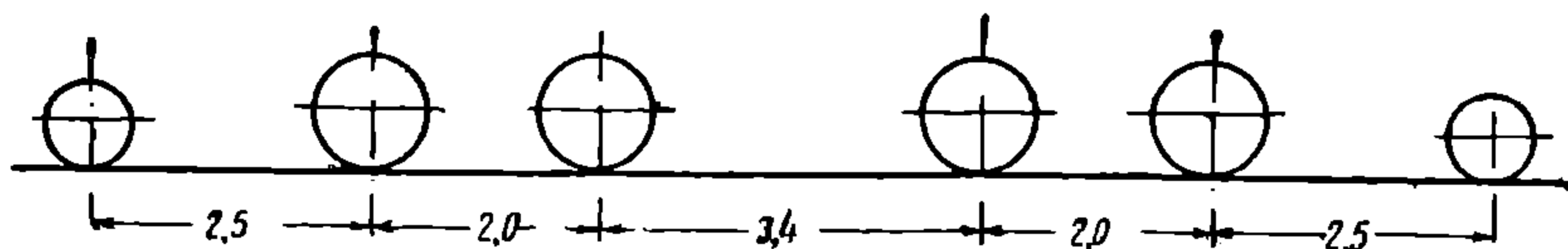
Пусть давление на пяту $Q = 20 \text{ т}$; $a = 200 \text{ мм}$; $b = 800 \text{ мм}$; тогда:

$$h = \frac{200 \cdot 20\,000}{2 \cdot 100 \cdot 800} = 25 \text{ мм}.$$

Этот подсчет показывает, что для нормальных эксплуатационных условий, когда прогиб рессор возможен в 10—12 мм, мы можем считать, что в отношении работы рессорного подвешивания двухосные тележки с плоской пятой ведут себя, как если бы оси были расположены в жесткой раме, т. е. при таком рессорном подвешивании применимы все рассуждения, изложенные ранее для случая осей, расположенных в жестких рамах (электровоз типа ODO).

в) Электровозы типа 1D1

Этот тип электровозов применяется как для товарной, так и для пассажирской службы; при чем для лучшего использования сцепного веса, как мы дальше увидим, нередко все четыре движущих оси связываются между собой балансирами, а бегунки остаются со свободными рессорами; таким образом, получается подвеска в трех поперечных плоскостях.



Фиг. 61.

Рассмотрим продольное колебание надрессорного строения такого электровоза при прохождении колесами отдельных неровностей пути. Зарессоренный вес такого электровоза (фиг. 61) примем $G = 65 \text{ т}$, высоту его центра тяжести над осью колебания $H = 1,1 \text{ м}$, момент инерции надрессорного строения его относительно поперечной оси колебания $I_x = 80\,000 \text{ м} \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^2$; коэффициент жесткости рессор бегунковых осей $\mathcal{J}_5 = 80 \text{ кг/мм}$, а движущих осей — $\mathcal{J}_{\partial 6} = 100 \text{ кг/мм}$; расстояние между осями показано на фиг. 61.

Период колебания наддрессорного строения электровоза равен:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{2\sum \kappa x^2 - GH}} = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{80\,000}{2 \cdot 2 \cdot 80\,000 \cdot 6,2^2 - 65\,000 \cdot 1,1}} = 0,496 \text{ сек.}$$

Следует отметить, что особенностью этого рода подвешивания является малая чувствительность средних сбалансированных осей к перегрузке от неровностей пути. Поскольку вертикальное перемещение каждой из этих осей дает изменение нагрузки, равномерно распределяющееся между четырьмя осями, равнодействующая их проходит через центр колебания наддрессорного строения и не создает момента, который менял бы живую силу колебания наддрессорного строения.

Таким образом, в отношении продольного колебания в этом случае имеет значение лишь прохождение неровностей пути бегунковыми осями.

Определим ту скорость, которая соответствует прохождению обеими бегунковыми осями неровности пути в промежуток времени, равный

$$t' = \frac{3}{4} T = \frac{3}{4} \cdot 0,496 = 0,372 \text{ сек.,}$$

пока наддрессорное строение выйдет из среднего положения, пройдет через оба крайние положения и снова начнет возвращаться в среднее. Указанная скорость найдется равной:

$$v'' = \frac{B}{\frac{3}{4} T} = \frac{12,4}{0,372} = 33,3 \text{ м/сек} = 120 \text{ км/час.}$$

При этой и более низкой скорости толчок, передаваемый наддрессорному строению задним бегунком при проходе им неровности пути, даст уменьшение живой силы колебания наддрессорного строения, вызванной прохождением передним бегунком неровности пути.

Однако, если скорость движения электровоза снизится настолько, что в промежуток времени прохождения обоими бегунками неровности пути, например возвышений, наддрессорное строение успеет подняться вверх, опуститься и снова подняться до предельного положения, т. е. в течение

$$t'' = \frac{5}{4} T = \frac{5}{4} \cdot 0,496 = 0,620 \text{ сек.,}$$

то будет иметь место, с уменьшением скорости, нарастание живой силы колебания наддрессорного строения. Эта скорость равна:

$$v'' = \frac{B}{t''} = \frac{12,4}{0,620} = 20 \text{ м/сек} = 72 \text{ км/час.}$$

Далее не трудно видеть, что скорость, соответствующая прохождению обоими бегунками неровности пути в промежуток времени

$$t = \frac{7}{4} T = \frac{7}{4} \cdot 0,496 = 0,868 \text{ сек.}$$

и равная

$$v = \frac{R}{t} = \frac{12,4}{0,868} = 14 \text{ м/сек} = 51,12 \text{ км/час,}$$

является низшим пределом невыгодных скоростей. Поскольку при меньших скоростях наддрессорное строение успеет сделать более двух полных колебаний между толчками, получаемыми от переднего и заднего бегунков, живая сила колебательного движения будет в достаточной мере поглощена. Поэтому мы можем наши выводы формулировать следующим образом: рассмотренный электровоз имеет невыгодные скорости в отношении нарастания живой силы продольных колебаний наддрессорного строения в промежутке от

72 до 51 км/час (правда, до получения толчка от заднего бегунка наддрессорное строение успеет сделать от $\frac{5}{4}$ до $\frac{7}{4}$ колебаний, каковые поглотят часть живой силы).

г) Электровоз типа 2D2

Аналогично работает рессорное подвешивание электровоза 2D2, все четыре движущие оси которого связаны балансирами (фиг. 62).

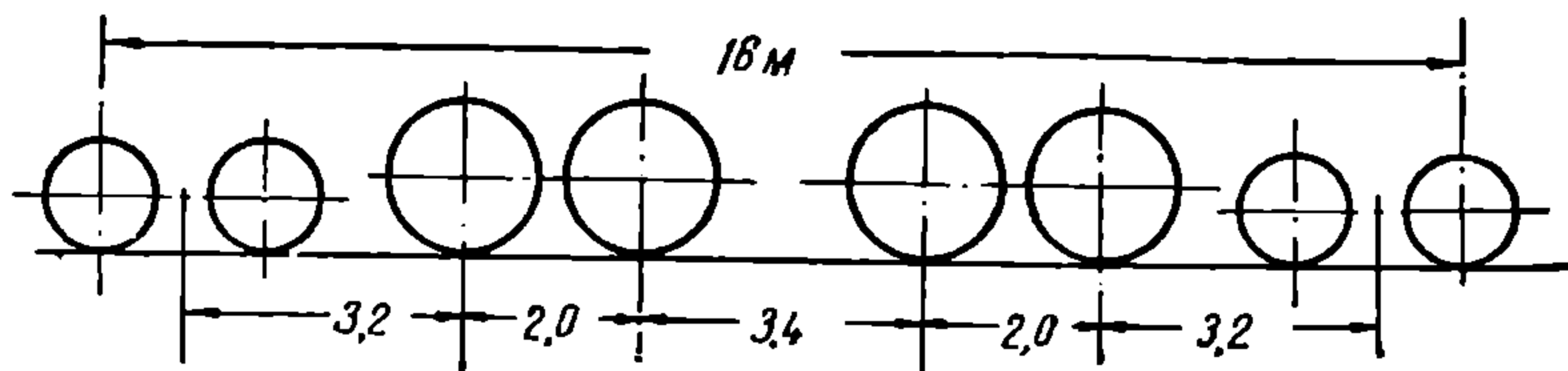
Примем момент инерции наддрессорного строения $I_x = 80\,000 \text{ м} \cdot \text{кг} \cdot \text{сек}^2$ и те же жесткости рессор бегунковых осей, что и в предыдущем случае ($\kappa_6 = 80 \text{ кг/мм}$); $H = 1,1 \text{ м}$ и $G = 68 \text{ т}$.

Период колебания наддрессорного строения получим равным:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{80\,000}{2 \cdot 160\,000 \cdot 6,9^2 \cdot 2 - 68\,000 \cdot 1,1}} = 0,322 \text{ сек.}$$

Определим диапазон наивыгоднейших в смысле продольных колебаний скоростей. Как и в случае электровоза 1D1, скорость, соответствующая прохождению обеими тележками неровности пути в течение времени $\frac{3}{4}T$, равна:

$$v' = \frac{B}{\frac{3}{4}T} = \frac{16}{\frac{3}{4} \cdot 0,322} = 66,2 \text{ м/сек} = 238 \text{ км/час.}$$



Фиг. 62.

Эта скорость не представляет практического интереса.

Скорость, соответствующая прохождению полной базы электровоза $= 16 \text{ м}$ в течение времени $\frac{5}{4}T$, равна:

$$v = \frac{B}{\frac{5}{4}T} = \frac{16}{\frac{5}{4} \cdot 0,322} = 39,6 \text{ м/сек} = 143 \text{ км/час.}$$

Не трудно видеть, что при больших скоростях толчки, получаемые задней тележкой при прохождении по неровности пути, будут передаваться наддрессорному строению в тот момент, когда оно не успело своим задним концом опуститься вниз. Они вызовут уменьшение энергии продольного колебания. При меньших же скоростях удар произойдет в тот момент, когда задний конец наддрессорного строения, совершив $\frac{5}{4}$ колебаний, начинает подыматься, и новый удар вызовет увеличение амплитуды колебания. Если наддрессорное строение успеет сделать $\frac{7}{4}$ колебаний, т. е. его задний конец начнет опускаться и только тогда передняя ось задней тележки пройдет неровность пути, толчок, переданный наддрессорному строению, благоприятно будет действовать в смысле уменьшения продольных колебаний. Таким образом, все скорости, меньшие той, которая соответствует прохождению пути между первым колесом передней тележки и первым колесом задней бегунковой

тележки в течение времени $\frac{7}{4}T$, будут благоприятны. Искомая максимальная благоприятная скорость найдется равной:

$$v'' = \frac{B}{\frac{7}{4}T} = \frac{13,8}{\frac{7}{4} \cdot 0,322} = 24,5 \text{ м/сек} = 88 \text{ км/час.}$$

Скорость, при которой задняя ось задней бегунковой тележки ударит в надрессорное строение, когда последнее начнет уже, совершив $\frac{9}{4}$ колебаний, своим задним концом подниматься кверху, является низшим пределом наивыгоднейших скоростей и равна:

$$v''' = \frac{B}{\frac{9}{4}T} = \frac{16}{\frac{9}{4} \cdot 0,322} = 22,1 \text{ м/сек} = 79 \text{ км/час.}$$

Для того чтобы не было нарастания колебания от неровности пути при прохождении по нему первой и второй осей передней бегунковой тележки, необходимо, чтобы скорость была меньше величины

$$v' = \frac{b}{\frac{1}{4}T} = \frac{2,2}{\frac{1}{4} \cdot 0,322} = 27,3 \text{ м/сек} = 98 \text{ км/час,}$$

при которой перед электровоза успеет достигнуть за $\frac{1}{4}T$ своего наивысшего положения и начнет опускаться раньше, чем вторая бегунковая ось пройдет неровность пути; но эта скорость должна быть не меньше величины

$$v = \frac{b}{\frac{3}{4}T} = 33 \text{ км/час,}$$

при которой удар второй бегунковой оси будет уже приходиться в тот момент, когда перед электровоза подыметсЯ вверх.

Приведенное исследование показывает, что связывание движущих осей продольными балансирами между собой и оставление бегунковых осей свободными—несвязанными с движущими осями—имеют то преимущество, что при прохождении движущими сбалансированными осями неровности пути толчки почти не вызывают продольных колебаний надрессорного строения, поскольку точка подвешивания сбалансированных движущих осей находится посредине надрессорного строения.

Толчки, передаваемые на надрессорное строение от прохождения по неровности пути осями передней и задней бегунковых тележек, могут складываться между собою или действовать навстречу друг другу в зависимости от скорости движения и расстояния между тележками. Однако эти толчки (от передней и задней бегунковых тележек) следуют через промежуток времени, в течение коего надрессорное строение успеет сделать более одного полного колебания, т. е. после амортизации в достаточной мере предыдущих ударов.

Гораздо большее значение имеют удары при прохождении через неровность пути обеих осей каждой двухосной бегунковой тележки. В этом отношении имеет преимущество наличие большой базы бегунковой тележки, так как при этом, даже при сравнительно высоких скоростях, вторая ось бегунковой тележки пройдет неровность пути в тот момент, когда надрессорное строение за время $\frac{1}{4}T$ успеет достигнуть своего наивысшего положения и начнет опускаться своим передом вниз.

Не трудно видеть, что полученные результаты можно распространить вообще на электровозы с тремя плоскостями подвешивания (ходовых формул

1D1, 2D2, или 1C1 и 2C2). Если бегунковые оси сбалансировать вместе с движущими осями, устраивая рессорное подвешивание по прямоугольнику (две поперечные плоскости подвешивания), мы будем иметь более неблагоприятное влияние толчков, передаваемых надрессорному строению при прохождении осей по отдельному возвышению пути, чем при подвешивании в трех поперечных плоскостях и сбалансировании всех движущих осей между собою продольными балансирами, когда средние сбалансированные оси сообщают толчок надрессорному строению около середины электровоза, где располагается центр колебания, не вызывая колебания надрессорного строения.

д) Электровоз типа С+С

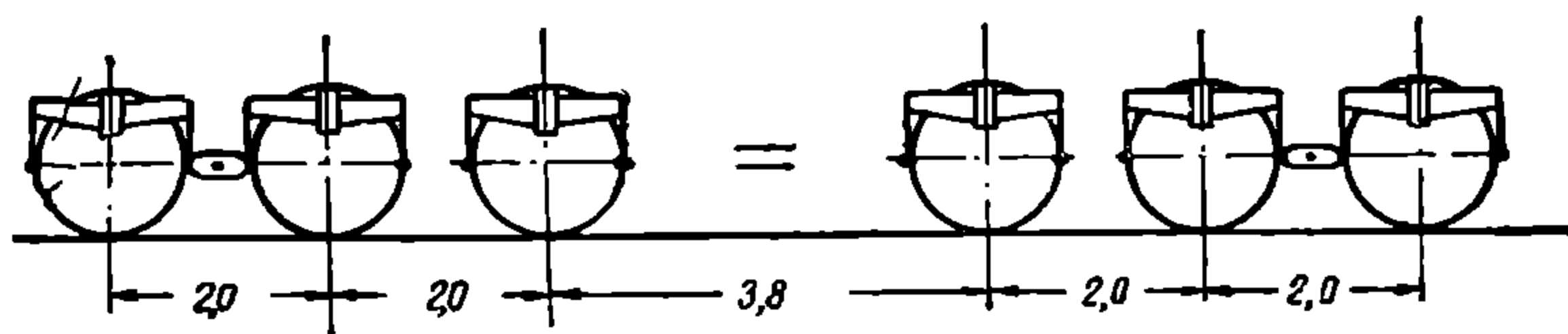
Произведем теперь исследование продольного колебания при движении по неровности пути электровоза ходовой формулы С+С (фиг. 63).

Пусть вес надрессорного строения составляет $G = 93\,000\text{ кг}$ и момент инерции его относительно поперечной оси $I_x = 170\,000\text{ м кг} \cdot \text{сек}^2$, а жесткость рессор 100 кг/мм .

Период колебания надрессорного строения найдется равным:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{170\,000}{2(200\,000 \cdot 4,9^2 + 100\,000 \cdot 1,9^2) - 93\,000 \cdot 1,1}} = 0,572\text{ сек.}$$

При большом числе осей исследование продольных колебаний и влияния толчков, передаваемых на надрессорное строение отдельными осями при прохождении ими неровностей пути, легче производить графическим способом



Фиг. 63.

(фиг. 64). Для этого по оси абсцисс откладывают время в каком либо масштабе и строят синусоиду колебания переднего конца надрессорного строения; по оси ординат в масштабе длин отклады-

вают расстояние между осями электровоза и намечают положение осей электровоза. Не трудно видеть, что, соединив точку А, соответствующую первой оси электровоза, с какой-либо точкой на оси абсцисс, соответствующей времени t , мы получим прямую At , точки которой будут давать ординаты—расстояние L , пройденное точкой А за время t' , соответствующее абсциссе данной точки при скорости, определяемой как частное от деления базы электровоза B на время t , т. е.

$$v = \frac{B}{t}.$$

Эта диаграмма позволяет наглядно вести исследование.

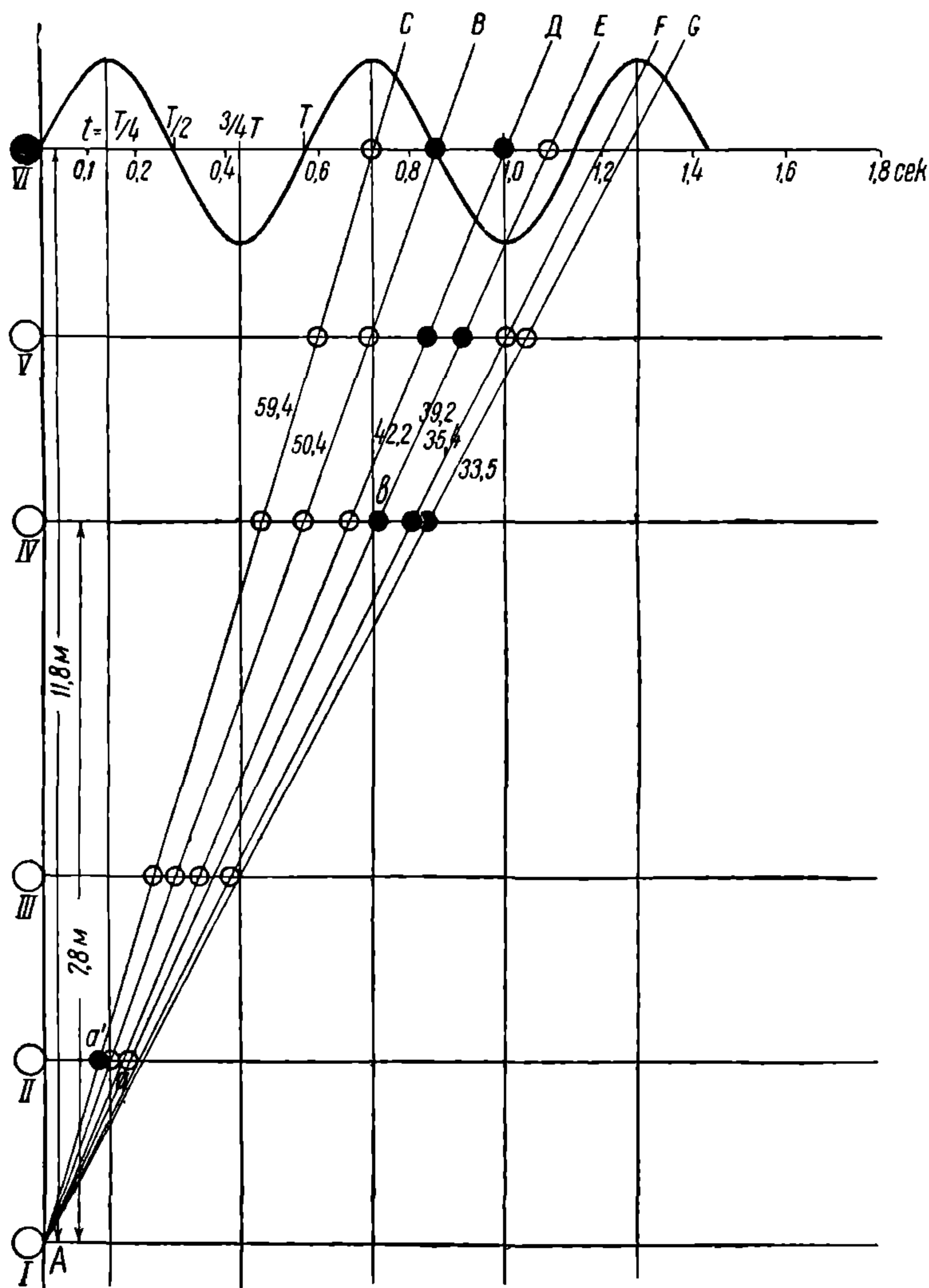
Определим скорость, при которой второе колесо ударится о неровность пути в тот момент, когда надрессорное строение своим передом начнет опускаться вниз. Для этого проводим луч из точки А в точку a пересечения ординаты $\frac{T}{4}$ с горизонталью II оси. Прямая Aa соответствует скорости

14 м/сек или 50,4 км/час. Пересечение прямой Aa с горизонталями, соответствующими осям III , IV , V и VI , дает время прохождения этими осями возвышения пути. Ось III проходит это возвышение в тот момент, когда перед опускается вниз (удар, передаваемый этой осью на надрессорное строение, способствует уменьшению колебания); оси IV и V —в тот момент, когда перед подымается вверх, а низ опускается, что также способствует уменьшению колебания, и только последняя ось дает удар надрессорному строению в тот момент, когда задний конец его подымается вверх (неблагоприятные толчки отмечены залитыми точками).

Не трудно видеть, что с увеличением скорости линия АВ начнет перемещаться влево и ось II будет способствовать продольным колебаниям при скоростях выше той, которая соответствует прямой АС, т. е. выше скорости

$$v = \frac{B}{\frac{5}{4} T} = \frac{11,8}{\frac{5}{4} \cdot 0,572} = 16,5 \text{ м/сек} = 59,5 \text{ км/час.}$$

В этом случае неблагоприятное действие в смысле сообщения наддресорному строению толчков будут оказывать оси I и II.



Фиг. 64.

С уменьшением скорости от 50,4 км/час (соответствующей прямой АВ) до скорости

$$v = \frac{B}{\frac{7}{4} T} = \frac{11,8}{\frac{7}{4} \cdot 0,572} = 11,7 \text{ м/сек} = 42,2 \text{ км/час}$$

(соответствующей прямой АД) неблагоприятными в смысле толчков будут оси V и VI, поскольку они будут проходить неровности пути в тот момент, когда задний конец наддресорного строения будет подниматься вверх. При

скорости ниже 42,2 км/час ось *VI* будет давать благоприятный толчок наддрессорному строению, способствующий уменьшению колебания наддрессорного строения. При скорости ниже соответствующей прямой *AE*, проходящей через точку *b* пересечения горизонтали оси *IV* с ординатой, соответствующей времени $\frac{5}{4}T$, ось *IV* будет давать неблагоприятные толчки. Скорость, соответствующая прямой *AE*, найдется равной:

$$v_E = \frac{7,8}{\frac{5}{4} \cdot 0,572} = 10,9 \text{ м/сек} = 39,2 \text{ км/час.}$$

Прямая *AF* характеризуется тем, что с уменьшением скорости ось *V* получает толчок, благоприятно влияющий на наддрессорное строение в смысле уменьшения продольного колебания его. Скорость, соответствующая прямой *AF*, найдется равной:

$$v_F = \frac{9,8}{\frac{7}{4} \cdot 0,572} = 9,80 \text{ м/сек} = 35,3 \text{ км/час.}$$

Прямая *AG* характеризует начало неблагоприятных толчков со стороны оси *III*; скорость, соответствующая этой прямой:

$$v_G = \frac{4}{\frac{3}{4} \cdot 0,572} = 9,32 \text{ м/сек} = 33,5 \text{ км/час.}$$

Дальнейшее исследование в сторону уменьшения скоростей представляет меньше интереса, поскольку влияние на наддрессорное строение задней тележки при прохождении ее осями возвышения пути начинает сказываться уже после того, как наддрессорное строение успело сделать более двух полных колебаний, считая с момента прохождения неровности пути первой осью.

В рассмотренном диапазоне скоростей между 59,5 и 33,5 км/час и ниже из шести осей две или три оси дают наддрессорному строению толчки, действующие неблагоприятно, т. е. вызывающие увеличение качания его. Остальные же оси дают толчки, влекущие за собою уменьшение качания наддрессорного строения; при указанных скоростях оси задней тележки начинают давать толчки наддрессорному строению после того, как последнее успело совершить, по крайней мере, одно полное колебание, т. е. когда амплитуда колебания уже в известной мере снизилась вследствие поглощения части энергии, вызвавшей продольное колебание, сопротивлениями, появляющимися при колебаниях (трение в буксовых челюстях и, главным образом, трение в листах рессор).

В этом отношении больший эффект вызывают толчки в наддрессорное строение от оси *II*, имеющие место при скоростях выше 50 км/час, вызывая увеличение амплитуд в начальный момент возникновения колебания.

§ 12. Влияние просадки стыков и изменений профиля на продольные колебания

Мы рассмотрели влияние неровности пути, действующей на наддрессорное строение в виде толчков, получающихся при прохождении отдельными колесами этой неровности пути. При этом мы видели, что в зависимости от скорости движения толчки, передаваемые на наддрессорное строение от прохождения неровности пути задними колесами, могут увеличивать или уменьшать живую силу колебания наддрессорного строения, полученную им от прохождения через неровности пути передних колес. Однако сами неровности пути могут чередоваться и вызывать увеличение живой силы колебания. Примером таких периодически следующих неровностей пути являются просевшие стыки.

Если обозначим длину рельса через L , то скорость, при которой будет иметь место нарастание живой силы при прохождении просевших стыков для электровоза, имеющего период продольного колебания T , выразится уравнением:

$$v = \frac{L}{T}. \tag{116}$$

На табл. 5 приведены указанные критические скорости для всех ранее рассмотренных типов электровозов для рельсов длиной

$$L = 13 \text{ м}$$

и

$$L = 20 \text{ м}.$$

Таблица 5
Критические скорости электровозов в зависимости от длины рельсов

Т и п э л е к т р о в о з а	T	Критическая скорость в км/час при длине рельсов	
		L=13 м	L=20 м
ODO (не сбалансирован)	0,672	69,5	107
ODO (по две оси сбалансированы)	0,716	65,5	101
B + B	0,716	65,5	101
1D1 (3 плоскости подвешивания)	0,496	94,5	145
2D2 (3 плоскости подвешивания)	0,322	145,5	223
C + C (2 плоскости подвешивания каждой тележки)	0,572	82	125

Как видно из приведенной таблицы, критическая скорость лежит при рельсах длиной $L = 20 \text{ м}$ выше эксплуатационных скоростей, а при коротких рельсах ($L = 13 \text{ м}$) в пределах эксплуатационных скоростей. Повышение длины рельсов и уменьшение времени полного колебания T выгодно в том отношении, что увеличивает скорость, при которой возможно появление резонанса колебания надрессорного строения при прохождении колесами стыков, за пределы эксплуатационных скоростей. При скорости, в два раза меньше критической, между прохождением стыков надрессорное строение успеет совершить два полных колебания; вследствие этого заметная доля энергии, вызвавшей колебание (толчки от прохождения стыков — в рассматриваемом случае), будет уже поглощена.



Фиг. 65.

Далее следует отметить, что причиной продольного колебания надрессорного строения может явиться также изменение профиля пути. Действительно, представим себе условно, что вслед за площадкой резко следует подъем (фиг. 65). Благодаря этому подъему i первая ось поднимается на величину $\Delta = ib$, где b — путь, пройденный этой осью от начала подъема. Поворачивание надрессорного строения уменьшит величину прогиба рессоры.

Предположим, что при большой скорости первое колесо успело пройти 5÷6 м, прежде чем надрессорное строение успело заметно наклониться под влиянием дополнительного усилия рессор первой и последующих осей, поднявшихся на возвышение пути. Если возвышение пути сделано с наклоном $\frac{1}{200}$, то поднятие буксы крайней оси, находящейся на возвышении пути, будет

$$\Delta = ib = \frac{5\,000}{200} = 25 \text{ мм}.$$

При этом подсчете мы полагали, что надрессорное строение находилось к моменту вступления передней оси на подъем в покое относительно осей, т. е.

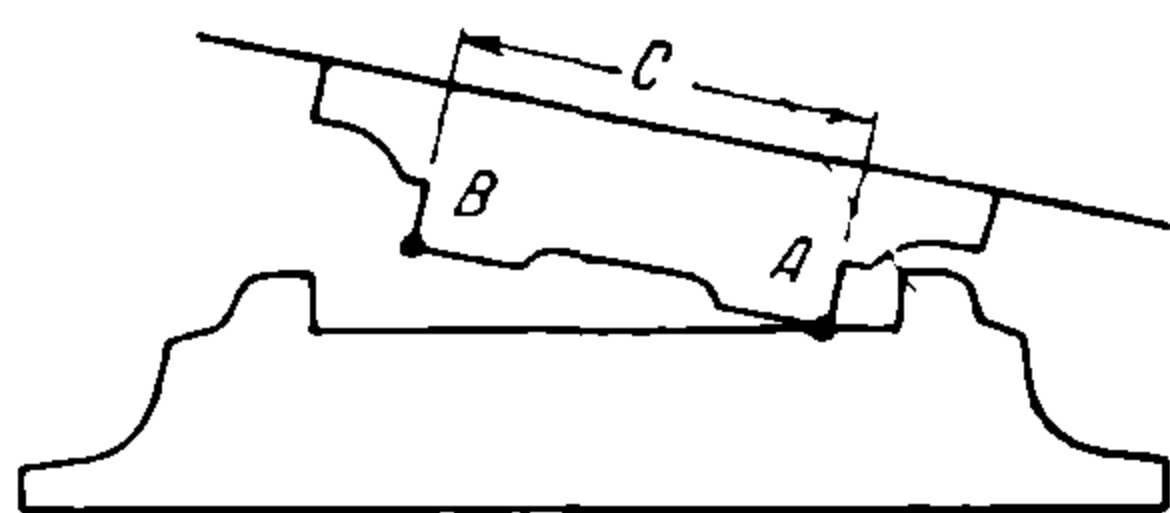
в горизонтальном положении; однако наддресорное строение могло уже иметь колебания, и поэтому возможно, что к прогибу рессоры от подъема пути прибавится прогиб от продольного колебания. Это может в сумме дать величину, уже опасную в смысле удара буксы в вырезы в раме. Поэтому в действительности переход от одного профиля к другому делают очень плавным.

§ 13. Поперечные колебания

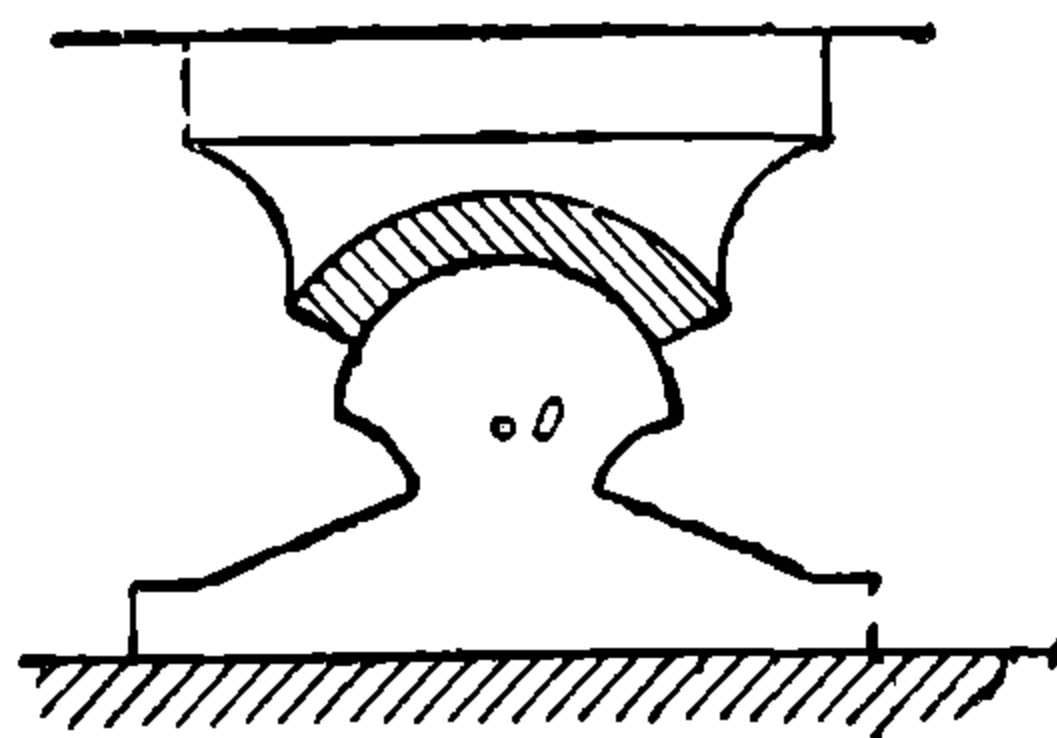
Ось поперечного колебания наддресорного строения располагается в вертикальной продольной плоскости симметрии электровоза. В отличие от продольного колебания, где имеет место перекатывание колес, мы можем считать, что при поперечном колебании колеса остаются неподвижными в поперечном направлении вследствие большого трения в опорных точках колес. Поэтому по высоте центр поперечного колебания можно считать расположенным в уровне осевых букс. При различном диаметре колес, т. е. с расположением букс бегунков и движущих осей на различной высоте, по аналогии с продольным колебанием (формула 71), можем написать:

$$\frac{h'}{h''} = \frac{\sum \mathcal{K}_\delta}{\sum \mathcal{K}_{\delta_0}}, \quad (117)$$

где h' и h'' — расстояния центра качания до средней линии бегунковых и движущих осей, а \mathcal{K}_δ и \mathcal{K}_{δ_0} — жесткости их рессор.



Фиг. 66.



Фиг. 67.

Кроме поперечного колебания всего наддресорного строения в электровозах с движущими тележками имеют место колебания кузова относительно указанных тележек, при чем условия колебания будут различны в зависимости от конструкции опор.

В случае плоских опор (фиг. 66) ось колебания кузова будет проходить попеременно то через точку A, то через точку B у каждой опоры; при чем начальный возвращающий момент равен:

$$M_0 = \frac{P_k c}{2}, \quad (118)$$

где P_k — вес кузова, c — расстояние между точками A и B — правой и левой грани пяты.

Если момент, вызванный центробежной силой при движении электровоза в кривой или при входе в кривую или наконец при поперечном колебании, меньше возвращающего момента, что обычно имеет место, — кузов не получит поперечного вращения, как если бы он был в поперечном направлении жестко закреплен на рамах тележек.

В случае шаровых опор кузова последний имеет поперечное вращение около продольной оси, проходящей через центр шаровой поверхности O, независимо от того, располагается ли шаровая опора своей выпуклой поверхностью вверх или вниз. Отметим, что при шаровой поверхности, расположенной вверх (фиг. 67), снижается центр или ось поперечных колебаний, что, как мы увидим впоследствии, имеет преимущество и равносильно поднятию центра тяжести кузова.

Рассмотрим сначала колебание наддрессорного строения на осевых рессорах. При поперечном колебании при вращении наддрессорного строения на некоторый угол ψ рессоры с одной стороны сжимаются, с другой же стороны выпрямляются. Если обозначим расстояние от середины рессоры до продольной оси электровоза через y , то при повороте наддрессорного строения на угол ψ дополнительный прогиб рессоры будет $y\psi$, а момент, соответствующий изменению упругих сил рессор и стремящийся вернуть наддрессорное строение электровоза в положение равновесия, будет:

$$M' = \psi (\kappa_1 y_1^2 + \kappa_2 y_2^2 + \dots) = \psi \sum \kappa y^2, \quad (119)$$

где κ —коэффициент жесткости рессор, а κy^2 обозначает сумму произведений коэффициента жесткости рессоры на квадрат расстояния ее от продольной оси, распространенную на все число рессор, участвующих в поперечном колебании с обеих сторон электровоза.

При достаточно высоком расположении центра тяжести наддрессорного строения, при наклоне последнего на угол ψ , образуется дополнительный момент от веса наддрессорного строения, равный

$$M'' = GH \sin \psi.$$

Таким образом, общий восстанавливающий момент M будет равен:

$$M = M' - M'' = \psi \sum \kappa y^2 - GH \sin \psi.$$

Приравнявая этот момент моменту сил инерции наддрессорного строения относительно продольной оси I_y , умноженному на угловое ускорение вращения при поперечном колебании, т. е.

$$M = \psi \sum \kappa y^2 - GH \sin \psi = I_y \frac{d^2 \psi}{dt^2} \quad (120)$$

мы, как и для продольного колебания можем определить время поперечного колебания электровоза от одного крайнего положения до другого:

$$T' = \pi \sqrt{\frac{I_y}{\sum \kappa y^2 - GH}}$$

и полное время колебания:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_y}{\sum \kappa y^2 - GH}}. \quad (121)$$

Выше было отмечено, что не все оси могут давать восстанавливающий момент при поперечном наклоне наддрессорного строения и, таким образом, в выражение $\sum \kappa y^2$ эти оси не должны входить. К числу таких осей, относящихся индифферентно к поперечному колебанию принадлежат все оси, сбалансированные поперечным балансиrom.

Поперечное сбалансирование имеет, как выше указывалось, важное значение для передних, направляющих в кривых осей электровоза, выравнивая нагрузку обоих колес; при отсутствии поперечного балансира оси будут участвовать в поперечном колебании, и вызванное им обезгруживание направляющего колеса может повлечь за собою сход с рельсов.

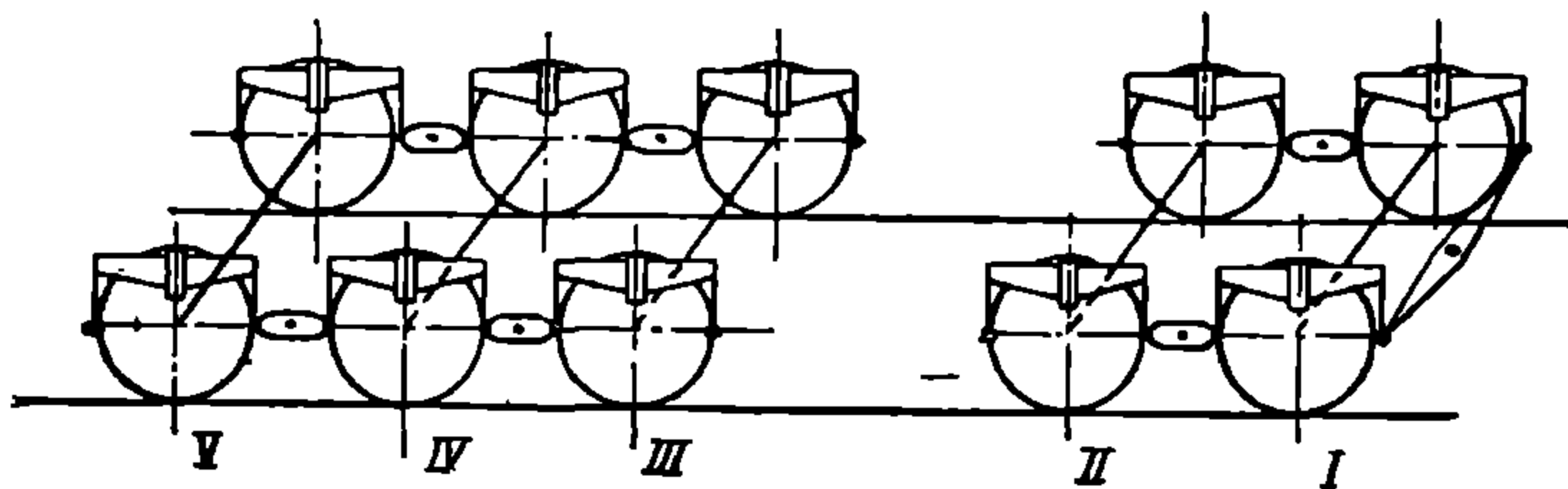
Для уменьшения числа точек подвешивания, что, как известно, ведет к лучшему сохранению статической нагрузки колес при неровностях пути, стремятся соединить поперечным балансиrom не только рессоры одной оси, но и рессоры ряда осей, связанных между собой продольными балансирами. В этом случае все связанные между собою продольными балансирами и затем поперечным балансиrom рессоры не работают при поперечном колебании наддрессорного строения электровоза.

Действительно, пусть имеем электровоз с пятью осями. Для получения подвески в трех точках можно связать рессоры одной оси поперечным балансиrom, а остальных—продольными балансирами; или же две оси соединить

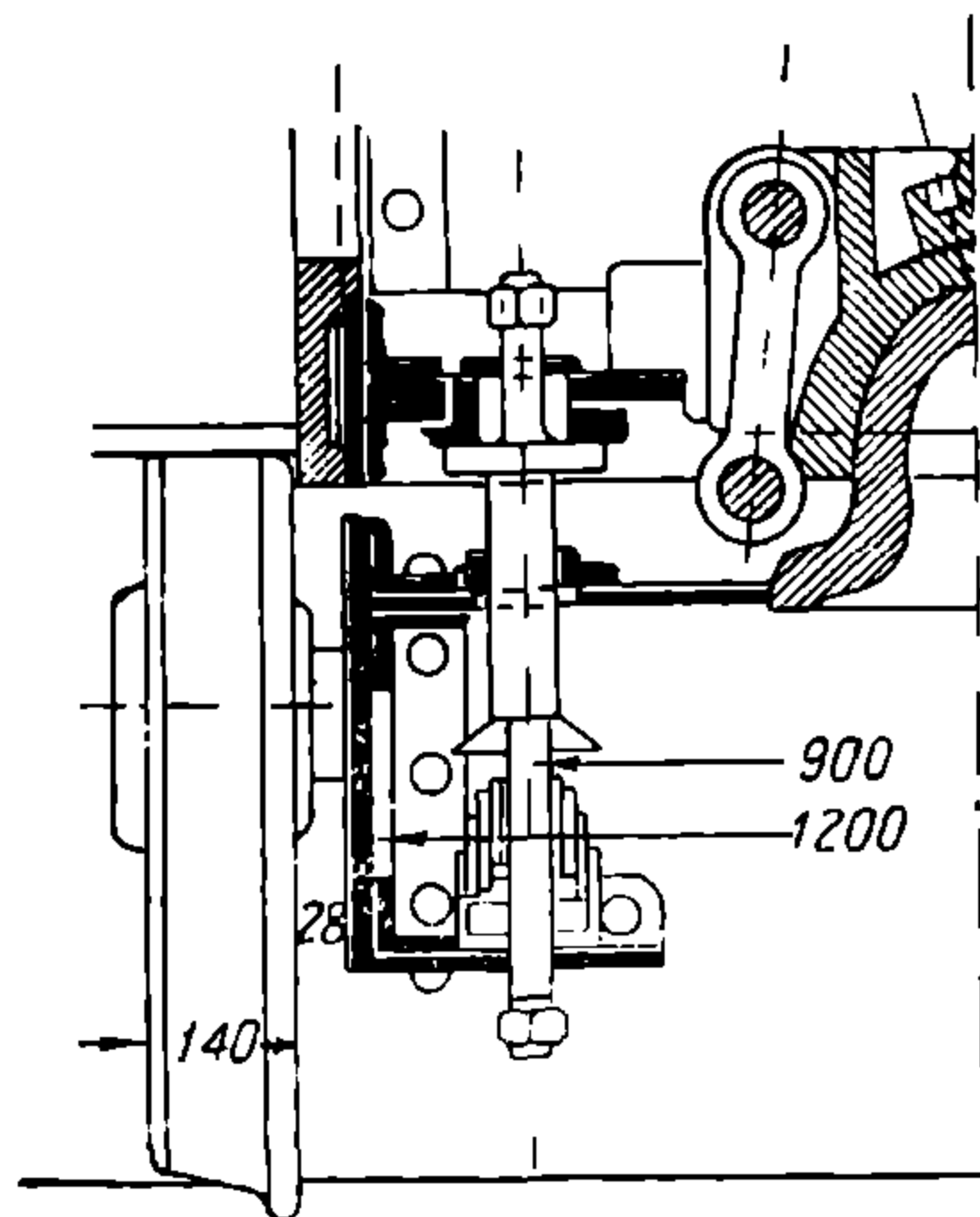
между собою продольными балансирами и затем поперечным в одну группу, а остальные три—продольными балансирами, как показано на фиг. 68.

В последнем случае, при поперечном колебании, оси I и II не дают восстанавливающего момента, поскольку перегрузка колес этих осей с одной стороны электровоза передается через поперечный балансир на колеса другой стороны и выравнивается, не вызывая реактивного момента, и в формуле (121) приходится в сумму $\sum \mathcal{K}y^2$ вводить только произведения $\mathcal{K}y^2$ от действия рессор остальных трех осей.

Так же в отношении поперечного колебания кузова ведут себя тележки со шкворнем сферической формы. Для привлечения рессор тележечных осей к сопротивлению поперечному колебанию кузова связывают тележечную раму с основной рамой при



Фиг. 68.



Фиг. 69.

помощи рессор (фиг. 69). В этом случае тележка будет участвовать в поперечном колебании кузова в зависимости от жесткости рессор как осевых, так и рессор, соединяющих основную раму с тележкой, и общий коэффициент жесткости рессор этой системы можно определить, как для составной рессоры.

Здесь следует отметить, что, кроме данного на фиг. 69 способа упругого соединения тележки с основной рамой (где имеется упорка, передающая сжимающее усилие), тележка часто соединяется с основной рамой подвесками, оканчивающимися валиком O (фиг. 70), входящим в овальные проушины рессорного болта N и работающим поэтому только на растяжение с одной стороны тележки. Сам болт имеет заплечики D и позволяет давать пружине любое начальное натяжение. Работа обеих систем совершенно одинакова.

В качестве примера остановимся на работе второй системы. При поперечном наклоне наддрессорного строения, например вправо, рама тележки будет увлекаться левой подвеской A и вызовет наклон α тележки. Если \mathcal{K} —коэффициент жесткости рессор тележки, число осей n и расстояние между осевыми рессорами $2y$, то усилие в левой подвеске найдется из условия равенства моментов от изменения усилий тележечных рессор и усилия F в подвеске A, находящейся на расстоянии c от шаровой опоры; таким образом, имеем:

$$Fc = 2\alpha n y^2 \mathcal{K}$$

или

$$F = \frac{2\alpha n y^2 \mathcal{K}}{c}. \quad (122)$$

Здесь коэффициент 2 учитывает реакцию осевых рессор с правой и левой сторон тележки.

До тех пор, пока $F < F_0$, где F_0 —начальное натяжение пружины A, тележка работает при поперечной качке так же, как если бы она была жестко связана

с основной рамой электровоза. При $F > F_0$ начинается совместная работа и тележных рессор, и пружины А. Пусть коэффициент жесткости пружины у подвески А будет \mathcal{K}_A ; обозначим через \mathcal{K}_ϕ жесткость одной фиктивной рессоры, отнесенной к тому же расстоянию y , что и тележечные рессоры, и заменяющей по совокупному влиянию на поперечное колебание наддрессорного строения как тележечные рессоры, так и пружину А. Величину \mathcal{K}_ϕ найдем из условия равенства восстанавливающих моментов осевых рессор и фиктивной, а именно:

$$2\alpha y^2 \mathcal{K}_\phi = \alpha' \mathcal{K}_A c^2 + 2\alpha'' n y^2 \mathcal{K}, \quad (123)$$

где

α' — наклон тележки по отношению к наддрессорному строению,

α'' — наклон тележки по отношению к рельсовому пути,

α — наклон наддрессорного строения всего электровоза к рельсовому пути.

Не трудно видеть, что:

$$\alpha = \alpha' + \alpha''. \quad (124)$$

Кроме того моменты сил, вызванные сжатием пружины А и тележечных рессор, должны быть равны между собою, т. е.

$$\alpha' \mathcal{K}_A c^2 = 2\alpha'' n y^2 \mathcal{K}, \quad (125)$$

откуда

$$\alpha' = \alpha \frac{2n y^2 \mathcal{K}}{2n y^2 \mathcal{K} + \mathcal{K}_A c^2}$$

и

$$\alpha'' = \alpha \frac{\mathcal{K}_A c^2}{2n y^2 \mathcal{K} + \mathcal{K}_A c^2}.$$

Подставляя значения α' и α'' в уравнение (123), получим (по сокращении на α):

$$2y^2 \mathcal{K}_\phi = \frac{2\mathcal{K}_A c^2 \cdot 2n y^2 \mathcal{K}}{2n y^2 \mathcal{K} + \mathcal{K}_A c^2}$$

или

$$\mathcal{K}_\phi = \frac{\mathcal{K}_A \cdot \frac{c^2}{y^2} \cdot 2n \mathcal{K}}{2n \mathcal{K} + \mathcal{K}_A \cdot \frac{c^2}{y^2}}. \quad (126)$$

Не трудно видеть, что влияние пружины А то же, что и спиральной рессоры при сложной подвеске с приведенной жесткостью $\left(\mathcal{K}_A \frac{c^2}{y^2} \right)$, т. е. жесткость которой умножена на квадрат отношения ее расстояния и расстояния осевых рессор до средней продольной оси колебания наддрессорного строения электровоза.

Если дать начальное натяжение пружине А слишком большим, смягчающее действие ее на изменение нагрузок на тележечные оси скажется лишь при очень высоких изменениях нагрузок; и, наоборот, если не дать ей никакого начального натяжения, тележечные оси с самого начала получат большую гибкость.

Если у пружинных болтов N (фиг. 70) не делать упорок D, но дать им достаточное начальное натяжение, то при поперечной качке обе пружины А и В будут работать одновременно и общий коэффициент жесткости системы рессор получится равным:

$$\mathcal{K}_\phi = \frac{\mathcal{K}_A \frac{c^2}{y^2} \cdot \mathcal{K}_B}{\mathcal{K}_B + \mathcal{K}_A \frac{c^2}{y^2}}. \quad (127)$$

В приведенных расчетах совместной работы тележечных рессор и связующих тележку с главной рамой пружин мы не учитываем влияние инерции рамы тележки, поскольку это влияние не может сильно сказаться на результатах.

Когда мы имеем электровоз на движущих тележках, а кузов опирается на движущие тележки при помощи сферических опор с боковыми упорами, то масса наддрессорного строения самих тележек настолько велика, что инерцией ее пренебрегать уже нельзя и приходится вести расчет на колебание отдельно как кузова на упругих боковых опорах, так и всего наддрессорного строения (кузова и тележек) около осевых рессор.

Для получения удовлетворительного рессорного подвешивания в отношении поперечных колебаний необходимо выполнение следующих условий:

1) Несовпадение периода продольных и поперечных колебаний с периодом синусоидальных колебаний, вызванных извилистым движением электровоза вследствие коничности бандажей и связанным с этим периодическим изменением диаметров кругов катания их.

2) Правильно подобранная жесткость рессор, если они располагаются не на одинаковом расстоянии от средней продольной плоскости симметрии электровоза.

3) Совпадение центра шаровой опоры по высоте со средней линией движущих осей.

Пусть имеем электровоз, часть рессор у которого располагается перед колесами, а часть—за колесами. Обозначим (фиг. 71) соответственно расстояние между рессорами через $2y_1$ и $2y_2$, а расстояние между опорными точками колес через $2s$.

При поперечном наклоне наддрессорного строения на некоторый угол ψ изменения нагрузок внешних и внутренних рессор будут равны: $\mathcal{K}_1 y_1^2 \psi$ и $\mathcal{K}_2 y_2^2 \psi$, где \mathcal{K}_1 и \mathcal{K}_2 —коэффициенты жесткости внешних и внутренних рессор.

В силу этого изменения нагрузок на колеса будут:

а) в случае внешних рессор:

$$\Delta P_1 = - \frac{\mathcal{K}_1 y_1^2 \psi}{s}; \tag{128}$$

б) в случае внутренних рессор:

$$\Delta P_2 = - \frac{\mathcal{K}_2 y_2^2 \psi}{s}. \tag{128'}$$

Если статическая нагрузка внутренних и внешних рессор P_1 и P_2 , то относительные изменения нагрузок выразятся соответственно:

и

$$\frac{\Delta P_1}{P_1} = \frac{\mathcal{K}_1 y_1^2 \psi}{s P_1}$$

$$\frac{\Delta P_2}{P_2} = \frac{\mathcal{K}_2 y_2^2 \psi}{s P_2}. \tag{129}$$

Условие одинаковых относительных изменений нагрузок на колеса при поперечном колебании выразится в виде:

или

$$\frac{\mathcal{K}_1 y_1^2}{P_1} = \frac{\mathcal{K}_2 y_2^2}{P_2}$$

$$\frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{K}_2} = \frac{y_2^2}{y_1^2} \cdot \frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{P_1}{y_1^2}}{\frac{P_2}{y_2^2}}, \tag{130}$$

т. е. отношение жесткости рессор должно быть равно отношению статических нагрузок колес, деленных на квадраты половины расстояния между рессорами одной и той же оси. Несоблюдение этого условия может вызвать чрезмерную раз-

грузку направляющей в кривой оси и сход с рельсов. Подобный случай отмечает Бакстер на английских ж. д. (см. „Hight Speed Electrical Locomotive Suspension“ F. Baxter „The Engineer“ 14 Apr., 1933 г.).

На табл. 6 приведены основные данные рессорного подвешивания некоторых быстроходных электровозов.

Электровоз ходовой формулы $2C_0 + C_0 2$ имеет при конструктивной скорости 130 км/час (36,2 м/сек) период колебания от виляния вследствие конусности бандажей, $T = \frac{24,4}{36,2} = 0,67$ сек. соответствующий расстоянию 24,4 м. Это время выше периода колебания рессор движущих и бегунковых осей.

Таблица 6

Характеристика рессорного подвешивания быстроходных электровозов

Название дороги	Париж—Лион— Средиз. море		Париж— Орлеан	Швейц. ж. д.	Пенсильв. ж. д.	Нью-Йорк —Центр.	Великая Индийск.
Ходовая формула	$2C_0 + C_0 2$		$2D_0 2$	$2D_0 1$	$1D 1$	$B_0 - B_0 +$ $+ B_0 - B_0$	$2C_0 1$
Название осей	Движу- щие	Бегунко- вые	Движу- щие	Движу- щие	Движу- щие	Движу- щие	Движу- щие
Ширина колеи .	1 435	1 435	1 435	1 435	1 435	1 435	1 676
Длина рессор .	1 100	1 190	1 100	1 000	1 220	915	1 030
Число листов . .	16	15	15	12	22	15	12
Толщина » в мм .	12	14	12	14	12,7	9,5	12,7
Ширина » в мм	114	152	122	111	152	114	127
Расстояние между рессорами в мм	2 140	1 060	1 050	1 060	1 060	1 940	1 350
Расположение рам .	Внешнее	Внутрен- нее	Внутрен- нее	Внутрен- нее	Внутрен- нее	Внешнее	Внутрен- нее
Нагрузка на ось в т .	17,5	12,25	17,7	19,7	34,2	16,5	20,5
» ва рессору в т .	6,7	5,5	7,15	8,1	28,7	6,17	8 0
Гибкость в мм/т	6,0	4,1	6,0	4,1	4,2	8,4	5,5
Период колебания в сек .	0,51	0,57	0,54	0,421	0,75	0,657	0,553

Согласно вышеизложенному соотношение жесткостей рессор движущих и бегунковых осей ($ж_1$ и $ж_2$) при расстоянии между ними $2y_1 = 2 140$ мм и $2y_2 = 1 060$ мм и при статических нагрузках на рессоры $P_1 = 6,7$ т и $P_2 = 5,5$ т должно быть (см. формулу 130):

$$\frac{ж_1}{ж_2} = \frac{\frac{P_1}{y_1^2}}{\frac{P_2}{y_2^2}} = \frac{6,7 \cdot 1 060^2}{5,5 \cdot 2 140^2} = \frac{1}{3,35} ,$$

т. е. рессоры бегунковых осей должны быть в 3,35 раза более жесткими. В действительности отношение жесткости рессор осей бегунковых и движущих:

$$\frac{ж_2}{ж_1} = 1,47.$$

В подобных случаях различного расположения рессор (внутреннее у бегунковых осей и внешнее у движущих) трудно получить теоретически необходимое соответствие жесткостей рессор.

У электровозов $2C_0 1$ Вел. Инд. ж. д. при внутренних главных рамах теоретическое отношение жесткостей рессор 0,77 1; в действительности же оно равно 0,51:1.

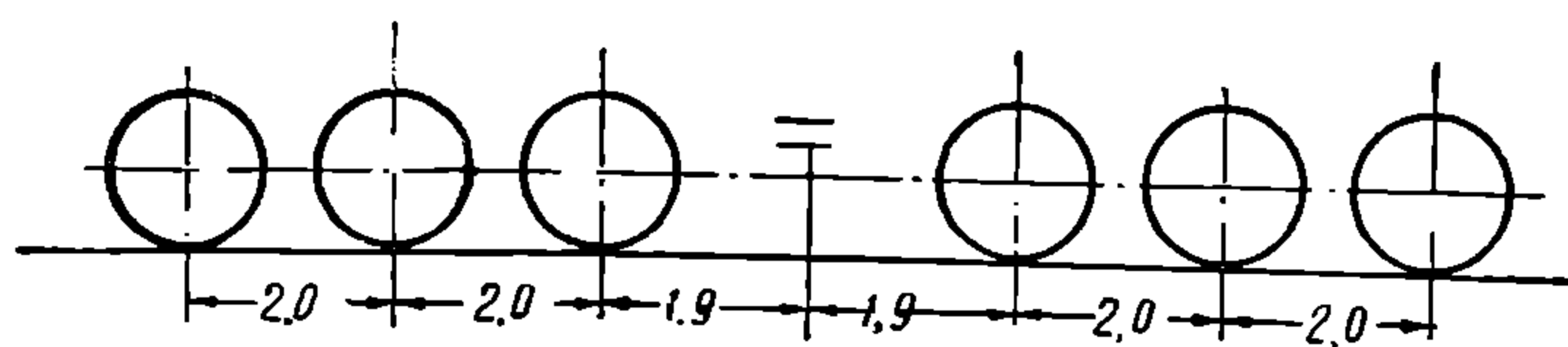
§ 14. Влияние односторонних неровностей пути на поперечные колебания

Мы вывели законы поперечного колебания наддрессорного строения независимо от того, от какой причины произошло накопление живой силы, вызвавшей колебание.

Вообще говоря, причиной, вызывающей поперечные колебания, может быть односторонняя неровность пути, т. е. имеющая место лишь на одной нити пути; тогда колеса соответствующей стороны электровоза, проходя по указанным неровностям пути, сообщат наддрессорному строению ряд односторонних толчков, следствием чего и явится поперечное колебание.

Другой причиной поперечных колебаний наддрессорного строения электровоза являются переходные кривые с односторонним поднятием внешнего рельса.

Первая причина носит обычно кратковременный характер, и прохождение каждым колесом неровности пути дает чередующиеся толчки на наддрессорное строение, вызывая поперечное колебание его.



Фиг. 72.

При небольшом периоде колебания может оказаться, что, прежде чем электровоз пройдет всеми своими колесами неровность пути, наддрессорное строение успеет под влиянием первых толчков отклониться в одну сторону и

начнет возвращаться; тогда последующие удары, направленные навстречу качающейся массе, будут способствовать поглощению энергии поперечного колебания. В этом смысле выгодно иметь короткие периоды колебаний и привлечь к участию в поперечном колебании возможно большее число осей электровоза.

В качестве примера исследуем поперечное колебание электровоза „Си“ ходовой формулы С + С при прохождении одностороннего возвышения пути; при чем для упрощения мы пренебрежем возможностью поперечного качания кузова около шаровых опор тележек и будем рассматривать лишь качание всего наддрессорного строения электровоза около продольной оси.

Расположение осей электровоза показано на фиг. 72.

Поскольку здесь отсутствуют поперечные балансиры, каждое колесо, проходя по одностороннему возвышению пути, сообщает боковой толчок наддрессорному строению. Для определения периода колебаний наддрессорного строения необходимо найти момент инерции его относительно оси качания.

Для указанного электровоза мы имеем следующие (табл. 7) веса и высоту расположения центра тяжести отдельных частей его над головкой рельса, а также моменты инерции I_y отдельных деталей относительно продольной оси колебания, принимаемой на высоте средней линии движущих осей.

Жесткость составных рессор (листовых и спиральных) $100 \text{ кг/мм} = 100\,000 \text{ кг/м}$; высота центра тяжести наддрессорного строения над средней линией движущих осей $H = 1\,730 - 600 = 1\,130 \text{ мм} = 1,13 \text{ м}$; расстояние между рессорами правой и левой стороны $2y = 2\,000 \text{ мм}$ или $y = 1 \text{ м}$, зарессоренный вес — $92\,150 \text{ кг}$.

Полный период колебания найдется равным:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{2\sum \mu y^2 - GH}} = 2\pi \sqrt{\frac{24\,152}{2 \cdot 6 \cdot 100\,000 \cdot 1^2 - 92\,150 \cdot 1,13}} = 0,929 \text{ сек.}$$

Пусть колесо первой оси прошло неровность пути и наддрессорное строение начало свое поперечное колебание. В течение промежутка времени

$$\frac{T}{4} = \frac{0,929}{4} = 0,232 \text{ сек.,}$$

Основные данные электровоза «Си»

	Вес <i>Q</i>	Момент <i>M</i>	$I_y = \frac{Q}{g} \cdot r^2$ в <i>мкг сек²</i>
Рама кузова	10 347	16 872	1 370
Кузов	7 347	24 781	6 182
Части механического тормоза на раме кузова .	137	330	45
То же автотормоза . . .	1 708	3 092	299
Трубопроводы на раме кузова	518	1 070	163
Остов под аппаратуру .	964	2 736	580
Воздушный канал .	507	766	45
Песочницы . . .	903	1 794	218
Деревянный пол	582	1 388	233
Ящик с инструментом, песок и смазка .	1 633	3 841	557
Электроаппаратура	24 586	69 033	14 275
Итого	49 232	125 703	23 967
Тележки и зарессоренные части моторов	42 918	33 263	185
Полный вес надрессорного строения	92 150	158 966	24 152

Высота центра тяжести надрессорного строения над головкой рельса $H' = \frac{M}{Q} = \frac{15\,8966}{92\,150} = 1,73\text{ м.}$

оно достигнет своего наибольшего отклонения и начнет движение в обратную сторону. Второе колесо пройдет возвышение пути после этого момента лишь в том случае, если скорость движения будет не более той, которая соответствует прохождению расстояния между первой и второй осью, т. е. 2 м в течение времени $\frac{T}{4}$, т. е. не более

$$v = \frac{2}{0,232} = 8,62\text{ м/сек} = 31\text{ км/час.}$$

Затем, в течение промежутка времени $\frac{T}{2} = 0,464\text{ сек.}$ надрессорное строение будет переваливаться на ту сторону, где имеется неровность пути, и за это время будет пройдено расстояние

$$l = \frac{vT}{2} = 8,62 \cdot 0,464 = 4\text{ м.}$$

Другими словами, третья ось успеет еще передать свой толчок надрессорному строению, когда оно этой стороной опускается вниз, что будет способствовать уменьшению поперечного колебания; в последующий момент, т. е. по истечении времени $\frac{3}{4}T$ после прохождения первым колесом возвышения пути, надрессорное строение будет совершать колебания в противоположную сторону до момента $\frac{5}{4}T$. За этот промежуток времени электровоз пройдет еще 4 м, и две оси второй движущей тележки сообщат надрессорному строению толчки, увеличивающие поперечное колебание его.

Последнее колесо электровоза пройдет возвышение пути спустя

$$\frac{B}{v} = \frac{11,8}{8,62} = 1,37\text{ сек.,}$$

НТБ
ДНУЖТ

т. е. после того, как наддресорное строение, совершив полное колебание, будет опускаться той стороной, где имеется возвышение пути, и толчок будет способствовать уменьшению колебания.

Таким образом, в случае движения со скоростями менее 30 км/час половина осей при прохождении возвышения пути передает наддресорному строению толчки, способствующие увеличению амплитуды поперечного колебания, другая же половина осей уменьшает колебания. При больших скоростях (порядка 60 км/час и выше) первые две оси дадут толчок, увеличивающий амплитуду поперечного колебания, но зато остальные четыре оси будут способствовать поглощению колебания.

В аналогичном положении будут находиться электровозы других ходовых формул, у которых ни одна из осей не имеет поперечного балансира, и они по общему числу осей и базе приближаются к рассмотренному.

Не трудно видеть, что если неровность пути будет заключаться не в возвышении, а в односторонней просадке пути, то просевшее колесо получит разгрузку, и нарушение вследствие этого равновесия повлечет за собою поперечное колебание наддресорного строения, совершенно аналогичное уже рассмотренному при прохождении одностороннего возвышения пути, только первое колебание будет совершаться к той стороне пути, где имеется его просадка.

Как выше упоминалось, для сохранения одинаковой нагрузки на колеса крайних осей при односторонних неровностях пути (и при особенно опасных односторонних просадках пути) крайние оси устраивают с поперечными балансирами или, в случае бегунковых осей, применяют шаровые центральные опоры.

Прохождение односторонних неровностей пути передними осями тогда не вызывает бокового толчка наддресорного строения, и последнее получает поперечное колебание только при прохождении односторонних неровностей пути остальными осями, не сбалансированными поперек.

Малое число осей, участвующих в поперечном колебании при большой скорости движения, может создать весьма неблагоприятные условия воздействия неровностей пути на наддресорное строение, а именно: все оси могут успеть пройти неровность пути в тот промежуток времени, когда наддресорное строение, получив толчок от первой оси, совершает еще первую четверть своего колебания, т. е. отклоняясь в сторону, противоположную той, где имеется возвышение пути. Тогда влияние всех толчков на наддресорное строение будет суммироваться.

Пусть, например, имеем электровоз ходовой формулы 2С₀2 с расстоянием между движущими осями по 2,5 м, и пусть нагрузка на бегунковые двухосные тележки передается через шаровую центральную опору.

При прохождении таким электровозом односторонних неровностей пути бегунковые тележки не создадут поперечных моментов, вызывающих поперечное колебание. Пусть период поперечного колебания наддресорного строения $T=1$ сек.; тогда при скорости движения, соответствующей прохождению неровности пути всеми движущими осями, расставленными на расстоянии 5 м, в течение времени $\frac{1}{4} T$, все движущие оси дадут наддресорному строению неблагоприятные толчки. Соответствующая скорость найдется равной:

$$v = \frac{5}{\frac{1}{4}} T = \frac{5}{0,25} 1 = 20 \text{ м/сек} = 72 \text{ км/час.}$$

Таким образом, прохождение электровозом односторонних неровностей пути со скоростями выше 72 км/час будет неблагоприятно отзываться на поперечном колебании электровоза.

Возникает вопрос, не следует ли привлечь бегунковые оси также к воздействию на поперечное колебание с тем, чтобы все оси при прохождении по неровности пути передавали наддресорному строению толчки, кото-

рые, как мы выше видели, до известной степени взаимно парализуют свое влияние на поперечное колебание.

В этом случае, когда колесо будет проходить впадину глубиной h , его рессора в первый момент получит разгрузку, равную (фиг. 73):

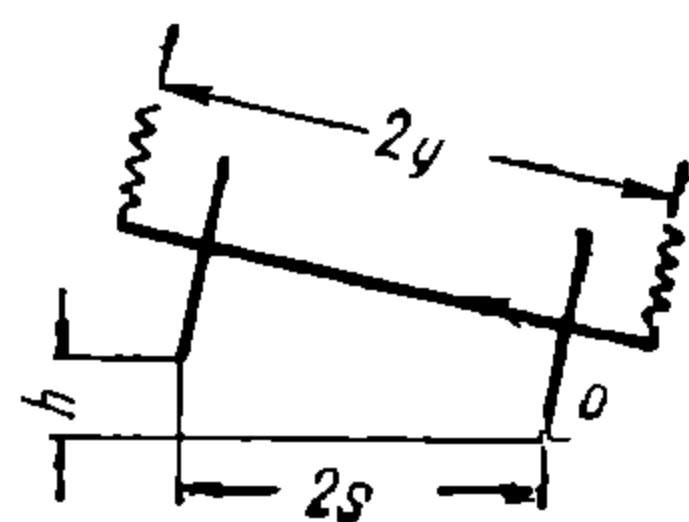
$$\frac{h(y+s)}{2s} \cdot ж,$$

где $2s$ — расстояние между опорными точками колес, $2y$ — расстояние между рессорами и $ж$ — жесткость рессоры.

Не трудно видеть, что поперечное колебание надрессорного строения, вызванное боковыми толчками от прохождения колесами односторонней неровности пути, не может дать дополнительного прогиба рессоры в каждую сторону от среднего положения больше, чем на величину $\frac{h(y+s)}{2s}$ а следова-

тельно и изменения нагрузок рессор более, чем $\frac{h(y+s)}{2s} ж$. Такое изменение

прогиба рессор могло бы иметь место тогда, когда возвышение пути или просадка были бы на протяжении большем, чем расстояние между всеми несбалансированными поперек осями, и если бы все оси почти мгновенно вошли на эту неровность пути; тогда все колеса одной стороны, изменив прогиб своих рессор, получили бы мгновенно соответствующее изменение нагрузок. Неравенство же нагрузок рессор правой и левой стороны заставило бы надрессорное строение поворачиваться в сторону меньшей нагрузки рессор. Здесь имело бы место поперечное колебание надрессорного строения около среднего положения, соответствующего равенству нагрузок рессор правой и левой сторон, т. е. совершенно аналогично тому, как происходит колебание рессоры одиночной оси при прохождении ею неровности пути, и максимальная разгрузка рессор не превысила бы величину $\frac{yh}{s}$.



Фиг. 73.

Когда же отдельные колеса проходят неровность пути на коротком протяжении, то передаваемые надрессорному строению толчки, если они даже будут суммироваться, вызовут тем меньшую по сравнению с величиной $\frac{hy}{s}$ амплитуду, чем более короткое время будут действовать эти толчки или чем короче будет протяжении неровности пути. Изложенное показывает, что некоторое ухудшение в отношении поперечного колебания при прохождении неровности пути в случае поперечного сбалансирования крайних осей не может быть причиной отказа от поперечного балансирования осей.

Здесь небезынтересно произвести подсчет разгрузки колеса при односторонней впадине пути h и под одним колесом (фиг. 73) при расстоянии между рессорами $2y$. Просадка колеса на величину h вызовет уменьшение прогиба рессор соответствующего колеса на величину:

$$\Delta = \frac{h}{s} \cdot \frac{y+s}{2}, \quad (131)$$

где $2s$ — расстояние между опорными толчками колес.

Увеличение прогиба рессоры другого колеса будет:

$$\Delta' = \frac{h}{s} \cdot \frac{y-s}{2}. \quad (131')$$

Тогда нагрузка на шейку этих колес будет равна:

$$\left. \begin{aligned} P' &= P - ж \frac{h}{s} \cdot \frac{y+s}{2} \\ P'' &= P + ж \frac{h}{s} \cdot \frac{y-s}{2} \end{aligned} \right\}, \quad (132)$$

где P — статическая нагрузка на шейку, $ж$ — жесткость рессор.

Нагрузку колеса, попавшего во впадину, найдем, беря момент внешних сил, действующих на рассматриваемую ось, относительно точки O ; имеем:

$$2Qs = P'(y + s) - P''(y - s)$$

или, подставляя величины P' и P'' , получим:

$$Q = \frac{1}{2s} \left\{ P [(y + s) - (y - s)] - \frac{\mu h}{s} \left[\frac{(y + s)^2}{2} + \frac{(y - s)^2}{2} \right] \right\} = P - \frac{\mu h}{s^2} \cdot \frac{y^2 + s^2}{2}. \quad (133)$$

Эта формула показывает, что разгрузка колеса будет тем выше, чем больше величина y .

Таким образом, разгрузка колес при односторонней неровности пути при внешних рессорах будет больше, чем при внутренних. *Во избежание этого следует делать внешние рессоры более гибкими, чем внутренние.* Следует отметить, что в приведенных расчетах мы не учитывали влияния инерции массы оси.

Если имеет место у одного колеса возвышение рельса на $\frac{h}{2}$, а другого понижение на $\frac{h}{2}$, то разгрузка колеса, проходящего понижение пути, будет:

$$\Delta P = \mu h \frac{y^2}{s^2}. \quad (134)$$

§ 15. Влияние возвышения внешнего рельса в кривой на поперечные колебания

Другой причиной (помимо односторонней неровности пути), вызывающей поперечное колебание, является одностороннее возвышение пути, устраиваемое в кривых, каковое, как известно, имеет назначением уравнивание центробежной силы, развивающейся при прохождении подвижного состава по кривым.

Только швейцарские и португальские ж. д. возвышение одного рельса перед другим в кривой делят пополам между внешним и внутренним рельсом. Все остальные дороги создают возвышение полностью за счет поднятия внешнего рельса. При этом ставится непременно условие, что возвышение внешнего рельса полностью имеется в начале кривой. Крутизна подъема во избежание больших изменений нагрузок берется возможно меньшей, а именно: германские ж. д. принимают

$$i = \frac{1}{10V} \div \frac{1}{6V},$$

где V —скорость движения в км/час, при чем

$$\max i = \frac{1}{300};$$

Пенсильванская ж. д. берет

$$i = \frac{1}{792};$$

ж. д. Norfolk-Western берет

$$i = \frac{1}{720};$$

японские ж. д. берут

$$i = \frac{1}{600}.$$

Очень часто возвышение внешнего рельса производят перед кривой при крутых кривых радиуса 250 м с постепенным поднятием его на 1:500, а при более пологих—на $\frac{1}{600} \div \frac{1}{500}$, иногда же в зависимости от максимальной скорости V_{max} (в км/час) по формуле $i = 0,17/V_{max}$.

В виду особой трудности устройства возвышения внешнего рельса в стрелочных кривых почти во всех странах эти возвышения отсутствуют, и при определении максимальных скоростей при езде на ответвление по стрелке приходится сокращать скорость. На условия прохождения этих возвышений сильно влияют конструкция подвижного состава и жесткость рессор.

В первый момент входа на возвышение внешнего рельса произойдет изменение прогиба рессор, и только лишь вследствие нарушения равновесия сил, действующих на надрессорное строение, последнее начнет менять свое положение. Однако, если прохождение возвышения происходит достаточно длительное время, надрессорное строение в своем движении начинает следовать изменению профиля пути. В тот момент, когда прекратится подъем к возвышению внешнего рельса, т. е. рельс достигнет необходимого уровня, надрессорное строение электровоза под влиянием накопленной живой силы будет продолжать свое поперечное качание, пока вся живая сила не будет поглощена работой на дополнительное сжатие рессор.

Пусть возвышение внешнего рельса при подходе к кривой выполнено с постепенным уклоном i .

Если скорость поезда v , то скорость восхождения колес на возвышение будет vi , что при отсутствии рессор вызвало бы угловую скорость вращения электровоза около продольной оси, равную

$$\omega = \frac{vi}{2s},$$

где $2s$ —расстояние между опорными точками колес одной и той же оси.

Если обозначим через I_y момент инерции электровоза относительно продольной оси колебания, то

$$I_y = I_0 + \frac{P_1}{g} h^2, \quad (135)$$

где I_0 —момент инерции надрессорного строения относительно продольной оси, проходящей через центр тяжести; P_1 —вес надрессорного строения и h —высота центра тяжести над осью поперечных колебаний.

Живая сила, накопленная надрессорным строением при поднятии на возвышение внешнего рельса, найдется равной:

$$W = \frac{I_y \omega^2}{2} = \frac{1}{2} \left[I_0 + \frac{P_1 h^2}{g} \right] \frac{v^2 i^2}{(2s)^2}. \quad (136)$$

Эта живая сила вызывает поперечное колебание надрессорного строения. Пусть α —наклон его при максимальном дополнительном прогибе рессор с внутренней стороны. Наклон надрессорного строения прекратится в тот момент, когда вся живая сила, полученная при поднятии на возвышение внешнего рельса, израсходуется на работу сжатия рессор с одной стороны при одновременном снижении усилий рессор на другой стороне. Приравнявая упомянутую живую силу к работе рессор с жесткостью \mathcal{J} , получим:

$$\frac{1}{2} \left[I_0 + \frac{P_1 h^2}{g} \right] \cdot \frac{v^2 i^2}{(2s)^2} = \frac{2a^2 \sum \mathcal{J} y^2}{2},$$

где y —расстояние от середины электровоза до осевых рессор и α —угол наклона надрессорного строения. Изменение усилия рессор следует от 0 до $\alpha \mathcal{J}$ на одной стороне и до $-\alpha \mathcal{J}$ на той стороне, где происходит разгрузка рессор. Если бы этой разгрузки рессор не было, то работа сжимающихся рессор была бы $\sum \frac{1}{2} \mathcal{J} a^2 y^2$, но так как одновременно происходит снижение

усилий рессор на другой стороне, то для наклона наддрессорного строения на угол α потребуется двойное усилие, т. е.

$$\sum 2 \frac{\mathcal{M} \alpha^2 y^2}{2}$$

Заменяя $I_0 = \frac{P_1 \varrho^2}{g}$, где ϱ — радиус инерции массы наддрессорного строения, получим:

$$\alpha^2 \sum (y^2 \mathcal{M}) = \frac{v^2 i^2}{2(2s)^2} \cdot \frac{\varrho^2 + h^2}{g} P_1.$$

Таким образом, получим угол наклона наддрессорного строения:

$$\alpha = \frac{vi}{2s} \sqrt{\frac{(\varrho^2 + h^2) P_1}{2g \sum (y^2 \mathcal{M})}}. \quad (137)$$

По углу α определим изменение нагрузки каждой рессоры, равное:

$$\Delta P = \alpha y \mathcal{M}. \quad (138)$$

Следует отметить, что на рессоры с поперечными балансирами и на рессоры тележек с шаровыми головками не распространяется сумма $\sum (y^2 \mathcal{M})$; поэтому у электровозов с поперечными балансирами будет больший угол α наклона наддрессорного строения по отношению к незарессоренной конструкции при входе на возвышение внешнего рельса, а следовательно и будет большая перегрузка поперечно несбалансированных осей. Далее из формулы (137) следует, что, чем выше скорость обращающихся на линии поездов, тем более пологим должен быть вход на возвышение внешнего рельса, т. е. тем меньше должно быть i .

Рассмотрим вход на возвышение внешнего рельса электровоза ходовой формулы 2С₀2 с бегунковыми тележками с шаровыми опорами, совершенно не участвующими в поперечном колебании. Пусть момент инерции наддрессорного строения относительно продольной оси электровоза, около которой происходит поперечное колебание, равен $I_y = 40\,000 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2$; жесткость рессор движущих осей, которые сопротивляются поперечному колебанию, примем: $\mathcal{M} = 100 \text{ кг/мм}$, а расстояние между рессорами одной и той же оси примем равным $2y = 2 \text{ м}$; расстояние между опорными точками колес примем равным $2s = 1,6 \text{ м}$. Примем далее, что вход на возвышение внешнего рельса выполнен с уклоном $i = 1/600$, а скорость движения примем $V = 120 \text{ км/час} = 33,3 \text{ м/сек}$. Тогда угловая скорость поперечного вращения наддрессорного строения электровоза найдется равной:

$$\omega = \frac{vi}{2s} = \frac{33,3 \cdot 1/600}{1,6} = 0,0347 \text{ сек}^{-1}.$$

Накопленная при этом наддрессорным строением электровоза живая сила будет равна:

$$W = \frac{I_y \omega^2}{2} = \frac{40\,000 \cdot 0,0347^2}{2} = 24,08 \text{ кгм}.$$

Приравнивая эту живую силу к работе прогиба рессор от добавочного наклона наддрессорного строения на угол α , равной

$$\frac{2 \alpha^2 \sum (y^2 \mathcal{M})}{2} = \alpha^2 100\,000 \cdot 3$$

(где знак \sum распространяется на три движущие оси), получим:

$$300\,000 \alpha^2 = 24,08,$$

откуда

$$\alpha = 0,00896$$

и изменение нагрузок рессор будет равно:

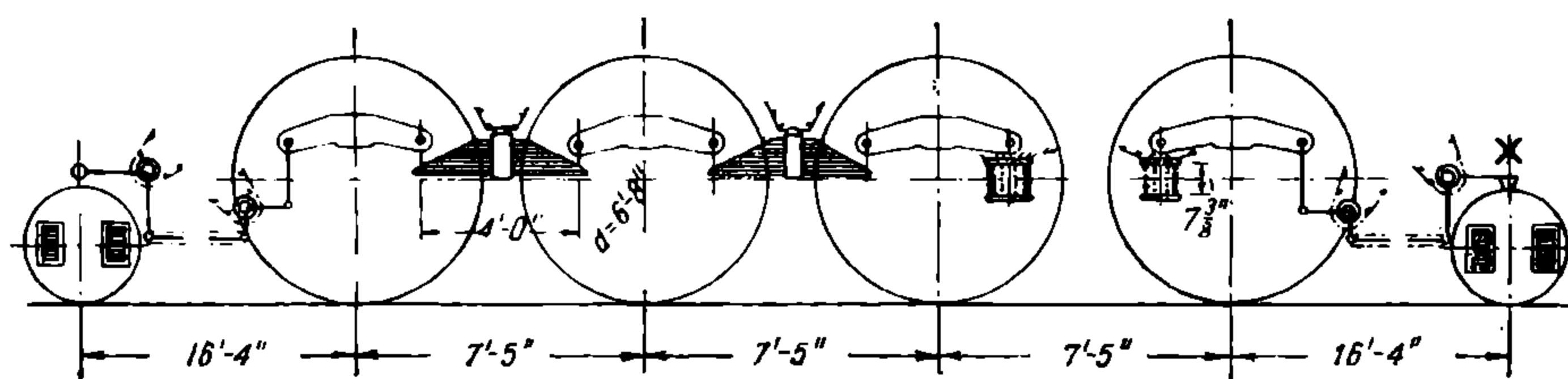
$$\Delta P = \alpha y \mathcal{M} = 0,00896 \cdot 1 \cdot 100\,000 = 896 \text{ кг}.$$

Между обратными кривыми устраивается прямая вставка.

Прямые вставки между кривыми ставились вначале только для постепенного уменьшения возвышения внешнего рельса до нормального уровня, но после введения переходных кривых, на протяжении которых происходят поднятие и опускание внешнего рельса, между обратными кривыми оставлена была вставка не менее длины базы локомотива с тем, чтобы была исключена возможность одновременного направления колес локомотива в различные кривые. Германские ж. д. приняли эту вставку равной 10 м, увеличив ее впоследствии до 30 м.

При сходе с возвышения одной кривой наддрессорное строение получает колебание, при чем это колебание может усилиться, когда электровоз вступит на возвышение уже другого рельса у начала новой кривой. В том случае, если на линии курсируют поезда с большой скоростью, то необходимо, чтобы в пределах прямой вставки наддрессорное строение успело сделать 3÷4 колебания, считая, что до начала новой кривой колебания достаточно затухнут. Если скорость движения v , период колебания T , то длина прямой вставки должна быть:

$$l = 4 v T \quad (139)$$



Фиг. 74.

Интересно еще отметить, что попытки расположения стыков вразбежку не увенчались успехом в виду сильных поперечных колебаний, вызванных переменной посадкой на стыках то правого, то левого колеса; при чем, когда скорость поезда достигает такой величины, что время прохождения рельса соответствует периоду поперечного колебания, возможны нарастания амплитуды колебания.

На фиг. 74 показаны ходовые части электровоза 1D1 Пенсильванской ж. д. Его бегунковые оси сбалансированы с движущимися следующим образом: на одном конце бегунковая ось с тремя движущимися, а на другом конце — с одной движущей осью, при чем для получения подвешивания в трех точках имеется поперечное балансирование одной из тележек, связанной продольными балансирами только с одной из движущих осей; поэтому остальные три движущие оси участвуют в поперечном колебании. Фактически само рессорное подвешивание выполнено у этих трех осей всего с двумя рессорами. Обе рессоры движущих осей, реагирующие на поперечные колебания, несут статическую нагрузку, равную 28,7 т при нагрузке на движущую ось в 34,2 т; жесткость этих рессор 240 кг/мм. Расстояние между рессорами, расположенными по обе стороны внутри рамы, 1060 мм. Как показал опыт эксплуатации этих электровозов, поперечная устойчивость электровоза недостаточна, и эти электровозы более не строились (см. The Engineer, апрель 1933 г., F. Baxter „The Hight Speed Electrical Locomotive Suspension“).

Следует особо отметить электровозы тележечного типа, кузов которых опирается на движущие тележки при помощи шаровой опоры.

Для создания боковой устойчивости таких электровозов вместе с шаровыми опорами применяются также упругие боковые опоры. Однако в отношении поперечных колебаний такой электровоз является подвешенным в двух ярусах, т. е. он может совершать поперечные колебания около осевых рессор и кроме того кузов может колебаться около продольной оси, проходящей через центры

шаровых опор за счет деформаций пружин боковых опор. При проектировании таких электровозов — с двухъярусным подвешиванием — для больших скоростей должно быть обращено особое внимание на их устойчивость при поперечных колебаниях.

Помимо проверок на разгрузку рессор при сходе кривой с возвышения внешнего рельса, производится проверка изменения нагрузок на рессоры под действием горизонтальных сил: центробежной силы, развивающейся при движении в кривых, и силы от давления ветра, принимаемой действующей в том же направлении, что и центробежная сила.

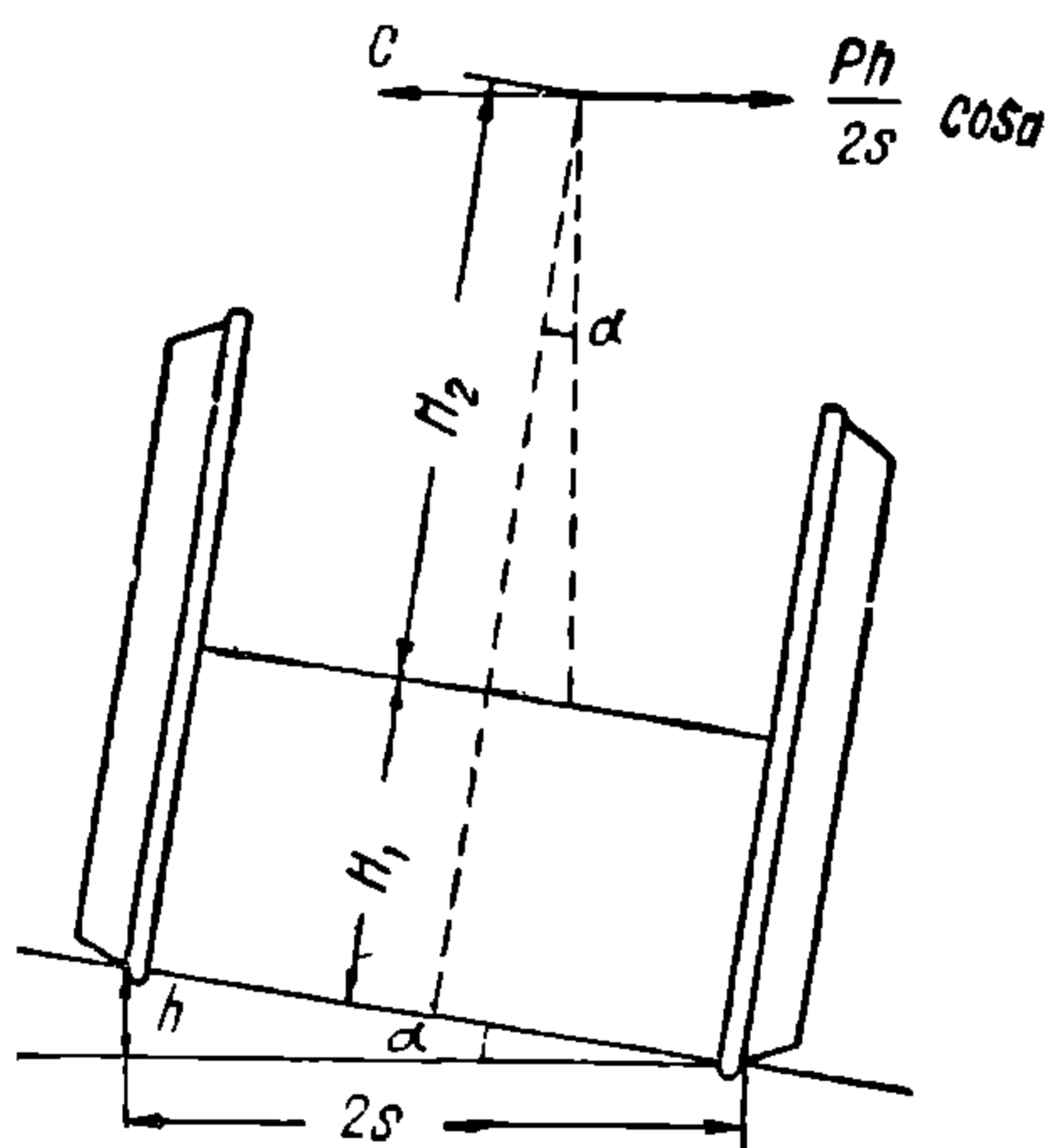
Критерием допускаемых изменений прогибов рессор может служить сравнение с существующими типами электровозов, зарекомендовавших себя исправной работой при тяжелых условиях в отношении поперечной устойчивости. Кроме того, конечно, наклон надрессорного строения не должен давать боковых отклонений каких-либо частей электровоза за пределы габарита подвижного состава.

§ 16. Опрокидывание электровоза в кривых

Проверим возможность опрокидывания электровоза при движении в кривых под влиянием центробежной силы, недостаточно уравновешенной возвышением внешнего рельса.

Пусть скорость движения в кривых радиуса R будет v и вес электровоза P ; тогда центробежная сила в кривых будет равна (фиг. 75):

$$C = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R}$$



Фиг. 75.

и приложена к его центру тяжести.

Составляющая веса равна $P \frac{h}{2s} \cos \alpha$, где $2s$ — расстояние между колесами и h — возвышение внешнего рельса. Эта сила направлена в противоположную сторону от центробежной силы, т. е. во внутрь кривой.

Если принять $\cos \alpha = 1$ в виду малости угла поперечного наклона пути, то необходимая для полного уравновешивания центробежной силы величина h — возвышения внешнего рельса — найдется из уравнения:

$$C = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R} = P \frac{h}{2s}, \quad (140)$$

откуда

$$h = \frac{2v^2s}{gR}. \quad (141)$$

Для h в миллиметрах, V в км/час и R в метрах получим:

$$h = \frac{V^2 \cdot 2s \cdot 1000}{9,81 \cdot R (3,6)^2} = \frac{V^2 \cdot 2s}{0,127 R}. \quad (142)$$

Для заграничной колеи при $S = 1435$ мм и расстоянии между точками опор колес на рельсах $2s = 1,5$ м формула (142) получает вид:

$$h = \frac{11,8V^2}{R}. \quad (143)$$

Германские ж. д., исходя из этой теоретической формулы, рекомендуют возвышения внешнего рельса делать не более $8 \frac{V^2}{R} + 30$ или $8 \frac{V^2}{R} + 40$ и не менее $8 \frac{V^2}{R} - 30$ (в мм) и во всяком случае не больше 150 мм и не менее $\frac{11,8V^2}{R} - 90$ (мм).

Вход на возвышение внешнего рельса делается на герм. ж. д. с уклоном $i = \frac{1}{10V}$ (V — скорость в км/час) и как крайний предел с уклоном $i = \frac{1}{6V}$

Для нормальной советской колеи при $S = 1524$ мм и $2s = 1,6$ м мы получим теоретическую величину возвышения внешнего рельса:

$$h = \frac{V^2 \cdot 1,6}{0,127 R} = 12,6 \frac{V^2}{R} \tag{144}$$

Нашими правилами технической эксплуатации предписываются возвышения внешнего рельса в кривых в зависимости от радиуса кривой и скорости (см. табл. 8).

Таблица 8

Возвышения внешнего рельса в кривой

Радиус кривой в м	Возвышение в мм при скоростях движения (в км/час)									Примечание
	20	40	50	60	75	90	100	110	120	
200	35	65	100	—	—	—	—	—	—	Начальникам до- рог разрешается в зависимости от ха- рактера движения поездов изменять размеры возвыше- ний в пределах 25%.
250	30	50	80	115	—	—	—	—	—	
300	25	40	65	100	—	—	—	—	—	
350	20	35	60	85	125	—	—	—	—	
400	20	30	50	70	110	—	—	—	—	
500	15	25	40	60	90	125	—	—	—	
600	10	20	35	50	75	110	125	—	—	
700	10	20	30	40	65	95	115	—	—	
800	10	15	25	35	55	80	100	120	—	
900	10	15	20	30	50	70	90	110	125	
1 000	10	15	20	30	45	65	80	95	115	
1 200	—	10	15	25	40	55	65	80	95	
1 400	—	10	15	20	35	45	60	70	80	
1 600	—	10	15	20	30	40	50	60	70	
1 800	—	—	10	15	25	35	45	55	65	
2 000	—	—	10	15	20	30	40	50	55	
3 000	—	—	—	10	15	20	25	30	40	
4 000	—	—	—	10	10	15	20	25	30	

Ж. д. New-Jork-Central, Пенсильванская, Norfolk-Western и британские определяют возвышения внешнего рельса по формуле:

$$h = 7,9 \frac{SV^2}{R},$$

где V — скорость в км/час, R — радиус кривой в метрах, S — ширина колеи в метрах.

Поскольку по линии ходят поезда с различными скоростями, возникает вопрос, какую скорость следует принимать при определении h . Часто берется не максимальная скорость обращающихся по линии поездов, а некоторая средняя V_{cp} , и тогда для поездов, движущихся с большими скоростями, появляется опасность опрокидывания.

Японские ж. д. скорость для подстановки в указанную выше формулу определяют по формуле:

$$V = \sqrt{\frac{\sum V N}{\sum N}} = \sqrt{\frac{V_A N_A + V_B N_B + V_C N_C + \dots}{N_A + N_B + N_C + \dots}}, \tag{145}$$

где V — различные скорости для различных поездов и N — число этих поездов.

Остается мало выясненным вопрос, какой коэффициент устойчивости K следует принимать при расчете возвышения внешнего рельса на опрокидывание локомотива.

Неуравновешенную часть центробежной силы найдем равной:

$$C' = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R} - P \frac{h}{2s} = P \left(\frac{v^2}{127,5 R} - \frac{h}{2s} \right). \tag{146}$$

Условие устойчивости выражается следующей формулой (фиг. 75):

$$kC'H = P(s - e),$$

где:

$$e = \frac{Hh}{2s};$$

k — коэффициент устойчивости; H — высота центра тяжести над головкой рельса. Таким образом, получим:

$$k = P \frac{s - e}{C'H} = \frac{P(s - e)}{P \left(\frac{v^2}{127,5 R} - \frac{h}{2s} \right) H}. \tag{147}$$

Для существующих локомотивов германских ж. д. k лежит в пределах 8,5 — 10,1 (наименьший 6,4).

Для электровозов с высоко расположенными моторами $k = 7$.

Во избежание опрокидывания при недостаточном возвышении внешнего рельса наибольшая скорость V_{max} при этом определяется из формулы:

$$\frac{V_{max}^2 - V^2}{127 R} \cdot \frac{H}{g} \leq \frac{1}{8}, \tag{148}$$

где H — высота центра тяжести от головки рельса и V — скорость, по которой выполнено возвышение внешнего рельса.

Германские ж. д. определяют максимальную скорость (в км/час) в кривых по формуле:

$$\frac{V_{max}^2}{R} = k + 85 h, \tag{149}$$

где h — возвышение внешнего рельса в метрах;

при чем k берется в пределах 5 ÷ 8 в зависимости от высоты центра тяжести локомотива. При отсутствии возвышения внешнего рельса применяется формула для скорости в кривых:

$$\frac{V_{max}^2}{R} = 8.$$

Японские ж. д., в зависимости от радиуса R кривых, назначают максимальные скорости согласно табл. 9.

Таблица 9
Максимальные скорости в кривых различного радиуса на японских ж. д.

Радиус кривой в м	Максимальная скорость в км/час		Примечание
	в путевых кривых	на стрелоч- ных кривых	
600	85	65	
500	80	60	
400	70	50	
300	60	50	
200	50	45	
100 и менее	30	25	

Железная дорога Norfolk-Western допускает езду с максимальными скоростями в кривых до 3°, при $R = 582$ м.

В Англии пользуются для определения максимальных скоростей в кривых следующей формулой:

$$v_{max} = 1,1 \sqrt{R} \text{ (в милях в час),}$$

где R — радиус кривой в футах; для скорости V в км/час и R в метрах получим:

$$V_{(км/час)} = 3,0 \sqrt{R_{(м)}}.$$

На основании опытов там же принимают следующие максимальные скорости

Таблица 10

$R \text{ (м)}$	160	200	220	240	280	300	400	500
$V_{(км/час)}$	27,5	32,2	35,4	40,2	45,1	48,3	64,4	80,5

Железная дорога *Norf.-Western* пользуется для определения максимальных скоростей в кривых формулой:

$$v_{max} = \frac{11}{8} \sqrt{R}, \tag{150}$$

где скорость дана в милях в час и R — в футах, что дает

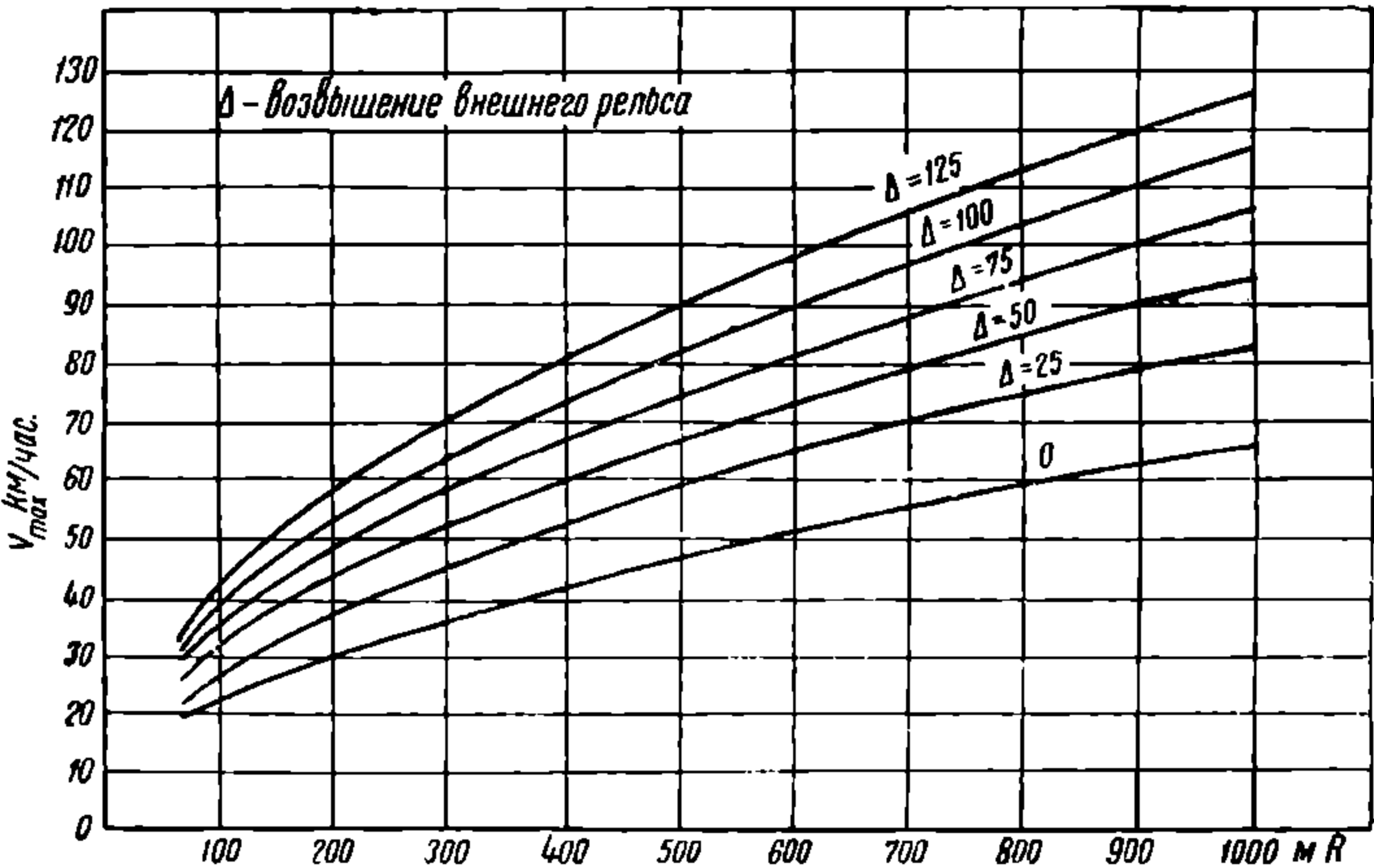
$$V_{(км/час)} = 3,75 \sqrt{R_{(м)}}.$$

Южно-Манчжурские дороги для возвышения внешнего рельса применяют формулу:

$$h = \frac{8V^2}{R} \leq 150 \text{ мм.} \tag{151}$$

В зависимости от принятых возвышений внешнего рельса максимальные скорости даны на фиг. 76 в виде кривых.

Возвышение внешнего рельса иногда рассчитывается по формуле:



Фиг. 76.

$$h = \frac{4,76 v^2 - 2,3 R}{v^2 + 29,7 R}, \tag{152}$$

где v — скорость в м/сек.

Если принять $h_{max} = 0,150 \text{ м}$, то между максимальной скоростью V_{max} (км/час) и $R_{(м)}$ получим соотношение:

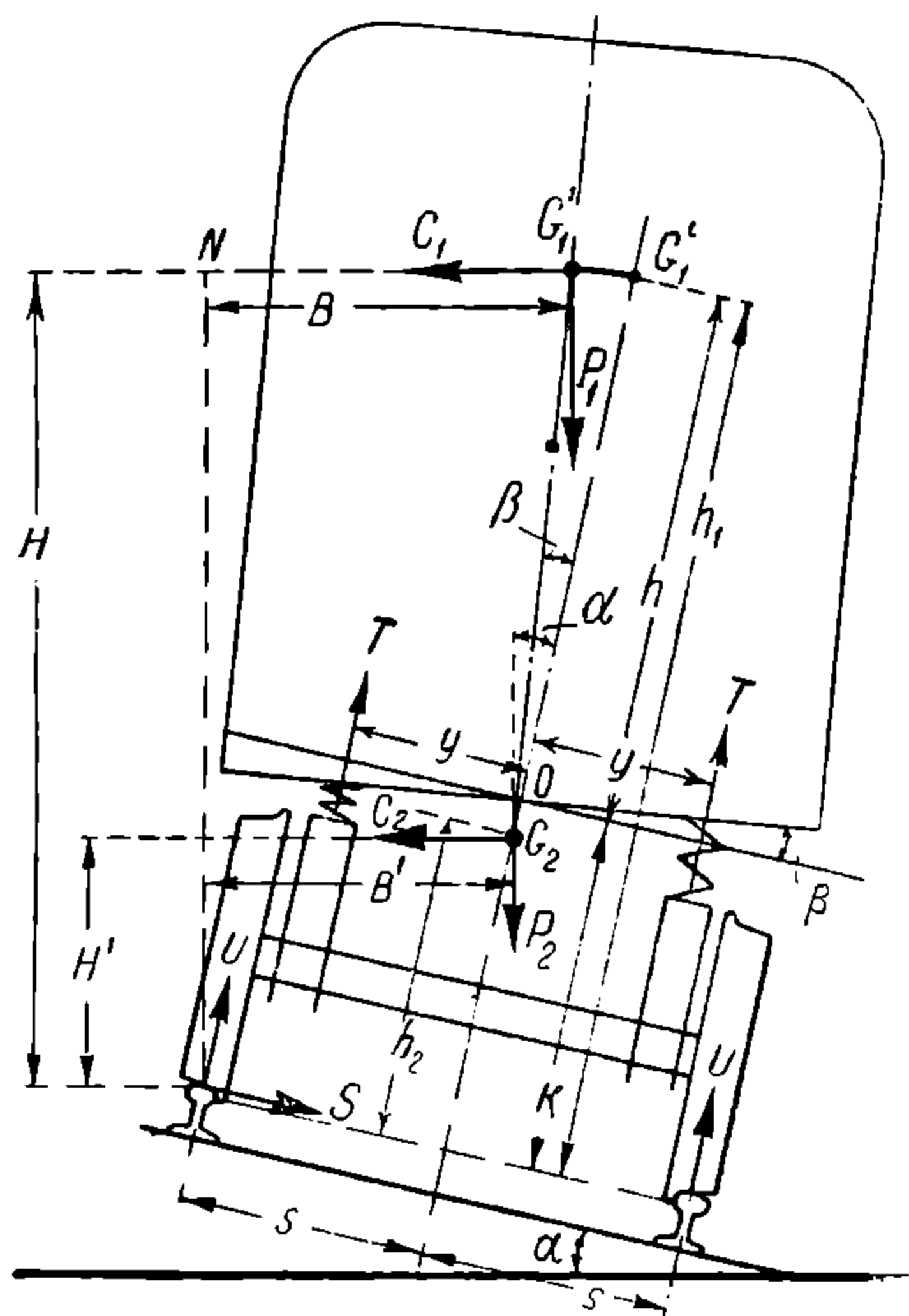
$$V_{max \text{ (км/час)}} = 4,4 \sqrt{R_{(м)}}. \tag{153}$$

Обычно стрелочные переводы устраиваются без возвышения внешнего рельса. Однако для безопасного движения по стрелкам с большой скоростью некоторые дороги применяют выгнутые стрелки (французские Северные и Восточные ж. д.). Кроме того, французские Восточные ж. д. запроектировали стрелку с крестовиной 1/20 и радиусом 2000 м; эту стрелку можно проходить безопасно со скоростью 100—120 км/час. Вообще же, в зависимости от конструкции

стрелки, при проезде на боковой путь максимальная скорость колеблется от 30 до 90 км/час.

Нашими правилами технической эксплуатации скорость движения по стрелкам на отклоненные боковые пути устанавливается не более 40 км/час¹.

Мы рассмотрели условие устойчивости электровоза в кривой с недостаточным возвышением внешнего рельса, принимая электровоз как одно жесткое тело. В действительности, под влиянием центробежной силы, рессоры получают дополнительный прогиб с внешней стороны и разгружаются с внутренней, так что все наддресорное строение устанавливается под углом β по отношению к продольной плоскости симметрии электровоза, перпендикулярной к плоскости пути и составляющей, таким образом, с вертикалью угол α , равный углу наклона пути (фиг. 77).



Фиг. 77.

Обозначим через P_1 и C_1 вес наддресорного строения и центробежную силу его, приложенные в точке G_1 , и соответственно через P_2 и C_2 — вес и центробежную силу незарессоренного строения, приложенные к точке G_2 . Пусть далее U' и U — реакции внешнего и внутреннего рельсов на все колеса электровоза, каковые примем направленными перпендикулярно плоскости опоры колеса на рельс, а реакции на осевые рессоры обозначим через T и T' ; кроме того, мы должны учесть действие горизонтальных сил S .

Берем момент всех сил относительно опорной точки внешнего колеса; тогда получим:

$$C_1 H + C_2 H' + U 2s - P_1 B - P_2 B' = 0. \quad (154)$$

Точки G'_1 и G_1 можно принять лежащими на одной горизонтали, следовательно:

$$H = h_1 \cos \alpha - s \sin \alpha$$

и точно так же

$$H' = h_2 \cos \alpha - s \sin \alpha$$

и далее

$$B = NG'_1 - G'_1 G_1 = s \cos \alpha + h_1 \sin \alpha - n \sin \beta$$

и

$$B' = s \cos \alpha + h_2 \sin \alpha.$$

Таким образом, уравнение (154) перепишется в виде:

$$C_1 (h_1 \cos \alpha - s \sin \alpha) + C_2 (h_2 \cos \alpha - s \sin \alpha) + 2sU - P_1 (s \cos \alpha + h_1 \sin \alpha - n \sin \beta) - P_2 (s \cos \alpha + h_2 \sin \alpha) = 0. \quad (155)$$

Возьмем теперь момент сил, действующих на наддресорное строение относительно точки O , центра поперечного колебания наддресорного строения; получим:

$$C_1 n \cos (\alpha - \beta) - P_1 n \sin (\alpha - \beta) = \sum (T - T') y. \quad (156)$$

Разность нагрузок правых и левых рессор $\sum (T - T')$ вызвана установкой наддресорного строения под углом β к плоскости симметрии электровоза, благодаря чему получилось изменение прогиба рессор $y \sin \beta$. Если обозна-

¹ Скорость свыше 40 км/час допускается при этом только с разрешения Центрального управления пути НКПС.

чим жесткость осевых рессор через \mathcal{K} , то можем написать следующее уравнение:

$$\sum (T - T') y = 2 \sin \beta \sum y^2 \mathcal{K}. \quad (157)$$

Уравнения (156) и (157) позволяют определить зависимость между наклоном наддрессорного строения. ($\angle \beta$) и центробежной силой C_1 , развиваемой наддрессорным строением, или скоростью движения v электровоза по кривой рассматриваемого радиуса. Эту зависимость удобнее всего выразить кривой $\sin \beta = f(C)$ или $\sin \beta = \psi(v^2)$, а затем, пользуясь уравнением (155), можно уже определить зависимость между нагрузкой на внутреннем колесе U и скоростью, а затем, задаваясь допустимой минимальной нагрузкой на внутреннее колесо, найти максимальные скорости для движения по закруглениям различных радиусов.

Марье в своем труде „*Traité de stabilité du matériel des chemins de fer*“ George Marié, вводя ряд упрощений, выводит зависимость между скоростью и радиусом кривой в следующем виде. Разделим уравнение (155) на $\cos \alpha$ и примем (поскольку угол α имеет небольшую величину) $\cos \alpha = 1$ и $\sin \alpha = 0$; тогда получим:

$$C_1 h_1 + C_2 h_2 + 2 s U - P_1 s - P_1 h_1 \operatorname{tg} \alpha + P_1 n \sin \beta - P_2 s - P_2 h_2 \operatorname{tg} \alpha = 0. \quad (155')$$

Деля уравнение (156) на P_1 и принимая $\cos(\alpha - \beta) = 1$, мы получим выражение, дающее величину относительного изменения нагрузок рессор в виде:

$$\frac{\sum (T - T')}{P_1} = \frac{n}{y} \left[\frac{C_1}{P_1} - \operatorname{tg} \alpha + \sin \beta \right]. \quad (158)$$

Уравнение же (157) мы можем переписать в следующем виде (полагая расстояние y одинаковым для всех осей):

$$\sum (T - T') = 2 \sin \beta \cdot y \sum \mathcal{K},$$

или, умножая обе части уравнения на $\frac{n}{P_1}$, получим:

$$\frac{\sum (T - T')}{P_1} = n \sin \beta \cdot \frac{y}{n} \cdot \frac{2 \sum \mathcal{K}}{P_1}. \quad (159)$$

Не трудно видеть, что если все рессоры имеют одинаковую жесткость, то

$$\frac{2 \sum \mathcal{K}}{P_1} = \frac{1}{a},$$

где a —статический прогиб рессор.

Из уравнений (158) и (159) находим:

$$n \sin \beta = \frac{n^2}{y^2} \cdot \frac{P_1}{2 \sum \mathcal{K}} \left[\frac{C_1}{P_1} - \operatorname{tg} \alpha + \sin \beta \right]$$

или

$$n \sin \beta = \frac{P_1}{2 \sum \mathcal{K}} \cdot \frac{n^2}{y^2 - \frac{P_1}{2 \sum \mathcal{K}} n} \left[\frac{C_1}{P_1} - \operatorname{tg} \alpha \right]. \quad (160)$$

Эта формула служит для определения угла наклона β наддрессорного строения.

Подставляя это значение для $n \sin \beta$ в уравнение (155'), получим:

$$C_1 h_1 + C_2 h_2 + 2 s U - P_1 s - P_1 h_1 \operatorname{tg} \alpha + \\ + \frac{P_1^2}{2 \sum \mathcal{K}} \cdot \frac{n^2}{y^2 - \frac{P_1}{2 \sum \mathcal{K}} n} \cdot \left[\frac{C_1}{P_1} - \operatorname{tg} \alpha \right] - P_2 s - P_2 h_2 \operatorname{tg} \alpha = 0. \quad (161)$$

Заменяя в этом уравнении

$$C_1 = \frac{P_1 v^2}{gR}$$

и

$$C_2 = \frac{P_2 v^2}{gR},$$

получим:

$$\frac{P_1 v^2}{gR} \cdot h_1 + \frac{P_2 v^2}{gR} \cdot h_2 + 2sU - P_1 s - P_1 h_1 \operatorname{tg} \alpha + \frac{P_1^2}{2 \sum \mathcal{K}} \cdot \frac{n^2}{y^2 - \frac{P_1 n}{2 \sum \mathcal{K}}} \left[\frac{v^2}{gR} - \operatorname{tg} \alpha \right] - P_2 s - P_2 h_2 \operatorname{tg} \alpha = 0$$

или окончательно:

$$v^2 = \frac{sgR [P_1 + P_2 - 2U]}{P_1 h_1 + P_2 h_2 + \frac{P_1^2}{2 \sum \mathcal{K}} \cdot \frac{n^2}{y^2 - \frac{P_1 n}{2 \sum \mathcal{K}}}} + gR \operatorname{tg} \alpha. \quad (162)$$

Если все рессоры выбраны с одинаковой жесткостью, то

$$\frac{P_1}{2 \sum \mathcal{K}} = a$$

есть статический прогиб рессор, и уравнение (162) примет вид:

$$v^2 = \frac{sgR [P_1 + P_2 - 2U]}{P_1 h_1 + P_2 h_2 + P_1 \cdot \frac{an^2}{y^2 - an}} + gR \operatorname{tg} \alpha. \quad (163)$$

Из этого уравнения можно определить максимальную скорость для допустимой минимальной нагрузки на внутреннее колесо (т. е. величины U) и скорость при опрокидывании, когда $2U = 0$; отсюда же можно получить величину U при заданной скорости v .

Все указанные выше вычисления справедливы лишь для случая движения по закруглениям с переходной кривой, когда действие центробежной силы нарастает постепенно. Если же переходная кривая отсутствует, Марье считает, что центробежная сила C_1 может вызвать двойной прогиб рессор и следовательно двойное уменьшение зарессоренной нагрузки внутреннего колеса (см. G. Magié, *Traité de stabilité du matériel des chemins de fer*), т. е. мы для этого случая должны уже пользоваться формулой (155'), полагая в ней

$$\sin \beta = \frac{P_1}{2 \sum \mathcal{K}} \cdot \frac{n^2}{y^2 - \frac{P_1 n}{2 \sum \mathcal{K}}} \left(\frac{2C_1}{P_1} - \operatorname{tg} \alpha \right). \quad (164)$$

Пусть мы имеем пассажирский электровоз с внутренними рессорами (шатунная передача), для которого $s = 0,75$ м; $n = 0,9$; $y = 0,6$ м, и пусть отношение незарессоренного веса к зарессоренному будет $\frac{P_2}{P_1} = 0,25$ и $h_1 = 2$ м; $h_2 = 1$ м.

Если нагрузка на колесо равна 10 т, то статический прогиб в 25 мм соответствует жесткости рессоры

$$\mathcal{K} = \frac{10\,000}{25} = 400 \text{ кг/мм}$$

и прогиб в 200 мм соответствует жесткости рессоры:

$$\mathcal{K} = \frac{10\,000}{200} = 50 \text{ кг/мм.}$$

Для случая движения по закруглению с переходными кривыми максимальные скорости по формуле (163) для различных радиусов кривых при коэффициенте устойчивости против опрокидывания, равном 3,33, и $\frac{2U}{P_1} = 0,3$ даны в табл. 10а.

Т а б л и ц а 10а

Максимальные скорости в км/час для различных радиусов кривых						
Радиус кривой в м	Статический прогиб <i>a</i> в мм					
	25	50	75	100	150	200
1 000	148	147	144	142	138	132
800	132	131	129	127	123	118
600	114	113	111	109	106	101
500	104	103	102	100	97	93
400	93	93	92	91	87	84
300	80	80	79	77	75	72
200	65	65	64	63	61	59
150	56	56	55	54	53	51

Таким образом, приведенная таблица показывает, что жесткость рессор мало влияет на опрокидывание электровоза при движении в кривой, а именно: даже при величинах жесткости рессор, меняющихся от $\mathcal{K}=50$ до $\mathcal{K}=400$ кг/мм, максимальные скорости движения по кривым разнятся всего на 5—16 км/час.

При действии центробежной силы надрессорного строения, как выше указывалось, происходят сжатие внутренних рессор и выпрямление внешних; это вызывает поперечные колебания надрессорного строения с периодом, равным:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_y}{2 \sum \mathcal{K} y^2 - G h}}.$$

Во всех рассуждениях мы не учитывали, что часть рессор может быть связана поперечными балансирами; в этом случае под знак суммы $\sum \mathcal{K} y^2$ не войдут рессоры, связанные поперечными балансирами. Если $2 \sum \mathcal{K}$ распространяется на все рессоры, а $2 \sum \mathcal{K}'$ —на рессоры, связанные поперечными балансирами, то вместо прогиба $a = \frac{P_1}{2 \sum \mathcal{K}}$ мы будем иметь:

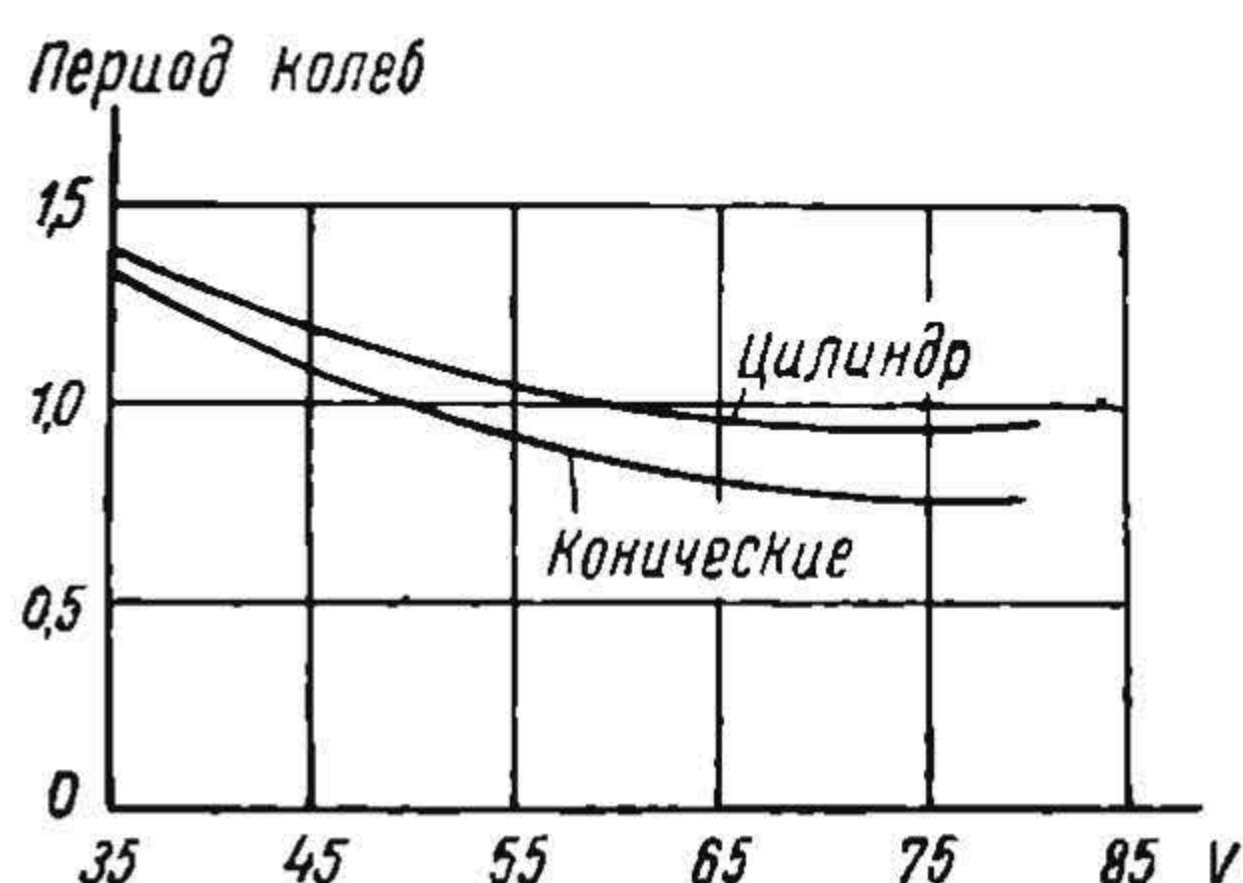
$$a' = \frac{P_1}{2 \sum \mathcal{K} - 2 \sum \mathcal{K}'} = \frac{P_1}{2 \sum \mathcal{K} \left(1 - \frac{\sum \mathcal{K}'}{\sum \mathcal{K}}\right)} = \frac{a}{1 - \frac{\sum \mathcal{K}'}{\sum \mathcal{K}}} = \frac{a}{1 - \frac{P_{сб}}{P_1}}, \tag{165}$$

где $\frac{\sum \mathcal{K}'}{\sum \mathcal{K}} = \frac{P_{сб}}{P_1}$ есть отношение сбалансированного поперек веса $P_{сб}$ ко всему весу надрессорного строения. Эту величину a' и следует подставлять в формулу (163) в случае электровоза с поперечными балансирами.

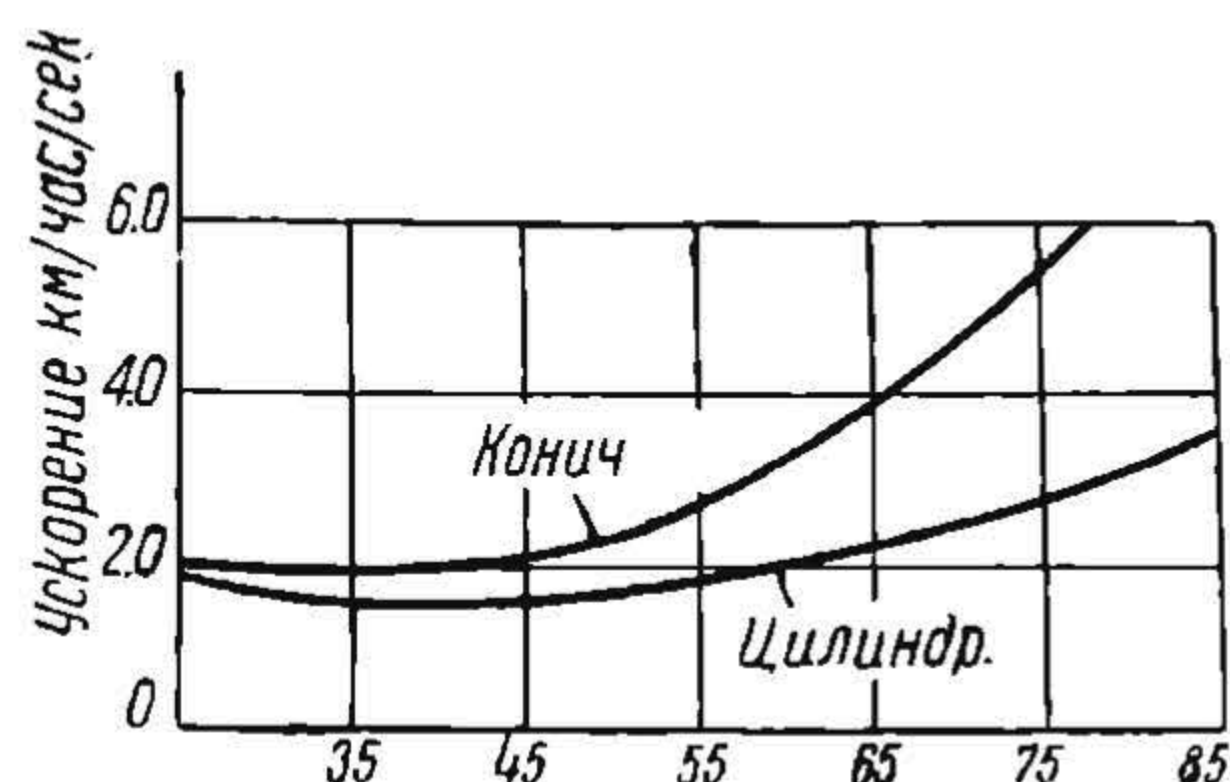
ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОВОЗА В ПРЯМЫХ И КРИВЫХ

§ 17. Движение в прямых участках пути

При движении в прямых участках пути электровозы, полностью уравновешенные в отношении боковых моментов, обнаруживают беспокойный ход—виляние, заключающееся в том, что концы электровоза прижимаются попеременно то к правой, то к левой рельсовой нити. При чем перемещение концов экипажа происходит в противоположных направлениях, т. е. если передний конец движется по направлению к правому рельсу, то задний конец—к левому. Причиной такого виляния являются прежде всего неровности рельсовой колеи в плане, сообщающие экипажу боковые толчки.



Фиг. 78.



Фиг. 79.

Другой причиной, вызывающей виляние экипажа, является конусность бандажей.

Действительно, раз только скат с коническими бандажами вышел из своего среднего положения по отношению к рельсовому пути, то колесо, реборда которого оказалась ближе к рабочему канту рельса, будет пробегать уже больший путь, поскольку оно будет иметь больший радиус круга катания. Благодаря неодинаковой скорости обоих колес ось будет стремиться поворачиваться; этому однако будет препятствовать жесткое укрепление ее в раме, вследствие чего вращающий момент передается на раму и вызывает, вместе с моментами от других осей, вращение рамы одновременно с ее поступательным движением, т. е. указанное выше виляние.

Японские ж. д. произвели опыты над работой подвижного состава с коническими и цилиндрическими бандажами и нашли, что в отношении вертикальных колебаний здесь никакой заметной разницы нет; но горизонтальные колебания при цилиндрических бандажах происходят с более длительными периодами и меньшими амплитудами, чем при конических бандажах, где при отклонении имеется неравенство кругов катания, в силу чего происходят быстрые колебания и менее спокойный ход, чем при цилиндрических бандажах.

На фиг. 78, 79, 80 даны кривые периодов, ускорений и амплитуд колебания при цилиндрических и конических бандажах в зависимости от скорости движения (по опытам японских ж. д.).

Приведенные кривые показывают, что при конических бандажах ускорения и амплитуды виляния особенно быстро растут с увеличением скорости движения.

Несмотря на этот недостаток, присущий коническим бандажам, на международном ж.-д. конгрессе в 1932 г. почти все железные дороги высказались в отношении конических бандажей в положительном смысле, видя в них следующие преимущества:

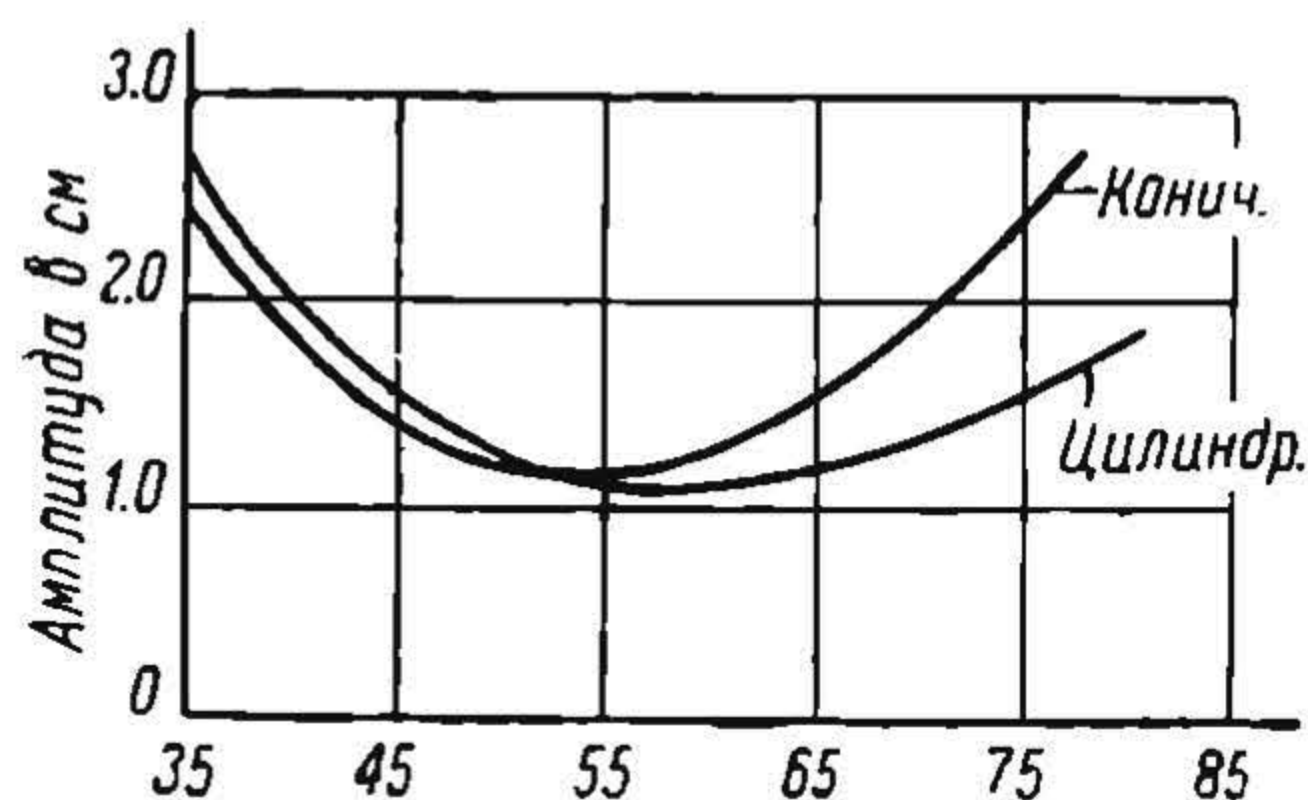
1) постоянное колебание средней линии экипажа около средней линии пути и следовательно меньший износ гребней бандажей;

2) по той же причине большой пробег до образования предельного проката бандажей;

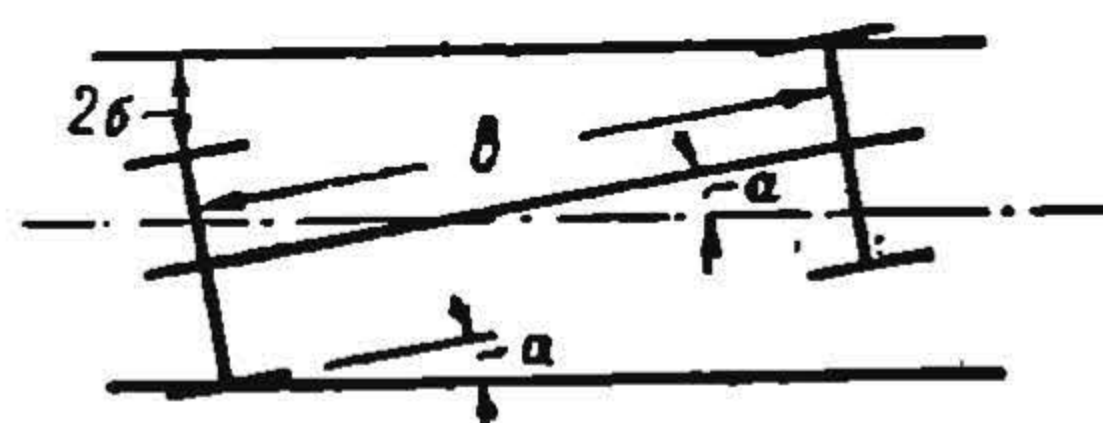
3) увеличение внешнего радиуса набегающего колеса и опережение его по отношению к внутреннему колесу, а следовательно и лучшее поворачивание экипажа в кривой (почти все дороги применяют конусность в $\frac{1}{20}$).

Конусность бандажей хотя имеет большое значение при вилянии, но не является необходимым условием для появления виляния. Приведенные выше наблюдения в Японии над цилиндрическими бандажами показывают, что и в этом случае экипаж склонен к вилянию. Кроме того Марье приводит пример железной дороги, на которой колеса подвижного состава не были жестко насажены обычным способом на оси, а могли свободно вращаться около оси.

Тем не менее и на этом подвижном составе наблюдались извилистые движения. Виляние является следствием того, что между ребрами колес и рельсами имеется зазор и экипаж может устанавливаться под углом к



Фиг. 80.



Фиг. 81.

рельсовому пути. При движении одна из реборд передней оси ударяется о соответствующий рельс. Вследствие этого удара экипаж начинает поворачиваться в противоположную сторону и, продолжая свое поступательное движение, встречает уже другой рельс, и первая ось получает уже удар в противоположном направлении. Описанное явление вновь повторяется и становится как бы закономерным.

Угол набегающего гребня бандажа на рельс α при извилистом движении в прямых может быть выражен в виде (фиг. 81):

$$\sin \alpha = \frac{2\sigma}{b}, \quad (166)$$

где σ — нормальный зазор между гребнем бандажа и внутренней гранью головки рельса в тот момент, когда скат устанавливается в среднем положении, b — так называемая направляющая длина экипажа.

Величина 2σ полного зазора в прямых участках пути варьирует в зависимости от степени изношенности бандажей; при новых бандажах при коле 1 524 мм она равна:

$$2\sigma = 18 \text{ мм} \pm 3 \text{ мм},$$

где $\pm 3 \text{ мм}$ — допуски в расстоянии между внутренними гранями бандажей; при изношенных же бандажах она доходит до 35 мм.

Для уменьшения виляния в прямых многие страны стремятся в настоящее время уменьшать зазор в прямых до минимума (порядка 4—5 мм), хотя другие продолжают сохранять этот зазор порядка 15 мм. Кроме того следует иметь в виду, что неправильность в ширине колеи большинством железных дорог допускается в сторону сужения—3 и —4 мм, а в сторону уширения до +12 мм, что конечно так же сильно сказывается на вилянии экипажа. Нашими

правилами технической эксплуатации допускаются отступления по ширине колеи -2 и $+6$ мм.

Для уменьшения угла α необходимо давать возможно большую величину b (направляющей длины электровоза).

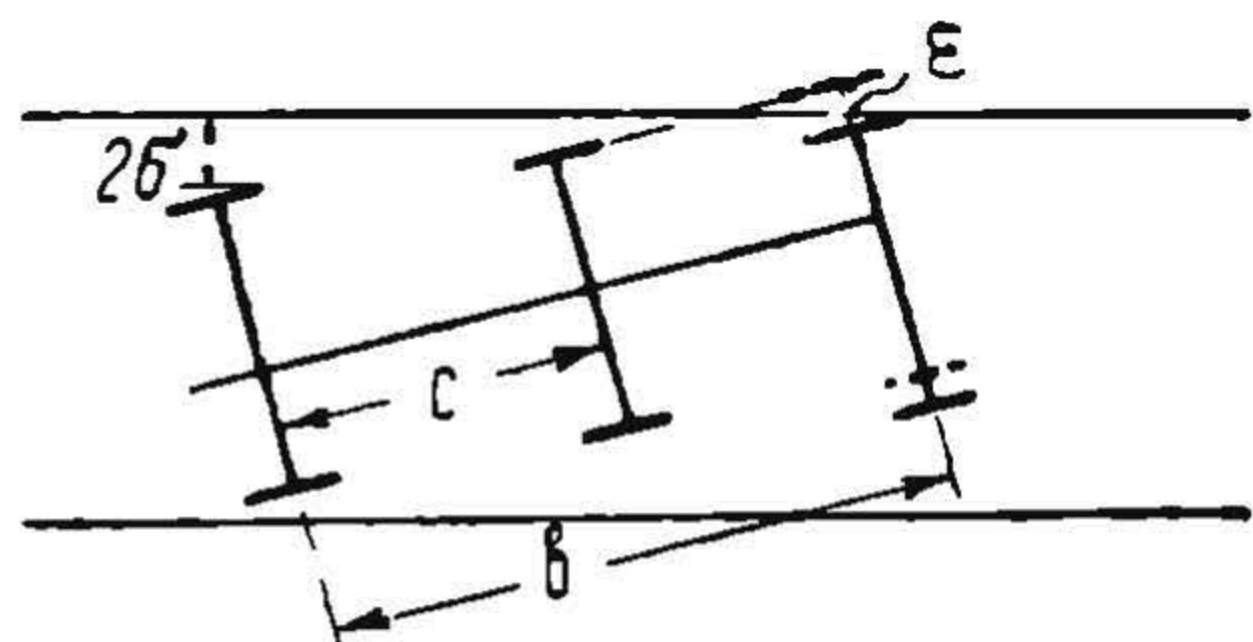
Под направляющей длиной разумеется расстояние между жестко устанавливаемыми осями. Оси с боковой подвижностью, без возвращающего их в среднее положение механизма, не являются, вообще говоря, направляющими осями, поскольку сила трения, возникающая при поперечном перемещении их относительно рамы, бывает настолько ничтожной, что не может сколько-нибудь заметно влиять в смысле уменьшения влияния экипажа. В этом отношении очень неблагоприятно отражаются на спокойном ходе в прямых боковые зазоры в челюстях по отношению к раме и поперечный разбег оси в челюстях. Эти зазоры вызывают сильное влияние и расстройство пути.

Пусть (фиг. 82) расстояние от задней жестко устанавливаемой в раме оси до передней оси с боковой подвижностью равно b , а до следующей за ней жесткой в боковом направлении оси— c . Боковую подвижность первой оси обозначим через ε ; условие одновременного касания рельса колесами первой и второй осей выразится уравнением:

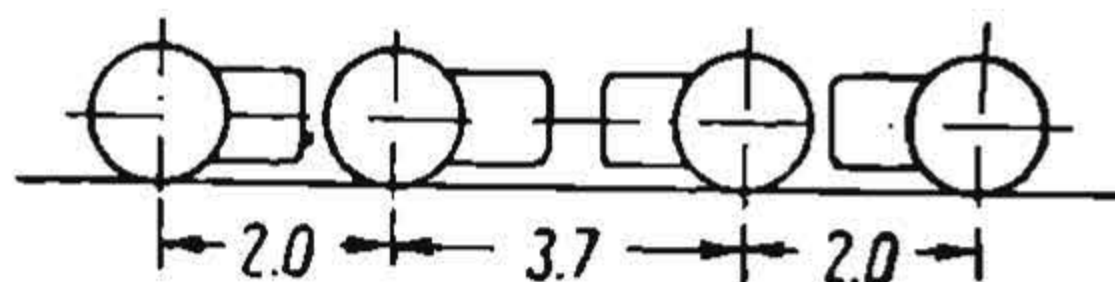
$$\frac{2\sigma + \varepsilon}{b} = \frac{2\sigma}{c},$$

откуда находим:

$$\varepsilon = \frac{2\sigma b}{c} - 2\sigma = 2\sigma \left(\frac{b}{c} - 1 \right). \quad (167)$$



Фиг. 82.



Фиг. 83.

Таким образом, если величина ε превышает $2\sigma \left(\frac{b}{c} - 1 \right)$, то угол α будет ограничиваться не первой, а второй осью, и направляющая длина будет c .

Пусть имеем электровоз ходовой формулы OD_0O (фиг. 83), у которого $b = 7,7$ м и $c = 5,7$ м. Максимальная величина подвижности передней оси, при которой она еще направляет электровоз, будет:

$$\varepsilon = 2\sigma \left(\frac{b}{c} - 1 \right) = 18 \left(\frac{7,7}{5,7} - 1 \right) = 6,3 \text{ мм.}$$

При новых бандажах ε меньше, при изношенных бандажах—увеличивается. При меньшей величине ε первая ось будет ограничивать максимальный угол α наклона электровоза при вилянии в прямую, при чем максимальная величина угла α найдется из уравнения:

$$\sin \alpha_{max} = \frac{2\sigma + \varepsilon}{b}. \quad (168)$$

Пусть имеем электровоз ходовой формулы $2C_02$ с расстоянием между осями, данными на фиг. 84.

При новых бандажах и жестких в поперечном направлении движущих осях максимальный угол α получится из уравнения:

$$\sin \alpha_{max} = \frac{2\sigma}{b} = \frac{18}{4200} = 0,004.$$

При этом отклонение передней тележки e_1 и задней e_2 найдется равным

$$e_1 = e_2 = d \sin \alpha = 3100 \cdot 0,004 = 12,4 \text{ мм.}$$

При изношенных бандажах (при $2\sigma = 35 \text{ мм}$) получим:

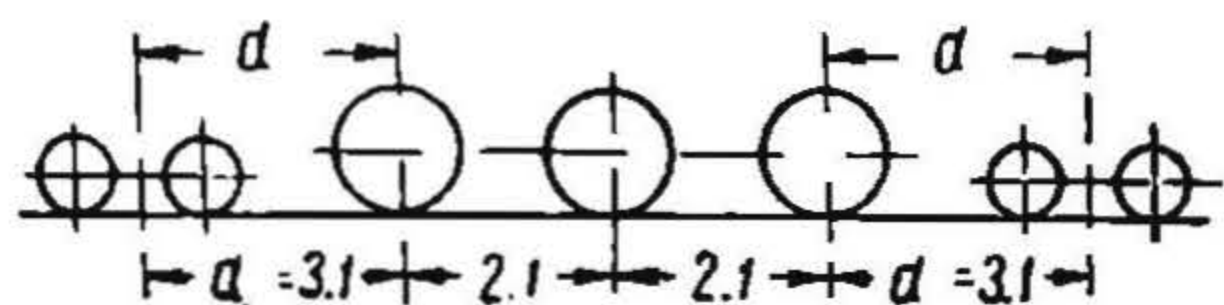
$$\sin \alpha = \frac{2\sigma}{b} = \frac{35}{4200} = 0,0083$$

и

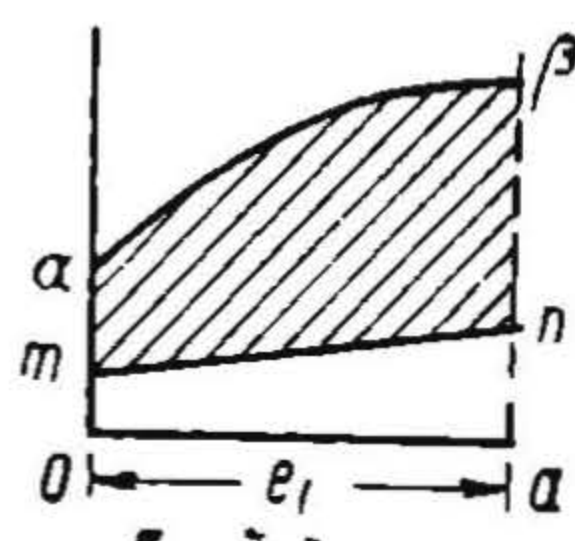
$$e_1 = e_2 = 3100 \cdot 0,0083 = 25,73 \text{ мм.}$$

Тележкам по условиям вписывания в минимальный радиус даются значительно большие боковые разбеги. Поэтому тележки не могут ограничивать влияние электровоза, а только поглощают часть живой силы, развивающейся при вилянии. Это поглощение живой силы виляния происходит главным образом за счет трения возвращающего механизма.

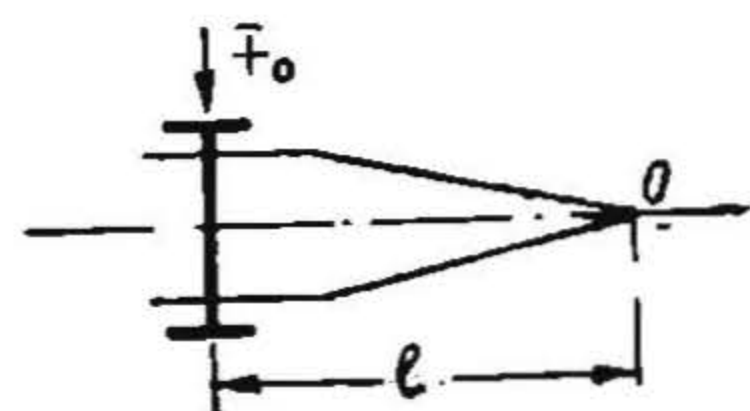
Действительно, пусть виляние происходит от одного предельного отклонения, например влево, до другого предельного отклонения — вправо; при этом передняя тележка перемещается поперек относительно главной рамы на величину e_1 , а задняя тележка — на величину e_2 . Предположим, что возвращающая сила тележки меняется при поперечном отклонении ее по кривой $\alpha\beta$



Фиг. 84.



Фиг. 85.



Фиг. 86.

(фиг. 85). Тогда поглощенная возвращающим механизмом энергия при этом перемещении тележки выразится площадью $Oa\beta aO$. Если сила трения при этом в механизме выражается кривой mn , то площадь $Otna$ даст потерянную энергию, а оставшая площадь $ta\beta n$ представит собой энергию, которая вызовет отталкивание тележки и всего надрессорного строения к противоположному рельсу. Таким образом, в смысле поглощения энергии виляния преимущество имеют возвращающие механизмы, в которых имеется трение. Менее всего развивается трение в люлечном механизме. При наклонных плоскостях мы имеем горизонтальную составляющую силы трения, равную

$$F = P_T f, \quad (169)$$

где P_T — нагрузка на тележку и f — коэффициент трения, зависящий от смазки трущихся поверхностей. У возвращающего механизма, работающего при помощи листовых рессор, помимо работы упругих сил, имеет место еще трение в листовых рессорах и в опоре, через которую передается нагрузка главной рамы на бегунковую тележку.

Следует иметь однако в виду, что возвращающие механизмы с большим трением имеют тот недостаток, что сила трения увеличивает боковое давление набегающих колес бегунковых тележек без увеличения возвращающей силы, сообщаемой тележкой главной раме электровоза.

Условия поглощения бегунковой тележкой энергии виляния всего экипажа электровоза не следует смешивать с условиями, препятствующими вилянию самой тележки в отношении главной рамы. Мы отметили, что энергия виляния всего электровоза может поглощаться частично работой упругих сил и за счет развивающейся силы трения в возвращающем механизме; поэтому с этой точки зрения безразлично, какова начальная и конечная величина возвращающего усилия (если пренебречь возрастанием трения в листовых возвращающих рессорах с увеличением возвращающего усилия).

На уменьшение виляния тележек относительно главных рам электровоза оказывает влияние начальная возвращающая сила. Действительно, пусть имеем одноосную тележку (фиг. 86) со шкворнем вращения в точке O ; длина тележки l , начальная возвращающая сила F_0 . При несоответствии кругов катания обоих колес момент, вызывающий виляние тележки, будет равен:

$$M = 2P_0fs,$$

где P_0 —нагрузка на колесо бегунковой оси, f —коэффициент трения в опорных точках колес и $2s$ —расстояние между кругами катания.

Для того чтобы виляния не было, момент, образуемый возвращающей силой относительно точки O , должен быть больше момента M , вызывающего виляние, т. е.

$$F_0l > 2P_0fs. \tag{170}$$

Таким образом, чем больше нагрузка на бегунковую ось и чем меньше расстояние l от шкворня тележки до бегунковой оси, тем выше должно быть возвращающее усилие тележки.

На табл. 11 даны подсчитанные по формуле (170) минимальные величины возвращающей силы одноосной тележки, необходимые для предотвращения виляния при $f=0,2$.

Таблица 11

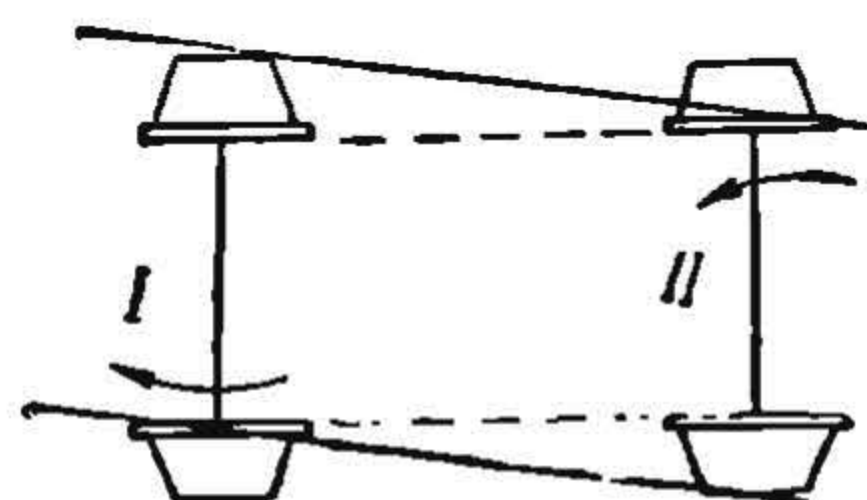
Возвращающие усилия одноосных тележек по условиям виляния (в кг)

l в м	Нагрузка на ось в т				
	12	13	14	15	16
2,0	960	1 020	1 120	1 120	1 280
2,2	872	948	1 020	1 090	1 162
2,4	800	861	933	1 000	1 068

Кроме того необходимо учитывать, что основной экипаж электровоза имеет свое виляние, которое, как показывают наблюдения, тем меньше, чем больше жесткая база электровоза. Возвращающая сила тележек, стремящаяся удерживать бегунковые оси в неизменном положении к главному экипажу, привлекает бегунковые оси к направлению электровоза в прямых участках пути и, таким образом, создает более благоприятные условия для спокойного хода его, увеличивая направляющую длину электровоза. Степень участия бегунковых тележек в направлении электровоза определяется начальной возвращающей силой. Это есть другая причина, заставляющая назначать достаточно высокую величину начального возвращающего усилия бегунковых тележек.

Переходим теперь к изучению виляния двухосных тележек. Вызванное несоответствием кругов катания правого и левого колес одной и той же оси виляние двухосной тележки выражается вращением ее около шкворня, расположенного между осями. При достаточно большом перекашивании тележки в рельсовой колее, т. е. при достаточно большой величине угла, образуемого тележкой по отношению к оси пути, задняя ось тележки может: а) либо катиться с одинаковыми кругами катания, и тогда сила трения в опорных точках колес ее на рельсах будет препятствовать вращению тележки около шкворня; б) либо круги катания колес будут у задней оси тележки не одинаковы и большие круги катания для обеих осей будут у колес, расположенных одно против другого по диагонали (фиг. 87); таким образом, появятся моменты у обеих осей, которые будут стремиться поворачивать бегунковую тележку в противоположных направлениях.

Этим объясняется, что двухосные тележки склонны в значительно меньшей мере к вилянию. Здесь однако следует особо подчеркнуть, что начальная возвращающая сила, которая препятствует поперечному смещению бегунковой тележки относительно главного экипажа электровоза, а не вращению тележки около своего шкворня, не может служить мерой для уменьшения рассматриваемого рода виляния тележки. Только возвращающие механизмы, дающие возвращающий момент двухосной тележке при ее вращении около шкворня, способны препятствовать вилянию тележки в виде вращения около среднего шкворня. Однако помимо этого рода виляния двухосная тележка может иметь и виляние, выражающееся в поперечных перемещениях ее по отношению к главному экипажу электровоза. Это виляние определяется исключительно степенью свободы тележки в отношении ее поперечных перемещений, т. е. чем больше будет начальная возвращающая сила, тем меньше будет поперечное виляние тележки. Возвращающая сила тележек также определяет, как и в случае одноосных бегунковых тележек, степень участия бегунковой тележки в направлении электровоза в прямых и кривых. Участие двухосных тележек в направлении электровоза в прямых имеет особое значение в случае быстроходных электровозов типа 2С2 и тем более типа 2В2, небольшое расстояние между крайними движущими осями у которых не может быть достаточным в смысле направляющей длины, обеспечивающей плавное движение (без виляния) в прямых участках при больших скоростях.



Фиг. 87.

Таким образом мы нашли, что в случае одноосных тележек необходимо иметь достаточное начальное возвращающее усилие как для ослабления их виляния, так и для привлечения их к направлению всего электровоза в прямой с целью уменьшения виляния всего электровоза в целом; в случае двухосных бегунковых тележек для уменьшения собственного виляния тележки необходимо, чтобы возвращающий механизм обеспечивал возвращающий момент при малейшем вращении тележек; для уменьшения же виляния электровоза в целом необходимо, как и в случае одноосных тележек, достаточное начальное возвращающее усилие.

В отношении применения одноосных и двухосных тележек для быстроходных электровозов интересно отметить следующее из докладов на международном конгрессе (см. *Monatsschrift der Int. Eisenbahnkongress Vereinigung* 1932 г.).

Японские ж. д. применяют до скорости 85 км/час одноосные, свыше этой скорости—двухосные тележки, при чем все дороги высказались за применение двухосных тележек для быстроходных локомотивов.

Расстояние между осями двухосных тележек ранее назначалось в 1 650 мм, теперь оно увеличивается до 1 800 и даже до 2 000 мм (у электровозов 2С₀ + С₀2 испанских ж. д. $l = 2\,200$ мм).

Электровозы с одной общей рамой и жестко установленными в раме движущими осями с двухосными бегунковыми тележками по концам развивают скорости от 120 (Южные французские ж. д., электровозы „Е3101“, „Р0501—401“) до 130 км/час (итальянские ж. д., электровоз „Е326“).

Электровозы Пенсильванской ж. д. серии Р5А ходовой формулы 2С₀2 с колесной базой 6,1 м и расстоянием между шкворнями бегунковых тележек 13,1 м развивают скорость в 145 км/час (см. *Railway Age* от 12 и 19 сентября 1936 г.).

Электровозы ж. д. Нью-Йорк—Гавен (NJNH and HRR) ходовой формулы 2С₀ + С₀2 с колесной базой движущей тележки 4,07 м и расстоянием между шкворнями бегунковых тележек 17,7 м развивают скорость в 160 км/час.

Электровозы германских ж. д. ходовой формулы 1D₀1 с бегунковыми тележками Краусса-Гельмгольца имеют конструктивную скорость в 150 км/час (см. *Elektrische Bahnen*, июнь 1936 г., W. Kleinow, 1D₀1 Reichsbahn-Schnellzug-lokomotive Reihe E. 18).

Во избежание чрезмерного возрастания бокового усилия направляющего колеса в крутых кривых делают настолько большое возможное боковое отклонение тележек, чтобы первая движущая ось также участвовала в направлении локомотива в кривых. Это рекомендовалось например германскими техническими условиями (Т. V. 1909 г.). Однако впоследствии это было отменено по той причине, что направление в кривых экипажа движущей осью с меньшим плечом действия направляющего усилия внешнего рельса, чем у бегунковой оси, менее надежно, особенно при неизбежной неровности рельсовой нити.

При одноосной тележке германские ж. д. прибегают к двойному направлению электровозов в кривых только в том случае, если бегунковая ось отстоит от движущей не больше, чем на 2,8—3 м.

Из докладов на упомянутом международном конгрессе выяснилось, что часть железных дорог стоит за направление локомотива исключительно осями бегунковой тележки, а часть—за двойное направление: бегунковой и движущей осями.

Электровозы без жесткой базы применяются в Германии только в случае двухосных бегунковых тележек или тележек Краусса.

В Германии тележки Бисселя применены для электровозов серии „E16⁵“ ходовой формулы $1D_01$ с максимальной скоростью 110 км/час, при чем, во избежание виляния, у этого электровоза жесткая база взята в 6100 мм. Интересно отметить, что другие серии электровозов „E16“ той же ходовой формулы $1D_01$ были снабжены тележками Краусса; при этом средние оси получили достаточный поперечный разбег, так что жесткая база оказалась равной нулю и все направление электровоза в кривой производится через шкворни тележек Краусса. Точно так же выполнен электровоз серии „E17“ германских ж. д. ходовой формулы $1D_01$. Большее применение на электровозах по сравнению с паровозами одноосных тележек за счет двухосных объясняется тем, что при одинаковой мощности вес электровоза получается значительно меньше, чем паровоза; поэтому при применении двухосных тележек нередко приходится добавлять значительное количество балласта.

Кроме того следует учитывать, что требование одинаково хорошего хода в обоих направлениях требует обеспечения обоих концов бегунковыми тележками, обеспечивающими удовлетворительное ведение электровоза в кривых. Однако это не означает непременно применения на обоих концах одинаковых тележек—одноосных или двухосных. Есть электровозы с одноосной тележкой на одном конце и двухосной на другом, например в Германии электровоз ходовой формулы $2D_01$ или швейцарские электровозы $2C_01$ и $2D_01$.

Из докладов на международном ж.-д. конгрессе (см. *Monatsschrift der Int. Eisenbahnkongress Vereinigung* 1932 г., стр. 2424) выяснилось, что сочлененные электровозы без бегунковых осей применяют и они имеют спокойный ход до скоростей 90—95 км/час; при наличии у движущих тележек бегунковых осей скорость может быть выше, в зависимости от типа бегунковых тележек.

Под направляющей длиной сочлененных электровозов понимается расстояние между цапфами тележек, являющимися точками приложения горизонтальных усилий, определяющих положение в кривой главного экипажа.

Таким образом, направляющая длина является плечом действия указанных выше сил и определяет собой, в конечном итоге, величину этих сил, так как для поворачивания экипажа требуется вполне определенная величина момента, равного моменту сил трения в опорных точках и центробежной силы, препятствующих повороту экипажа.

У электровозов типа $B_0 + B_0$ расстояние между центрами тележек составляет 5700—6100 мм при базе тележки 2700—2950 мм.

У электровоза с трехосными движущими тележками жесткая база достигает 4600—5000 мм при направляющей длине (в случае наличия бегунковых тележек) до 9000 мм.

Боковые отклонения тележек 50—150 мм (у тележек Цара—Краусса 35—50 мм при поперечной подвижности первой движущей оси, связанной с тележкой в 10—20 мм).

Нормальное конструктивное боковое перемещение движущих осей 0,5—2,5 мм в каждую сторону. При индивидуальном приводе, в случае необходимости, средние движущие оси получают боковое перемещение до 15 мм, а при недостаточности его по условию вписывания в кривые прибегают к обтачиванию гребня бандажей, уменьшая его на 10 мм. У электровозов 2D₀1 германских ж. д. с жесткой базой 6,6 м средние оси имеют боковые разбеги 2×15 мм и сточенный гребень бандажа на 15 мм (у электровоза „Е3101“ Южных французских ж. д. у движущей оси гребень сточен на 16,25 мм, что следует однако признать чрезмерно большим). При шатунной передаче боковой зазор встречается по 25 мм в каждую сторону (электровоз „Е501“, „Е401“ французских ж. д.).

§ 18. Движение в кривых

При движении в кривой различают два момента: вход в кривую (пока электровоз еще не всеми своими осями вошел в кривую постоянного радиуса) и установившееся движение в кривой. Таким образом движение по переходной кривой переменного радиуса считается также входом в кривую, так как скорость вращения электровоза, а вместе с тем направляющее усилие его по кривой и геометрическое положение его в кривой все время меняются.

В противовес входу в кривые установившееся движение мы имеем при постоянном радиусе кривой и постоянной скорости движения; следовательно направляющее в кривой усилие будет постоянно как по величине, так и направлению по отношению к экипажу, и сам экипаж будет сохранять во все время движения занятое в кривой положение.

Положение экипажа в кривой зависит от внешних сил: центробежной, сил трения, развивающихся в опорных точках колес на рельсах, и от направляющих усилий в виде воздействия рельсов на гребни бандажей набегающих на рельсы колес.

Положение экипажа в кривой точно определяется так называемым центром вращения или точкой поворота экипажа.

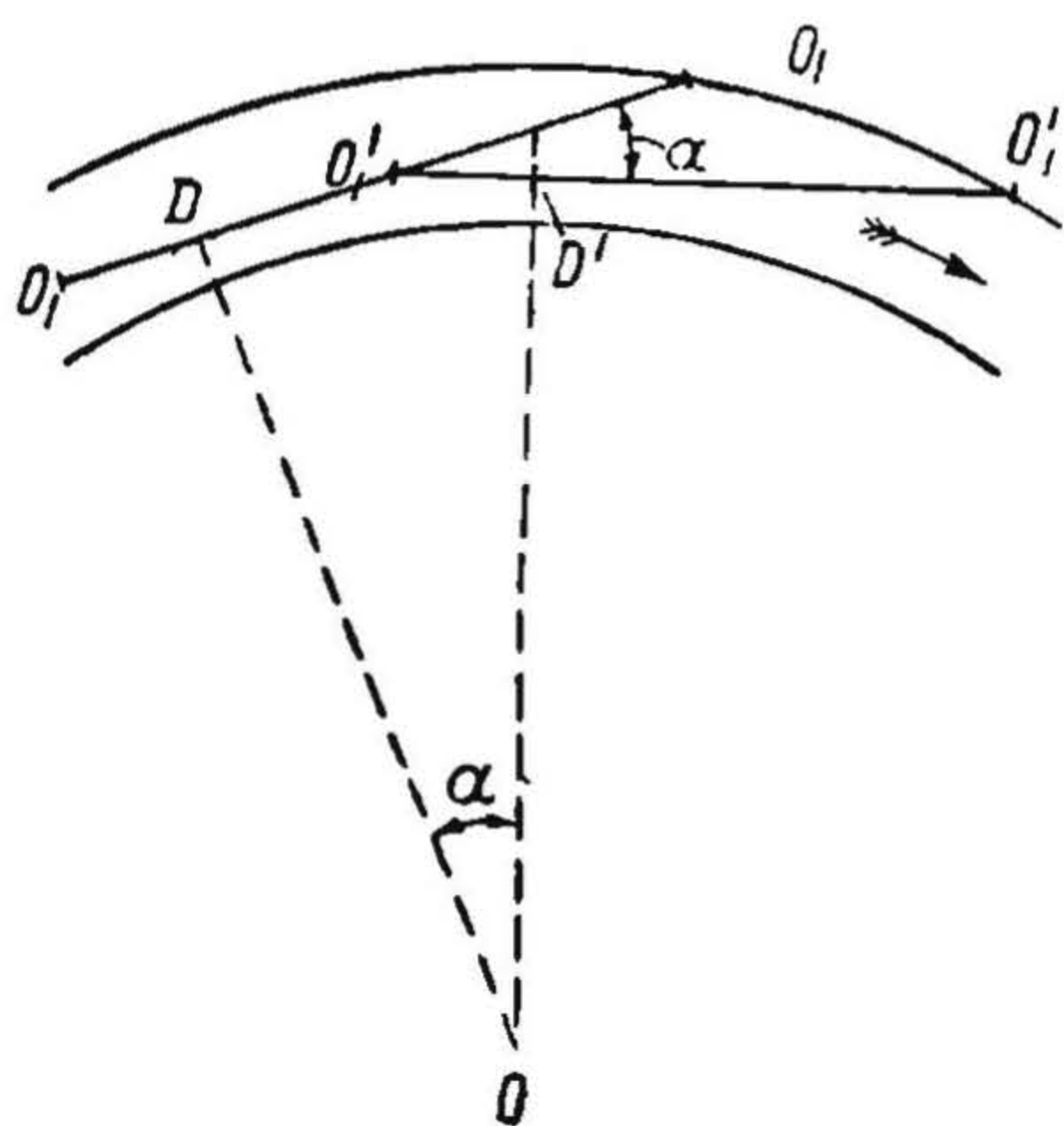
Пусть продольная ось экипажа в некоторый момент времени занимает в кривой положение O_1O_1 (фиг. 88) и через бесконечно малый промежуток времени переместилась в положение $O'_1O'_1$, так что перпендикуляр OD на продольную ось экипажа переместился из положения OD в положение OD' , повернувшись около центра O на угол α . Не трудно видеть, что перемещение самого экипажа мы можем рассматривать как поступательное перемещение со скоростью v и вращение около точки D , т. е. точки поворота, с угловой скоростью

$$\omega = \frac{v}{R} \quad (171)$$

Рассмотрим сначала условия движения отдельных осей в кривых.

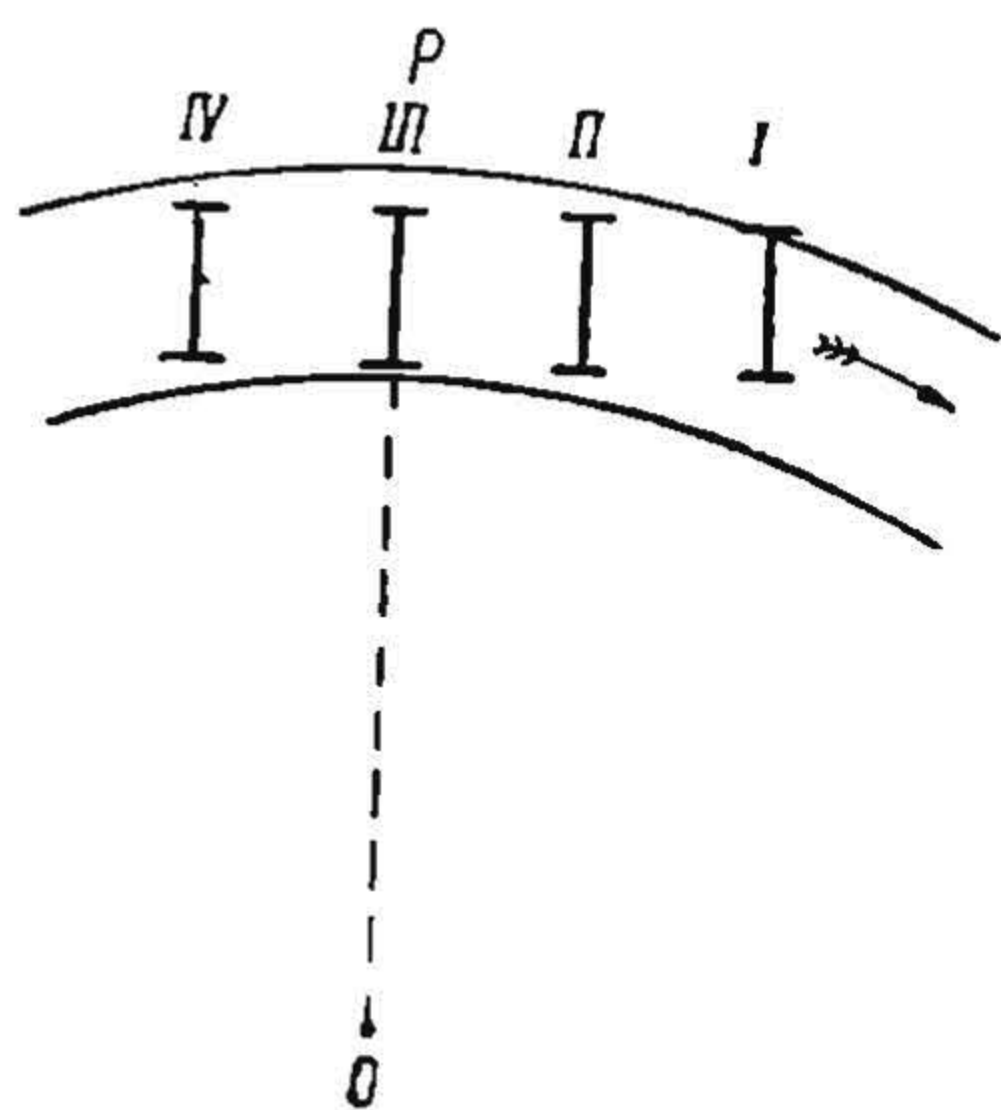
Когда электровоз вписывается в кривую, то отдельные оси занимают раз-
личное положение по отношению к радиусу, перпендикулярному к продоль-
ной оси экипажа, или радиусу, параллельному направлению осей. Здесь мо-
гут быть следующие три случая: а) ось находится впереди параллельного
ей радиуса; б) ось располагается позади указанного радиуса и в) ось совпа-
дает с параллельным ей радиусом, другими словами—направление оси прохо-
дит через центр кривой.

На фиг. 89 ось I располагается впереди параллельного ей радиуса OR . Не трудно видеть, что, будучи предоставлена самой себе, эта ось будет продолжать свое прямолинейное движение при входе в кривую до тех пор, пока

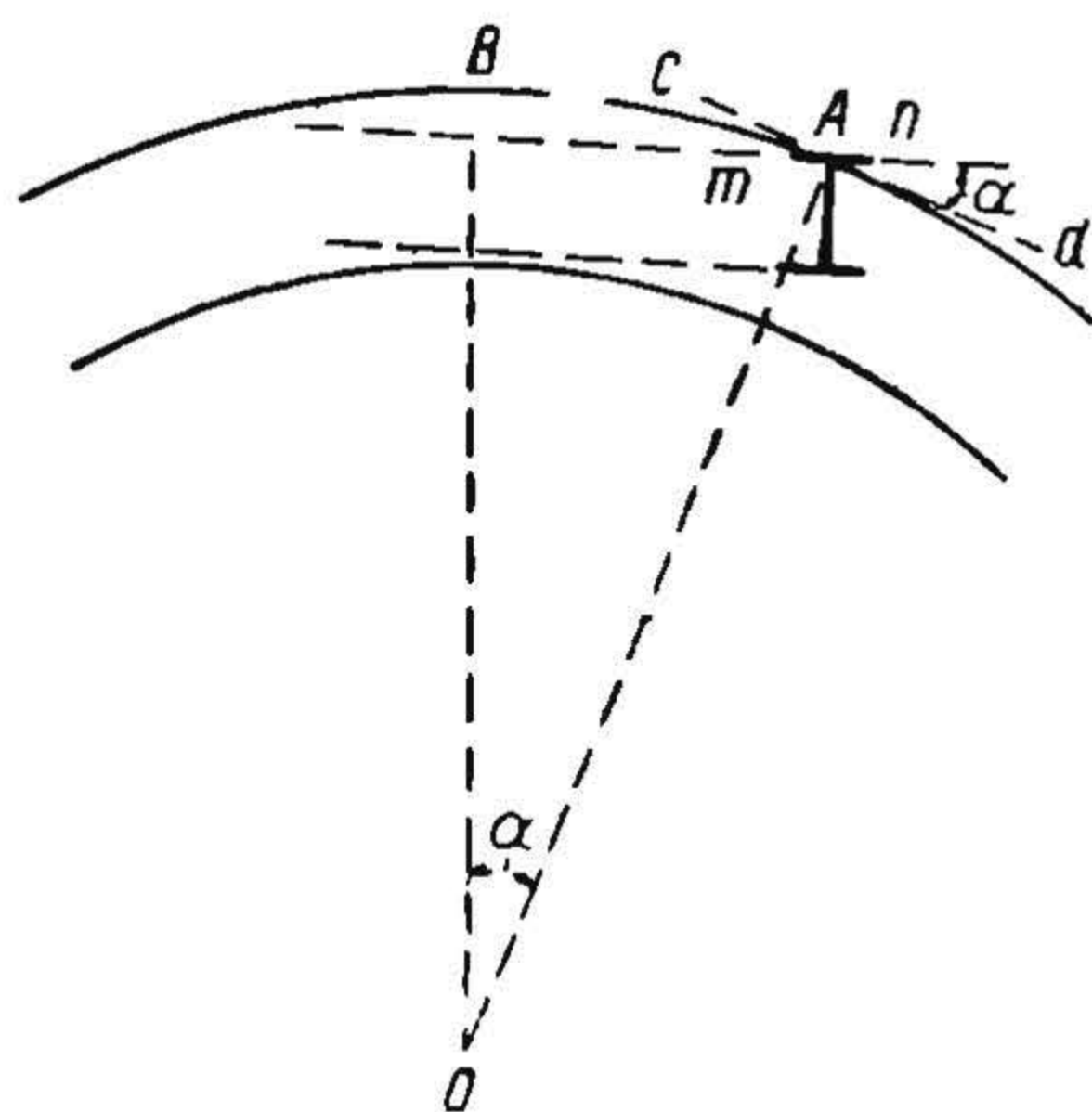


Фиг. 88.

не встретит препятствия в виде внешнего рельса кривой. С этого момента дальнейшее перемещение оси будет совершаться под влиянием внешнего рельса, который будет направлять ось во внутрь кривой. Таким образом, если ось располагается впереди параллельного ей радиуса кривой, то она стремится набегать на внешний рельс. Ось *IV* располагается позади параллельного ей радиуса кривой; вследствие этого, как видно из фиг. 89, при дальнейшем своем прямолинейном перемещении она стремится сама по себе отходить от внешнего рельса. Если отдельные оси электровоза закреплены жестко в поперечном направлении в раме, то промежуточные оси, например ось *II*, сама по себе не может набегать на внешний рельс; поэтому при поворачивании всего электровоза при прохождении кривой она будет перемещаться поперек пути через посредство рамы, поворачиваемой передней набегающей на внешний рельс осью. Таким образом, эта передняя ось, *носящая название направляющей в кривой оси*, получает от внешнего рельса усилие, необходимое для поперечного перемещения не только для самой себя, но и для всех осей, не набегающих непосредственно ребордой бандажа на рельс. В том случае, когда возвышение внешнего



Фиг. 89.



Фиг. 90.

рельса в кривой не уравнивает полностью центробежную силу, развиваемую при движении экипажа в кривой, направляющее усилие *У* в кривой будет слагаться из трения в опорных точках колес, получающих поперечное перемещение от рассматриваемой оси, и из приходящейся на рассматриваемую направляющую ось неуравновешенной части центробежной силы.

Направление экипажа в кривой различают:

- а) непосредственное или прямое—движущими осями—в том случае, когда отсутствуют бегунковые тележки;
- б) смешанное—бегунковой осью или бегунковой тележкой совместно с движущей осью;
- в) косвенное—в том случае, когда электровоз состоит из сочлененных движущих тележек.

В отношении безопасности движения в кривой в смысле схода с рельсов большое влияние оказывает угол набегания направляющего колеса. Под углом набегания понимают угол α (фиг. 90), составленный горизонтальной проекцией гребня бандажа *mn* с касательной *cd* к кривой в точке соприкосновения гребня бандажа с головкой рельса. Как видно из фиг. 90, угол набегания равен центральному углу, составленному радиусом *OB*, перпендикулярным к продольной оси электровоза, и радиусом *OA*, проведенным в точку касания гребня бандажа с рельсом.

Величина угла набегания может быть определена из равенства:

$$\sin \alpha = \frac{AB}{AO}.$$

При движении электровоза в кривой могут иметь место следующие установки его.

1) *Установка по хорде* (фиг. 91, а), когда электровоз своими крайними внешними колесами набегает на внешний рельс. Следует отметить, что в том случае, когда первая ось имеет достаточный разбег, набегает уже следующая за ней ось II (фиг. 91, б).

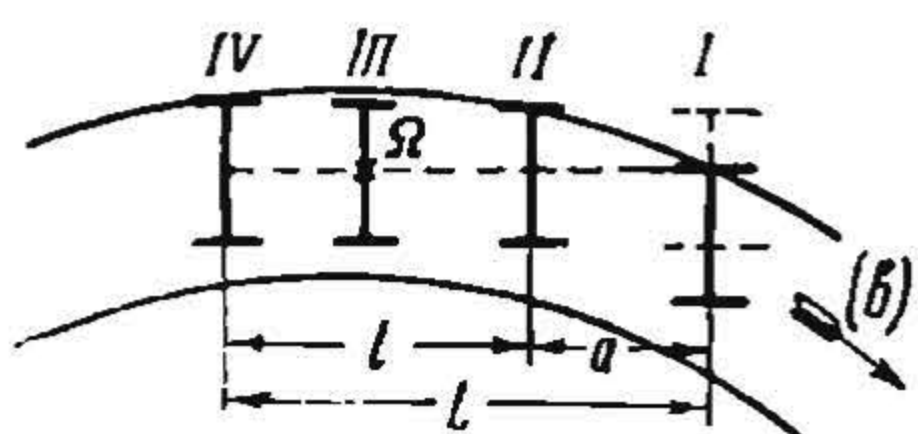
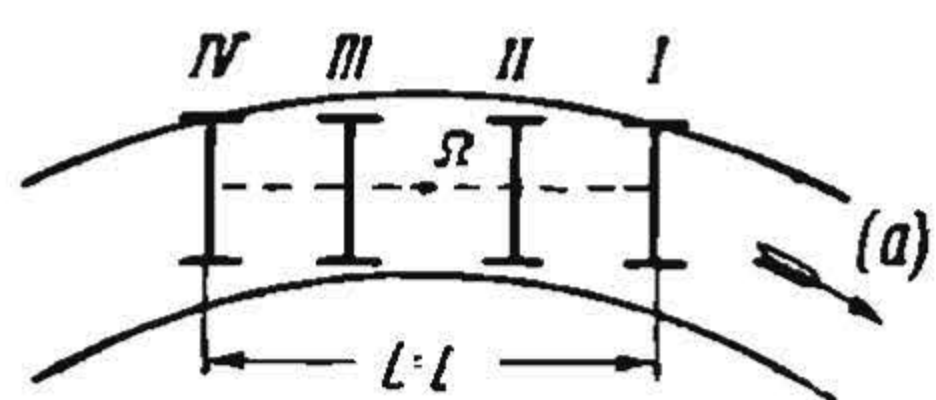
В первом случае направляющая в кривых длина l будет равна расстоянию L между крайними осями I и IV, и угол набегания в этом случае определится из уравнения:

$$\sin \alpha = \frac{l}{2R} = \frac{L}{2R} \quad (172)$$

где R — радиус кривой по внешнему рельсу и L — общая база электровоза.

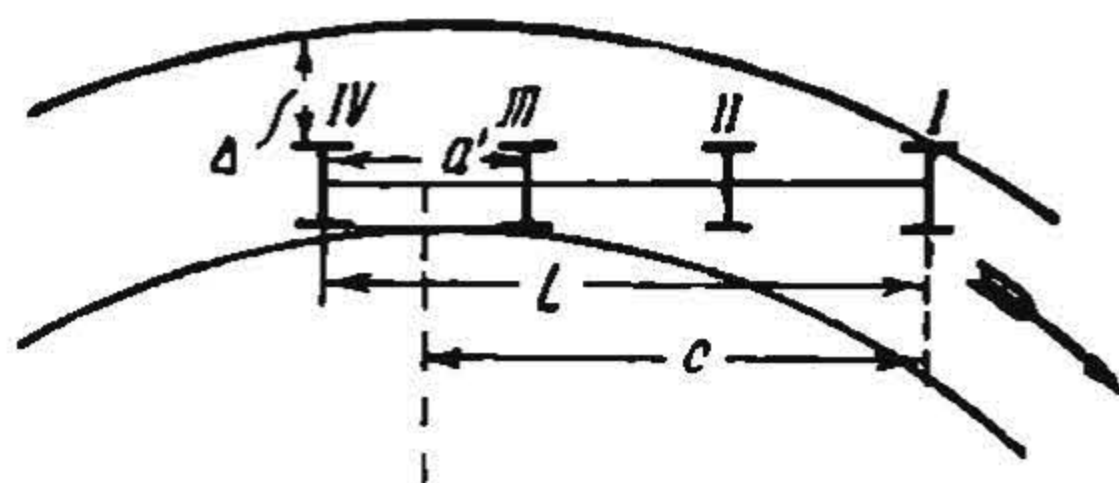
Во втором случае направляющая длина l будет считаться между осями II и IV, и, таким образом, угол набегания найдется из уравнения:

$$\sin \alpha = \frac{L - a}{2R} = \frac{l}{2R} \quad (173)$$



Фиг. 91.

Таким образом, при установке по хорде синус угла набегания равен отношению направляющей длины l к двойному радиусу кривой. Не трудно видеть, что установка электровоза по хорде имеет место при больших скоростях, когда под влиянием



Фиг. 92.

центробежной силы, неуравновешенной возвышением внешнего рельса, экипаж стремится отойти к внешнему рельсу.

При установке по хорде точка поворота Ω располагается посередине между набегаящими осями.

2) *Установка с наибольшим перекосом.* Эта установка может иметь место только при малых скоростях движения, когда электровоз своей передней осью набегает на внешний рельс, а одной из задних — на внутренний рельс, при чем которая именно из задних осей набегает на внутренний рельс, зависит от радиуса кривой и базы электровоза. На фиг. 92 показан случай, когда набегают на внутренний рельс одновременно оси III и IV. В этом случае точка поворота электровоза располагается посередине между набегаящими на внутренний рельс осями; и тогда c — расстояние точки поворота до первой набегавшей на внешний рельс оси — будет равно:

$$c = L - \frac{a'}{2}, \quad (174)$$

где L — попрежнему общая база электровоза и a' — расстояние между крайними задними осями.

Обозначим через Δ зазор между ребордой бандажа и внешним рельсом для осей III и IV (прижимающихся к внутреннему рельсу); тогда с достаточной точностью

$$\Delta = \frac{c^2}{2R} - \frac{a'^2}{8R} \quad (175)$$

или, подставляя

$$c = L - \frac{a'}{2},$$

получим:

$$\Delta = \frac{L(L-a')}{2R},$$

откуда находим зависимость между базой электровоза и радиусом кривой при одновременном набегании на внутренний рельс обеих задних осей.

$$L = \frac{a'}{2} + \sqrt{\frac{a'^2}{4} + 2R\Delta}. \quad (176)$$

Не трудно видеть, что при заданном радиусе кривой и уширении в кривой, если база электровоза будет больше величины L , определяемой уравнением (176), будет иметь место набегание предпоследней оси на внутренний рельс; при меньшей базе будет набегание последней оси на внутренний рельс.

Определим расстояние y_1 — точки поворота \mathcal{Q} (фиг. 93) электровоза до передней направляющей оси при наибольшем перекосе.

Обозначим направляющую длину экипажа через l . Хотя набегающая на внутренний рельс задняя ось и не устанавливается радиально, однако с достаточной точностью можно считать, что mn есть полный зазор в кривой; далее не трудно видеть, что

$$mn = pq - rp.$$

Величину pq мы можем определить как стрелу полухорды длиной y_1 , т. е.

$$pq = \frac{y_1^2}{2R},$$

где R — радиус кривой (точнее — внешней нити), и точно так же

$$pr = \frac{(y_1 - l)^2}{2R} .$$

Таким образом с достаточной точностью мы получим:

$$mn = pq - rp = \frac{y_1^2 - (y_1 - l)^2}{2R} = \Delta, \quad (177)$$

где Δ — полный зазор между ребрами бандажей и рабочими кантами рельсов в кривой.

Из уравнения (177) получим следующую зависимость между y_1 — расстоянием передней набегающей на внешний рельс оси до точки поворота электровоза — и Δ — полным зазором в кривой:

$$y_1 = \frac{2R\Delta + l^2}{2l} . \quad (178)$$

Пользуясь этим уравнением, можно также определить, которая из задних осей набегает на внутренний рельс. Для этого определяют y_1 (расстояние до точки поворота электровоза) в предположении, что набегает на внутренний рельс любая из задних осей; не трудно видеть, что в действительности ранее коснется внутреннего рельса та ось, для которой величина y_1 получается меньшей.

Угол набегания, в случае одновременного набегания последней и предпоследней осей, найдется из уравнения:

$$\sin \alpha = \frac{c}{R} = \frac{L - \frac{a'}{2}}{R}. \quad (179)$$

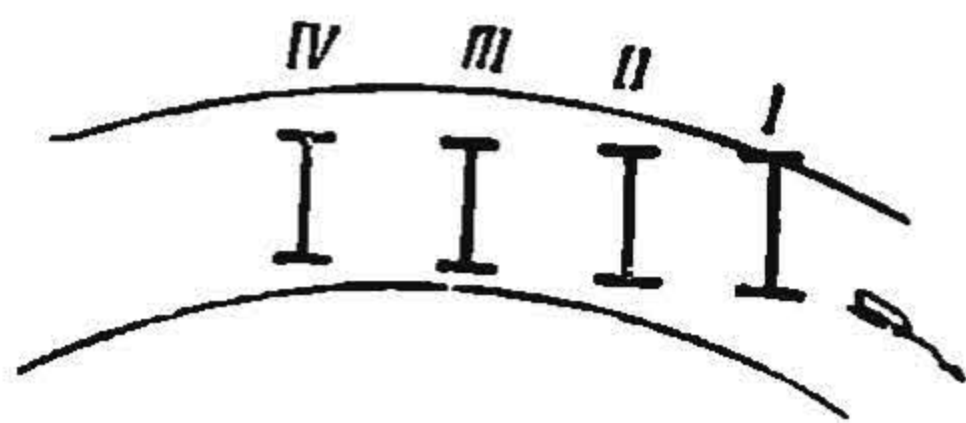
Для частного случая, когда задняя ось устанавливается радиально и в то же время набегает на внутренний рельс, будем иметь:

$$\Delta = \frac{L^2}{2R} \quad (180)$$

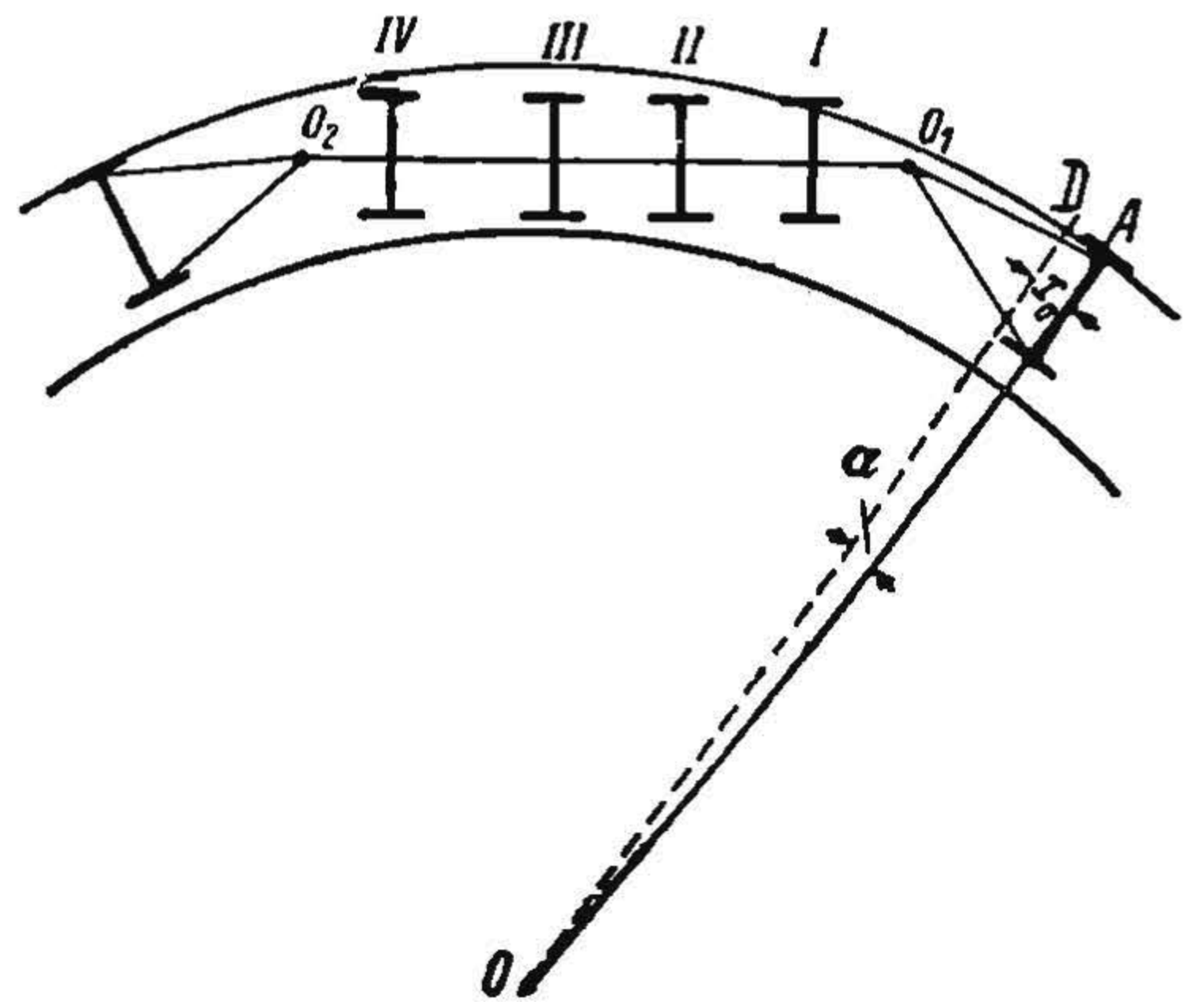
$$\sin \alpha = \frac{L}{R}. \quad (181)$$

Не трудно видеть, что увеличение уширения в кривых увеличивает возможный максимальный угол набегания; точно так же износ гребней бандажей, увеличивая зазор Δ , тем самым увеличивает возможную максимальную величину угла набегания.

3) *Установка в промежуточном положении.* Кроме указанных выше предельных положений электровоза в кривой, могут иметь место промежуточные положения, когда ни одно из задних колес не касается ни внешнего, ни внутреннего рельса (фиг. 94). Та или иная установка электровоза в кривой заданного радиуса зависит от скорости движения. Мы впоследствии приведем исследование влияния скорости на установку электровоза в кривой. Однако уже сейчас можно видеть, что с увеличением скорости движения электровоз под влиянием центробежной силы будет стремиться установиться по хорде, почему нередко положение экипажа в кривой по хорде также носит название „положение большой скорости“, а положение с наибольшим перекосом (т. е. при касании реборд задних колес с внутренним рельсом) называют „положением минимальных скоростей“.



Фиг. 94.



Фиг. 95.

Бегунковые тележки в кривой воспринимают на себя боковое давление от рельса на колеса и способствуют этим самым поворачиванию электровоза в кривой, снимая с движущих осей часть боковых направляющих усилий.

Отклонившаяся в кривой бегунковая тележка начинает увлекать за собой электровоз благодаря тому, что при отклонении тележки появляется так называемая возвращающая сила, которая стремится установить тележку в первоначальное положение по отношению к главной раме электровоза. Этой установке тележки препятствует однако рельсовая колея; таким образом, за все время движения по кривой бегунковая тележка оказывается смещенной по отношению к главной раме, и вызванное этим смещением возвращающее усилие действует на главную раму, вызывая поворачивание ее по кривой.

Направление электровоза в кривой непосредственно движущей осью имеет тот недостаток, что движущая ось, вообще говоря, набегает на внешний рельс под сравнительно большим углом.

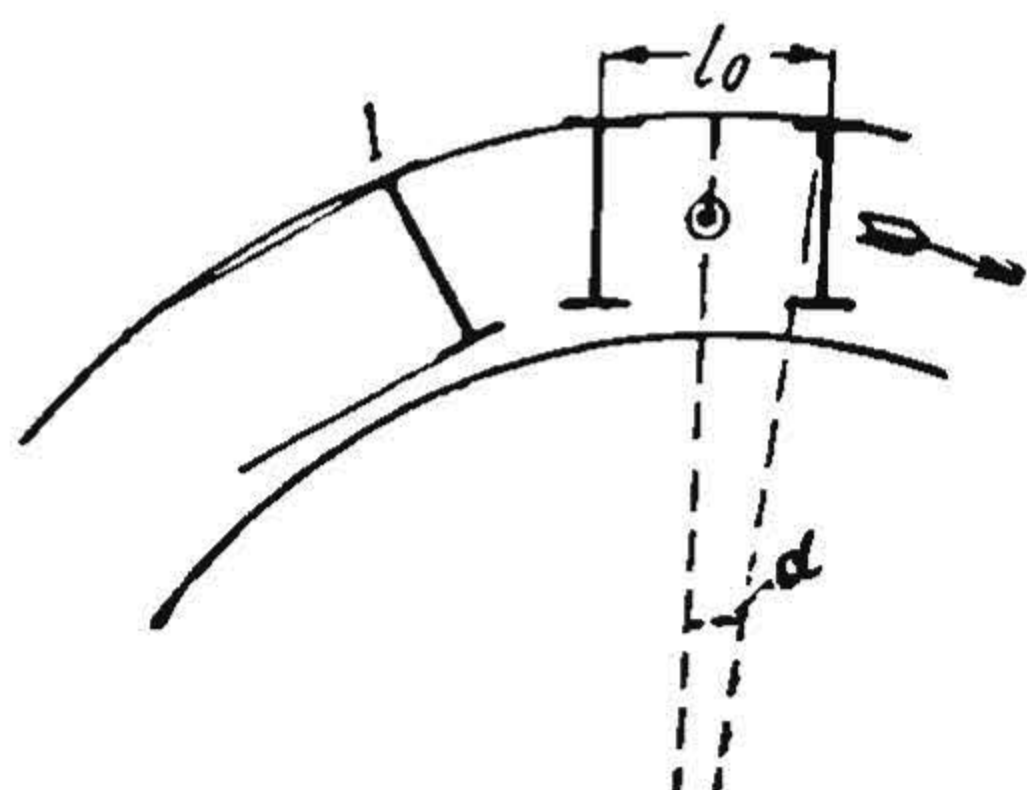
В этом отношении в лучших условиях находится бегунковая ось, поскольку поперечное перемещение последней сопровождается одновременным ее поворотом. Кроме того движущие оси подвержены более широким колебаниям нагрузки при развитии электровозом силы тяги, и возможные большие разгрузки направляющих колес уменьшают безопасность движения электровоза в отношении схода с рельсов. На фиг. 95 показано вписывание электровоза 1D1 с четырьмя движущими (I—IV) осями и бегунковыми тележками по концам. Шкворни, около которых происходит вращение бегунковых тележек, обозначены через O_1 и O_2 . Передняя тележка в кривой занимает отклоненное по отношению к продольной оси всего электровоза положение, и внешнее колесо ее набегает на рельс в точке А.

Определим угол набегания бегунковой оси. Пусть радиус OD , параллельный средней линии бегунковой оси, проходит на расстоянии x_0 позади ее. Не трудно видеть, что угол набегания α равен центральному углу, заключенному между радиусом OD и радиусом OA , проведенным в точку набегания колеса бегунковой оси на внешний рельс; таким образом

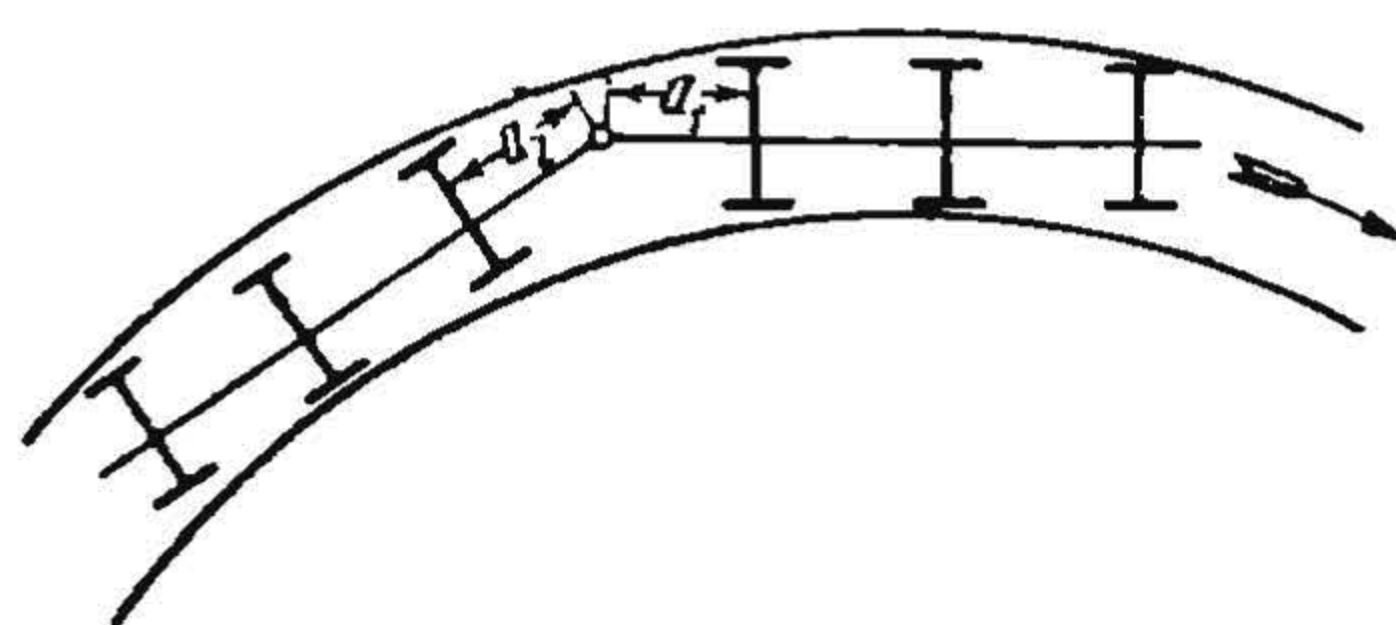
$$\sin \alpha = \frac{x_0}{R}. \quad (182)$$

Когда бегунковая ось устанавливается радиально, угол набегания $\alpha = 0$, а при положении радиуса, параллельного средней линии бегунковой оси, впереди самой оси угол набегания имеет отрицательную величину, т. е. ось сбегаёт с внешнего рельса внутрь кривой.

В том случае, когда по концам электровоза находятся двухосные тележки (фиг. 96), они также набегают под очень малым углом. Если благодаря



Фиг. 96.



Фиг. 97.

возвращающей силе обе оси прижимаются к внешнему рельсу, то угол набегания равен

$$\sin \alpha = \frac{l_0}{2R},$$

где l_0 — база бегунковой тележки.

Если двухосная бегунковая тележка устанавливается так, что задняя ось оказывается радиальной, то

$$\sin \alpha = \frac{l_0}{R}.$$

Даже и в этом случае при базе тележки $l_0 = 2$ м и кривой $R = 150$ м

$$\sin \alpha = \frac{2}{150} = 0,0133,$$

т. е.

$$\alpha = 0^\circ 45'.$$

Косвенное направление электровоза в кривой, как упоминалось выше, имеет место при сочлененных движущих тележках. Характерной особенностью этого рода направления электровоза в кривой является влияние одной тележки на другую в отношении развиваемых ими направляющих усилий. На фиг. 97 показано вписывание в кривую электровоза ходовой формулы $C + C$ при жестком в поперечном направлении сочленении тележек: передняя ось передней тележки набегает на внешний рельс; точно так же и передняя ось задней тележки стремится набегать на внешний рельс. Однако в зависимости от геометрических соотношений здесь могут представиться следующие случаи: а) задняя тележка упирается в жесткое сочленение, и поэтому ее передняя ось не касается ребордой бандажа внешнего рельса; б) передняя ось задней тележки упирается во внешний рельс раньше, чем задняя ось передней

тележки коснется его, и в) одновременно происходит набегание на внешний рельс задней оси передней тележки и передней оси задней тележки.

Первый случай, как это не трудно видеть, имеет место всегда, независимо от того, устанавливается ли задняя ось по хорде или с перекосом, в том случае, если расстояние задней оси передней тележки до шкворня тележки a_1 меньше расстояния передней оси задней тележки до шкворня a_2 , т. е. если $a_1 < a_2$. Этот случай будет характеризоваться тем, что все горизонтальное усилие, необходимое для направления в кривой задней тележки, будет передаваться передней тележке, вызывая, как мы впоследствии увидим, увеличение бокового усилия задней оси передней тележки и некоторое снижение направляющего усилия передней оси передней тележки.

Если $a_1 = a_2$, то одновременное набегание задней оси передней тележки и передней оси задней тележки будет иметь место в том случае, если задняя тележка, имея ту же самую базу (т. е. расстояние между крайними осями), что и передняя тележка, установится сама по хорде. Если же задняя тележка не устанавливается по хорде, то передняя ее ось не будет набегать на внешний рельс. Поскольку направляющее усилие задней тележки будет передаваться через шкворень передней тележке, последняя сама будет устанавливаться по хорде под влиянием реактивного усилия, передаваемого ей через шкворень сочленения от задней тележки. Таким образом, при большой скорости движения, когда задняя тележка установится по хорде, то при симметричном расположении крайних внутренних осей обеих тележек относительно шкворня сочленения будет иметь место одновременное направление электровоза четырьмя осями. Положение каждой тележки будет фиксироваться в кривой, таким образом, тремя точками: двумя точками набегания обеих осей на внешний рельс и шкворневым болтом. Следовательно распределение усилий в указанных трех точках опоры тележек в отношении горизонтальных сил и моментов будет неопределенным и будет зависеть как от сборки шкворневого сочленения, так и от степени точности укладки внешней нити рельсового пути. При зазоре в сочленении последнее перестает быть упорной точкой тележки, и направление каждой тележки будет происходить только под влиянием набегающих на внешний рельс колес крайних осей движущей тележки; и, наоборот, если около оси, расположенной вблизи к сочленению, рельсовая колея своей внешней нитью будет сдвинута на небольшом протяжении наружу кривой по отношению к положению, соответствующему строго круговой кривой, указанная ось не будет набегать на внешний рельс, и тележка будет иметь только две опорных точки: в шкворне и у другого направляющего колеса. При небольших отступлениях внешнего рельса от правильной формы кривой или при небольшой поперечной игре в сочленении может иметь место также опора тележки в трех точках в пределах поперечной упругой деформации пути.

В том случае, когда $a_2 < a_1$, при установке задней тележки по хорде задняя ось передней тележки не будет набегать на внешний рельс и передняя ось задней тележки воспримет на себя направление задней тележки, а также горизонтальное усилие, приходящееся на заднюю ось передней тележки.

При упругом сочленении и возвращающем усилии порядка 2—4 т передняя ось задней тележки имеет возможность набегать на внешний рельс и вести заднюю тележку, передавая однако часть направляющего усилия, соответствующую возвращающей силе, развиваемой в сочленении, на переднюю тележку. Боковые усилия, возникающие при прохождении электровозом с упругим сочленением кривой, всегда имеют определенную величину, независимо от точности рельсовой колеи или сборки сочленения; это является преимуществом упругого сочленения.

Величина возвращающего усилия в сочленении должна быть достаточно большой, чтобы не возникло при движении в прямых с большой скоростью влияния тележек. На электровозах 2С + С2 ж. д. Париж—Орлеан это усилие было принято равным 1 000 кг, а на советских электровозах „ВЛ“ ходовой формулы $C_0 + C_0$ — равным 1 600 кг.

§ 19. Определение боковых давлений колес при движении в кривых (Динамическое вписывание)

Динамическое вписывание заключается в изучении зависимости между скоростью движения электровоза, его положением в кривой и боковыми давлениями колес на рельс. Ввиду чрезвычайной сложности явлений, имеющих место при этом, дать какую-либо формулу для определения указанной зависимости не представляется возможным. Определение ее может быть произведено путем анализа движения электровоза и изучения появляющихся при этом внешних сил.

Силы, появляющиеся при движении электровоза в кривых, могут быть сведены к следующим:

- 1) вес экипажа;
- 2) давление рельсов на поверхности катания колес (реакция рельсов—представляет собой силу, нормальную к поверхности катания, и мы будем принимать ее приложенной к некоторой центральной точке каждой поверхности касания колес с рельсом);
- 3) боковые силы реакции рельсов;
- 4) силы трения колес о рельсы, приложенные в точке касания и направленные по линии скольжения в противоположную скольжению сторону, без учета пока силы тяги;
- 5) центробежная сила, развиваемая при движении электровоза в кривой и приложенная к центру тяжести экипажа; направление ее горизонтально от центра кривой по радиусу. В наших расчетах мы будем переносить ее в плоскость головок рельсов, т. е. в ту плоскость, где, как мы предполагаем, располагаются все другие рассматриваемые силы;

6) боковые силы реакции рельса от действия центробежной силы и сил трения. Силу тяги, приложенную к крюку, и реакцию буферов соседнего экипажа пока не учитываем, т. е. принимаем движение без тока.

При этом мы считаем, что весь электровоз — неизменяемое твердое тело; это позволит нам, не делая грубой ошибки при установившемся движении, ввести значительное упрощение, отбрасывая рассмотрение сил реакции рессор. Расчеты будем вести в предположении, что электровоз, получив некоторую установку в кривой, сохраняет ее во все время движения в кривой; при этом или принимается, что колесо катится по головке рельса выкружкой реборды бандажа, т. е. касаясь одной точкой, или же принимается, что поверхность катания бандажей настолько изнашивается, что бандажи, потеряв конусность, набегают на рельс ребордой, сохраняя одновременно опорную точку на верхней грани плоскости рельса (касание в двух точках).

Самая задача решается наиболее просто, если мы будем исходить не из скоростей, а из некоторых положений электровоза в кривой, и будем определять соответствующую каждому положению скорость. Действительно, если мы задаемся известным положением экипажа в кривой, мы можем способом Роя графически находить все данные, определяющие положение в кривой электровоза, тогда как аналогичный расчет их, в случае задания некоторой скорости (а не положения) экипажа, представляет слишком большие затруднения.

Центробежная сила определяется по формуле:

$$C = \frac{P_s}{g} \cdot \frac{v^2}{R}, \quad (183)$$

где P_s — вес электровоза в кг; v — скорость электровоза в м/сек; g — ускорение силы тяжести в м/сек²; R — радиус кривой в м.

Если обозначим возвышение наружного рельса в кривой через h , ширину колеи — $2s$, то очевидно, что часть центробежной силы уравнивается силой U — составляющей веса электровоза, т. е. силой

$$U = P_s \frac{h}{2s}.$$

Если электровоз имеет бегунковые тележки с боковой подвижностью, то тележки и электровоз без тележек рассматривают отдельно. Наибольший интерес представляют два графоаналитических метода динамического вписывания Надаля и Фогеля и чисто графический метод Нейманн'а.

Динамическое вписывание по методу Надаля (см. Nadal, Locomotives à vapeur, стр. 177). При этом методе предполагается, что колесо и рельс соприкасаются в одной точке, и для упрощения в расчет не принимается конусность бандажей, т. е. бандажи принимаются цилиндрическими. Далее будем считать, что реакция рельса на реборду колеса имеет горизонтальную проекцию, совпадающую с проекцией центральной линии оси на плоскость пути; другими словами, не будем учитывать угол набегания колес на рельсы. Представим себе, что экипаж движется по кривой с установившейся скоростью. Опустим из центра кривой перпендикуляр на ось экипажа в точку C (фиг. 98). Движение экипажа по кривой мы можем разложить на два составляющих его движения: на вращательное вокруг полюса C и круговое вместе с полюсом, определяемое траекторией полюса C .

Со сравнительно небольшой погрешностью мы можем считать $OC=R$, т. е. радиусу кривой. Обозначая скорость электровоза (его центра тяжести) через v , а угловую скорость вращения вокруг точки O , а также следовательно и вокруг точки C — через Ω , можем написать:

$$v = \Omega R.$$

Рассмотрим движение одиночной оси (фиг. 98). Пусть ее внешнее колесо A имеет по отношению к полюсу C постоянные координаты X , Y . Перемещения dx , dy точки касания колеса с рельсом за элемент времени dt в направлениях X и Y будут равны:

$$dx = (v + \Omega y) dt = v \left(1 + \frac{y}{R} \right) dt$$

и

$$dy = \Omega x dt = v \frac{x}{R} dt.$$

Если бы колеса не вращались, то скольжение точки касания бандажа с рельсом было бы равно dx и dy (скользящее трение). Но благодаря вращению оси скольжение в направлении X значительно меньше, а именно: если допустить, что скат, не развивающий силы тяги, получает такую угловую скорость ω , что $\omega r = v$, то величина скольжений колеса A за промежуток времени dt будет всего лишь:

$$dx_1 = dx - r \omega dt = v \left(1 + \frac{y}{R} \right) dt - v dt = v \frac{y}{R} dt$$

и

$$dy = v \frac{x}{R} dt,$$

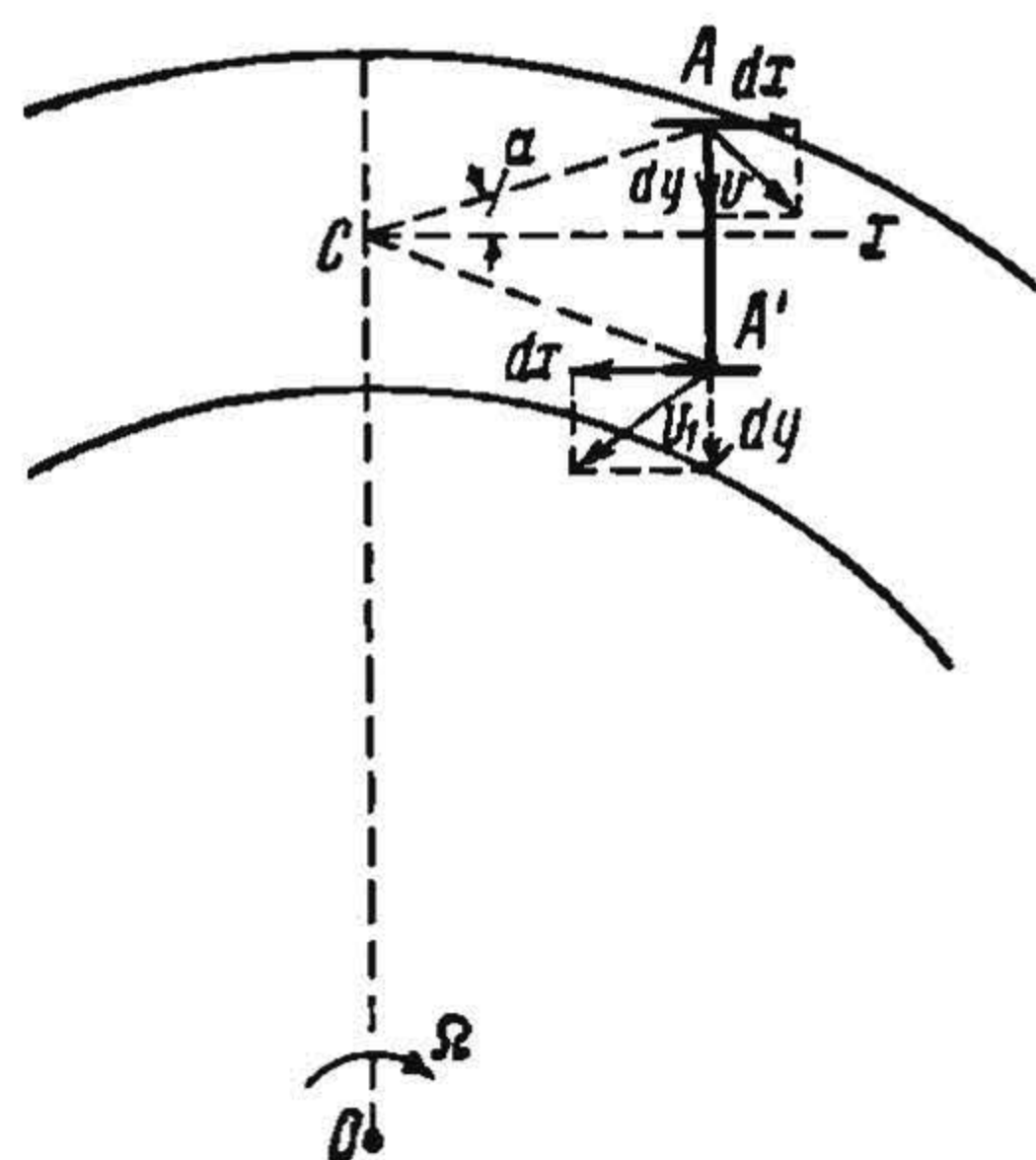
а внутреннего колеса A' — соответственно:

$$dx_1' = dx' - r \omega dt = v \left(1 - \frac{y}{R} \right) dt - v dt = -v \frac{y}{R} dt = -dx_1$$

и

$$dy' = v \frac{x}{R} dt = dy.$$

Таким образом, при сделанном предположении ($\omega r = v$) скольжения обоих колес в направлении X численно равны, но направлены в противоположные стороны. Величины этих скольжений представляют собой проекции перемеще-



Фиг. 98.

ния точки A при вращении экипажа вокруг полюса C . Угол α , образуемый этим перемещением с осью AA' ската, определяется равенством:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dx_1}{dy} = \frac{y}{x}, \quad (184)$$

т. е.

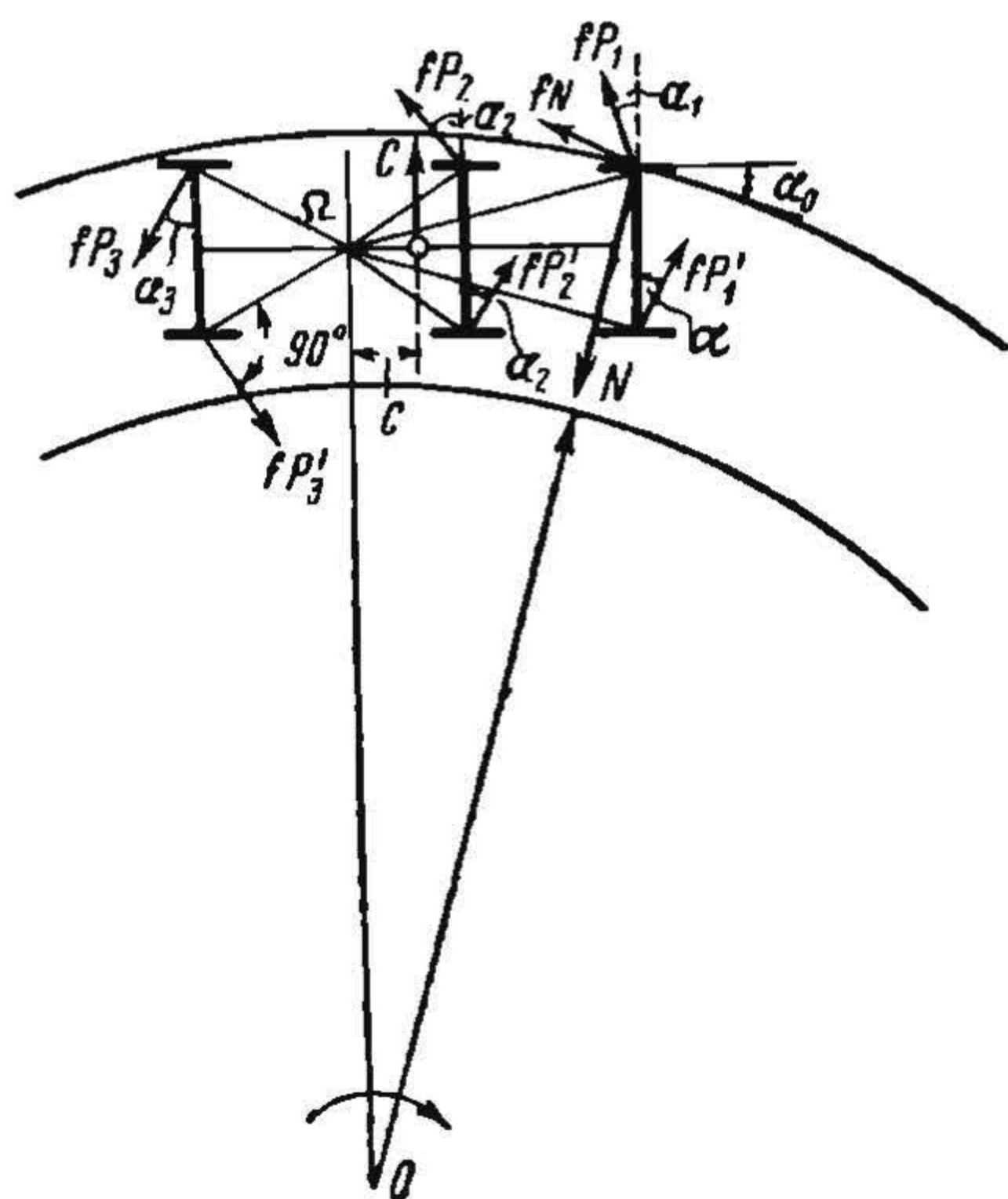
$$\alpha = \angle ACX.$$

Другими словами, скольжение цилиндрических бандажей можно считать направленным перпендикулярно лучам, проведенным из полюса C к точке касания рассматриваемого колеса с рельсом.

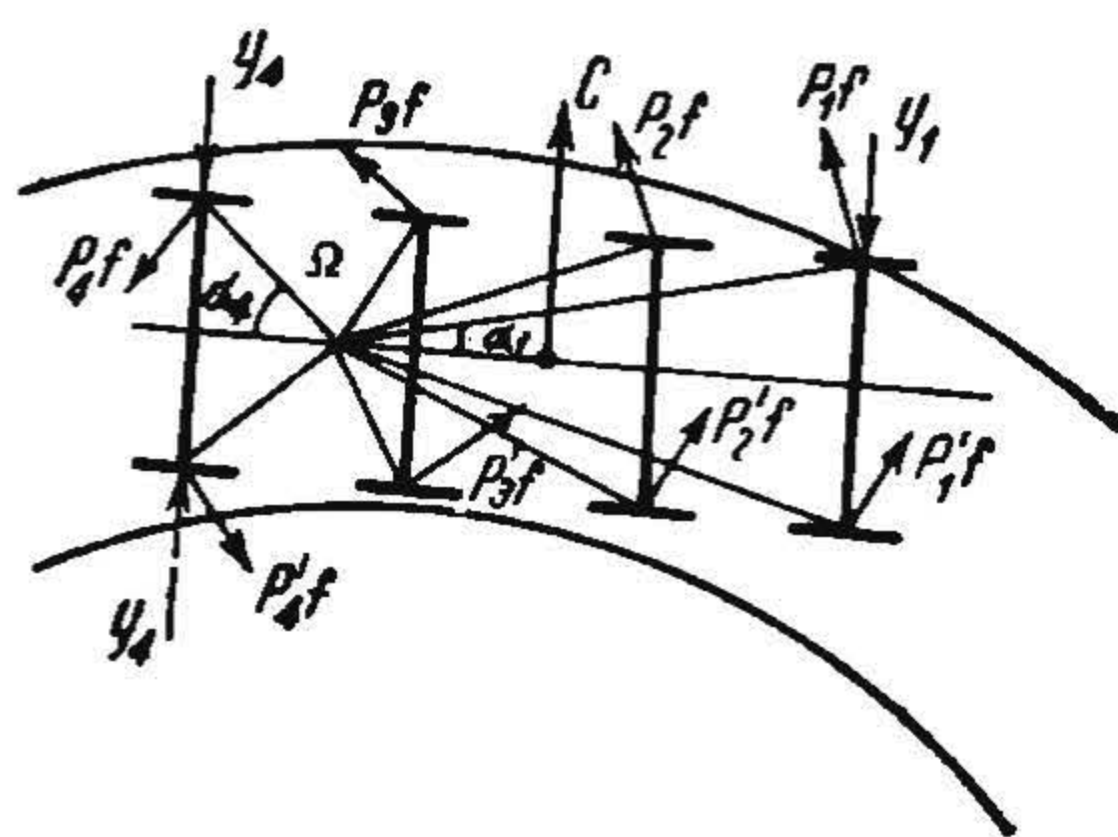
Возникающие при скольжении силы трения направлены в сторону, противоположную скольжению, и численно равны произведению коэффициента трения на нагрузку колеса.

Рассмотрим теперь силы, действующие в плоскости головок рельсов (фиг. 99). К центру тяжести приложена сила C —центробежная сила электровоза, на-

правленная по радиусу кривой наружу; в точке соприкасания реборды бандаж набегающего колеса с наружным рельсом возникает реакция рельса, перпендикулярная к рельсу (нормальная) N , и сила трения, направленная вдоль рельса (касательная) fN ; в случае набегающего одного из задних колес ребордой



Фиг. 99.



Фиг. 100.

на внутренний рельс, например оси 3, нормально к рельсу возникает реакция рельса N_3 и касательная к рельсу сила трения fN_3 (эти силы на чертеже не показаны); наконец во всех точках опоры бандажей на рельсах действуют силы трения fP (индекс у силы P обозначает номер оси).

Если острый угол набегающего переднего колеса α_1' , а заднего α_3' , и углы, составленные с продольной осью электровоза лучом, проведенным из точки поворота к опорной точке колеса, α_1 , α_2 и α_3 (соответственно для трех осей), то, беря суммы моментов всех приложенных сил относительно точек соприкасания реборд первой и третьей осей с рельсом—точек 1 и 3', получаем:

$$(N_1 \cos \alpha_1' - fN_1 \sin \alpha_1') x_{13} - (N_1 \sin \alpha_1' + fN_1 \cos \alpha_1') 2s - 2fP_1 \cos \alpha_1 x_{13} - fP_1 \sin \alpha_1 \cdot 2s - 2fP_2 \cos \alpha_2 x_{23} - fP_2 \sin \alpha_2 \cdot 2s - fP_3 \sin \alpha_3 \cdot 2s - Cc_3 = 0 \quad (185)$$

и

$$(N_3 \cos \alpha_3' + fN_3 \sin \alpha_3') x_{13} + (N_3 \sin \alpha_3' - fN_3 \cos \alpha_3') 2s - 2fP_3 \cos \alpha_3 x_{13} - fP_3 \sin \alpha_3 \cdot 2s + 2fP_2 \cos \alpha_2 x_{12} - fP_2 \sin \alpha_2 \cdot 2s - fP_1 \sin \alpha \cdot 2s + Cc_1 = 0, \quad (186)$$

при чем x_{12} , x_{13} , x_{23} обозначают положительные расстояния между соответствующими осями, а c_1 и c_3 —расстояние центробежной силы C до точек 1 и 3', $2s$ —расстояние между опорными точками колес одной и той же оси. Приведенные уравнения соответствуют тому случаю, когда направляющие колеса имеют с рельсом две точки соприкосновения, т. е. на верхней поверхности головки рельса и на боковой.

Если направляющее колесо имеет настолько большое боковое усилие, что опорная точка переходит на выкружку бандажа, то вместо сил N , fN и fP , приложенных в опорных точках направляющего колеса, рассматривают одну силу N —давление головки рельса на реборду бандажа.

В обоих случаях для расчетов удобнее составлять следующие два уравнения равновесия перечисленных выше сил (фиг. 100):

а) Проекция всех сил на ось Y , направленную перпендикулярно к продольной оси экипажа; при этом мы полагаем, что силы C (центробежная) и Y_1 и Y_4 (реакция рельсов на набегające колеса) параллельны оси Y , поскольку в действительности углы, составляемые этими силами с осью Y , очень малы (порядка $1-2^\circ$); тогда упомянутое уравнение напишется в следующем виде:

$$Y_1 + Y_4 - C - 2P_1 f \cos \alpha_1 - 2P_2 f \cos \alpha_2 - 2P_3 f \cos \alpha_3 + 2P_4 f \cos \alpha_4 = 0, \quad (187)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и α_4 обозначают углы, составленные лучом, проведенным из точки поворота Ω в точку опоры колеса на рельсе, с продольной осью экипажа; величина этих углов может быть определена из уравнений:

$$\cos \alpha_1 = \frac{y_1}{\sqrt{y_1^2 + s^2}}; \quad \cos \alpha_2 = \frac{y_2}{\sqrt{y_2^2 + s^2}} \text{ и т. д.}$$

Здесь y_1, y_2 и т. д. обозначают расстояния от соответствующей оси до точки поворота Ω , а $2s$ —расстояние между опорными точками на рельсе колес одной и той же оси.

б) Уравнение моментов тех же сил относительно точки поворота Ω экипажа:

$$Y_1 y_1 - Y_4 y_4 - Cc - 2P_1 f \sqrt{y_1^2 + s^2} - 2P_2 f \sqrt{y_2^2 + s^2} - 2P_3 f \sqrt{y_3^2 + s^2} - 2P_4 f \sqrt{y_4^2 + s^2} = 0. \quad (188)$$

Здесь c обозначает расстояние центробежной силы до точки Ω , т. е. точки поворота экипажа. При составлении уравнений мы приняли силу Y_4 направленной внутрь кривой, что соответствует набеганию заднего колеса на внешний рельс (при этом точка поворота, как выше указывалось, будет располагаться посередине между крайними осями электровоза). Если происходит набегание колеса последней или предпоследней оси на внутренний рельс, то в обоих уравнениях придется изменить знак перед членами, содержащими Y_4 , на обратный; если же ни одно из задних колес не набегает ни на внешний, ни на внутренний рельс, члены с Y_4 будут равны нулю.

Расчеты можно значительно упростить, если пользоваться ниже приведенной табл. 12, где даны величины $\sqrt{y_i^2 + s^2}$ и $\cos \alpha_i$ для различных расстояний y_i рассматриваемой оси до точки поворота экипажа. При составлении этой таблицы величина s , равная половине расстояния между опорными точками колес, была принята равной $0,8$ м; в действительности она несколько меняется в зависимости от величины уширения в кривой, т. е. от радиуса кривой; однако можно принимать, не делая большой погрешности, среднюю величину $s = 0,8$ м.

Уравнения проекций всех сил на главные выбранные направления и уравнения моментов составляют отдельно для каждой тележки и для электровоза без тележек. Решение этих уравнений позволяет определить боковые усилия, приложенные к ребордам направляющих колес и к шкворням тележек, если таковые имеются.

Такие уравнения составляются для различных положений электровоза в кривых, или, другими словами, для различных скоростей. Можно рекомендовать следующий порядок подсчета зависимости боковых усилий направляющих колес от скорости движения электровоза.

1) Задаются положением электровоза, когда задняя его ось касается ребордой своего бандажа наружного рельса, но имеет боковое усилие Y_4 , равное нулю, т. е. исследуется случай движения без направляющего усилия задней оси, но при установке по хорде. Для этого случая в приведенных уравнениях (187)

Данные для подсчета динамических усилий в кривой

y_i	$\sqrt{y_i^2 + s^2}$	$\cos \alpha_i$	y_i	$\sqrt{y_i^2 + s^2}$	$\cos \alpha_i$
0	0,8000	0			
0,1	0,8062	0,1240	3,1	3,2015	0,9683
0,2	0,8246	0,2425	3,2	3,2985	0,9702
0,3	0,8544	0,3511	3,3	3,3956	0,9718
0,4	0,8944	0,4482	3,4	3,4923	0,9734
0,5	0,9434	0,5300	3,5	3,5889	0,9750
0,6	1,0000	0,6000	3,6	3,6878	0,9763
0,7	1,0630	0,6585	3,7	3,7855	0,9774
0,8	1,1313	0,7071	3,8	3,8833	0,9785
0,9	1,2042	0,7074	3,9	3,9812	0,9795
1,0	1,2807	0,7808	4,0	4,0792	0,9805
1,1	1,3601	0,8087	4,1	4,1773	0,9815
1,2	1,4422	0,8321	4,2	4,2755	0,9823
1,3	1,5264	0,8516	4,3	4,3738	0,9831
1,4	1,6125	0,8682	4,4	4,4721	0,9838
1,5	1,7000	0,8283	4,5	4,5706	0,9845
1,6	1,7883	0,8944	4,6	4,6690	0,9851
1,7	1,8788	0,9102	4,7	4,7676	0,9858
1,8	1,9698	0,9086	4,8	4,8662	0,9864
1,9	2,0616	0,9216	4,9	4,9649	0,9869
2,0	2,1541	0,9285	5,0	4,0636	0,9874
2,1	2,2472	0,9345	5,1	5,1624	0,9879
2,2	2,3409	0,9398	5,2	5,2612	0,9884
2,3	2,4352	0,9445	5,3	5,3600	0,9889
2,4	2,5290	0,9490	5,4	5,4580	0,9894
2,5	2,6240	0,9524	5,5	5,5579	0,9897
2,6	2,7203	0,9558	5,6	5,6569	0,9900
2,7	2,8160	0,9588	5,7	5,7559	0,9903
2,8	2,9121	0,9616	5,8	5,8550	0,9906
2,9	3,0083	0,9641	5,9	5,9540	0,9909
3,0	3,1049	0,9661	6,0	6,0531	0,9912

и (188) надо положить $Y_4 = 0$. При установке электровоза по хорде точка поворота электровоза Ω , как выше упоминалось, находится на середине между набегаящими на внешний рельс осями; таким образом, легко найдутся расстояния этой точки поворота Ω до осей (y_1, y_2, y_3 и y_4) и до точки приложения центробежной силы (s), а следовательно и величина $\cos \alpha_1, \cos \alpha_2$ и т. д., входящих в формулу (187). Таким образом, решая совместно уравнения (187) и (188), мы найдем оба неизвестных (Y_1 и C), а по величине центробежной силы C найдем соответствующую скорость $v_{нд}$, которую мы назовем низшей скоростью динамической установки электровоза (т. е. установки по хорде). Эту точку (точка 1, фиг. 101) мы построим по координатам Y_1 и $v_{нд}$ для нахождения искомой зависимости $Y_1 = f(v)$.

2) Задаваясь далее более высокими скоростями $v_d > v_{нд}$, мы очевидно будем иметь то же самое положение электровоза по хорде, т. е. те же значения $s, y_1, y_2, y_3, y_4, \cos \alpha_1, \cos \alpha_2$ и т. д., но уже сила нажатия внешнего колеса задней оси на внешний рельс не будет равна нулю, как в первом случае. Таким образом, мы будем иметь в обоих уравнениях (187) и (188) два неизвестных Y_1 и Y_n . Центробежная сила C или неуравновешенная возвышением внешнего рельса часть ее найдется по скорости v_d , которой мы задаемся. Таких точек мы можем найти очевидно столько, сколько необходимо для получения с необходимой

точностью кривой $Y_1 = f(v)$, задаваясь различными скоростями v . Эти точки на фиг. 101 изображены через 2, 3, 4.

3) Далее удобно определить так называемую высшую скорость наибольшего перекоса $v_{ВП}$, т. е. соответствующую установке электровоза с наибольшим перекосом; однако при этой скорости колесо имеет стремление отойти от внутреннего рельса и не производит на него бокового давления. Таким образом, в уравнениях (187) и (188) мы будем иметь $Y_n = 0$, и неизвестными будут Y_1 и C . Точку поворота определяют опусканием на продольную ось электровоза перпендикуляра из центра кривой, вычерчивая для этого электровоз в кривой в положении наибольшего перекоса по способу Роя. По положению точки поворота определяется расстояние ее до осей, т. е. y_1, y_2, y_3 и y_4 , а также c — плечо силы C . Найденная для этого случая точка 5 нанесена на кривой $Y_1 = f(v)$ на фиг. 101. Для всех скоростей, более низких, чем $v_{ВП}$, положение экипажа очевидно сохранится и следовательно, задаваясь различными скоростями $v < v_{ВП}$, мы определим по формуле (183) центробежную силу C и, подставив ее в уравнения (187) и (188), определим боковые давления колес на рельсы Y_1 и Y_4 . На фиг. 101 эти точки обозначены через 6, 7. Следует отметить, что при определении $v_{ВП}$ может получиться отрицательная величина C ; это будет указывать, что установка электровоза с наибольшим перекосом невозможна.

4) Не трудно видеть, что при скоростях между $v_{ВП}$ и $v_{НД}$, т. е. между высшей, соответствующей наибольшему перекосу электровоза, и низшей, соответствующей динамической установке электровоза по хорде, электровоз будет занимать различные промежуточные положения. Для нахождения зависимости $Y_1 = f(v)$ для этих скоростей задаемся рядом промежуточных положений электровоза в кривой, т. е. когда ни одна из задних осей не касается ни внешнего, ни внутреннего рельса, и построением по способу Роя находим для этих положений точку поворота, а следовательно и величины y_1, y_2, y_3, y_4 и $c, \cos \alpha_1, \cos \alpha_2$ и т. д. Так как при этом $Y_4 = 0$, то в уравнениях (187) и (188) остаются два неизвестных Y_1 и C ; находят их совместным решением этих уравнений. По найденному C определяют скорости, соответствующие различным промежуточным положениям электровоза в кривой. Эти точки обозначены на фиг. 101 через 8, 9 и 10.

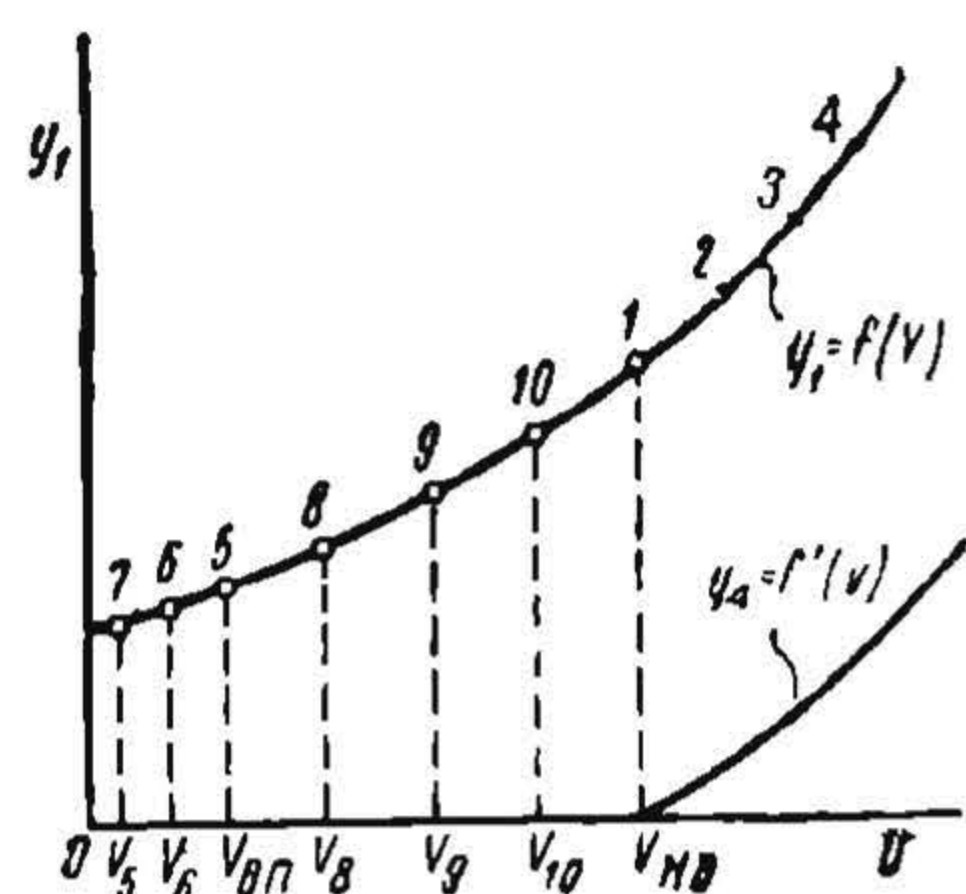
В разобранный метод динамического вписывания жел.-дор. экипажа в кривые есть некоторые неточности, а именно: мы предполагали, что скорость полюса вращения экипажа равна скорости движения экипажа, что конечно справедливо лишь для центра тяжести; далее мы сделали допущение, что скат получает такую угловую скорость ω , что $\omega r = v$ (где v — скорость движения экипажа). Это и приводит к равенству продольных скольжений, испытываемых опорными точками обоих колес одной и той же оси. Наконец мы считали весь электровоз как одно неизменное тело, отбрасывая рассмотрение сил реакции рессор. Явления, имеющие место при движении электровоза в кривой, очень сложны, и чтобы сделать, вообще говоря, задачу разрешимой, приходится мириться с этими допущениями.

При расчетах динамического вписывания Нададь рекомендует коэффициент трения принимать постоянным и равным 0,20—0,25.

Здесь следует однако, оговориться, что эта величина, как мы подробнее увидим ниже, в сильной степени зависит от давления на ось и от угла набегания колеса на рельс.

Р. Гельмгольц в своем известном труде „Die Ursache der Abnutzung von Spurkränzen und Schienen und die konstruktiven Mittel zu deren Verminderung“ принимает коэффициент трения бандажей о рельсы $1/6$.

На результатах подсчетов в очень сильной степени сказывается величина коэффициента трения f . В то же время для него даются часто величины, очень далекие друг от друга, а именно (как выше указывалось) $f = 0,25$ и $f = 0,17$,



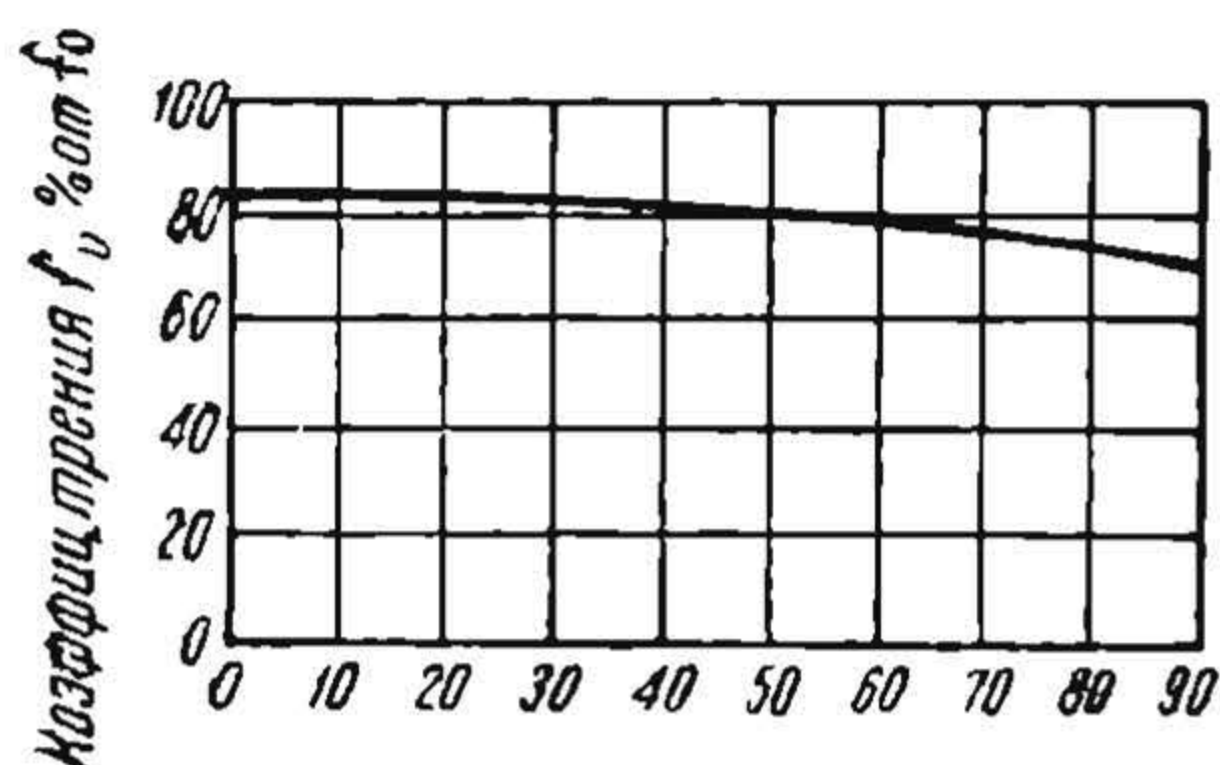
Фиг. 101.

т. е. разнящиеся почти на 50%, что конечно должно отразиться и на результатах подсчетов.

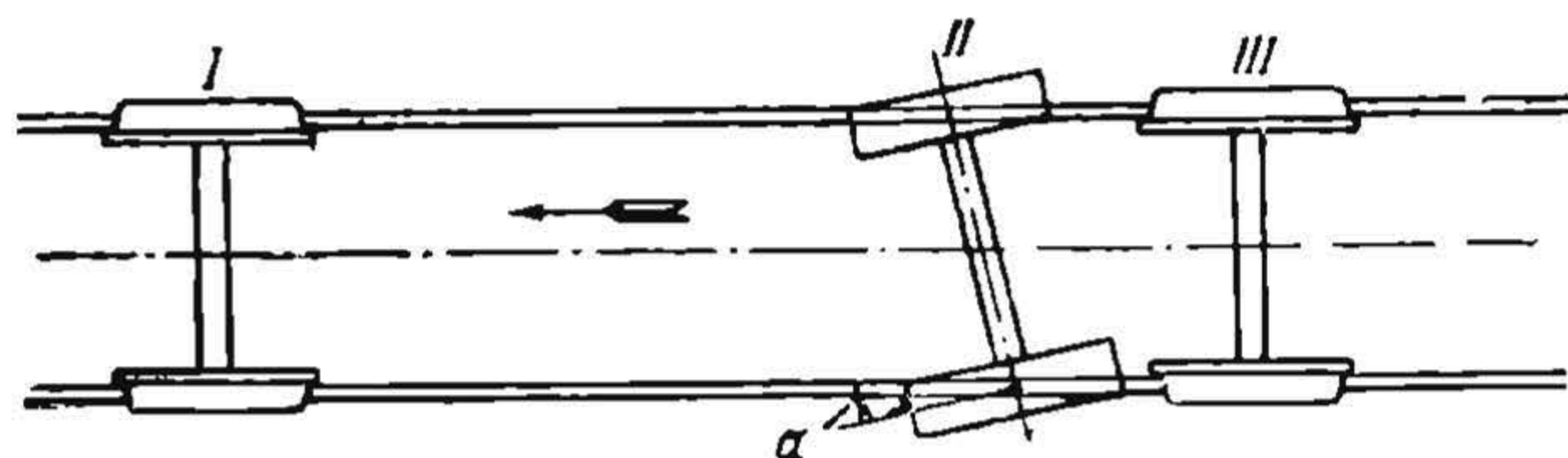
В опубликованной в журнале „Schweizerische Bauz.“ за 1923 г. статье „Führung und Lauf der Lokomotiven im Geleise“ Бухли считает, что коэффициент трения зависит от скорости.

Если назовем f_0 коэффициент скользящего трения между рельсом и колесом в покое, f_v — то же при скорости $v > 0$, то зависимость f_v от v может быть изображена кривой, приведенной на фиг. 102, где по оси абсцисс отложены скорости в км/час, а по оси ординат — значения f_v в процентах от f_0 , соответствующего $v = 0$. При переходе от статического трения к динамическому, т. е. когда скорость получит хотя бы минимальную величину, — коэффициент f_v падает сразу приблизительно на 80%.

Произведенные Бухли опыты обнаружили следующее явление при одновременном действии продольной z и поперечной q сил, приложенных в точке соприкосновения колеса с рельсом: коэффициент продольного скользящего трения f_z , как при $v = 0$, так и при $v > 0$, оказывается равен соответствующему коэффициенту поперечного трения f_q (этот коэффициент в дальнейшем обозначаем просто через f).



Фиг. 102.



Фиг. 103.

Придавая большое значение установлению действительной величины силы трения колес о рельсы при продольном и поперечном скольжении и одновременно при катании, Управление германских ж. д., путем тщательного изучения результатов своих опытов и опытов голландских ж. д., выявило законы изменения величины f в зависимости от нагрузки на колесо и установки его в кривой (см. „Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens“, 1931 г., № 19).

На величину f оказывает большое влияние α — угол набегания колеса на рельс, а также нагрузка на колесо. На табл. 13 приведены результаты испытаний, произведенных на голландских ж. д. с трехосной тележкой на рельсах с нормальной шириной колеи, при чем крайние оси являлись лишь направляющими, а средняя служила для производства наблюдений и измерений величины f при различной величине угла набегания α (фиг. 103), а также при различной нагрузке на колесо. Чтобы иметь вполне точное распределение нагрузок между осями, ось III была без рессор и не воспринимала на себя никакой нагрузки, а только служила в качестве направляющей.

Для того чтобы выявить влияние конусности бандажей, опыты производились также с осью, у которой диаметры бандажей разнились на 1, 3 и 5 мм.

Результаты опытов приведены ниже на табл. 13а.

Приведенные таблицы показывают, что с увеличением нагрузки на ось коэффициент f возрастает при малых углах набегания и падает при $\alpha > 12'$.

Когда радиусы катания обоих колес не одинаковы, что соответствует коническим бандажам, коэффициент f падает с увеличением разности в диаметрах бандажей.

Величина v скорости катания колеса по рельсу не имеет влияния на коэффициент f , а на этот коэффициент оказывает влияние лишь отношение скорости поперечного перемещения колеса v_p к скорости v ; поэтому коэффициент f можно принимать для расчетов независимо от скорости движения экипажа в кривой.

Таблица 13

Коэффициент трения поперечного скольжения колеса о рельс при одинаковом диаметре колес

Угол набегания α		Нагрузка на ось в т					
		6	8	10	12	14	16
3'	.	0,03	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
6'	.	0,08	0,09	0,09	0,10	0,09	0,11
9'	.	0,13	0,12	0,12	0,13	0,13	0,13
12'	.	0,16	0,15	0,15	0,14	0,14	0,16
15'	.	0,19	0,18	0,17	0,16	0,16	0,17
30'	.	0,23	0,22	0,21	0,20	0,19	0,19
1°	.	0,23	0,23	0,23	0,22	0,22	0,20
1°30'	.	0,23	0,23	0,23	0,22	0,22	0,20
2°	.	0,23	0,23	0,23	0,22	0,22	0,20
2°15'	.	0,23	0,23	0,23	0,22	0,22	0,20

Таблица 13а

Коэффициент трения поперечного скольжения колеса о рельс при различных диаметрах колес

Нагрузка на ось в т	10			12			14			16		
Разница диам. колес в мм	1	3	5	1	3	5	1	3	5	1	3	5
Угол набегания α												
3'	.	0,06	—	—	0,07	—	—	0,07	—	—	0,08	—
6'	.	0,09	—	—	0,09	—	—	0,09	—	—	0,11	0,02
9'	.	0,12	0,03	—	0,12	0,03	—	0,12	0,05	—	0,13	0,06
12'	.	0,14	0,07	—	0,14	0,08	0,02	0,14	0,09	0,04	0,14	0,09
15'	.	0,16	0,10	0,04	0,15	0,10	0,06	0,15	0,11	0,07	0,16	0,12
30'	.	0,20	0,17	0,13	0,19	0,18	0,14	0,18	0,13	0,13	0,18	0,17
1°	.	0,22	0,18	0,17	0,21	0,18	0,16	0,20	0,18	0,16	0,19	0,18
1°30'	.	0,22	0,18	0,17	0,21	0,18	0,16	0,20	0,18	0,16	0,19	0,18
2°	.	0,22	0,18	0,17	0,21	0,18	0,16	0,20	0,18	0,16	0,19	0,18
2°15'	.	0,22	0,18	0,17	0,21	0,18	0,16	0,20	0,18	0,16	0,19	0,18

Динамическое вписывание по способу Фогеля

Переходим к упрощенному методу динамического вписывания по способу Фогеля (Бухли). При этом поступают следующим образом. Вписывают предварительно по способу Роя экипаж в данную кривую. Выяснив из чертежа, какие из осей устанавливаются радиально и следовательно не подвергаются действию поперечных сил трения, прикладывают к остальным осям силы трения, исчисляя их умножением осевой нагрузки на коэффициент f , при чем этим силам дают направление, перпендикулярное к оси пути. Кроме того в центре тяжести прилагается центробежная сила с учетом слагающей веса от возвышения внешнего рельса, а к точкам прижатия набегающих колес к наружному и ко внутреннему рельсу — реакции рельса Y

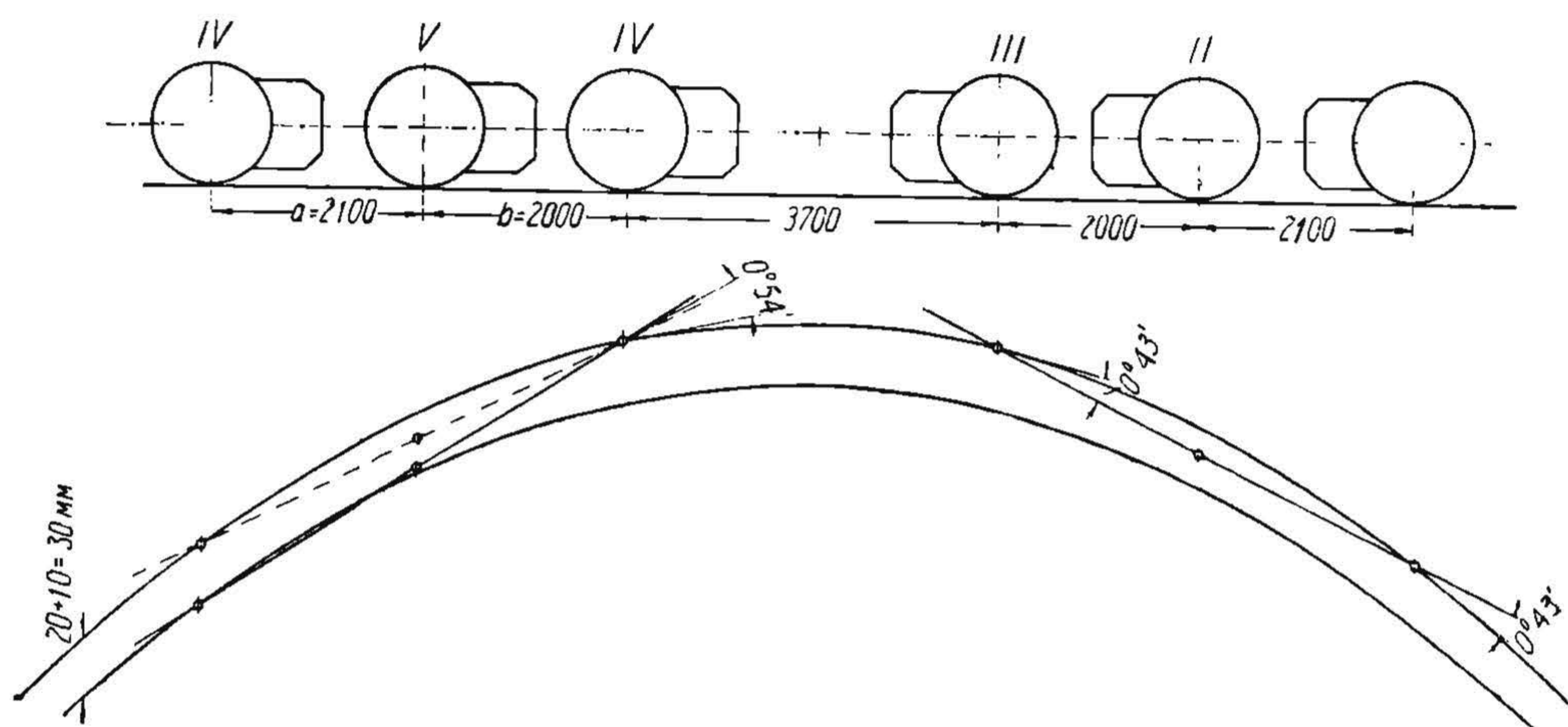
По незначительности углов наклона все эти силы могут быть приняты за параллельные, и для них без труда будут написаны два уравнения равновесия, из которых и найдутся реакции рельсов — силы Y .

Понятно, что способ Фогеля является далеко не строгим, но он имеет достоинство значительно большей простоты, чем способ Надаля, а потому может найти место в практике для приближенной оценки радиальных давлений электровоза в кривой.

На фиг. 104 дано вписывание электровоза $C_0 + C_0$ в кривую $R = 150$ м по указанному выше способу.

Обе тележки имеют упругое поперечное сочленение, поэтому задняя тележка, набегая своей передней осью на внешний рельс, увлекает за собой заднюю тележку электровоза, прижимая её третью ось к внешнему рельсу; другими словами, передняя тележка устанавливается по хорде, а задняя — с перекосом, при чем для тележек с возвращающими устройствами реакция соединений будет известна, неизвестными же для каждой самостоятельной группы осей будут только две реакции рельсов на гребни бандажей набегających на рельс колес.

Произведем подсчет боковых динамических усилий на рельс для скорости 48 км/час или 13,33 м/сек при условии, что возвышение внешнего рельса $h = 98$ мм, давление оси на рельс равно 22 т. Определим отдельно центробежную силу кузова весом $P_k = 52$ т и тележек весом каждая $P_T = 40$ т.



Фиг. 104.

Центробежная сила кузова

$$C_k = \frac{P_k v^2}{gR} = \frac{52\,000}{9,81} \cdot \frac{13,33^2}{150} = 6\,350 \text{ кг};$$

благодаря возвышению наружного рельса на высоту $h = 98$ мм часть этой силы, равная

$$U_1 = \frac{h}{2s} P_k = \frac{98}{1\,596} \cdot 52\,000 = 3\,200 \text{ кг},$$

уравновешивается (здесь $2s$ — расстояние между кругами катания). Остается неуравновешенной сила

$$R = \frac{C_k - U_1}{2} = \frac{6\,350 - 3\,200}{2} = 1\,575 \text{ кг}$$

на каждую тележку.

Центробежная сила, развиваемая массой самой тележки:

$$C_T = \frac{P_T v^2}{9,81R} = \frac{40\,000 \cdot 13,33^2}{9,81 \cdot 150} = 4\,830 \text{ кг},$$

при чем возвышением наружного рельса уравновешивается сила

$$U_2 = \frac{40\,000 \cdot 98}{1\,596} = 2\,460 \text{ кг}.$$

Таким образом, на путь действует боковая сила:

$$T = C_T - U_2 = 4\,830 - 2\,460 = 2\,370 \text{ кг}.$$

Сила R передается на тележку через центральную опору и далее на первую и последнюю ось тележки обратно пропорционально расстоянию этих осей до центральной опоры, а именно $R_1 = 517$ кг на первую и $R_3 = 1058$ кг на третью ось.

Сила T приложена в центре тяжести тележки, не совпадающей со средней расстояния между крайними ее осями, и поэтому передается так: $T_1 = 1360$ кг на первую и $T_3 = 1010$ кг на последнюю ось. Коэффициент трения, возникающий при поперечном перемещении осей, зависит от угла набегания; он берется по табл. 13, и по нему подсчитывается величина поперечных усилий Pf для различных осей.

Как ранее уже упоминалось, передняя тележка под влиянием задней получает установку по хорде. Соответствующие углы набегания колес передней тележки и силы трения колес при поперечном перемещении осей даны на табл. 14.

Таблица 14

№№ осей		f	Нагрузка на ось P в кг	Сила трения fP в кг
I	0°43'	0,17	22 000	3 740
II	0 (радиально)	0	22 000	0
III	—0°, 43'	0,17	22 000	— 3 740

Вторая ось при этом устанавливается радиально, и сила трения ее $f_2 P_2 = 0$. Усилие, передаваемое на первую ось передней тележки:

$$Y_1 = R_1 + T_1 + f_1 P_1 = 517 + 1360 + 3740 = 5617 \text{ кг,}$$

а на третью ось той же тележки:

$$X_3 = R_3 + T_3 + f_3 P_3 = 1058 + 1010 - 3740 = -1672 \text{ кг.}$$

Знак минус указывает, что эта ось стремится с силой 1672 кг отойти внутрь кривой; однако это усилие менее, чем усилие в упругом сочленении, поэтому передняя тележка сохранит принятое при подсчете положение по хорде.

Вторая тележка устанавливается с перекосом.

Величина угла набегания колес α для второй тележки и сила трения f приведены ниже в табл. 15

Таблица 15

№№ осей	α	f	Нагрузка на ось P в кг	Сила трения в кг	Примечание
V	0°54'	0,18	22 000	3 960	Знак минус обозначает, что сила направлена внутрь кривой
V	0°40'	0,17	22 000	3 740	
VI	—0°12'	0,15	22 000	—3 300	

Сила трения от средней оси передается на крайние тележечные оси в отношении расстояния от этих осей a и b , а именно: на переднюю ось соответствующая доля усилия от fP_5 будет равна:

$$S_4 = \frac{fP_5}{a + b} = \frac{3740 \cdot 2100}{2100 + 2000} = 1915 \text{ кг,}$$

а на заднюю ось:

$$S_6 = 3740 - 1915 = 1825 \text{ кг.}$$

В результате боковые давления осей будут:
на ось IV:

$$Y_4 = R_4 + T_4 + S_4 + f_4 P_4 = 1058 + 1010 + 1915 + 3960 = 7943 \text{ кг.}$$

на ось VI:

$$X_6 = R_6 + T_6 + S_6 + f_6 P_6 = 517 + 1360 + 1825 - 3300 = 402 \text{ кг.}$$

Давление задней оси на внутренний рельс X_6 имеет направление наружу кривой, т. е. ось будет отклоняться наружу кривой; при этом однако будет уменьшаться угол набегания колес средней оси, а следовательно будут уменьшаться и величина $f_5 P_5$ и та часть усилия, которая передается на ось VI, пока давление X_6 не станет равным нулю.

Соответствующая установка тележки, при которой в действительности получится $X_6 = 0$, определяется путем пробных расчетов при различном перекосе тележки в кривой.

При этом указанным выше способом Y_4 определилось равным:

$$Y_4 = 7653 \text{ кг.}$$

Задний конец передней тележки, стремясь отодвинуться внутрь кривой с силой, равной $X_3 = 1672 \text{ кг}$, уменьшит на эту величину усилие набегающей передней оси второй тележки, и, таким образом, внешнее колесо оси IV будет давить на внешний рельс с силой, равной:

$$Y_4 - X_3 = 7653 - 1672 = 5981 \text{ кг.}$$

§ 20. Графический способ определения точки поворота и направляющих усилий

Точка поворота экипажа Ω определяется тем условием, что при вращении около него экипажа при наличии данных сил—трения в опорных точках, центробежной силы и реакции соседнего экипажа, сочлененного или сцепленного с рассматриваемым экипажем,—направляющее усилие получается наименьшим.

Действительно, представим себе для простоты экипаж с двумя движущимися осями I и II (фиг. 105), направление по кривой которому дается возвращающей силой бегунковой тележки, приложенной в ее шкворне D. На рассматриваемый экипаж действуют неуравновешенная центробежная сила C и сила T—влияние соседнего экипажа.

Пусть вращение экипажа происходит около точки Ω , определяемой как основание перпендикулярного к продольной оси электро-

воза радиуса и находящейся на расстоянии x от точки D. Обозначим расстояние первой оси до точки D через a , до второй оси—через b , до силы C—через z ; расстояние же силы T до второй оси обозначим через t .

Тогда расстояния точки поворота Ω до первой и второй осей выразятся в виде:

$$y_1 = x - a \text{ и } y_2 = b + a - x,$$

а до сил C и T соответственно:

$$c = x - a + z \text{ и } p = t + a + b - x.$$

Основные уравнения равновесия напишутся в виде:

$$Fx + T(t + a + b - x) - C(x - a + z) - 2P_1 f \sqrt{(x - a)^2 + s^2} - 2P_2 f \sqrt{(b + a - x)^2 + s^2} = 0 \quad (191)$$

$$F - C - T - 2P_1 f \frac{x-a}{\sqrt{(x-a)^2 + s^2}} + 2P_2 f \frac{a+b-x}{\sqrt{(a+b-x)^2 + s^2}} = 0. \quad (192)$$

Исключая из обоих уравнений F , получим:

$$\begin{aligned} C \frac{x-a+z}{x} - T \frac{t+a+b-x}{x} + 2P_1 f \frac{\sqrt{(x-a)^2 + s^2}}{x} + 2P_2 f \frac{\sqrt{(a+b-x)^2 + s^2}}{x} = \\ = T + C + 2P_1 f \frac{x-a}{\sqrt{(x-a)^2 + s^2}} - 2P_2 f \frac{a+b-x}{\sqrt{(a+b-x)^2 + s^2}}. \end{aligned}$$

Отсюда находим:

$$\begin{aligned} C(a-z) + T(a+b+t) + 2P_1 f \left[\frac{x(x-a)}{\sqrt{(x-a)^2 + s^2}} - \sqrt{(x-a)^2 + s^2} \right] - \\ - 2P_2 f \left[\frac{x(a+b-x)}{\sqrt{(a+b-x)^2 + s^2}} + \sqrt{(a+b-x)^2 + s^2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (193)$$

Предположим теперь, что точка Ω' , которой соответствует F_{min} , не совпадает с точкой Ω и что расстояние точки Ω' до точки D равно x' ; тогда уравнение моментов внешних сил, действующих на экипаж, относительно точки Ω' , по аналогии с уравнением (191), переписывается в виде:

$$Fx' + T(t+a+b-x') -$$

$$- C(x'-a+z) - 2P_1 f \sqrt{(x'-a)^2 + s^2} - 2P_2 f \sqrt{(a+b-x')^2 + s^2} = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} F = C \frac{x'-a+z}{x'} - T \frac{t+a+b-x'}{x'} + \\ + 2P_1 f \frac{\sqrt{(x'-a)^2 + s^2}}{x'} + 2P_2 f \frac{\sqrt{(a+b-x')^2 + s^2}}{x'}. \end{aligned} \quad (194)$$

Минимум F должно давать производную:

$$\frac{dF}{dx'} = 0.$$

Из уравнения (194) имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dx'} = C \frac{x'-x'+a-z}{x'^2} - T \frac{-x'-t-a-b+x'}{x'^2} + \\ + 2P_1 f \left[\frac{x' \frac{x'-a}{\sqrt{(x'-a)^2 + s^2}}}{x'^2} - \frac{\sqrt{(x'-a)^2 + s^2}}{x'^2} \right] + \\ + 2P_2 f \left[\frac{x' \frac{-(a+b-x')}{\sqrt{(a+b-x')^2 + s^2}}}{x'^2} - \frac{\sqrt{(a+b-x')^2 + s^2}}{x'^2} \right] = 0, \end{aligned}$$

откуда получаем:

$$\begin{aligned} C(a-z) + T(a+b+t) + 2P_1 f \left[\frac{x'(x'-a)}{\sqrt{(x'-a)^2 + s^2}} - \sqrt{(x'-a)^2 + s^2} \right] - \\ - 2P_2 f \left[\frac{x'(a+b-x')}{\sqrt{(a+b-x')^2 + s^2}} + \sqrt{(a+b-x')^2 + s^2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (195)$$

Решая это уравнение относительно x' , мы получим расстояние точки поворота от точки D , при котором F имеет минимальную величину. Однако не трудно видеть, что уравнение (195) совершенно одинаково с уравнением (193); другими словами $x' = x$, т. е. точка поворота Ω , определяемая как основание

перпендикуляра, опущенного из центра кривой на продольную ось электроваза, и есть Ω' —центр поворота, дающий F_{min} .

Пользуясь этим свойством, Гейман (см. Heiman, Zum Verhalten von Eisenbahnfahrzeugen in Gleisbogen, Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens . . ., 1913, стр. 104) рекомендует следующий способ определения F_{min} .

Вычерчивают в некотором масштабе схематически экипаж с расположенными в нем осями I и II (фиг. 106), определяют для произвольных положений точек поворота (произвольных величин x) сумму моментов от сил трения в опорных точках колес и откладывают эту

сумму в масштабе на перпендикуляре, восстановленном из соответствующей точки поворота экипажа; таким образом, получается кривая W (фиг. 106).

Если теперь из точки D приложения к экипажу направляющего усилия F проведем касательную DB к кривой W и опустим из точки B перпендикуляр на продольную ось экипажа, то получим точку C , для которой CD и есть искомое расстояние x , соответствующее F_{min} , т. е. $CD = x$; величина $\frac{BC}{CD}$ даст F_{min}

для случая $C = 0$ и $T = 0$, что следует из уравнения (191).

Действительно для $T = 0$ и $C = 0$ это уравнение имеет вид:

$$Fx = 2P_1f\sqrt{(x-a)^2 + s^2} + 2P_2f\sqrt{(a+b-x)^2 + s^2}. \quad (196)$$

Таким образом, проведя к кривой W касательную из точки D , мы получим

ординату, равную правой части уравнения (196), что следует из самого построения кривой W . Если точка вращения находится в основании перпендикуляра (точка C), остается разделить число, равное моменту в точке C и определяемое отрезком BC (в масштабе моментов), на $x = CD$, чтобы, согласно вышеприведенному уравнению, получить F .

Влияние какой-либо другой силы, например C или T , может быть учтено следующим образом.

Строят для рассматриваемой силы эпюру моментов аналогично сумме моментов W . Для силы T ордината эпюры моментов в точке D равна $T(t+a+b)$, и в точке U она равна нулю, т. е. имеем прямую AU [в том случае, когда момент силы T положителен, откладываем отрезок $T(a+b+t)$ вверх, а при отрицательном моменте—вниз]. Из точки A проводим касательную к кривой моментов W , т. е. прямую AF , и опускаем перпендикуляр FG к продольной оси электроваза; тогда DG' —искомая величина x при действии на экипаж, кроме сил трения в опорных точках колес, также силы T_{max} и величина F_{min} найдется из выражения:

$$F_{min} = \frac{FG}{G'D}.$$

При действии сил трения в опорных точках колес, а также центробежной силы C , но при $T = 0$, нулевой линией эпюры моментов будет прямая NM , ордината которой в точке D равна $C(a-z)$ (точка M есть точка приложения силы C); проведя к кривой W касательную NK , находим:

$$L'D = x$$

$$F_{min} = \frac{KL}{L'D}.$$

и

При одновременном действии на экипаж сил C и T_{min} строят эпюру суммарных моментов от сил C и T_{min} в виде NN' , так, чтобы она проходила через точку S пересечений RU с ординатой в точке M (центр тяжести электровоза), поскольку суммарный момент сил C и T_{min} в точке M равен моменту только от силы T_{min} , т. е. ординате MS . Проведя касательную NO , находят точку P' , соответствующую

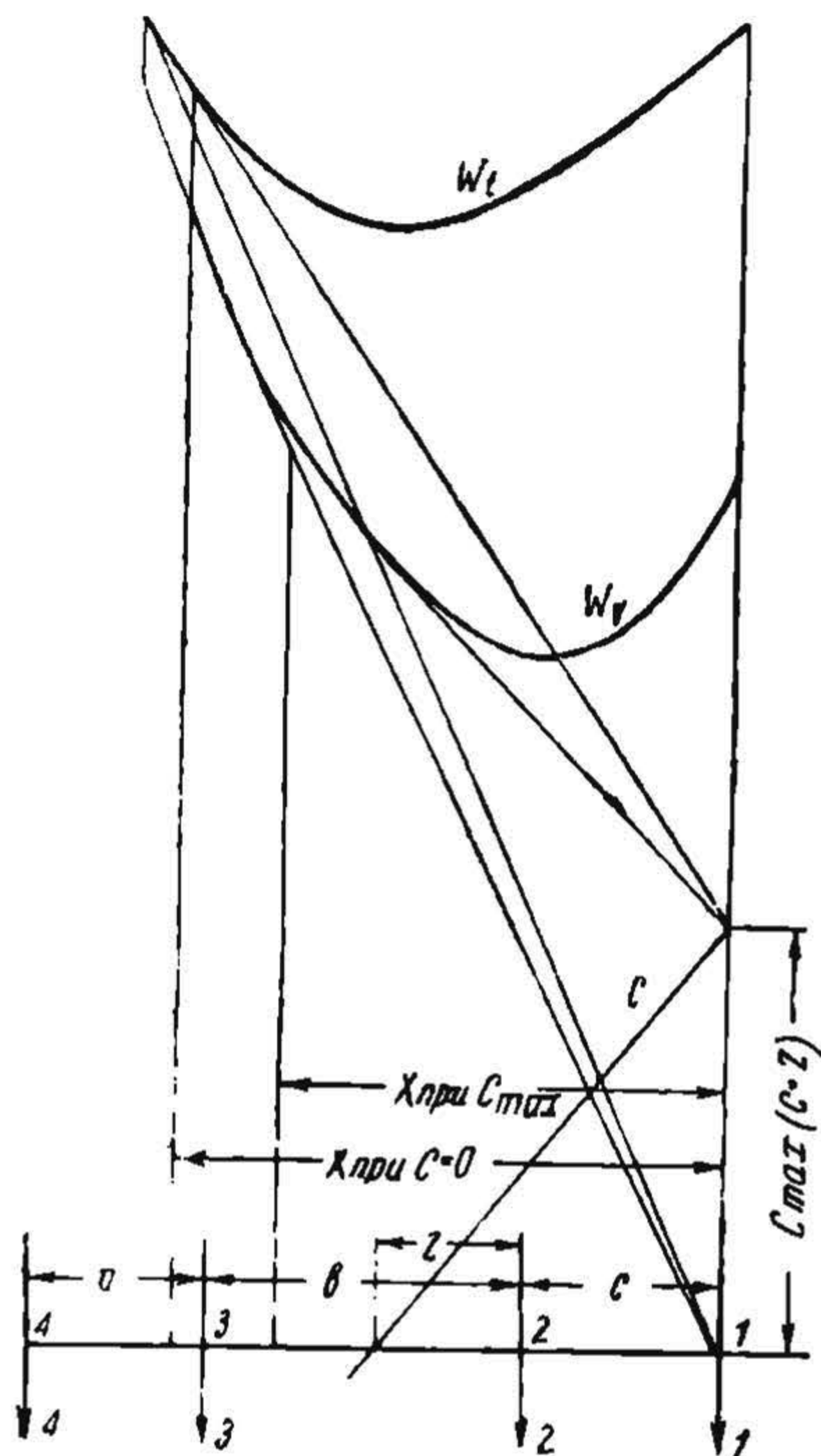
$$P'D = x$$

и

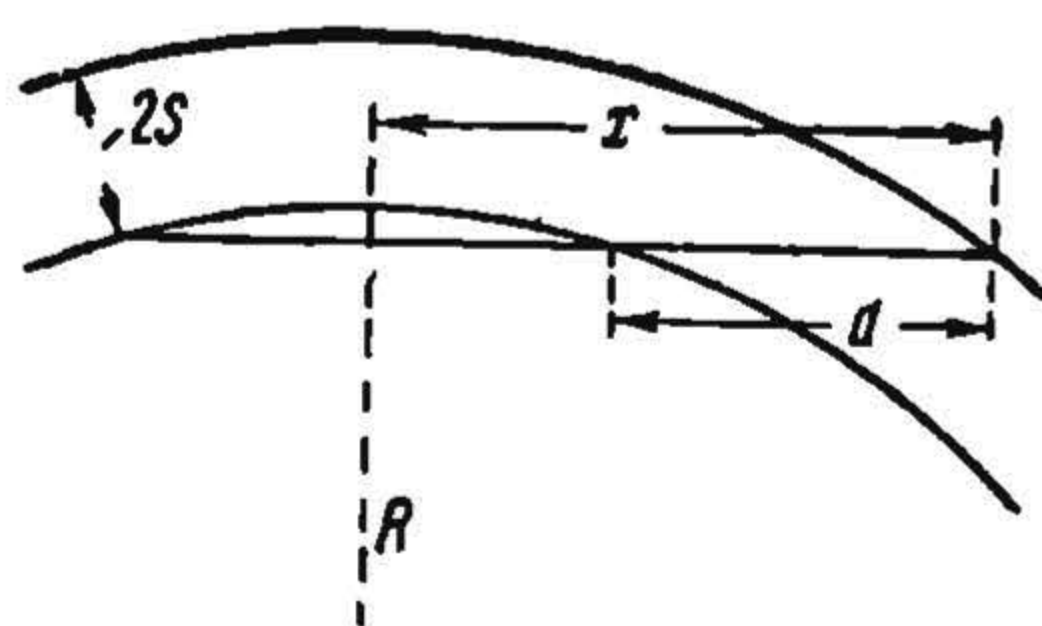
$$F_{min} = \frac{OP}{P'D}.$$

Фиг. 106 показывает влияние сил T и C на величины x и F_{min} . Чем ниже кривая W , тем это влияние сильнее.

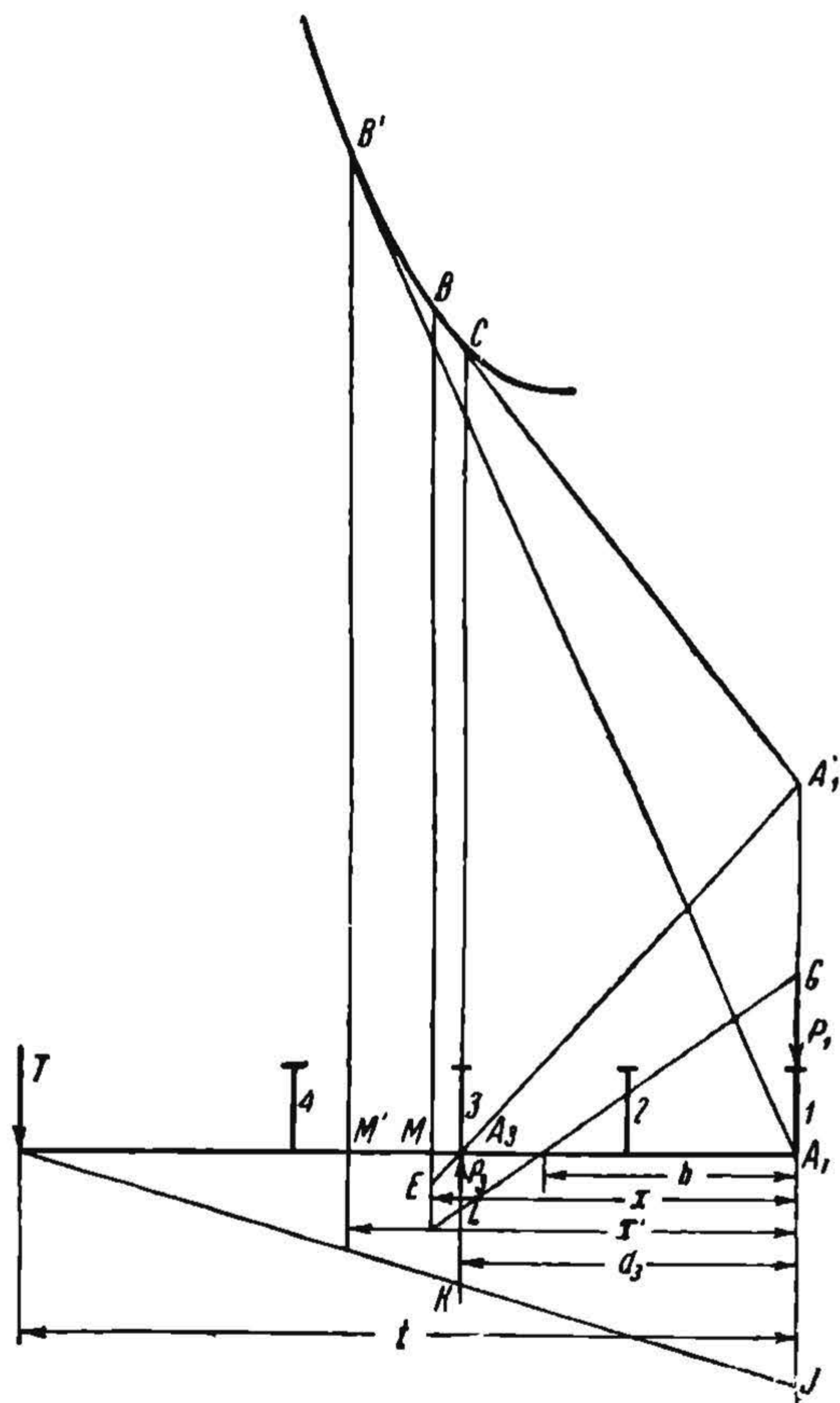
При определении силы F_{min} в виде отношения вертикального отрезка (ординаты) к горизонтальному (ее расстоянию до точки D) удобнее всего сна-



Фиг. 107.



Фиг. 108.



Фиг. 109.

чала находить по ординате величину момента сил по принятому масштабу и делить последнюю на x ; т. е., например, если мы имеем

$$F_{min} = \frac{OP}{P'D},$$

то для определения численной величины F_{min} находим, какому моменту соответствует отрезок OP и, деля этот момент на расстояние $P'D$ с учетом масштаба чертежа, найдем F_{min} .

На фиг. 107 дано определение боковых реакций рельсов по способу Геймана для электровоза 0D0 с четвертой осью, имеющей боковую подвижность, и нагрузкой на ось $2P=14,5 \text{ т}$.

Для этой цели построены кривые (см. фиг. 107) W_v , соответствующая боковой подвижности четвертой оси, и W_t —в предположении, что эта ось жесткая, и затем построения приведены в предположении $C=0$ и C_{max} как для случая жесткой оси, так и с боковой подвижностью; в результате учтены средние из полученных значений (см. табл. 16).

Таблица 16

C	Положение точки поворота = x	K в кг	$Y_k = K - P f \cos \alpha$	P	$\frac{Y_k}{P}$
0	3,80	7 400	$7\,400 - 1\,780 = 5\,620$	8 595	0,656
C_{max}	3,15	8 340	$8\,340 - 1\,760 = 6\,580$	9 760	0,680

Примечание. Гейман считает, что если K есть сила в кривых, которая необходима для преодоления всех сопротивлений вращению экипажа около точки поворота его Ω , то направляющая сила Y_k будет меньше силы K на величину трения в точке опоры гребня бандажа на рельсе, т. е. $Y_k = K - P f \cos \alpha$, где P —нагрузка на колесо и α —угол между продольной осью экипажа и лучом, проведенным из Ω точки поворота экипажа в опорную точку колеса на рельсы. Степень опасности схода с рельсов определяется силой Y_k , а не силой K , поэтому показателем степени безопасности движения в кривых будет отношение $\frac{Y_k}{P}$.

В том случае, когда происходит набегание внутреннего колеса на рельс (фиг. 108), можно также применить способ Геймана; в этом случае будет известно положение экипажа (расстояние x , определяемое графически или аналитически), так как при набегании:

$$2\sigma = \frac{x^2 - (x - d)^2}{2R}. \quad (197)$$

Тогда, отложив (фиг. 109) $A_1M = x$, восстанавливаем перпендикуляр до кривой W , и в точке B пересечения с нею перпендикуляра проводим касательную BA_1' . Точка A_1' лежит на вертикали, проходящей через точку приложения направляющей силы P_1 первой оси. Затем проводят прямую $A_1'A_3$ до точки E (пересечение с BM); тогда имеем:

$$BE = P_1 x$$

и

$$ME = P_3 (x - d_3)$$

или

$$P_1 = \frac{BE}{x} = \frac{CA_3}{d_3}$$

и

$$P_3 = \frac{ME}{x - d_3} = \frac{A_1A_1'}{d_3}$$

(сила P_3 отрицательна и действует наружу кривой).

В данном случае мы имеем набегание на внутренний рельс оси 3, расположенной впереди точки поворота M ; вследствие этого ее усилие увеличивает направляющее усилие первой оси. Последнее имеет максимальную величину при $x = d_3$. Как только окажется, что $x < d_3$, ось 3 будет действительно направляющей осью, т. е. будет снижать усилие P_1 первой направляющей оси.

Если к экипажу будет приложено усилие T на расстоянии t от P_1 , нулевой линией следует считать линию TK , и отрезок KC на направлении P_3 даст $P_1 d_3$, а отрезок JA_1' —величину $P_3 d_3$.

Точно так же при учете влияния поперечной силы H на расстоянии h от P_1 получим:

$$P_1 = \frac{LC}{d_3} \quad (198)$$

и

$$P_3 = \frac{GA'_1}{d_3}. \quad (199)$$

При одновременном действии сил H и T влияние их суммируется.

§ 21. Динамическое вписывание с учетом силы тяги электровоза

Мы рассмотрели динамическое вписывание электровоза под действием сил трения и центробежной силы, развиваемой при движении в кривых.

Покажем теперь, каким образом можно учесть влияние на установку электровоза в кривой действия силы тяги, развиваемой электровозом. Подробный метод расчета горизонтальной направляющей силы в кривых и определения точки вращения многоосных экипажей с учетом силы тяги электровоза был предложен Uebelacker'ом (см. „Untersuchungen über die Bewegung von Lokomotiven mit Drehgestellen in Bahnkrümmungen“, прилож. Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens, 1903 г.).

За координаты, определяющие положение ската в кривой, примем теперь R —радиус кривой и x —расстояние оси до параллельного ей радиуса. Правда, при указанном выборе координат нет возможности определить зазор между ребрами бандажей и рельсами. Если вместо радиуса кривой взять расстояние от центра кривой до середины оси, отмеряя его по параллельному оси радиусу, а за другую координату—также расстояние середины оси до этого параллельного радиуса, то мы получим более определенное положение ската в кривой, хотя разница в координатах той и другой системы не слишком велика. Рассмотрим (фиг. 110) движение колесной пары, когда ось не имеет радиальной установки, т. е. продолжение ее проходит от центра кривой на расстоянии x ; разложим действительную скорость v точки A на слагающие по направлению самой оси U и перпендикулярному ему направлению W ; точка B будет иметь слагающие скорости: по направлению оси то же значение U и перпендикулярно ей W' . Если обозначим радиусы кругов катания наружного и внутреннего колес этой оси соответственно через r и r' , то скольжения колес параллельно продольной оси экипажа не будет лишь в том случае, если ось будет двигаться по кривой радиуса

$$\varrho = \frac{r + r_1}{r - r_1} \cdot s,$$

где $2s$ — расстояние между опорными точками колес.

Разность путей, пройденных наружным и внутренним колесом за время dt , в таком случае будет:

$$2s \frac{v}{\varrho} dt,$$

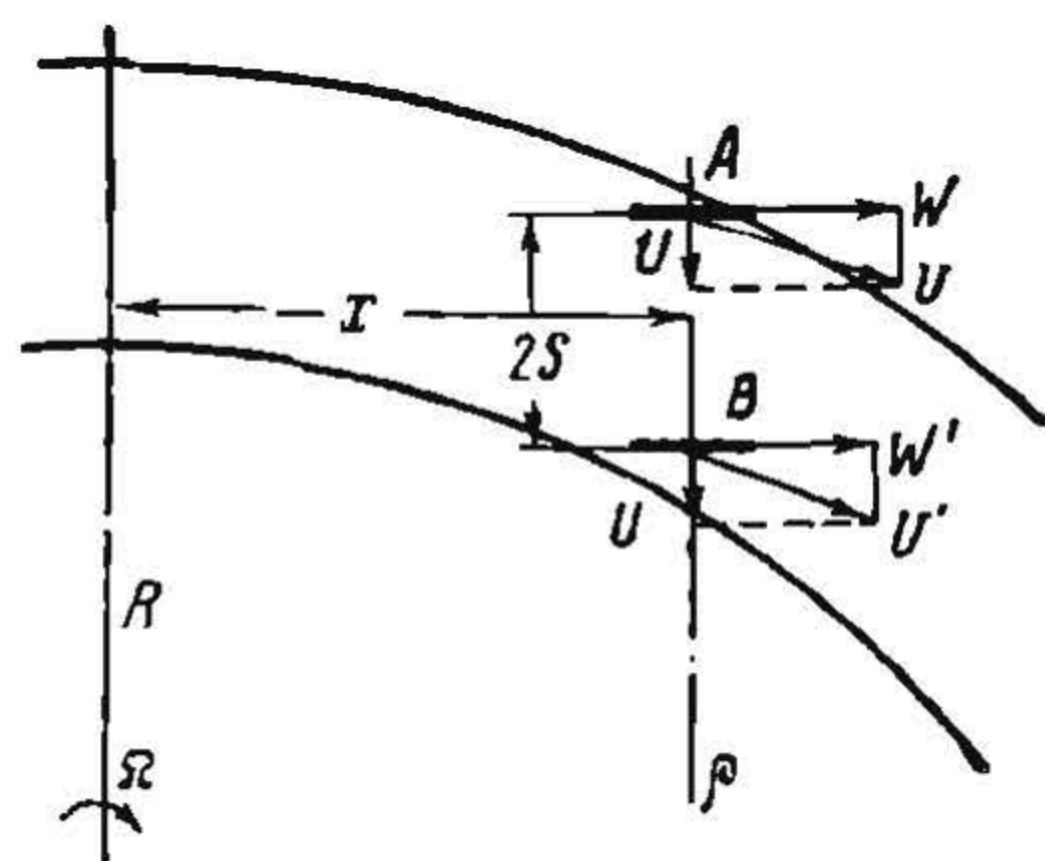
где v —скорость движения ската по кривой.

Так как в действительности радиус кривой есть R , то общее протяжение скольжения обоих колес за время dt будет:

$$2s dt \left(\frac{v}{R} - \frac{v}{\varrho} \right),$$

где

$$2s \frac{v}{R} dt = s \Omega dt$$



Фиг. 110.

есть действительная разность путей, пройденных наружным и внутренним колесом, и Ω —угловая скорость движения ската около центра кривой. Если предположим, что оба колеса ската нагружены одинаково и поэтому каждое из них проскользнет на одинаковое протяжение в противоположных друг другу направлениях, скорость скольжения из-за несоответствия кругов катания для каждого колеса ската получим:

$$sv \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\rho} \right).$$

Учитывая однако, что поверхность катания после обточки имеет хотя и коническую форму, но, как показывают наблюдения над износом бандажей, эта конусность быстро исчезает, то без большой погрешности можно принимать бандажи цилиндрическими, т. е. $\rho = \infty$; если притом же не учитывать разности диаметров кругов катания, то мы можем считать скольжение колес совершающимся со скоростями:

$$w = \frac{s}{R} v$$

и

$$w' = -\frac{s}{R} v,$$

или, принимая угловую скорость движения ската

$$\Omega = \frac{v}{R},$$

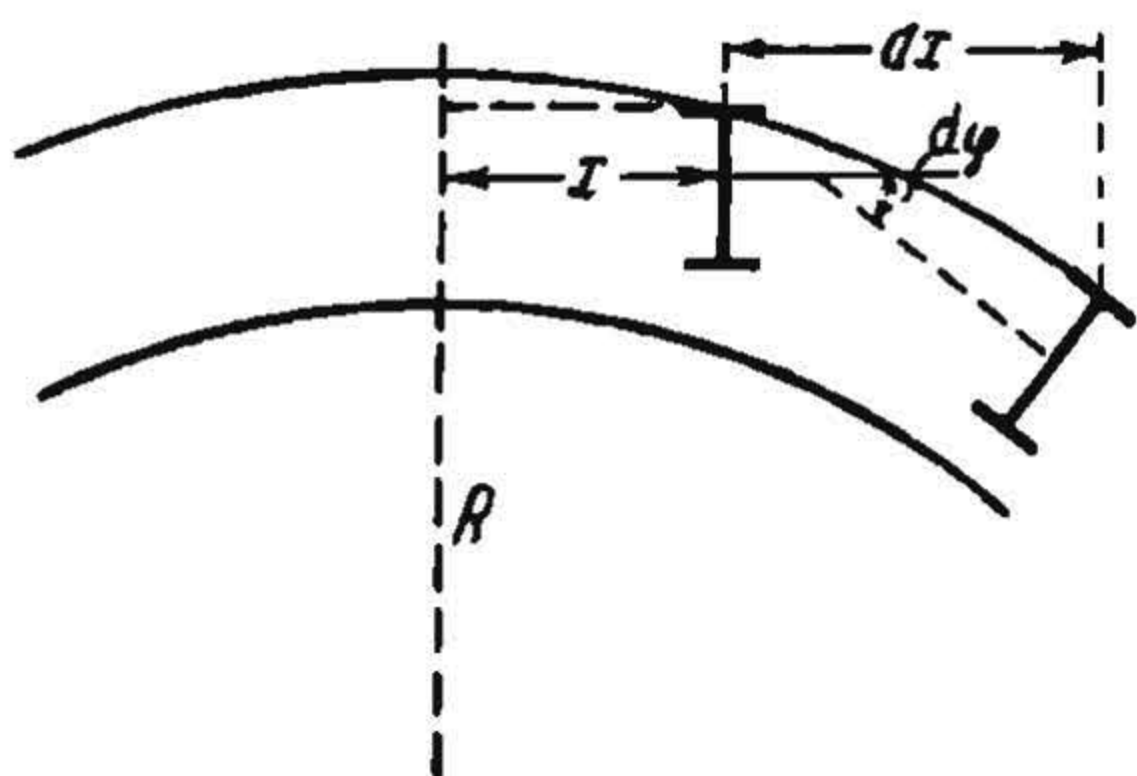
получим:

$$w = s\Omega$$

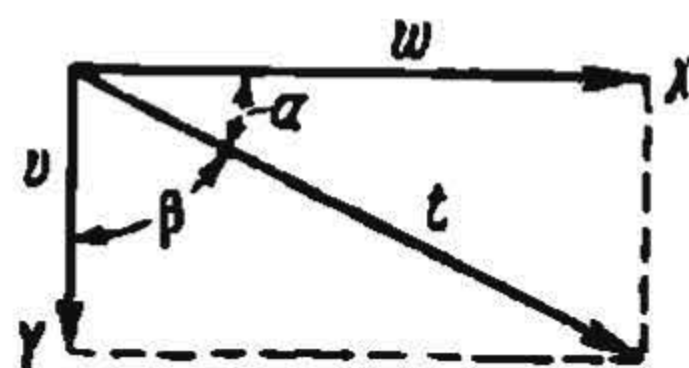
и

$$w' = -s\Omega;$$

остальное движение со скоростью $W - w$ и $W' - w'$ параллельно оси экипажа очевидно совершается вращением ската с некоторой угловой скоростью ω (перемещение катанием). Для того чтобы однако иметь более общую формулу,



Фиг. 111.



Фиг. 112.

которая давала бы возможность определить взаимодействие между колесом и рельсом при различных скоростях вращения колес от 0 до ω ($\omega = 0$ соответствует случаю полного заторможения колес), мы сначала примем, что $\omega = 0$. Тогда все движение экипажа можно рассматривать, как происходящее в бесконечно малый промежуток времени dt , из поступательного $dx = R\Omega dt$ (фиг. 111) по направлению продольной оси экипажа и вращательного около точки M на угол $d\phi$ поперек пути, т. е. равного $x\Omega dt$. Оба движения совершаются скольжением. Таким образом, скорость скольжения наружного колеса (фиг. 112) будет равна вдоль оси экипажа

$$w = (R + s)\Omega$$

и поперек

$$u = U = x\Omega,$$

а для внутреннего колеса соответственно

$$w' = (R - s)\Omega$$

и

$$u = U = x\Omega.$$

Если теперь предположим, что ось имеет вращение с некоторой скоростью $\omega \neq 0$, то очевидно величина продольного скольжения уменьшится на величину катящего перемещения $r\omega$; таким образом:

$$w = (R + s)\Omega - r\omega \quad (200)$$

и

$$w' = (R - s)\Omega - r_1\omega. \quad (201)$$

Далее предполагаем, что перемещение колес происходит по узкой горизонтальной полоске на головке рельса и что соприкасающаяся с ней часть бандажа имеет вид также узкой цилиндрической полоски. Таким образом, мы можем учесть неравенство кругов катания того и другого колеса, подставляя в формулы (200) и (201) те или иные значения величины r и r_1 радиусов кругов катания наружного и внутреннего колес. Скорость скольжения перпендикулярно продольной оси экипажа $u = U = x\Omega$ не зависит очевидно от скорости вращения колес. Истинное направление и величину скольжения t мы получим как диагональ прямоугольника, построенного на составляющих скоростях скольжения w и u ; для внутреннего колеса мы будем иметь w' , u и t' , причем оси координат выберем таким образом, чтобы ось X была расположена в плоскости колеса, а ось Y —перпендикулярно оси X (фиг. 212)¹. Теперь легко найдем угол, образуемый скоростью скольжения t с w и u . Как видно из чертежа:

$$\cos \alpha = \frac{w}{t} = \frac{w}{\sqrt{u^2 + w^2}} = \frac{(R + s)\Omega - \omega r}{\sqrt{(x\Omega)^2 + [(R + s)\Omega - \omega r]^2}} \quad (202)$$

и

$$\sin \alpha = \frac{u}{t} = \frac{x\Omega}{\sqrt{(x\Omega)^2 + [(R + s)\Omega - \omega r]^2}}. \quad (203)$$

Если обозначим нагрузку на колесо через P и коэффициент трения бандажа о рельс—через f , то проекцию силы скользящего трения, развиваемого колесом в опорной точке, на ось X получим:

$$K = -Pf \cos \alpha = -Pf \frac{(R + s)\Omega - \omega r}{\sqrt{(x\Omega)^2 + [(R + s)\Omega - \omega r]^2}}; \quad (204)$$

проекция на ось Y будет равна:

$$G = -Pf \sin \alpha = -Pf \frac{x\Omega}{\sqrt{(x\Omega)^2 + [(R + s)\Omega - \omega r]^2}}. \quad (205)$$

Знак минус обозначает, что силы трения направлены в сторону, противоположную скольжению. При движении ската опорная точка колеса должна одновременно лежать на цилиндрической поверхности головки рельса и на конической поверхности бандажа. Таким образом, движение опорной точки можно рассматривать в плоскости, проходящей через опорную точку и касательной к рельсу и бандажу, при чем β —угол наклона этой плоскости к горизонтальной—равняется очевидно углу наклона образующей бандажа. Так как конусность бандажа выбирается обычно $1/13 \div 1/20$, то очевидно, что

$$\operatorname{tg} \beta = 1/13 \div 1/20.$$

В целях упрощения расчетов можно считать, что силы трения, найденные выше, расположены в горизонтальной плоскости. Таким образом, можно пренебречь наклоном плоскости движения опорной точки, тем более имея в виду (как указывалось выше), что с течением времени бандажи получают почти цилиндрическую форму. В случае, если опорная точка переходит на реборду бандажа, как это и имеет место часто у направляющего колеса при большой

¹ Скорость перемещения ската в пути будет иметь очевидно иное по величине и направлению значение, чем скорость (результатирующая) скольжения, если $\omega \neq 0$.

величине бокового усилия от рельса, то придется принять во внимание для этого случая угол наклона γ —гребня бандажа.

Пусть теперь на ободу колеса развивается некоторая сила тяги F_* ; она может быть учтена соответствующей величиной ω . Действительно, если сила трения между колесом и рельсом, направленная вдоль оси пути, пропорциональна величине $(R \pm s)\Omega - \omega r$, т. е. величине, выражающей скорость на ободу колеса, и если значение этой разности с увеличением ω станет отрицательным, то это укажет на то, что вместо силы трения, направленной назад (напротив скольжения), мы имеем силу тяги, выражающуюся в реакции рельса, направленной вперед по движению.

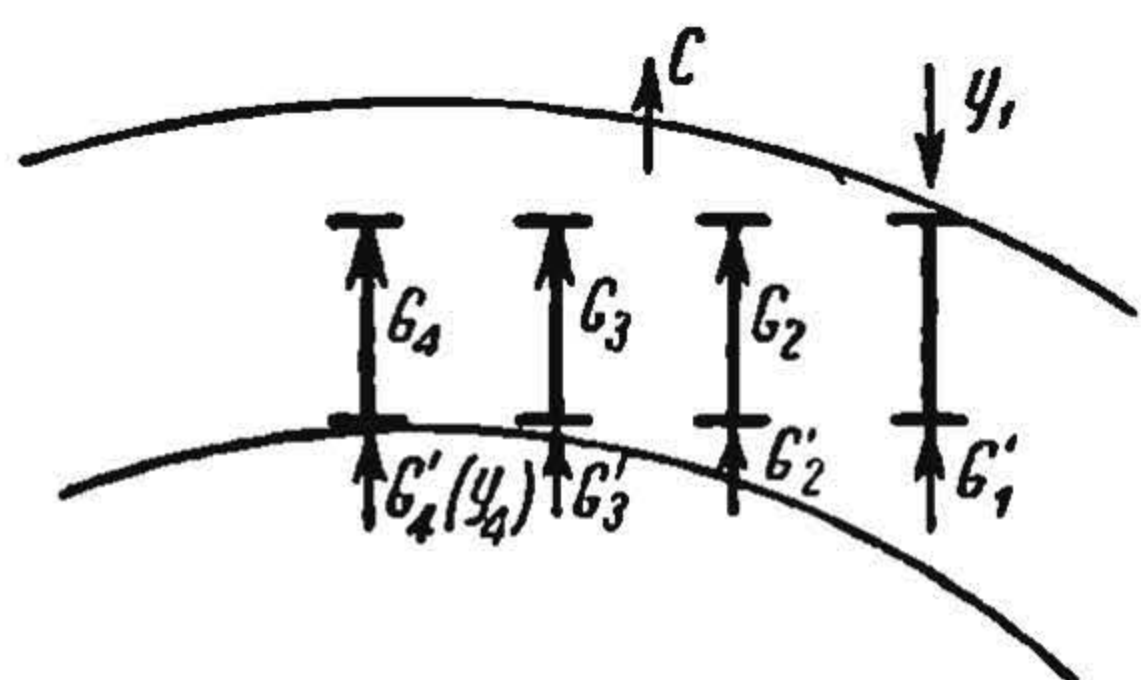
Пусть мы имеем электровоз с несколькими движущимися осями. Приравняв сумму проекций внешних сил на продольную ось X нулю, мы получим основное уравнение в виде:

$$\sum (K - F_*) = 0. \quad (206)$$

В это уравнение входят члены K для всех колес. Величина K выражается формулой (204) и содержит в себе неизвестную величину ω —угловую скорость вращения скатов. Следовательно, задаваясь величиной ω , мы можем определить

соответствующую силу тяги F_* , которую будет развивать при этом электровоз. Или, наоборот, для определенного значения F_* мы можем определить угловую скорость вращения движущих колес ω . Беря далее (фиг. 113) проекцию всех внешних сил на ось Y , получим уравнение:

$$\sum G - Y_1 + Y_4 + C = 0. \quad (207)$$



Фиг. 113.

Значение G для каждого колеса определяется по формуле (205), и в формулу (207) входит сумма

этих поперечных слагающих силы трения для всех колес; Y_1 —усилие у направляющего переднего колеса от реакции наружного рельса; Y_4 —боковое усилие у внутреннего колеса задней оси в случае набегания ее на внутренний рельс, а C —центробежная сила.

Приравнявая нулю момент всех сил относительно середины передней набегающей оси, мы получим новое уравнение:

$$\sum Ks + \sum Gd + Y_4d_4 + Cc = 0. \quad (208)$$

В этом уравнении d обозначает расстояние до передней оси от той оси, для которой берется сила G ; d_4 есть расстояние задней набегающей оси до середины передней оси и c есть расстояние до той же оси центра тяжести электровоза, где считаем приложенной центробежную силу C . Силы K берутся с их знаком в зависимости от направления их действия.

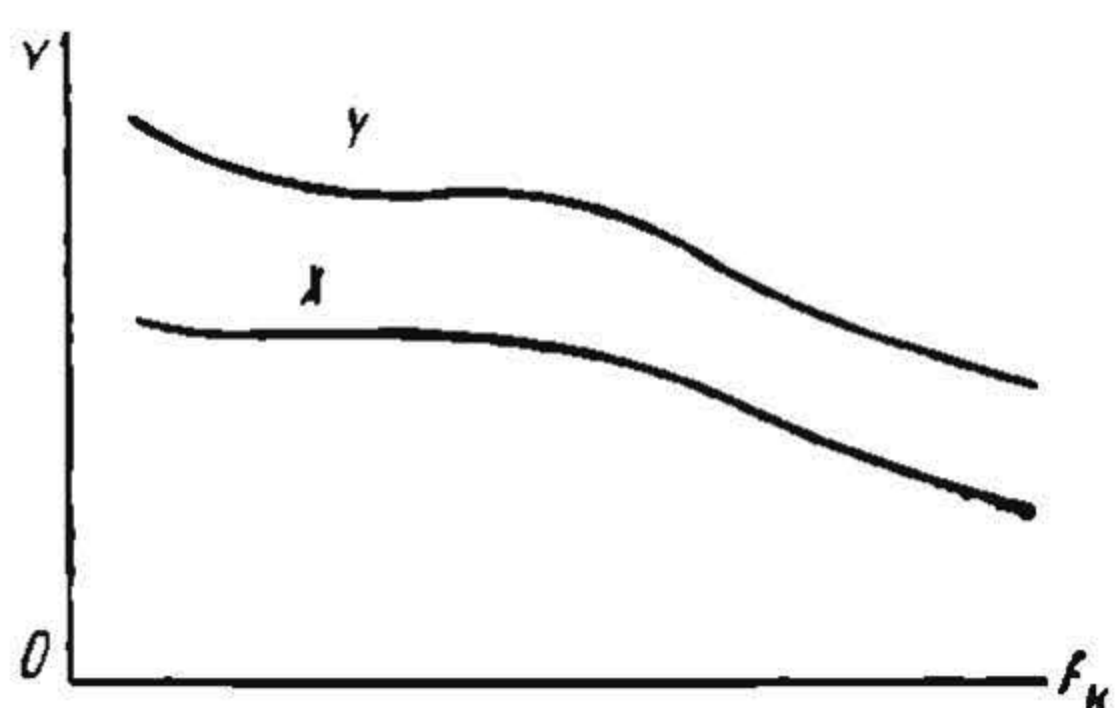
Сила Y_4 —реакция внутреннего рельса при набегании заднего колеса, что однако не всегда имеет место.

Если же окажется, что движение экипажа свободно (без набегания задней оси на внутренний рельс), то вместо значения Y_4 в формулу (208) вставляем значение G'_4 —силы трения заднего колеса. Под силами Y_1 и Y_4 подразумеваются проекции внешних сил на поперечную ось, действующих в опорных точках реакций от наружного или внутреннего рельса при набегании на них колес; если же под Y_1 и Y_4 разуместь горизонтальную силу, с которой реборда соответствующего колеса должна отталкиваться рельсом, то очевидно придется учитывать и трение, возбуждаемое самим набегающим колесом при поперечном перемещении, т. е. прибавлять G или G' . Все приведенные уравнения содержат в себе неизвестное ω —угловую скорость вращения спаренных колес, при которой развивается сила тяги F_* ; x —расстояние осей до точки вращения, а также силы Y —реакции рельсов, при чем первые неизвестные ω и x входят под знак радикала, почему совместное решение уравнений (206), (207) и (208) затруднительно. Поэтому удобно, задавшись некоторой скоростью враще-

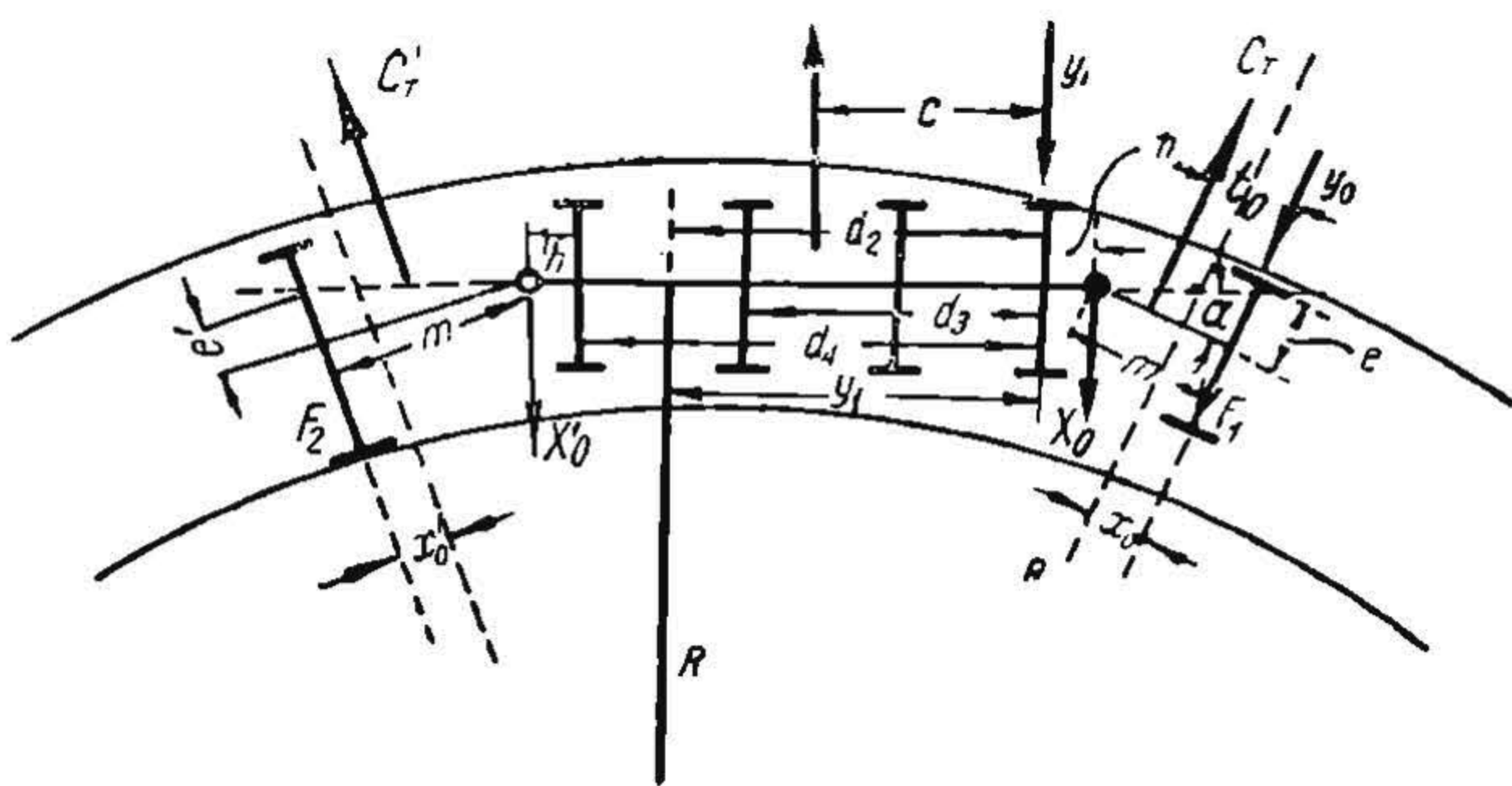
ния и определив соответствующее значение силы тяги F_k , дальше решать уравнения, прежде всего задавшись какой-нибудь точкой вращения экипажа, т. е. расстоянием этой точки вращения до первой оси y_1 и путем пробных подстановок выяснить, каково должно быть истинное значение y_1 .

Что касается величины $r\omega$, то она близка к скорости, определяемой перемещением экипажа $v = R\Omega$. Так как наружное колесо должно пробегать больший путь, чем средняя точка оси, то оно, вообще говоря, имеет стремление скользить вперед, а заднее — назад.

Поэтому, если предположить, что скорость $r\omega$ соответствует как раз $R\Omega$ — скорости средней точки экипажа, то очевидно наружное колесо, имея недостаточно большую скорость вращения, будет тормозить движение, а внутреннее колесо, имея более быстрое движение, будет скользить относительно рельса назад и, таким образом, будет развивать некоторую силу тяги. В итоге при одинаковой нагрузке на наружное и внутреннее колесо отрицательная и положительная силы тяги, развиваемые наружными и внутренними колесами, дают силу $F_k = 0$. Дальнейшее увеличение ω создает увеличение силы тяги, и наибольшая сила тяги, соответствующая сцепному весу электровоза, будет тогда, когда скорость вращения колес будет не менее той, которая соответствует факти-



Фиг. 114.



Фиг. 115.

ческому перемещению наружного колеса, удаленного на расстоянии $R + s$ от центра кривой. На фиг. 114 дана зависимость Y_1 — направляющего усилия наружного колеса от развиваемой силы тяги F_k четырехосного электровоза с расстояниями между осями 1,5 м и нагрузкой на оси по 12 т. Из этой диаграммы видно уменьшение значения y_1 — расстояния точки вращения до первой оси, с увеличением силы тяги F_k . Таким образом, при увеличении силы тяги F_k точка вращения экипажа приближается от четвертой оси к третьей; вместе с тем падает усилие Y_1 . Что касается зависимости F_k от ω , то вначале, до значения $F_k = 1000$ кг, с увеличением ω почти пропорционально увеличивается и F_k , а после указанного значения F_k сравнительно слабо увеличивается при увеличении ω . Таким образом, сила тяги F_k является величиной вполне определенной для каждого значения ω , а от него зависит и положение точки вращения экипажа. Поэтому, если случайно сила трения какой-либо оси уменьшится, должно измениться и положение точки вращения, т. е. положение экипажа; следовательно вызван будет беспокойный ход электровоза, который однако не дает себя сильно чувствовать благодаря тому, что y_1 варьирует, вообще говоря, не в широких пределах.

Теперь рассмотрим, каким образом производится определение направляющих усилий осей электровоза, если имеются с обеих сторон одноосные или двухосные тележки. Рассмотрим случай, когда электровоз снабжен по концам одноосными тележками (фиг. 115). При движении по кривой такого электровоза на внешний рельс могут набегать только бегунок или бегунок и первая движущая ось.

Обозначим через α угол отклонения и через ϵ линейное отклонение бегунковой тележки.

Предположим сначала, что набегает на внешний рельс только бегунок, который и принимает на себя все усилие по направлению электровоза в кривой.

Возьмем уравнение равновесия моментов внешних сил тележки относительно середины бегунка; оно напишется в виде:

$$X_0 m - 2K_0 s + C_T t_0 = 0, \quad (209)$$

где C_T — центробежная сила от тележки; X_0 — усилие, передаваемое на шкворень тележки электровоза; m — расстояние бегунка до шкворня; K_0 — продольная сила трения внутреннего колеса бегунка; t_0 — расстояние силы C_T до оси.

Пусть далее x_0 — расстояние бегунка до параллельного ему радиуса. Для определения K_0 мы должны в формуле

$$K_0 = -Pf \frac{(R + s)\Omega - \omega r}{\sqrt{(x_0 \Omega)^2 + [(R + s)\Omega - \omega r]^2}}$$

положить $\Omega R = \omega r$, т. е. считать, что скорость вращения свободной оси соответствует ее действительному перемещению, а несоответствие кругов катания колес и перемещения по наружной и внутренней нити дает силу трения K_0 , равную, таким образом,

$$K_0 = -Pf \frac{s}{\sqrt{s^2 + x_0^2}}. \quad (210)$$

Возьмем далее проекцию всех сил, приложенных к тележке, на направление, перпендикулярное оси тележки; получим:

$$-Y_0 + G_0 + X_0 + F_1 + C_T = 0. \quad (211)$$

Следует иметь в виду, что направление сил X_0 и F_1 показано на чертеже так, как эти силы действуют на главный экипаж, реакция же главного экипажа на тележку будет иметь обратное направление, которым и определился знак силы X_0 и F_1 в уравнении (211). То же самое относится и к силам X'_0 и F_2 задней бегунковой тележки.

Проекция всех сил на продольную ось электровоза дает новое уравнение

$$-F_k + \sum K = 0,$$

где в сумму $\sum K$ входят продольные силы трения только движущих осей, ибо продольное сопротивление бегунков входит в общее сопротивление поезда, для преодоления коего и необходимо развивать силу тяги F_k , отнесенную к ободу движущих колес.

Приравнявая нулю момент всех сил, действующих на главный экипаж, относительно шкворня, получим:

$$(K_1 - K'_1)s + \dots + (K_4 - K'_4)s - (G_1 + G'_1)n - (G_2 + G'_2)(d_2 + n) - \dots - (G_4 + G'_4)(d_4 + n) - F_1 m + X'_0(2n + d_4) + F_2(d_4 + 2n + m) - C(c + n) = 0, \quad (212)$$

где c — расстояние центробежной силы C до первой движущей оси.

Момент силы X_0 передней тележки относительно шкворня очевидно равен нулю, почему в уравнение не входит. Наконец, проекция всех сил экипажа на ось Y с силами $-X_0 X'_0$, F_1 и F_2 (вместо отброшенной тележки) дадут уравнение:

$$(G_1 + G'_1) + \dots + (G_4 + G'_4) - X_0 - F_1 - X'_0 - F_2 + C = 0. \quad (213)$$

В последних трех уравнениях значения сил G и K будут очевидно те же, что и для электровоза без бегунков. При решении этой системы уравнений удобно, задавшись определенным значением величины ω , находить развиваемую при этом силу тяги F_k . Пробными подстановками определяются величина y_1 и положение точки вращения экипажа, возвращающую же силу F_1 или F_2 мы можем определить по отклонению тележки $e = m\alpha$, где

$$\alpha = \frac{y_1 + m + n - x_0}{R}. \quad (214)$$

С уменьшением значения x_0 до нуля значение величины X_0 — усилия, передаваемого тележкой экипажу, увеличивается [см. формулы (209) и (210)]. Однако вели-

чина y_1 , другими словами, положение точки вращения экипажа, почти не меняется; это указывает, что, вообще говоря, сила X_0 имеет небольшое значение и не может влиять на установку экипажа. Сила F_1 вместе с приближением точки вращения экипажа от четвертой оси к третьей уменьшается вместе с уменьшением угла отклонения тележки; с уменьшением F_1 уменьшается и Y_0 — направляющее усилие бегунка. Величина зазора ε_1 между ребордой колеса первой движущей оси и внешним рельсом может быть определена по фиг. 116:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon' + \varepsilon''.$$

Величина ε' определяется из разности стрелы хорды x_0 и хорды $m - x_0$, т. е.

$$\varepsilon' = \frac{x_0^2}{2R} - \frac{(m - x_0)^2}{2R} = \frac{2mx_0 - m^2}{2R},$$

а ε'' определится как стрела хорды $y_1 + n$, уменьшенная на стрелу хорды y_1 , т. е.

$$\varepsilon'' = \frac{(y_1 + n)^2}{2R} - \frac{y_1^2}{2R}.$$

Таким образом:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon' + \varepsilon'' = \frac{2mx_0 - m^2 + 2y_1n + n^2}{2R}. \quad (215)$$

Пока ε_1 не равно нулю, передняя движущая ось не будет участвовать в направлении экипажа по кривой, и следовательно в предыдущих уравнениях мы должны положить силу y_1 равной нулю.

В тот момент, когда значение $\varepsilon_1 = 0$, первая движущая ось начнет соприкасаться с наружным рельсом и воспринимать на себя, таким образом, часть направляющего усилия. При таком двойном направлении экипажа — наружными колесами бегунка и движущей осью — появляется неизвестное Y_1 — направляющее усилие движущей оси; но вместе с тем, полагая в уравнении (215) $\varepsilon_1 = 0$, получаем для решения системы уравнений новое уравнение:

$$2mx_0 - m^2 + 2y_1n + n^2 = 0, \quad (216)$$

которое указывает, что при набегании первой движущей оси определенному значению y_1 соответствует определенное значение x_0 , что легко себе представить и из чертежа. Из уравнения (216) находим:

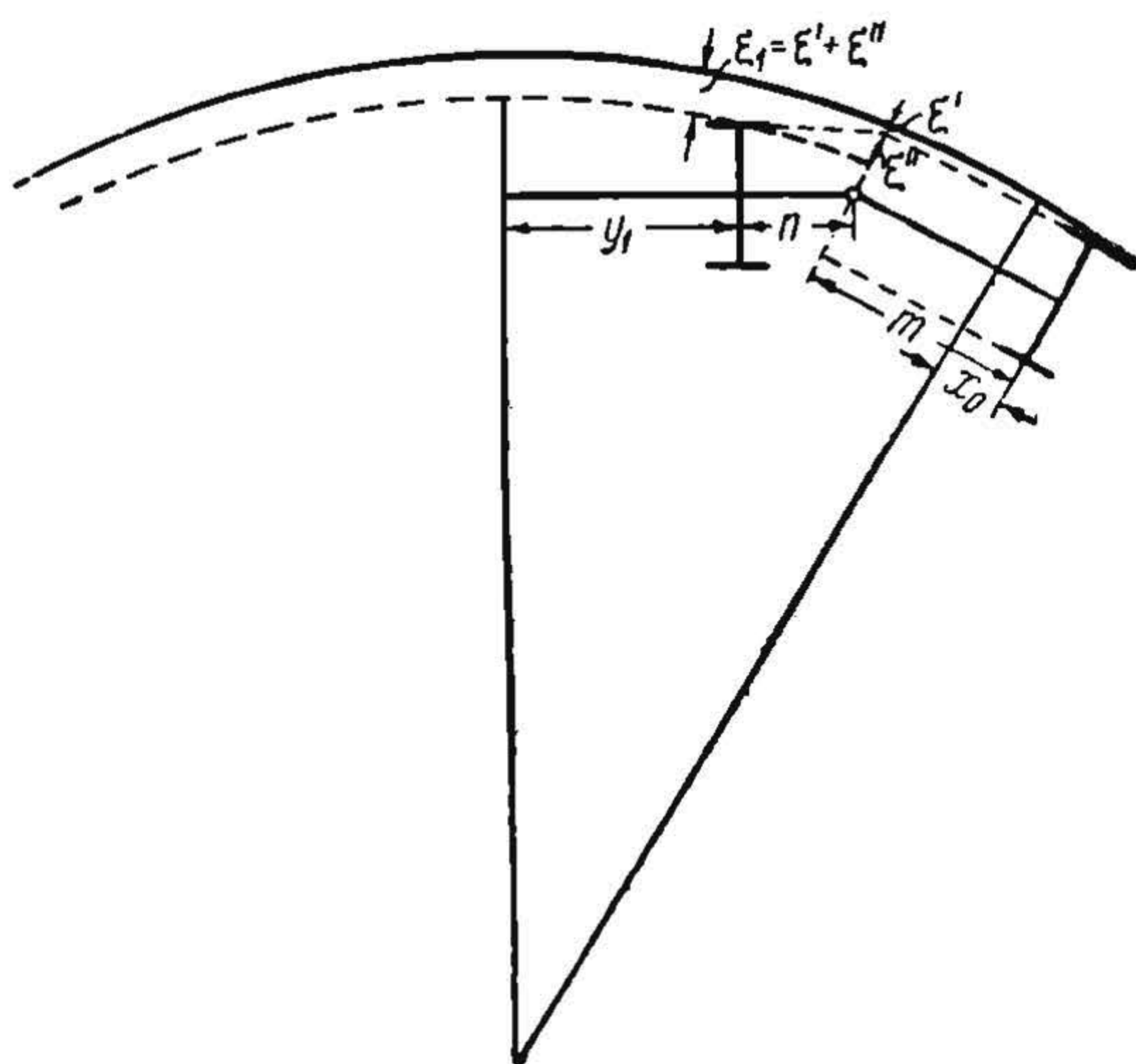
$$x_0 = -\frac{n}{m} y_1 + \frac{m^2 - n^2}{2m}, \quad (217)$$

т. е. x_0 может иметь и положительные и отрицательные значения: все зависит от соотношения между m , n и y_1 .

§ 22. Устойчивость против схода с рельсов

Прежде чем перейти к исследованию горизонтальной силы Y_1 , направляющей электровоз в кривой, покажем, какое значение имеет эта сила в отношении безопасности схода с рельсов. Набегающее на наружный рельс колесо под влиянием горизонтального усилия Y_1 прижимается ребордой бандажа к рельсу. При этом, как выше указывалось, могут представиться следующие случаи:

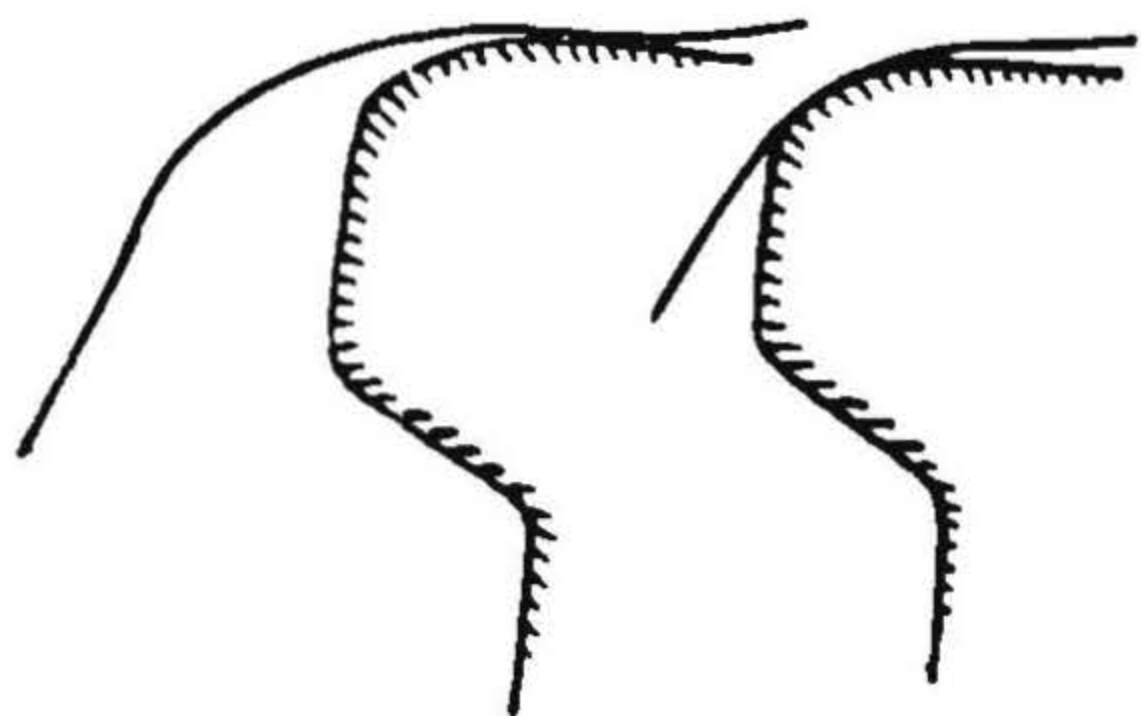
1) Выкружка бандажа имеет больший радиус, чем закругление головки рельса; в этом случае точка касания будет переходить, при увеличении бокового усилия, с верхней части на боковую, и касание будет происходить все время в одной точке (фиг. 117).



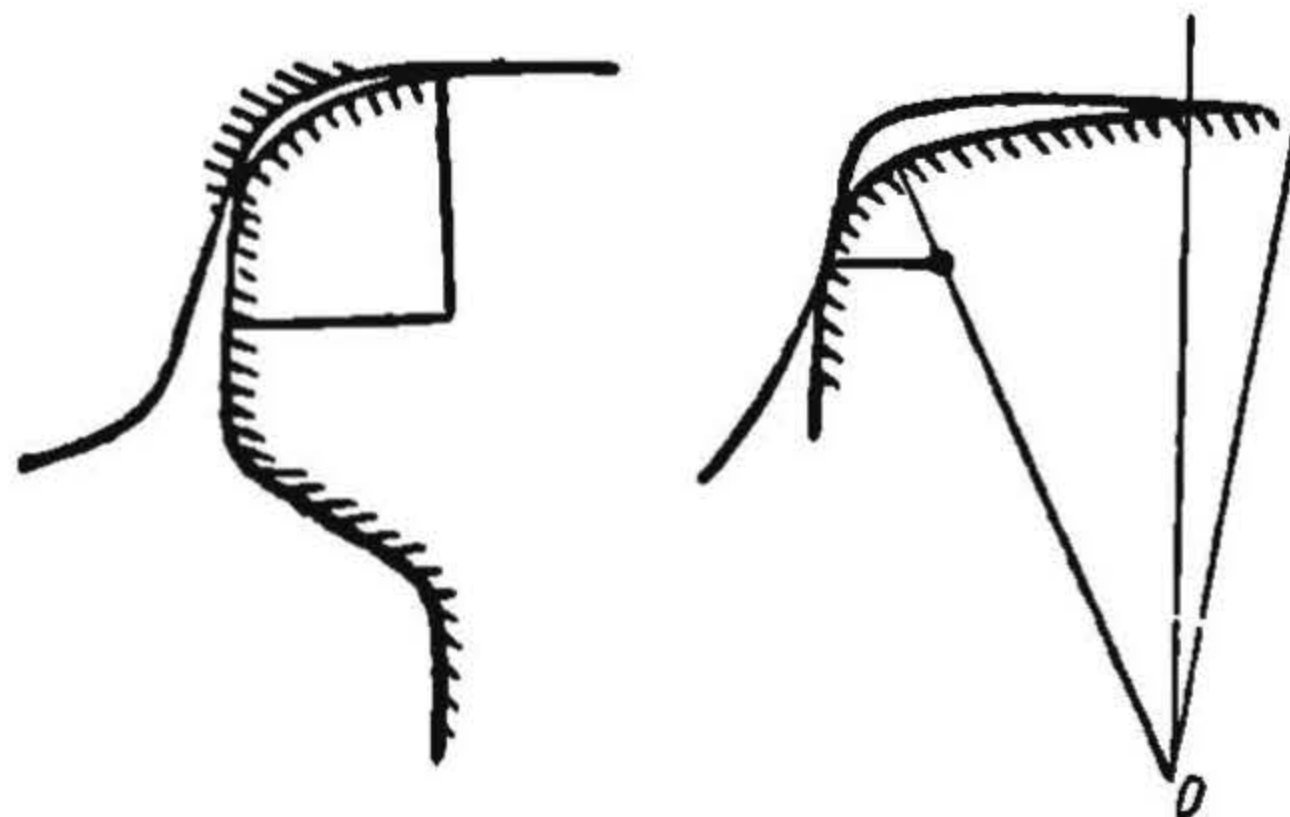
Фиг. 116.

2) Выкружка бандажа очерчена меньшим радиусом, чем головка рельса, или сама головка рельса имеет выпуклую форму; касание происходит в двух точках (фиг. 118). Однако при большой величине горизонтального усилия бандажи приподнимаются в отношении рельса, и точка касания целиком переходит на выкружку, т. е. будет уже опять касание в одной точке.

Положение бандажа на рельсе может быть вполне точно определено в зависимости от величины горизонтальной силы Y_1 . Действительно, если мы пренебрежем трением в опорных точках колес с рельсами, то силы, действующие на рельс со стороны колеса (вес P , приходящийся на колесо, и горизонтальная



Фиг. 117.

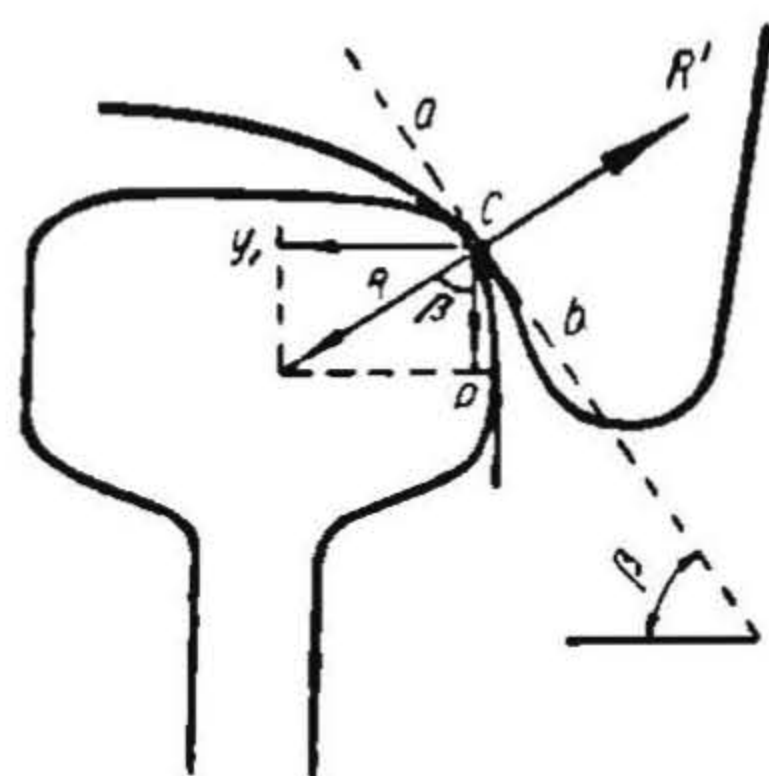


Фиг. 118.

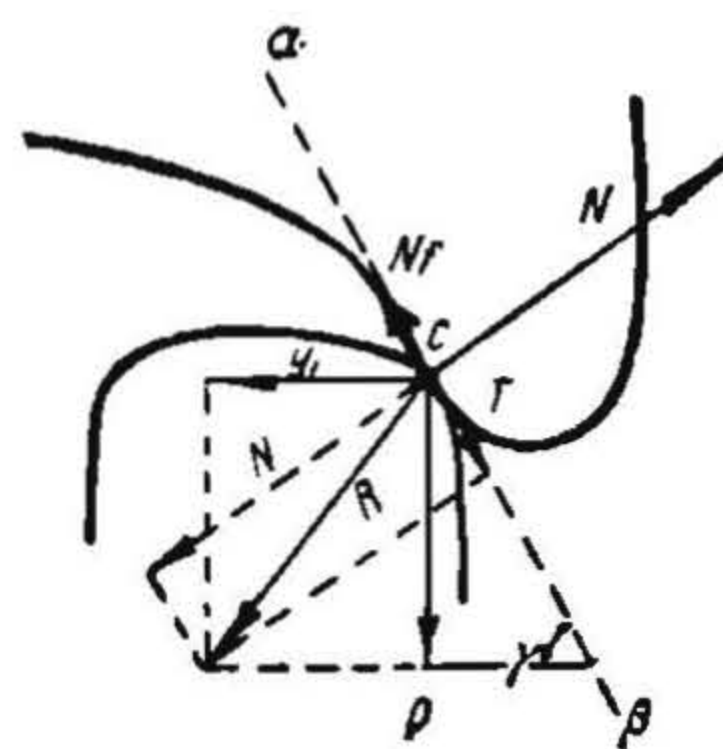
сила Y_1), будут находиться в равновесии с силами реакции рельса на колесо в том случае, когда равнодействующая R сил P и Y_1 будет направлена по нормали к образующей гребня бандажа. Наклон этой образующей (фиг. 119) составляет с горизонталью угол β , величина которого может быть легко определена, если учесть, что этот угол равен углу, заключенному между силами R и P . Таким образом:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{Y_1}{P}. \quad (218)$$

По мере увеличения усилия Y_1 точка касания c перемещается от a к b . В точке b начинается прямолинейная часть гребня бандажа, почему при даль-



Фиг. 119.



Фиг. 120.

нейшем увеличении силы Y_1 равновесие не может установиться, так как дальнейшее вползание колеса на рельс не увеличит угла β , т. е. произойдет сход оси с рельсов.

Рассмотрим соотношение между силами P и Y_1 для этого положения с учетом сил трения.

Сила трения появляется вследствие того, что колесо, набегая на рельс под некоторым углом, стремится наползать на него; однако под влиянием вертикальной силы от нагрузки оно соскальзывает вниз.

Пусть касание колеса с рельсом происходит в прямолинейной части гребня бандажа (фиг. 120) и пусть это соответствует силе Y_1 при нагрузке P на колесо. Эти две силы дают равнодействующую R , которая вызывает реакцию колеса N , направленную перпендикулярно к плоскости соприкосновения $\alpha\beta$; угол наклона

этой плоскости с горизонтальной плоскостью назовем γ . Кроме того в плоскости $\alpha\beta$ возбуждается сила трения, равная fN (где f —коэффициент трения) и направленная в противоположную скольжению колеса сторону. Если эта сила трения fN не уравнивает целиком силу T (проекцию силы R на плоскость $\alpha\beta$), то очевидно оставшаяся неуравновешенная часть ее, равная $T - fN$, вызывает движение ската вниз по плоскости скольжения $\alpha\beta$.

Рассмотрим теперь критическое положение колеса, когда сила, стремящаяся осаживать колесо вниз, равна нулю, т. е. когда

$$T - fN = 0. \quad (219)$$

Величину силы T найдем как проекцию силы R на плоскость $\alpha\beta$ или как сумму проекций ее составляющих на ту же плоскость; таким образом

$$T = P \sin \gamma - Y_1 \cos \gamma;$$

беря далее проекцию всех сил на плоскость, перпендикулярную к $\alpha\beta$, получим:

$$Y_1 \sin \gamma + P \cos \gamma - N = 0$$

или

$$N = Y_1 \sin \gamma + P \cos \gamma.$$

Подставляя полученные значения сил T и N в уравнение (219), найдем:

$$P \sin \gamma - Y_1 \cos \gamma - f(Y_1 \sin \gamma + P \cos \gamma) = 0,$$

откуда

$$P(\sin \gamma - f \cos \gamma) = Y_1(\cos \gamma + f \sin \gamma)$$

или

$$\frac{Y_1}{P} = \frac{\sin \gamma - f \cos \gamma}{\cos \gamma + f \sin \gamma} = \frac{\operatorname{tg} \gamma - f}{1 + f \operatorname{tg} \gamma}. \quad (220)$$

Это соотношение $\frac{Y_1}{P}$ при критическом равновесии, как указывает уравнение (220), будет тем меньше, чем меньше угол наклона плоскости соскальзывания γ и чем больше коэффициент трения f .

Несмотря на то, что в отношении безопасности схода с рельсов выгоднее увеличивать угол γ , дороги избегают это делать, так как большой угол набегания вызывает большой износ гребня бандажа. Так Bäseler считает, что при $\gamma = 75^\circ$ сопротивление возрастает на 140% против $\alpha = 60^\circ$ (см. Zeitung des Vereins Deutscher Eisenbahnverwaltungen, 1929, стр. 372). Германские ж. д. приняли для нормального профиля бандажа $\gamma = 60^\circ 11' 51''$. При уменьшении толщины гребня бандажа на 5 мм угол γ увеличивается до $60^\circ 42' 53''$.

Другие железные дороги принимают:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Финляндские} \\ \text{и испанские ж. д.} \\ \text{(Madrid—Zaragoz)} \end{array} \right\} - \gamma = 72^\circ 16' 32''.$$

$$\text{Северо-испанские ж. д.} - \gamma = 65^\circ 6' 0''.$$

$$\text{Французские ж. д.} - \gamma = 70^\circ.$$

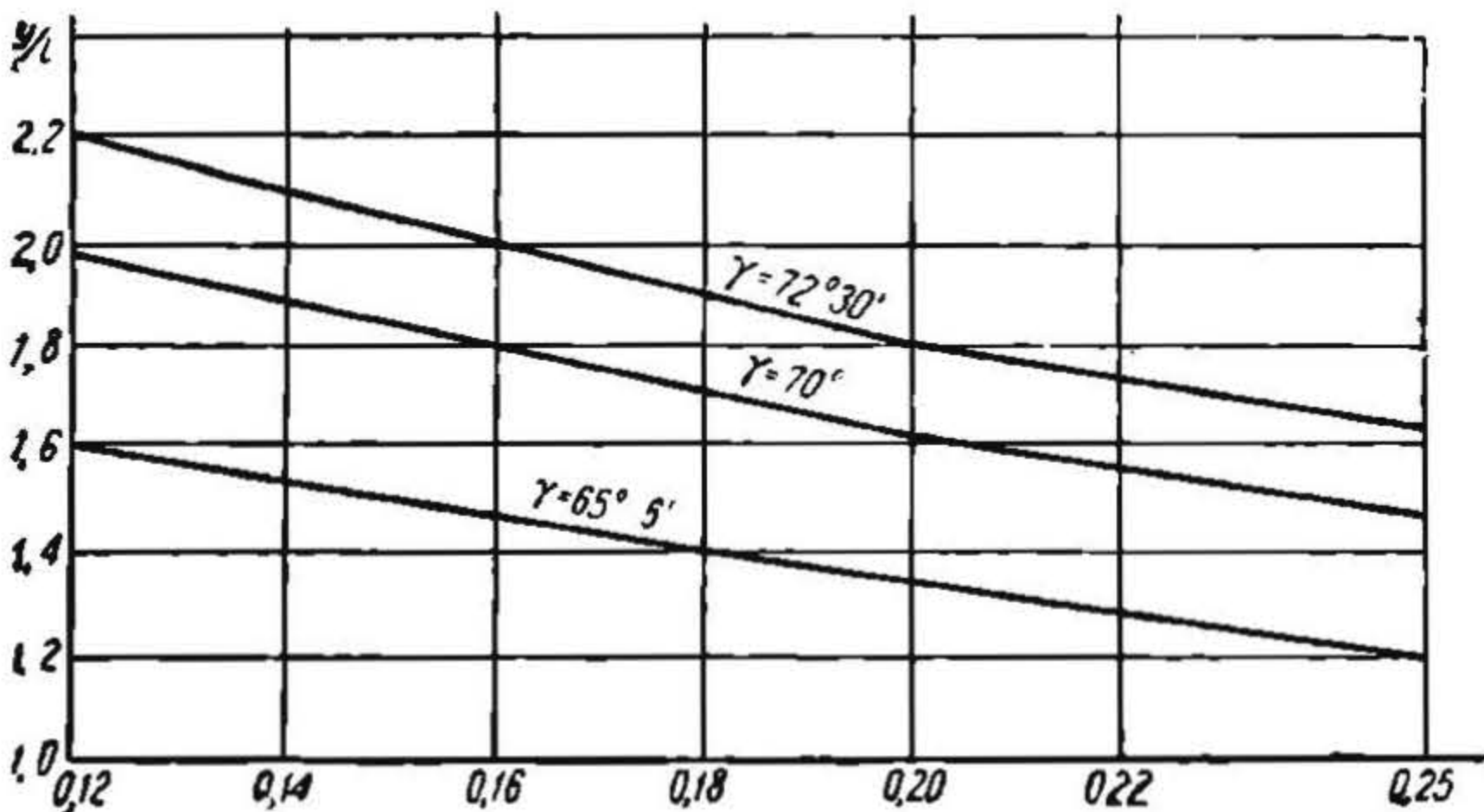
$$\text{У нас в СССР} - \gamma = 70^\circ.$$

На табл. 17 приведены величины $\frac{Y_1}{P}$, вычисленные по формуле (220) для различной величины коэффициента трения бандажей о рельсы, а именно: для $f = 0,12, 0,14, 0,16, 0,18, 0,20$ и $0,25$, для наклона гребней бандажей $\gamma = 70^\circ$ (профиль СССР); $\gamma = 72^\circ 30'$ и $\gamma = 65^\circ 6'$ (германский профиль).

На фиг. 121 приведены кривые критических значений $\frac{Y_1}{P}$ в зависимости от коэффициента трения для $\gamma = 72^\circ 30'$; $\gamma = 70^\circ$ и $\gamma = 65^\circ 6'$. Из сопоставления этих кривых видно, что с уменьшением коэффициента трения f повышается устойчивость электровоза в отношении схода с рельсов, т. е. может быть безопасно допущена большая величина $\frac{Y_1}{P}$. На этом основании некоторыми железными

дорогами применяется смазка гребней бандажей, что также ведет к уменьшению их износа, особенно при наличии большого количества на линии крутых кривых. Японские ж. д. применяют смазку водой.

По докладам различных дорог на международном конгрессе в 1932 г. (см. *Revue mens nelle Bulletin de l'Association Internationale du Congrès des chemins de fer*) износ гребней бандажей при применении смазки уменьшается в десять раз, при чем смазка водой (по докладу японских ж. д.) дает те же результаты. На отношение $\frac{Y_1}{P}$ влияет также, как видно из фиг. 12 величина угла γ . При износе бандажей, как известно, угол γ приближается к 90° ; при этом отношение $\frac{Y_1}{P}$ хотя и увеличивается, но удар при входе в кривую становится очень жестким и легко может повлечь за собой сход с рельсов. Действи-



Фиг. 121.

тельно, из докладов на международном конгрессе в 1932 г. выяснилось, что с увеличением угла γ увеличивается процентуально число сходов с рельсов.

Самособой разумеется, что формула (220) дает только теоретическую критическую величину $\frac{Y_1}{P}$, при которой происходит сход с рельсов (при принятых предположениях). Но этот вопрос еще не изучен в достаточной степени, так как неизвестен f — коэффициент трения, имеющий место при сложном скольжении бандажа по рельсу, набегании ребордой на головку рельса и одновременном вращении колес. Необходимо произвести ряд специальных опытов, из которых путем создания искусственно боковых давлений на рельс можно было бы установить соотношение $\frac{Y_1}{P}$ при сходе с рельсов в зависимости от различных условий: крутизны кривой, угла набегания, коэффициента трения, скорости движения, профиля бандажа и т. п. (см. В. Медель, *Электровозная тяга с тяжеловесными составами*, „Труды Моск. электромех. института инж. транспорта им. Ф. Э. Дзержинского“, вып. XXVI).

Здесь следует напомнить, что в том случае, когда направляющее колесо набегает ребордой своего бандажа на рельс и имеет место касание в одной

Таблица 17
Критические отношения $Y_1 — P$ по устойчивости против схода с рельсов

Коэффициент трения f	Наклон гребня бандажей		
	$\gamma = 70^\circ$	$\gamma = 72^\circ 30'$	$\gamma = 65^\circ 6'$
0,12	1,98	2,21	1,61
0,14	1,88	2,10	1,54
0,16	1,80	2,00	1,48
0,18	1,72	1,90	1,42
0,20	1,64	1,82	1,36
0,25	1,48	1,63	1,23

Таблица 18
Величины l и $Y — P$ для различных радиусов колес и коэффициента трения

$2 r$ в мм	α	l	Коэф. трения f	$Y — P$
2 000	$0^\circ 15'$	7,7	0,15	2,13
	$0^\circ 30'$	15,1	0,195	1,51
	1°	30,7	0,21	1,33
	$1^\circ 30'$	46,1	0,21	1,30
	2°	61,5	0,4	1,29
1 500	$0^\circ 15'$	5,8	0,15	2,56
	$0^\circ 20'$	11,6	0,195	1,65
	1°	23,1	0,21	1,37
	$1^\circ 30'$	34,7	0,21	1,32
	2°	46,3	0,21	1,30
1 000	$0^\circ 15'$	3,1	0,15	3,50
	$0^\circ 30'$	7,8	0,195	1,99
	1°	15,5	0,21	1,48
	$1^\circ 30'$	23,3	0,21	1,33
	2°	31,0	0,21	1,33

точке, в уравнение (220), определяющее Y_1 , не будет входить сила трения этого колеса. Что касается силы трения, развивающейся в опорной точке другого колеса, насаженного на ту же ось, то в том случае, когда ось набегает на внешний рельс под положительным углом, внутреннее колесо будет своим трением увеличивать боковое усилие, испытываемое направляющим внешним колесом, и поэтому должно быть учтено при определении силы Y_1 . При отрицательном угле набегания колеса на рельс сила трения $P'f$ будет направлена в противоположную сторону; поэтому формула получит вид:

$$\frac{Y_1}{P} \leq \frac{\operatorname{tg} \gamma - f}{1 + f \operatorname{tg} \gamma} + \frac{P'}{P} f \quad (221)$$

(см. G. Marié, *Traité de stabilité du matériel des chemins de fer*, часть V).

В этом случае сила трения, возникающая в опорных точках другого колеса, будет уменьшать направляющее усилие Y_1 .

Под нагрузкой колеса P в приведенных формулах надо понимать возможную минимальную динамическую нагрузку в кривой, а именно—соответствующую наибольшей разгрузке, которая может быть определена, исходя из изменения прогиба рессоры в 20 мм; но одновременно нужно учесть также и увеличение нагрузки колеса при движении в кривой вследствие действия на него горизонтального усилия Y_1 , если только по характеру рессорного подвешивания такое увеличение нагрузки возможно.

В том случае, когда направляющее в кривой колесо развивает силу тяги, в опорной точке колеса кроме сил P и Y_1 действует сила K , направленная вдоль рельсового пути.

В этом случае (см. Uebelacker, *Untersuchungen über die Bewegung von Lokomotiven mit Drehgestellen in Bahnkrümmungen*, прилож. к журн. *Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens* 1903 г.) вводят при составлении основных уравнений внешних сил (проекций сил на радиальное направление) и моментов для набегающего на внешний рельс колеса силу K —составляющую силы трения, направленную вдоль рельсового пути, и берут ее равной:

$$K = (P \cos \alpha + Y_1 \sin \alpha) f \sin \beta,$$

где (фиг. 122) Y_1 —направляющее усилие, α —угол образующих бандажей, а

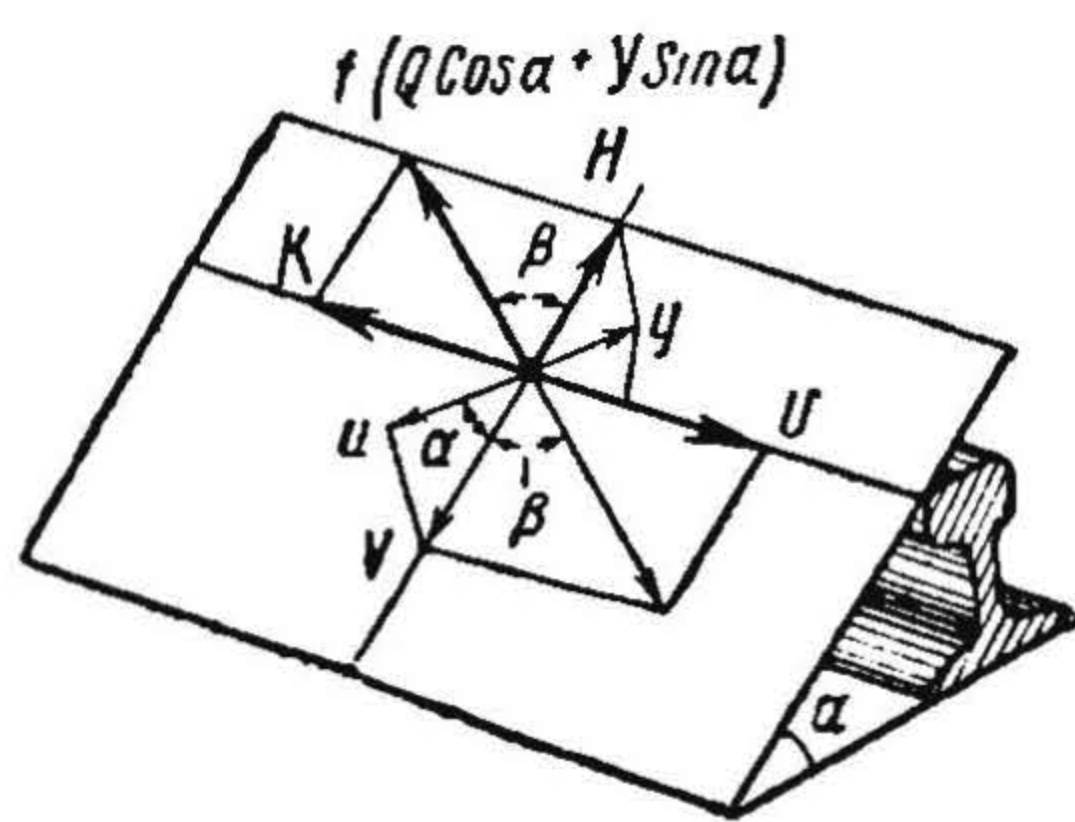
$$\cos \beta = \frac{\frac{U}{\cos \alpha}}{\sqrt{\left(\frac{U}{\cos \alpha}\right)^2 + v^2}} \approx \frac{U}{\sqrt{U^2 + v^2}}.$$

Максимальная величина $\frac{Y_1}{P}$, при которой будет еще соскальзывание колеса вниз:

$$\frac{Y_{\max}}{P} \leq \frac{\operatorname{tg} \alpha - f \cos \beta}{1 + f \operatorname{tg} \alpha \cos \beta}. \quad (222)$$

Определяя по той или иной формуле отношение $\frac{Y_{\max}}{P}$, являющееся опасным по сходу с рельсов, и отношение $\frac{Y_1}{P}$ для рассматриваемого электровоза, мы определим коэффициент устойчивости против схода с рельсов равным:

$$n = \frac{Y_{\max}}{P} : \frac{Y_1}{P}. \quad (223)$$



Фиг. 122.

Влияние α угла набегания на опасность схода с рельсов в приведенной выше для определения $\frac{Y'}{P}$ формуле

$$\frac{Y_1}{P} \leq \frac{\operatorname{tg} \gamma - f}{1 + f \operatorname{tg} \gamma}$$

не отражается, так как в нее не входит величина угла набегания, каковая несомненно в сильной степени влияет на вероятность схода с рельсов. Управление германских ж. д. изучало подробно влияние угла набегания на опасность схода с рельсов. Вагнером выведено условие устойчивости против схода с рельсов с учетом угла набегания колеса на рельс (см. *Zeitungen des Vereins Deutscher Eisenbahnverwaltungen*, 1927, стр. 427).

Обозначим:

P — нагрузка на колесо и F_k — сила тяги, развиваемая им;

r — радиус колеса;

L — сила трения в цилиндрической части бандажа;

S — сила трения в точке набегания реборды на рельс;

f — коэффициент трения;

h — расстояние по вертикали точки касания реборды бандажа до верха головки рельса;

l — проекция на направление рельса расстояния между точкой касания реборды бандажа с рельсом и горизонтальной проекцией средней линии набегавшей оси.

Все силы нанесены на фиг. 123.

Не трудно видеть, что

$$S = Y (f \sin \alpha + \cos \alpha).$$

Условие равновесия относительно всех сил горизонтальной и вертикальной плоскости выразится уравнением:

$$L = F_k + S \sin \beta,$$

где угол β может быть найден из уравнения:

$$\cos \beta = \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$$

и далее

$$Y (f \sin \alpha + \cos \alpha) \cos \beta = P \sin \alpha;$$

момент тех же сил дает уравнение:

$$F_k (r + h) = P \sin \alpha \cdot l + Lh.$$

В момент схода с рельсов $L = 0$, и сход будет иметь место при условии

$$F_k (h + r) \geq P \cdot \sin \alpha \cdot l$$

и

$$Y (f \sin \alpha + \cos \alpha) \cos \beta \geq P \sin \alpha.$$

Условие безопасности в отношении схода с рельсов:

$$\frac{Y}{P} \leq \frac{1}{\cos \beta (f + \operatorname{ctg} \alpha)} = \frac{\sqrt{1 + \frac{h^2}{l^2}}}{f + \operatorname{ctg} \alpha}. \quad (224)$$

Если набегание колеса на рельс происходит под углом α (фиг. 124) и наклон образующей бандажа γ , то угол β , составленный радиусом, проведенным в точку касания, будет равен:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (225)$$

Расстояние центра колеса до точки касания реборды его с рельсом равно $r + h$, где r —радиус колеса, и таким образом:

$$l = (r + h) \operatorname{tg} \beta = (r + h) \operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (226)$$

При $\gamma = 60^\circ 11' 51''$ (германский профиль бандажа) величина h получается равной

$$h = 9,0 \div 9,3 \text{ мм}$$

для углов

$$\alpha = 0 \div 2^\circ$$

и для радиуса колес

$$400 \div 1\,000 \text{ мм}$$

(см. Boedecker, Die Wirkung zwischen Rad und Schiene, стр. 36). Пусть например мы имеем

$$\alpha = 1^\circ; \quad \gamma = 60^\circ 11' 51''; \quad r = 1\,000 \text{ мм}$$

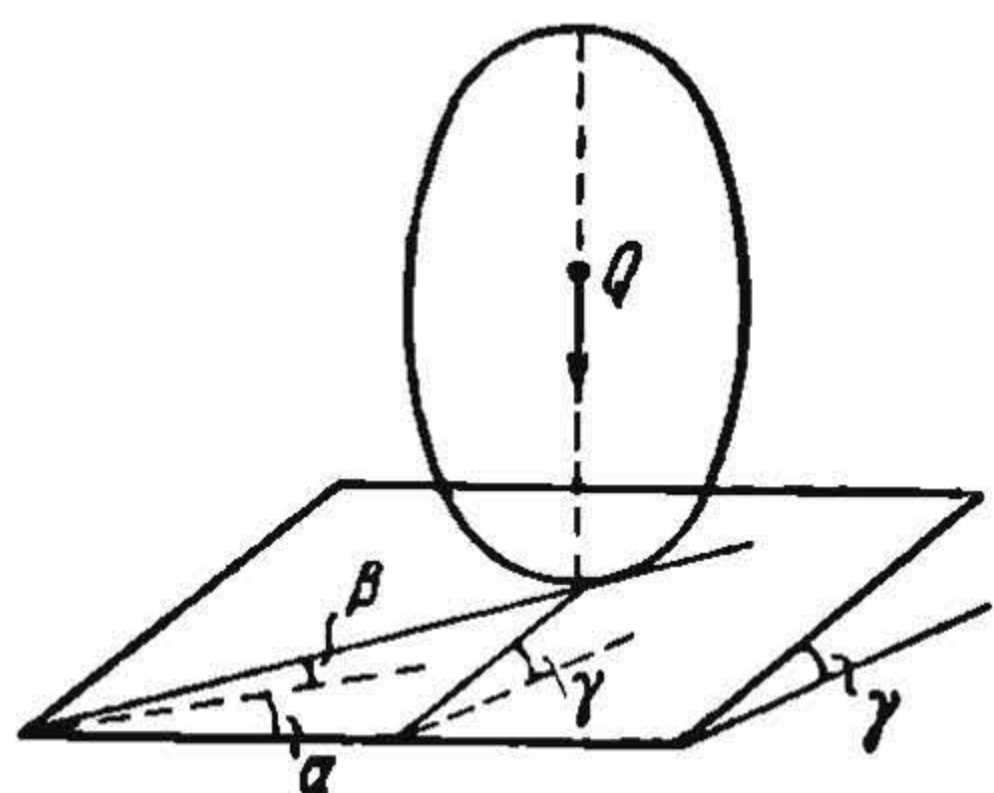
и коэффициент трения

$$f = 0,16.$$

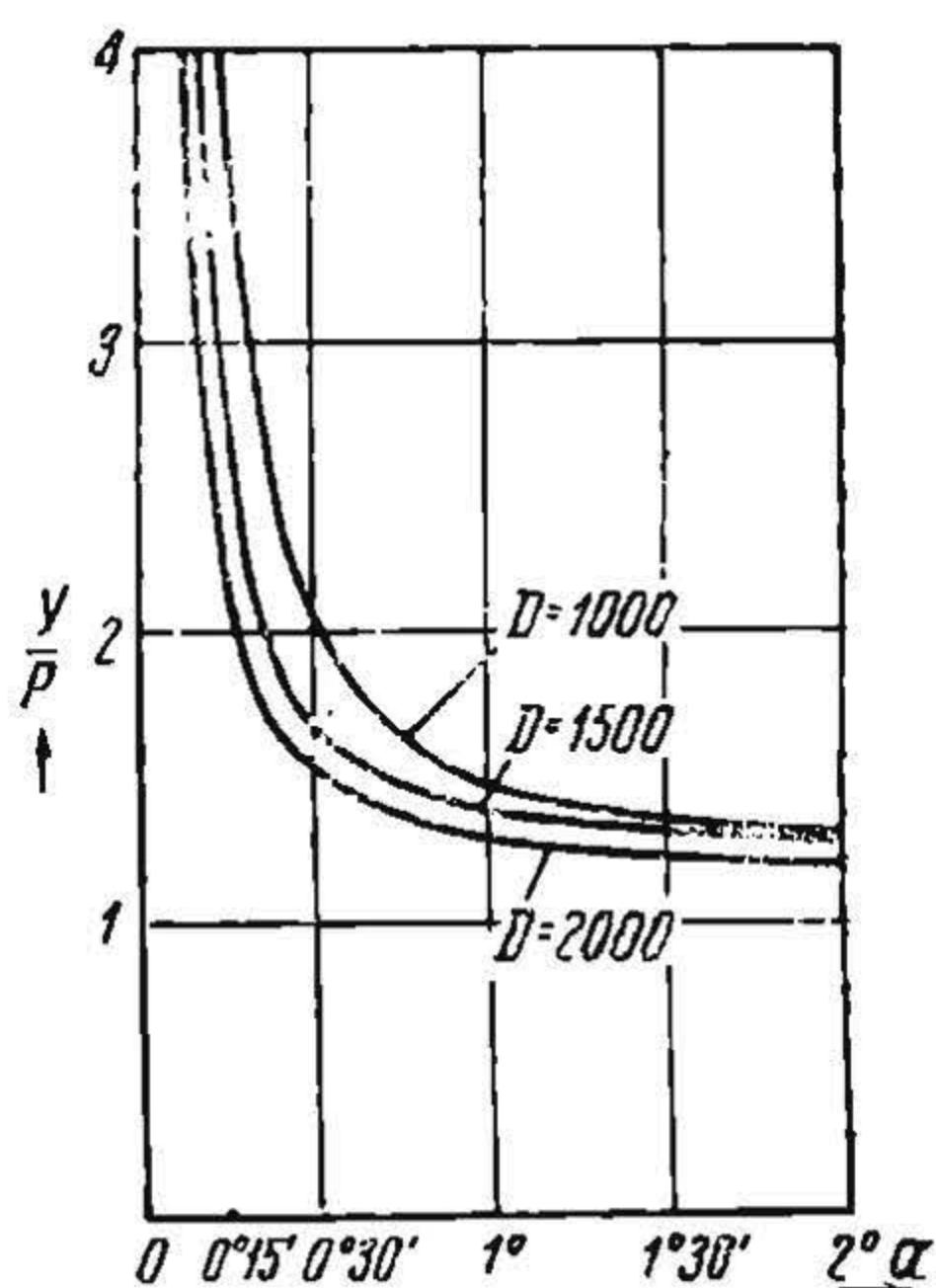
Тогда

$$l = (1\,000 + 9,0) \operatorname{tg} 60^\circ 11' 51'' \cdot \operatorname{tg} 1^\circ = 30,7 \text{ мм}$$

и



Фиг. 124.



Фиг. 125.

$$\frac{Y}{P} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{9}{30,7}\right)^2}}{0,16 + \operatorname{ctg} 60^\circ 11' 51''} = 1,422.$$

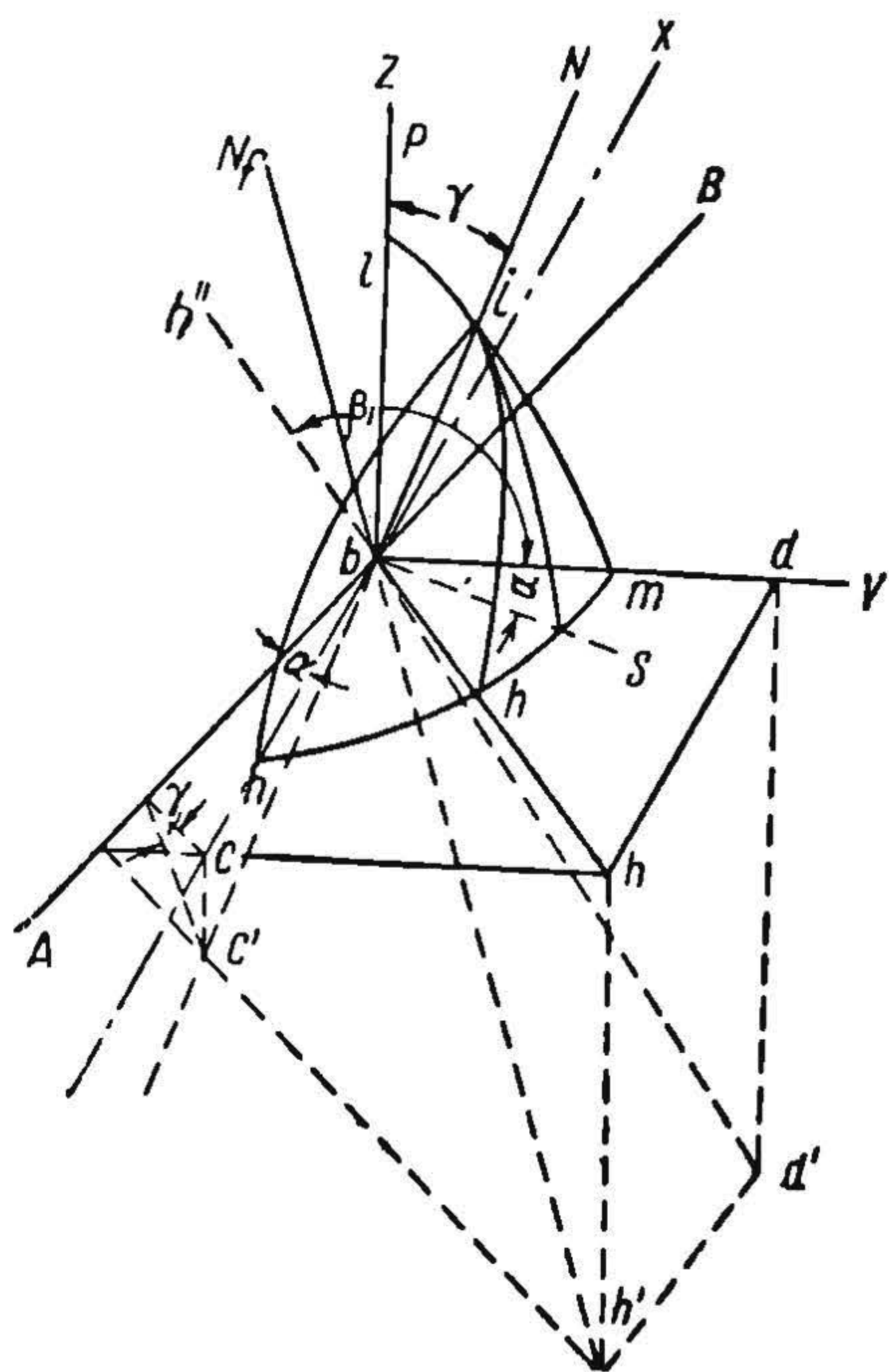
На табл. 18 даны величины l и $\frac{Y}{P}$ для различных радиусов колес и коэффициента трения f , а на фиг. 125 представлена зависимость $\frac{Y}{P}$ в функции от угла набегания α .

Из фиг. 125 видно, что диаметр колеса оказывает сравнительно небольшое влияние на устойчивость против схода с рельсов в кривой; при этом больший диаметр колеса, как и больший угол набегания и большая величина коэффициента трения, ухудшают устойчивость против схода с рельсов. Однако уже при угле набегания $\alpha = 0^\circ 30' \div 1^\circ$ получается минимальное значение $\frac{Y}{P}$.

Приведем более подробный анализ явлений, имеющих место при набегании реборды колеса на рельс, с учетом угла набегания колеса по отношению к рельсу.

На фиг. 126 АВ представляет образующую рельса, по которой плоскость соскальзывания АВh' касается рельса; опорная точка колеса находится в точке b, представляющей начало координат в пространстве; линия bh' дает направление скольжения опорной точки как результат продольного и поперечного сколь-

жения; cbZ представляет собой плоскость колеса, проходящую через начало координат. Оси координат направляем следующим образом: ось X —по направлению линии пересечения плоскости колеса (т. е. собственно круга катания его) cbZ с горизонтальной плоскостью, проходящей через образующую головки рельса AB . Положительное направление будем считать по направлению движения. Угол, образуемый осью X с AB , есть очевидно угол набегания α . Ось Y направляем в той же горизонтальной плоскости перпендикулярно к X , и положительное направление ее будем считать по направлению поперечного перемещения экипажа, т. е. вправо. Положительное направление оси Z , перпендикулярной к X и Y , будем считать вверх. Линии bd , bs и bh суть проекции направлений поперечного, продольного и результирующего



Фиг. 126.

скольжения на горизонтальную плоскость; это скольжение происходит, как упоминалось выше, в плоскости Abh' . Если обозначим нормальное к плоскости соскальзывания давление в точке b через N , то возникающая при скольжении сила трения, равная fN , будет иметь очевидно направление от h' к b . Сила эта составляет с осью Z угол $(90^\circ - \gamma)$. Далее проведем через прямые bZ и bN плоскость, которая будет перпендикулярна AB , так как bZ и bN тоже перпендикулярны к AB . Эта плоскость пересечет горизонтальную плоскость координат по линии bs , причем угол Ybs по перпендикулярности сторон будет равен углу $Abc = \alpha$. Через i (произвольную точку на прямой bN) проведем сферу, образующую дуги больших кругов lis , im , in , msh в пересечении ее поверхности плоскостями ZbN , YbN , NbX , XbY ; эти дуги с центром в точке b , в начале координат, образуют два сферических треугольника ism и isn с прямыми углами isn и msi . Из сферических треугольников имеем,

$$\cos(ibc) = \cos(cbs) \cdot \cos(ibs)$$

или

$$-\cos(NbX) = -\cos \alpha' = \sin \alpha \cdot \sin \gamma, \quad (227)$$

где α' есть угол силы N с осью X ; также имеем:

$$\cos(ibm) = \cos(ibs) \cdot \cos(sbm)$$

или

$$\cos(NbY) = \cos \beta' = \sin \gamma \cdot \cos \alpha, \quad (227')$$

где β' есть угол, образуемый силой N с осью Y . Наконец:

$$\cos(ibl) = \cos \gamma. \quad (228)$$

Уравнение плоскости соскальзывания в общем виде будет:

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

где коэффициенты A , B и C пропорциональны косинусам углов, образуемых нормалью к этой плоскости (т. е. линии N) с осями координат, и так как плоскость соскальзывания проходит через начало координат, то для нее $D = 0$. Таким образом, получим уравнение плоскости соскальзывания в виде:

$$x \cos \alpha' + y \cos \beta' + z \cos \gamma = 0 \quad (229)$$

или, подставляя значение $\cos \alpha'$ и $\cos \beta'$ из уравнений (227) и (227'), получим:

$$-x \sin \alpha \sin \gamma + y \sin \gamma \cos \alpha + z \cos \gamma = 0. \quad (230)$$

Возьмем теперь плоскость, проходящую через Z и h .

Уравнение этой плоскости будет:

$$x - y \operatorname{tg} \beta_1 = 0, \quad (231)$$

где β_1 —угол bh'' проекции силы трения на горизонтальную плоскость с осью координат Y . Решая совместно последнее уравнение и уравнение (230), исключая сначала x , затем y , получим линию пересечения этих плоскостей bh' или линию соскальзывания в виде уравнения:

$$\frac{x}{\cos \gamma \operatorname{tg} \beta_1} = \frac{y}{\cos \gamma} = \frac{z}{\sin \alpha \sin \gamma \operatorname{tg} \beta_1 - \sin \gamma \cos \alpha}. \quad (232)$$

Для того, чтобы найти теперь уравнение линии bc' пересечения плоскости соскальзывания, выражаемой уравнением (230), с плоскостью координат XbZ , уравнение которой $y = 0$, решим оба эти уравнения совместно.

Получим уравнение линии bc' в виде:

$$\frac{x}{\cos \gamma} = \frac{z}{\sin \alpha \sin \gamma},$$

откуда

$$\frac{z}{x} = \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \gamma. \quad (233)$$

Но, так как с другой стороны, как видно из фиг. 126,

$$\frac{z}{x} = \operatorname{tg}(c'bX),$$

то следовательно:

$$\operatorname{tg}(c'bX) = \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \gamma. \quad (234)$$

Величины $\cos(h'bX)$, $\cos(h'bY)$ и $\cos(h'bZ)$ могут быть легко найдены из уравнения линии соскальзывания (232), а именно:

$$\cos(h'bX) = \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta_1 + \operatorname{tg}^2 \gamma (\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta_1 - \cos \alpha)^2 + 1}}; \quad (235)$$

$$\cos(h'bY) = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta_1 + \operatorname{tg}^2 \gamma (\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta_1 - \cos \alpha)^2 + 1}}; \quad (236)$$

$$\cos(h'bZ) = \frac{\operatorname{tg} \gamma (\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta_1 - \cos \alpha)}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta_1 + \operatorname{tg}^2 \gamma (\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta_1 - \cos \alpha)^2 + 1}} \quad (237)$$

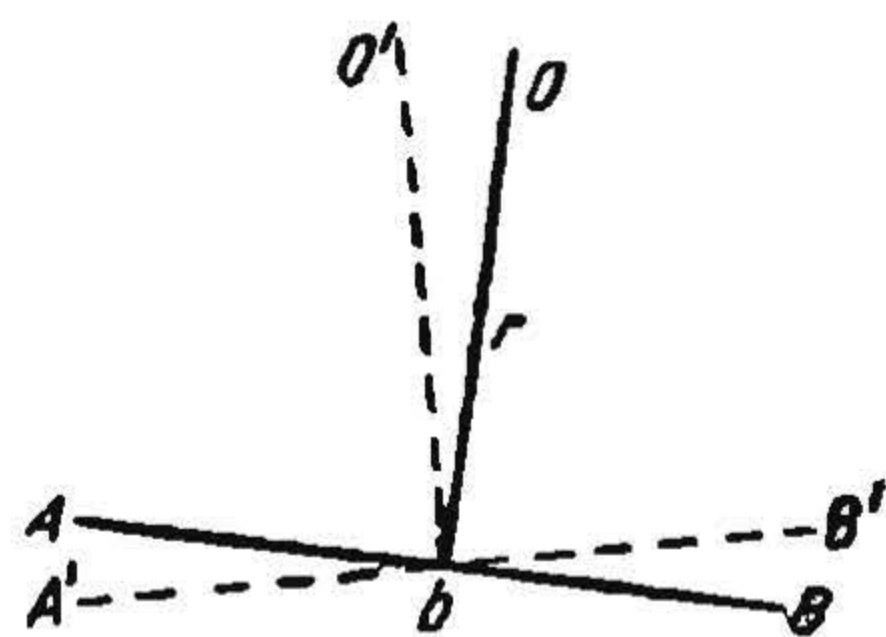
В эти выражения входит угол Ybh'' , составленный проекцией силы трения fN на горизонтальную плоскость с осью Y , обозначенный через β_1 ; этот угол играет огромную роль в вопросах исследования движения электровоза в кривых. Благодаря тому, что ось ската направлена не по нормали к кривой, точка опоры колеса b будет находиться, как указывалось выше, несколько впереди центра колеса на величину δ , называемую предварением опорной точки. Если бы скат устанавливался в кривой радиально, то центр колеса находился бы на перпендикуляре к прямой AB , и касательная к кругу катания в начале координат b совпадала бы с образующей рельса; если же круг катания повернуть под углом α к рельсу (к AB), то круг катания встретит наклонную плоскость соскальзывания несколько впереди этой точки—проекции своего центра.

Если считать опорную точку в точке b , то новый центр окружности катания будет уже O' (фиг. 127). Предварение опорной точки будет по величине равно OO' или

$$\delta = r \sin ObO' = r \sin(c'bc),$$

но по малости величины углов можно считать:

$$\delta = r \sin(c'bc) = -r \operatorname{tg}(c'bc) = -r \operatorname{tg}(c'bX) = r \sin \alpha \operatorname{tg} \gamma. \quad (238)$$



Фиг. 127.

Найдем теперь проекцию скорости скольжения в продольном и поперечном направлениях, т. е. cb и bd ; так как движение происходит в плоскости соскальзывания, то проекция скорости продольного скольжения на горизонтальную плоскость будет:

$$bc = \left(R + s \right) \Omega - \frac{r\omega}{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma}}, \quad (239)$$

так как путь, пробегаемый колесом при скорости ω , в плоскости скольжения будет $r\omega dt$, а в горизонтальной плоскости:

$$r\omega dt \cos(c'bc) = \frac{r\omega dt}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(cbc')}} = \frac{r\omega dt}{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma}},$$

а горизонтальная проекция поперечного скольжения будет

$$bd = x\Omega,$$

ибо перемещение экипажа, как продольное $R\Omega$, так и поперечное $x\Omega$, мы считаем в горизонтальной плоскости. Отсюда найдем угол, составленный проекцией силы трения с осью Y (т. е. β_1), из уравнения:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = - \frac{bc}{bd} = - \frac{\left(R + s \right) \Omega - \frac{r\omega}{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma}}}{x\Omega}. \quad (240)$$

Таким образом, угол β_1 зависит от угла плоскости соскальзывания γ и угла набегания колеса α , хотя, в виду малого значения угла набегания α , во многих случаях можно считать

$$\sqrt{1 + \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma} = 1.$$

Выяснив геометрические соотношения, определим теперь действие сил. Как уже выяснено выше, реакция рельса на колесо выражается силой N , нормальной к плоскости соскальзывания, и силой fN (трения), лежащей в плоскости соскальзывания, при чем горизонтальная проекция последней силы образует с осью Y угол β_1 , тангенс которого определится уравнением (240). Найдем проекции X_1' , Y_1' и Z_1' этих сил на оси координат:

$$X_1' = N \cos(NbX) + fN \cos(h''bX); \quad (241)$$

$$Y_1' = N \cos(NbY) + fN \cos(h''bY); \quad (242)$$

$$Z_1' = N \cos(NbZ) + fN \cos(h''bZ). \quad (243)$$

Внешними же силами являются: вертикальная нагрузка на колесо P , направленная по оси Z ; действие реборды колеса на рельс Y_1 , направленное по оси Y , и сила тяги F_k этого колеса, если оно сцепное. Последняя сила действует по касательной к окружности катания, т. е. по направлению bc' . Таким образом внешние силы дадут проекции по осям координат:

$$X'' = F_k \cos(c'bX);$$

$$Y'' = Y_1$$

и

$$Z'' = P + F_k \sin(c'bX).$$

Приравнивая далее проекции по осям координат сил реакции рельса [уравнения (241)—(243)] и проекции внешних сил, получим:

$$F_k \cos(c'bX) = N [\cos(NbX) + f \cos(h''bX)]; \quad (244)$$

$$Y_1 = N [\cos(NbY) + f \cos(h''bY)] \quad (245)$$

и наконец:

$$P + F_k \sin(c'bX) = N [\cos(NbZ) + f \cos(h''bZ)]. \quad (246)$$

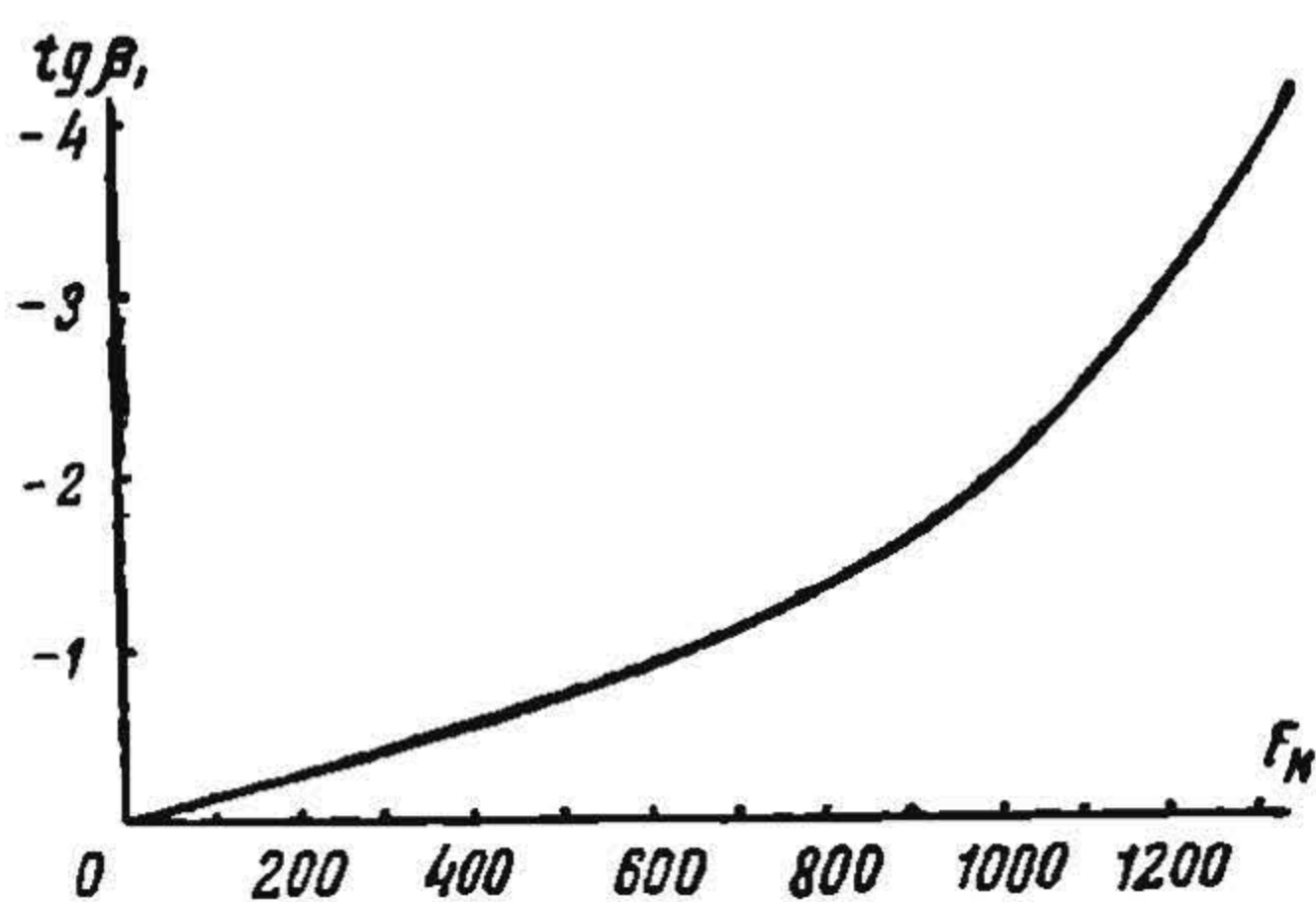
Подставляя в уравнения (244) — (246) значения тригонометрических функций из уравнений (234) — (237), получим:

$$\frac{Y_1}{P} = \frac{N [\cos (NbY) - f \cos (h'bY)]}{N [\cos (NbZ) - f \cos (h'bZ)] - [\cos (NbX) - f \cos (h'bX)] \operatorname{tg} (c'bX)}$$

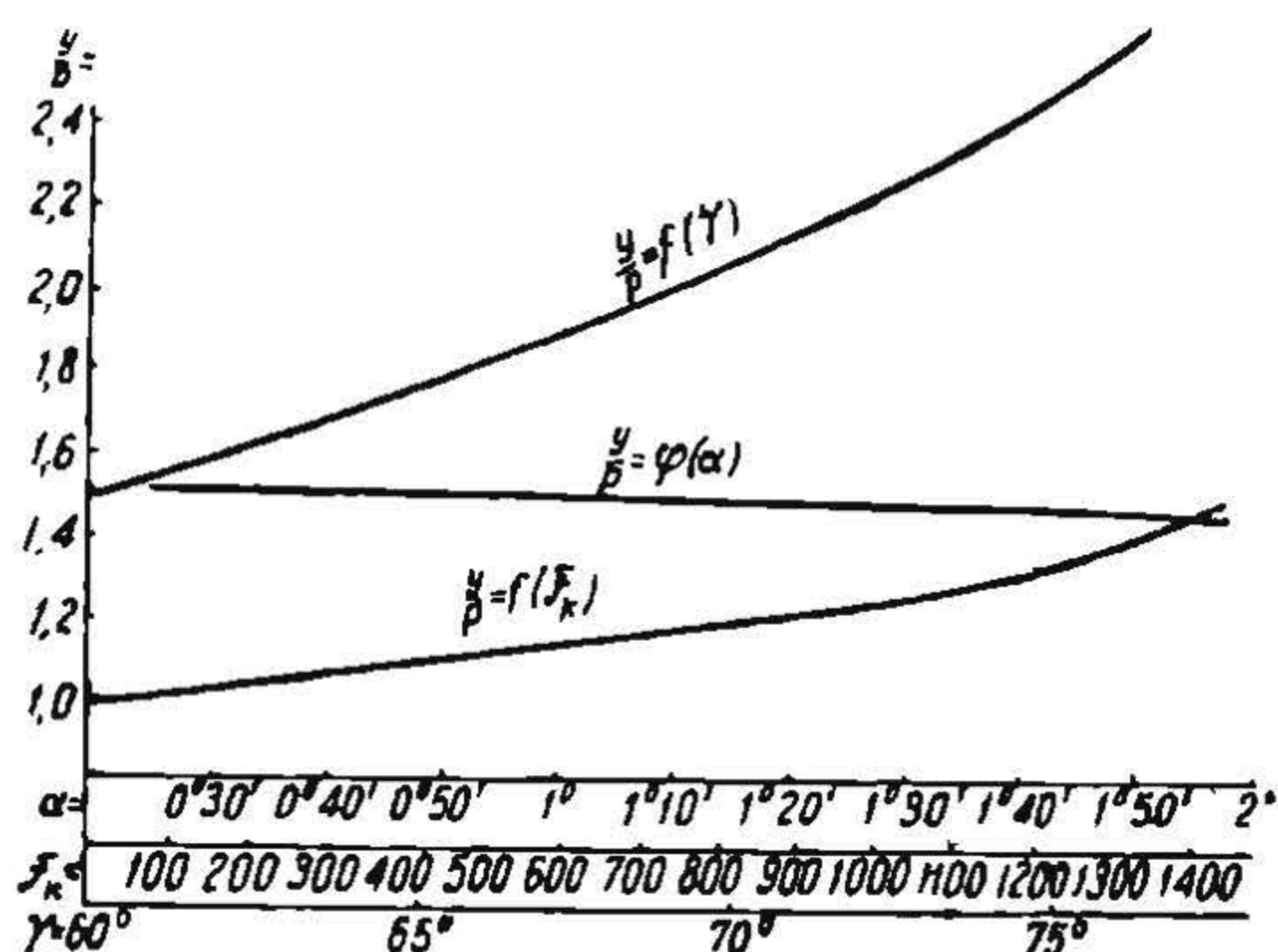
или

$$\begin{aligned} \frac{Y_1}{P} = & \frac{\sin \gamma \cos \alpha - \frac{f}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta_1 + \operatorname{tg}^2 \gamma (\sin \alpha \operatorname{tg} \beta_1 - \cos \alpha)^2 + 1}}}{\cos \gamma - \frac{f \operatorname{tg} \gamma (\sin \alpha \operatorname{tg} \beta_1 - \cos \alpha)}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta_1 + \operatorname{tg}^2 \gamma (\sin \alpha \operatorname{tg} \beta_1 - \cos \alpha)^2 + 1}} +} \\ & + \sin \alpha \operatorname{tg} \gamma \left[\sin \alpha \sin \gamma + \frac{f \operatorname{tg} \beta_1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta_1 + \operatorname{tg}^2 \gamma (\sin \alpha \operatorname{tg} \beta_1 - \cos \alpha)^2 + 1}} \right] \end{aligned} \quad (247)$$

Таким образом, мы получим вместо формулы (220) более полную формулу (247), дающую зависимость $\frac{Y_1}{P}$ при критическом равновесии. Для того чтобы в этой сложной формуле определить влияние различных величин, как



Фиг. 128.



Фиг. 129.

то: γ — угла наклона плоскости соскальзывания, коэффициента трения f , а также $\operatorname{tg} \beta_1$, определяемого отношением горизонтальных проекций скоростей продольного и поперечного скольжения (что в свою очередь зависит от скорости вращения колес ω или, вернее, от соотношения ω и Ω), а также чтобы найти влияние угла набегания α , необходимо, задавшись определенным значением всех перечисленных величин, кроме одной, менять эту величину. При этом не трудно убедиться, что угол α (угол набегания) уже при малых значениях начинает оказывать влияние, почему следует стремиться возможно уменьшать α , а следовательно и расстояние точки вращения экипажа от направляющей силы.

На фиг. 128 дана зависимость $\operatorname{tg} \beta_1$ от величины F_k — силы тяги, развиваемой направляющим колесом, а на фиг. 129 дан ряд кривых зависимостей $\frac{Y_1}{P}$ при критическом равновесии, откуда видно, как благоприятно влияет на устойчивость в кривой развиваемая колесом сила тяги. Таким образом, электровоз, движущийся без тока, более опасен в отношении схода с рельсов, чем электровоз, развивающий силу тяги. Особенно благоприятно на устойчивость в кривой влияет увеличение угла γ , как это видно из фиг. 129 [(см. кривую $\frac{Y_1}{P} f(\gamma)$].

§ 23. Исследование движения в кривых электровозов без бегунковых осей

На фиг. 130 показано вписывание электровоза с четырьмя осями в кривую и горизонтальные силы, возникающие при этом. Равновесие сил, действующих на электровоз, для случая установки электровоза по хорде и набегания

на внешний рельс крайних осей напишется в виде:

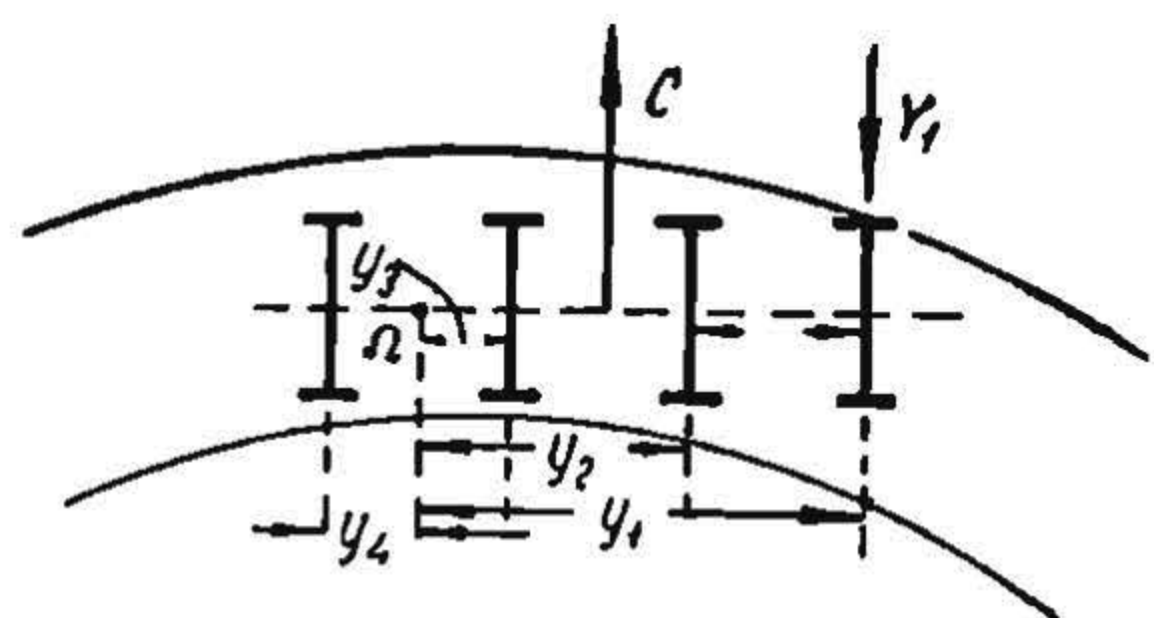
$$Y_1 + Y_n - \sum_n 2P_i f \cos \alpha_i - C = 0; \quad (248)$$

$$Y_1 y_1 - Y_n y_n - \sum_n 2P_i f \sqrt{y_i^2 + s^2} - Cc = 0. \quad (249)$$

Здесь знак суммы Σ распространяется на все n осей. Одновременно мы пренебрегаем различной нагрузкой колес одной и той же оси, поэтому всюду рассматриваем нагрузку на оси $2P$, а не отдельных колес. Слагаемые $2P_i f \cos \alpha$ в выражении $\Sigma 2P_i f \cos \alpha$ берутся со знаком минус, если ось расположена позади точки поворота электровоза.

Для случая направления электровоза передней осью и одной из задних осей, набегających на внутренний рельс (реакцию последнего обозначим через Y'_n), уравнения (248) и (249) напишутся в следующем виде:

$$Y_1 - Y'_n - \sum_n 2P_i f \cos \alpha_i - C = 0 \quad (248')$$



Фиг. 130.

и

$$Y_1 y_1 + Y'_n y_n - \sum_n 2P_i f \sqrt{y_i^2 + s^2} - Cc = 0. \quad (249')$$

Если направление электровоза в кривой производится исключительно передней осью, в уравнениях (248) и (249) или (248') и (249') следует полагать Y_n или Y'_n равными нулю.

Для того случая, когда электровоз устанавливается по хорде, но задняя ось не давит на внешний рельс, в уравнениях (248) и (249) надо положить $Y_n = 0$; кроме того при симметричном расположении осей в отношении середины экипажа электровоза член $\Sigma P f \cos \alpha_i = 0$ и $c = 0$; таким образом мы имеем:

$$C = Y_1 \quad (248'')$$

и

$$Y_1 = \frac{2P f \Sigma \sqrt{y_i^2 + s^2}}{y_1}. \quad (249'')$$

Эти уравнения показывают, что чем большее число осей имеет электровоз, тем больше будет направляющее усилие Y_1 и тем при более высокой скорости займет он положение по хорде. В том случае, когда некоторым осям дают такое боковое перемещение, что они самостоятельно набегают на внешний рельс, величина момента, приложенного к передней направляющей оси и необходимого для вращения ее, будет равна не $2P_i f \sqrt{y_i^2 + s^2}$, а $2P f s$, где $2s$ — расстояние между опорными точками колеса, и если в таком положении находится η осей, то уравнения (248) и (249) переписутся в виде:

$$Y_1 + Y_n - \sum_{n-\eta} 2P_i f \cos \alpha_i - C = 0$$

и

$$Y_1 y_1 + Y_n y_n - \sum_{n-\eta} 2P_i f \sqrt{y_i^2 + s^2} - \sum_{\eta} 2P_i f s - Cc = 0,$$

и для случая установки электровоза по хорде [см. уравнения (248'') и (249'')] получим:

$$Y_1 = \frac{\sum_{n-\eta} 2P_i f \sqrt{y_i^2 + s^2} + \sum_{\eta} 2P_i f s}{y_1}$$

Поскольку $\sqrt{y_i^2 + s^2} > s$, мы заключаем, что, при наличии осей с поперечным перемещением и набегании этих осей в кривой на внешний рельс, установка электровоза по хорде происходит при меньшей центробежной силе, а следо-

вательно для одного и того же радиуса кривой—при меньшей скорости, и при этом и направляющее усилие Y_1 получается меньше.

Если крайним осям дать такой зазор, чтобы он был больше поперечного перемещения оси при движении в кривой, то направление электровоза в кривой будет производиться второй осью. В этом случае хотя член $\sum 2P_i f \sqrt{y_i^2 + s^2}$ и уменьшится (так как для поперечно подвижных осей вместо $2P_i f \sqrt{y_i^2 + s^2}$ придется подставить $2P_i f s$), но одновременно уменьшается и плечо действия направляющей силы Y . Поэтому последняя окажется выше, чем в случае направления электровоза первой осью, и только при очень малых величинах центробежной силы C может оказаться, что в случае поперечной подвижности передней оси направляющее усилие Y_1 будет меньше, чем в случае, если ни одна из осей не будет иметь поперечной подвижности, достаточной для набега на внешний рельс в кривой.

В качестве примера исследуем условия движения в кривой $R = 150$ м электровоза ходовой формулы 0D0 с расстоянием между средними осями в 3 м и крайними—по 2 м. Обозначим (фиг. 130) расстояние осей до точки поворота Ω соответственно порядковому номеру оси через y_1, y_2, y_3 и y_4 . Нагрузку на колеса принимаем одинаковой и равной $P = 10$ т, коэффициент трения в опорных точках колес $f = 0,20$ и расстояние между опорными точками колес одной и той же оси $2s = 1600$ мм. Обозначим попрежнему центробежную силу через C и ее расстояние до точки поворота Ω через c .

Определим прежде всего минимальную скорость, при которой электровоз устанавливается по хорде, но своим задним скатом не производит бокового давления на внешний рельс. В этом случае точка поворота располагается посередине электровоза, и величину Y_n в уравнениях (248) и (249) следует положить равной нулю; тогда уравнения (248) и (249) перепишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} Y_1 - C &= 0 \\ Y_1 y_1 - \sum_n 2P_i f \sqrt{y_i^2 + s^2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (250)$$

так как при установке по хорде у электровоза, совершенно симметричного в отношении расположения осей и нагрузок их, член

$$\sum 2P_i f \cos \alpha_i = 0.$$

По подстановке в уравнение (250) числовых значений получим:

$$3,5Y_1 - 2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0,20 (\sqrt{3,5^2 + 0,8^2} + \sqrt{1,5^2 + 0,8^2}) = 0,$$

откуда находим

$$Y_1 = C = 12,11 \text{ т.}$$

Соответствующие кривым различного радиуса скорости v найдем по величине полученной центробежной силы.

$$C = \frac{P_0 v^2}{gR}.$$

Затем задаемся рядом промежуточных положений или соответствующими расстояниями точки поворота электровоза до задней оси y_n , равными 2; 1,5 и 1 м и, пользуясь формулами (248) и (249), определяем как центробежную силу, соответствующую этому положению электровоза в кривой, так и направляющую силу в кривой Y_1 . Результаты подсчетов приведены в табл. 19.

Аналогичным способом подсчитываем, пользуясь формулами (248) и (249), боковые усилия при различном расположении электровоза в кривой для случая, когда направление производится не первой, а второй движущей осью; первая же ось в этом случае имеет достаточный боковой разбег и во всех кривых набегаёт самостоятельно на внешний рельс, не передавая на раму

Направляющее усилие Y_1 электровоза ОДО при ведении первой движущей осью

Расстояние точки поворота до задней оси y_n	C	Y_1	Скорость v при радиусах R в м					
			1 000	800	600	400	200	150
3,5	12,11	12,11	138,7	123,08	107,28	87,8	69,35	53,64
2,0	7,0	11,04	105,5	94,3	81,7	66,7	52,7	40,8
1,5	3,44	9,84	73,9	66,1	57,6	46,8	36,9	28,8
1,0	0,99	8,86	39,6	35,6	31,0	25,2	19,8	15,5
0,2	0	7,8	0	0	0	0	0	0

поперечных усилий. При этом принят несимметричный электровоз, у которого только с одного конца (переднего для рассматриваемого случая) движущая ось имеет поперечное перемещение, задняя же ось выполнена без поперечной подвижности. Результаты подсчетов приведены на табл. 20.

Таблица 20

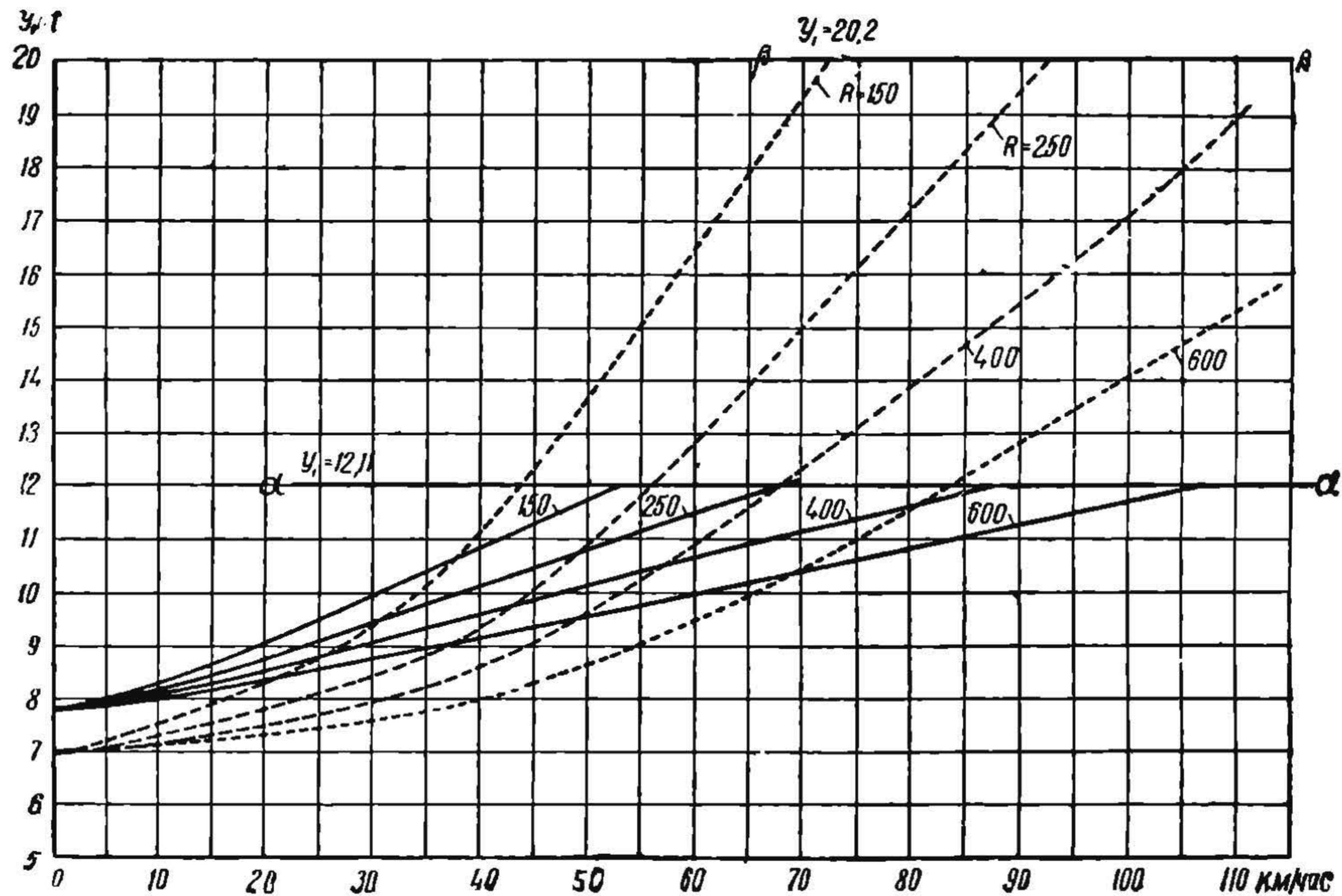
Направляющее усилие электровоза ОДО при направлении второй движущей осью

Расстояние точки поворота до задней оси y_n	C	Y_2	Скорость при радиусе кривых R в м			
			600	400	250	150
2,5	22,3	20,2	145	119	94	72,5
2,0	18,2	18,29	133	107,0	85	66,5
1,5	12,9	15,4	111,0	90,5	71,5	55,3
1,0	9,6	13,5	95,8	78,1	63,0	47,9
0,5	5,33	10,7	71,3	58,3	46,0	40,9
0,3	2,88	9,03	52,4	42,8	33,8	26,2
0,12	0	7,0	0	0	0	0

Зависимости направляющего усилия в кривых от скорости для кривых $R=400, 250$ и 150 м при направлении электровоза первой движущей осью (сплошные кривые) по данным табл. 19 и при направлении второй движущей осью (пунктирные кривые) по данным табл. 20 совмещены на фиг. 131. Прямая aa соответствует $Y_1=12,11$ т и началу набегания задней движущей оси на внешний рельс при ведении электровоза первой движущей осью, а прямая $\beta\beta$ — при ведении второй движущей осью. Сопоставление этих кривых показывает, что только при малых скоростях второй случай дает меньшее боковое усилие Y_1 вследствие, как указывалось выше, меньшей величины момента трения в опорных точках колес благодаря боковой подвижности передней оси электровоза. При средних же скоростях и особенно при больших скоростях при направлении второй движущей осью, вследствие малого плеча действия направляющей силы Y_2 , величина последней получается значительно выше, чем в случае направления электровоза первой движущей осью. При центробежной силе, равной нулю ($C=0$), направляющее усилие полу-

числось равным $Y_1 = 7,8 \text{ м}$ в первом случае и $Y_2 = 7,0 \text{ м}$ во втором; это и есть минимальная величина Y_1 , являющаяся результатом действия только силы трения в опорных точках колес. Положение точки поворота электровоза в кривой, соответствующее минимальным скоростям ($C = 0$), соответственно получилось равным $y_n = 0,20 \text{ м}$ и $y_n = 0,12 \text{ м}$, т. е. электровоз в это время бывает близок к тому положению, когда его задняя ось устанавливается радиально. Таким образом, при направлении электровоза первой движущей осью максимальный угол набегания будет соответствовать расстоянию между набегającym колесом и точкой поворота электровоза, равному $y_1 = 6,8 \text{ м}$, и величина угла набегания найдется для различных радиусов кривых из уравнения:

$$\sin \alpha_{max} = \frac{y_1}{R} = \frac{6,8}{R}.$$



Фиг. 131.

Минимальный угол набегания при установке электровоза по хорде найдется равным:

$$\sin \alpha_{min} = \frac{3,5}{R}.$$

Результаты подсчетов по этим формулам приведены на табл. 21.

Таблица 21

Углы набегания электровоза ОД0 при различных радиусах кривых и ведении первой движущей осью

R в м	600	400	250	150
α_{max}	0°39'	0°58'	1°33'	2°36'
α_{min}	0°19'	0°30'	0°49'	1°20'

Таблица 22

Углы набегания электровоза ОД0 при различных радиусах кривых и ведении второй движущей осью

R в м	600	400	250	150
α_{max}	0°20'	0°42'	1°07'	1°51'
α_{min}	0°14'	0°21'	0°37'	0°57'

Подсчитанные для электровоза при ведении его второй движущей осью величины α углов набегания по формулам:

$$\sin \alpha_{max} = \frac{y_1}{R} = \frac{4,88}{R}$$

и

$$\sin \alpha_{min} = \frac{2,5}{R}$$

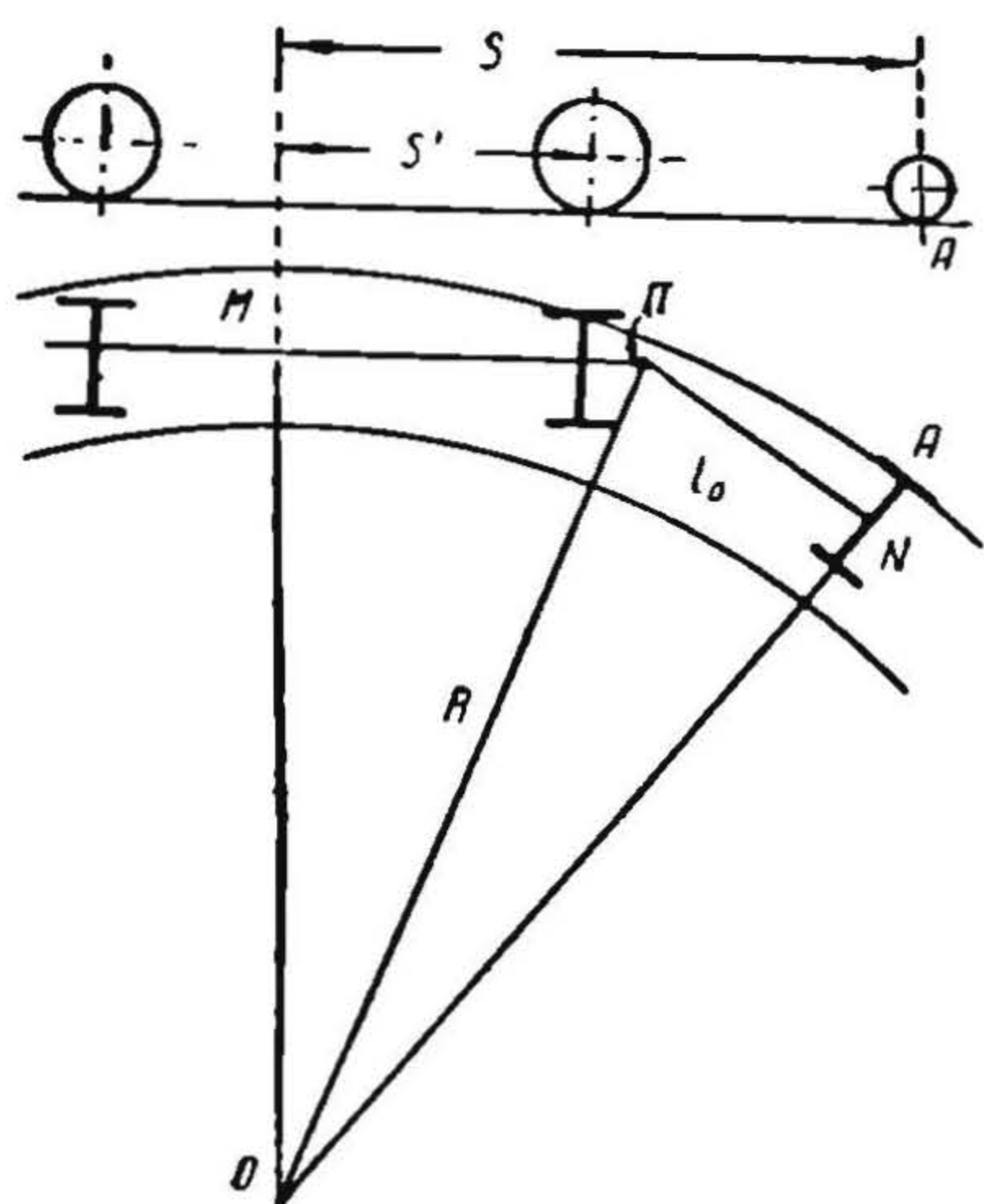
приведены для различных радиусов кривых на табл. 22.

Как и следовало ожидать, благодаря меньшей направляющей длине электровоза, в случае ведения в кривой второй движущей осью углы набегания получаются меньше, но максимальный возможный угол набегания при наибольшем перекосе получится значительно больше.

§ 24. Исследования движения передних бегунковых тележек

а) Одноосные тележки

Положение одноосной бегунковой тележки в кривой определяется соотношением между действительной и так называемой теоретической длиной тележки. Под теоретической длиной тележки понимается такое расстояние между шкворнем тележки и ее бегунковой осью, при котором в кривой заданного радиуса при заданном расстоянии s оси тележки (фиг. 132) до полюса вращения



Фиг. 132.

оси тележки может устанавливаться радиально. Теоретическая длина тележки может быть легко определена из фиг. 132. На этой фигуре бегунковая ось A показана в радиальном положении; таким образом, расстояние этой оси до шкворня P и будет теоретической длиной тележки l_0 .

Из треугольников MON и PNO можем написать:

$$(ON)^2 = (MN)^2 + (OM)^2 = (PN)^2 + (ON)^2$$

или, подставляя

$$MP = s - l_0; \quad PN = l_0; \quad ON = R \quad \text{и} \quad OM = R - f,$$

где f может быть приближенно принято равным

$$f \cong \frac{s'^2}{2R},$$

как стрела хорды, соответствующая s' (расстояние передней движущей оси до полюса вращения основного экипажа), получим:

$$(s - l_0)^2 + (R - f)^2 = l_0^2 + R^2$$

или

$$l_0 = \frac{s^2 - s'^2}{2s}. \quad (251)$$

В случае равенства действительной и теоретической длины тележки она устанавливается радиально, и ось сама по себе при движении в кривой не оказывает на рельсовую колею поперечных усилий, так как имеет место вращение тележечной оси около средней ее точки. При действительной длине тележки менее теоретической бегунковая ось будет стремиться отходить от внешнего рельса с усилием, равным $2P_0f$.

Если действительная длина тележки больше теоретической, центр вращения тележки будет расположен позади тележечной оси, и последняя будет стремиться набегать на внешний рельс; тогда для ее бокового перемещения внутрь кривой понадобится со стороны внешнего рельса добавочное усилие $2P_0f$.

где P_0 — давление на колесо бегунковой оси, f — коэффициент трения в опорных точках.

Рассмотрим силы, действующие на одноосную тележку. Обозначим (фиг. 133) усилие, действующее со стороны внешнего рельса, через Y_0 ; возвращающую силу тележки и ее центробежную силу — через $F + C$ (обе эти силы мы принимаем приложенными у бегунковой оси); реакцию главного экипажа на тележку у шкворня — через T . Пусть радиус, параллельный бегунковой оси, проходит на расстоянии x_0 от оси. Соединив точку поворота тележки Ω с опорными точками a и b колес на рельсах и проведя перпендикуляры к лучам Ωa и Ωb , получим направление сил трения $P_0 f$ в опорных точках. Проектируя все силы на вертикальное направление и беря момент их относительно шкворня тележки O , получим два основных уравнения равновесия в виде:

$$Y_0 - (F + C) - 2P_0 f \cos \alpha - T = 0; \tag{252}$$

$$Y_0 l_0 - (F + C) l_0 - 2P_0 f \sin \alpha \cdot s - 2P_0 f l_0 \cos \alpha = 0. \tag{253}$$

Эти уравнения позволяют определить усилие T тележки, передающееся на главную раму электровоза в точке O прикрепления водила тележки, и реакцию внешнего рельса Y_0 . Результаты подсчетов по этим формулам для нагрузки на колесо бегунковой тележки $P_0 = 6\text{ т}$ при длине тележки $l_0 = 2,5\text{ м}$ и $(F + C) = 4\text{ т}$, при различном расстоянии точки поворота от бегунковой оси, даны на табл. 23.

Таблица 23

x_0 (расстояние оси до точки поворота Ω)	Y_0 [по формулам (252) и (253)]	T (реакция главного экипажа)	Y_0 [по формуле (254)]
0	4,75	0,75	4,00
0,1	5,05	0,75	4,30
0,2	5,33	0,75	4,58
0,3	5,59	0,75	4,84

Нередко для упрощения расчетов пренебрегают воздействием водила, тележки на главную раму электровоза; тогда, отбрасывая силу T , мы будем иметь одно основное уравнение:

$$Y_0 - (F + C) - 2P_0 f \cos \alpha = 0$$

или

$$Y_0 = F + C + 2P_0 f \cos \alpha. \tag{254}$$

Результаты подсчетов по этой формуле для той же самой тележки приведены на табл. 23. Небольшая разница в величине Y_0 , получаемая при подсчетах по обеим формулам, а также небольшая величина T позволяют часто, не вводя больших ошибок, производить подсчеты, пренебрегая действием водила на главный экипаж.

При действительной длине тележки менее теоретической (приближенно):

$$Y_0 = F - 2P_0 f, \tag{255}$$

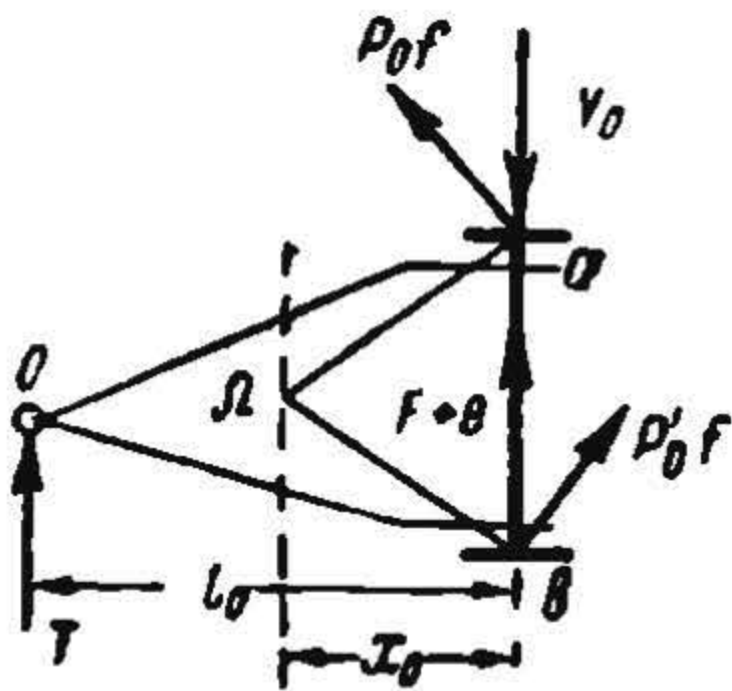
или если учитывать влияние центробежной силы C , то

$$Y_0 = F + C - 2P_0 f \tag{256}$$

(без учета действия силы T).

Влияние центробежной силы благодаря сравнительно небольшой массе одноосной тележки невелико. Так, принимая вес тележки $Q_0 = 3,5\text{ т}$, скорость $25\text{ м/сек} = 90\text{ км/час}$, получим для $R = 640\text{ м}$:

$$C = \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{3\,500}{9,81} \cdot \frac{25^2}{640} = 349\text{ кг}.$$



Фиг. 133.

Поэтому мы можем в дальнейшем при исследовании влияния возвращающего усилия одноосных тележек на давление бегунковой оси на рельс не учитывать влияния скорости движения электровоза.

Максимальное допустимое отношение $\frac{Y_0}{P}$ определяется условием безопасности в отношении схода с рельсов и зависит от коэффициента трения набегающих колес в опорных точках, а именно: как выше указывалось, по формуле Марье критическое отношение $\frac{Y_0}{P}$ равно:

$$\frac{Y_0}{P} = \frac{\operatorname{tg} \gamma - f}{1 + f \operatorname{tg} \gamma}.$$

Поскольку коэффициент трения f , входящий в приведенную формулу, неизвестен, мы зададимся величиной $\frac{Y_0}{P}$, равной $1,07 \div 1,18$ при угле $\gamma = 60^\circ$ и $\frac{Y_0}{P} = 1,64 \div 1,48$ при $\gamma = 70^\circ$, т. е. величинами, имеющими место обычно в эксплуатации локомотивов.

Зависимость Y_0 от возвращающей силы тележки может быть представлена в виде

$$Y_0 = 2P_0f + F_0.$$

Определим F_{max} , исходя из указанной выше величины $\frac{Y_0}{P}$ с учетом силы трения бегунковой оси, которое увеличивает боковое давление на рельсах, вызванное действием возвращающей силы F , т. е.

$$F_{max} = Y_0 - 2P_0f.$$

Расчеты производим для различной величины $2P_0$ — нагрузки на бегунковую ось. Результаты подсчетов приведены в табл. 24

Таблица 24

Возвращающие усилия одноосных тележек

f	γ	$2 P_0$	13	14	15	16
0,20	70°	$Y_{0max} = 1,48 P_0$	9,6	10,3	11,1	11,8
		$2 P_0 f$	2,6	2,8	3,0	3,2
		$F_{max} = Y_0 - 2 P_0 f$	7,0	7,5	8,1	8,6
0,25	70°	$Y_{0max} = 1,64 P_0$	10,5	11,30	12,15	12,95
		$2 P_0 f$	3,25	3,50	3,75	4,0
		$F_{max} = Y_0 - 2 P_0 f$	7,25	7,80	8,40	8,95
0,20	60°	$Y_{0max} = 1,18 P_0$	7,68	8,25	8,85	9,45
		$2 P_0 f$	2,60	2,80	3,00	3,20
		$F_{max} = Y_0 - 2 P_0 f$	5,08	5,45	5,85	6,25
0,25	60°	$Y_{0max} = 1,07 P_0$	6,95	7,50	8,05	8,55
		$2 P_0 f$	3,25	3,50	3,75	4,00
		$F_{max} = Y_0 - 2 P_0 f$	3,70	4,00	4,30	4,55

Из этой таблицы мы видим, что при угле наклона гребня бандажа в 70° (стандартный бандаж СССР) возвращающее усилие одноосной тележки может быть допущено без опасности схода с рельса в 7—8,6 т соответственно для нагрузок на бегунковую ось 13—16 т; при угле наклона гребней бандажа в 60° (германский профиль) допустимая возвращающая сила тележки составит 3,70—4,55 т.

б) Двухосные тележки

На двухосную тележку при движении в кривой действуют следующие внешние силы (фиг. 134): P_1f ; P_1' ; P_2f ; P_2' — силы трения в опорных точках колес; C — центробежная сила, каковую принимаем приложенной к середине тележки; F — возвращающее усилие тележки на шкворне; Y_1 и Y_2 — реакции внешнего рельса на внешние колеса передней и задней бегунковых осей.

Определим соотношение между силами Y_1 и F при различных установках двухосных тележек.

Уравнение проекций внешних сил на вертикальную ось в общем виде будет:

$$Y_1 + Y_2 - C - \sum 2P_i f \cos \alpha_i - F = 0 \quad (257)$$

и уравнение моментов тех же сил относительно точки поворота тележки имеет вид:

$$Y_1 y_1 - Y_2 y_2 - Cc - \sum \frac{2P_i f y_i l}{\cos \alpha_i} - F\xi = 0, \quad (258)$$

где y_1 , y_2 , c и ξ — расстояния до точки поворота бегунковой тележки сил Y_1 , Y_2 , C , F и α — угол с горизонталью луча, проведенного из точки поворота тележки в опорную точку колеса.

При установке тележки по хорде и при нахождении шкворня и центра тяжести посередине $c = 0$ и $\xi = 0$; таким образом имеем:

$$\sum 2P_i f \cos \alpha_i = 0.$$

Для этого случая уравнения (257) и (258) дают:

$$Y_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{y_1} \sum \frac{2P_i f y_i l}{\cos \alpha_i} + C + F \right] \quad (259)$$

и

$$Y_2 = \frac{1}{2} \left[C + F - \frac{1}{y_1} \sum \frac{2P_i f y_i l}{\cos \alpha_i} \right]. \quad (260)$$

Не трудно видеть, что $Y_2 = 0$, когда

$$C + F = \frac{1}{y_1} \sum \frac{2P_i f y_i l}{\cos \alpha_i},$$

или

$$C + F = \frac{4Pf}{\cos \alpha}. \quad (261)$$

Подставляя в формулу (261) различные значения P и f , мы найдем наименьшие величины $(C + F)$, при которых возможна установка тележек по хорде при различной базе l и нагрузке тележечных осей $2P$. Расчеты произведены при коэффициенте трения колес в опорных точках $f = 0,20$ и $f = 0,25$.

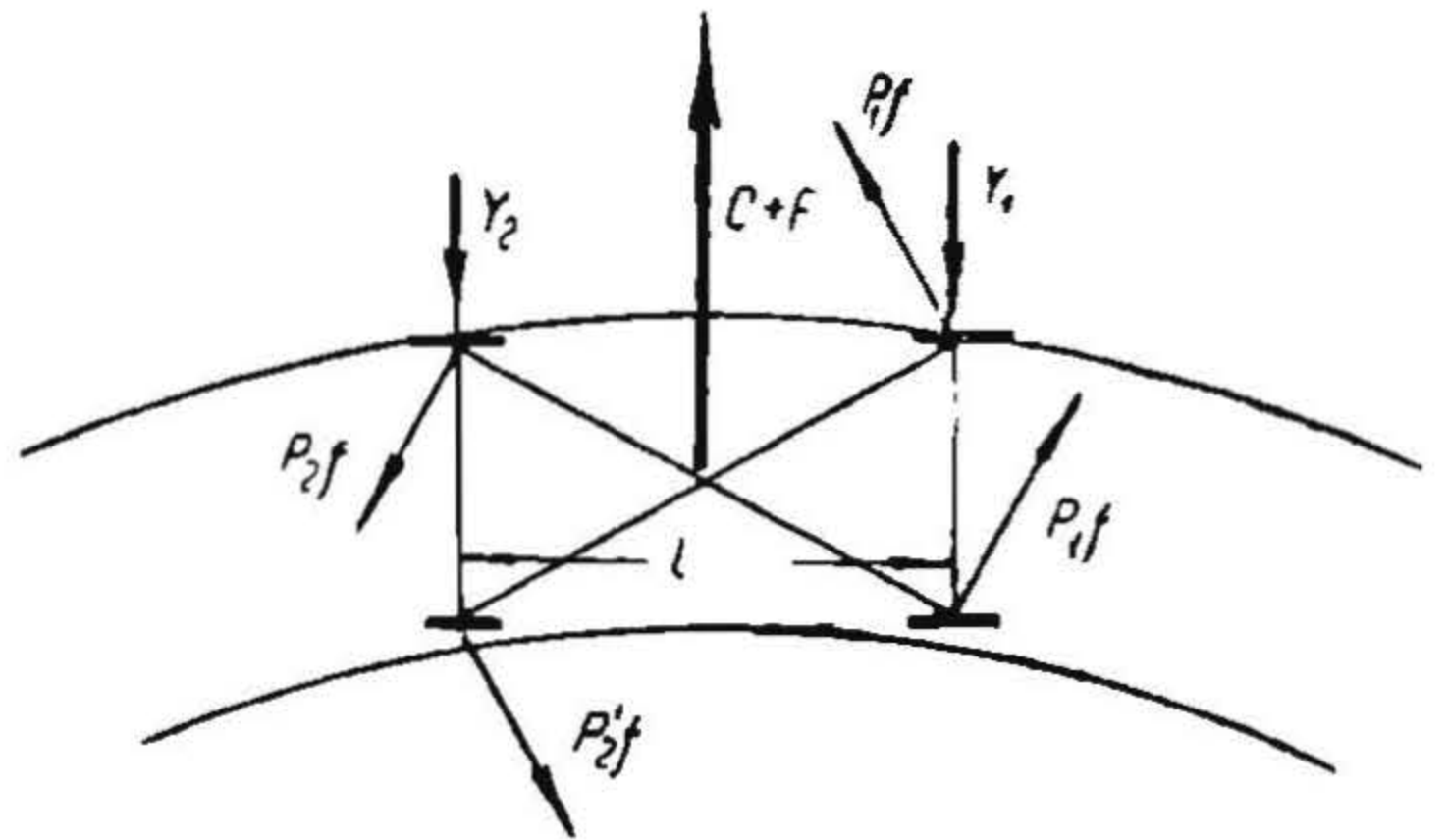
Результаты подсчетов даны на табл. 25.

Там же приведены максимальные величины Y_{max} для соответствующих нагрузок на колеса из расчета

$$\frac{Y_1}{P} = 1,48 \text{ и } 1,64 \text{ для } \gamma = 70^\circ \text{ и } \frac{Y_1}{P} = 1,07 \text{ и } 1,18 \text{ для } \gamma = 60^\circ.$$

Приведенная таблица показывает, что установка двухосной тележки по хорде возможна только при большой возвращающей силе F или большой центробежной силе C , т. е. при больших скоростях.

Сравнение полученных величин $(F + C) = Y_1$ для частного случая ($Y_2 = 0$) с максимальной величиной Y_{max} показывает, что при бандажах, имеющих $\gamma = 70^\circ$ при коэффициенте трения $f = 0,20$, установка тележки по хорде возможна при большой базе только при величине $(C + F)$ порядка $6,5 \div 8,0 \text{ т}$, а при малой базе тележки ($l = 1,8 \text{ м}$) — при $(F + C) = 7 \div 8,5 \text{ т}$, в зависимости от нагрузки на бегунки; при этом боковое давление на рельс Y_1 не превышает максимальные, обычно имеющие место на практике.



Фиг. 134.

Величины $(F + C) = Y_1$ и Y_{1max} при установке двухосной тележки по хорде

f	l	2 P			
		13	14	15	16
0,20	1,8	6,93	7,52	8,0	8,50
	2,0	6,75	7,27	7,80	8,30
	2,2	6,42	6,91	7,40	7,90
	Y_{1max} при $\frac{Y_1}{P}=1,48 (\gamma=70^\circ)$	9,6	10,30	11,1	11,8
	$\frac{Y_1}{P}=1,07 (\gamma=60^\circ)$	6,95	7,50	8,05	8,55
0,25	1,8	8,67	9,3	10,0	10,7
	2,0	8,4	9,1	9,6	10,4
	2,2	8,02	8,64	9,26	9,87
	Y_{1max} при $\frac{Y_1}{P}=1,64 (\gamma=70^\circ)$	10,5	11,5	12,15	12,95
	$\frac{Y_1}{P}=1,18 (\gamma=60^\circ)$	8,76	8,25	8,85	9,45

В случае же бандажей с углом наклона гребней, равным 60°, для установки тележки по хорде величина $(F + C)$ получается столь большой, что вызываемое ею давление направляющего колеса на рельс Y_1 уже превышает максимальные, наблюдаемые на практике.

Рассмотрим теперь установку двухосной тележки, когда задняя ее ось устанавливается радиально.

Для этого случая основные уравнения внешних сил тележки напишутся в виде:

$$Y_1 = (C + F) + 2Pf \cos \alpha \tag{262}$$

и

$$Y_1 l = \frac{(C + F) l}{2} + \frac{2Pfl}{\cos \alpha} + 2Pfs, \tag{263}$$

где s — расстояние между опорными точками колес.

Из этих двух уравнений получаем величину $(F + C)$ в зависимости от базы тележки l и нагрузок на колесо P , при которых будем иметь такое положение тележки, когда задняя ось будет устанавливаться радиально:

$$(F + C) = 4Pf \left(\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{s}{2l} - \cos \alpha \right). \tag{264}$$

Результаты подсчетов по этой формуле приведены на табл. 26.

Соответствующее этим величинам $(F + C)$ боковое усилие набегающего колеса найдем по формуле (262):

$$Y_1 = C + F + 2Pf \cos \alpha.$$

Результаты подсчетов по этой формуле приведены на табл. 27 также для коэффициентов трения $f = 0,20$ и $f = 0,25$ в случае тележек с базой $l = 1,8$ м, $l = 2,0$ м и $l = 2,2$ м.

Из табл. 26 и 27 следует, что двухосные тележки занимают положение, соответствующее радиальной установке задней оси, только при небольших значениях $(F + C)$; при этом соответственно и боковое усилие набегающего внешнего колеса первой оси получается меньше, чем при установке тележки по хорде, что имеет место при больших величинах $(F + C)$:

Величина $(F + C)$ при радиальной установке задней оси двухосной тележки

f	l	$2 P_o$			
		13	14	15	16
0,20	1,8	3,24	3,47	3,72	3,97
	2,0	2,86	3,08	3,30	3,52
	2,2	2,50	2,69	2,88	3,07
0,25	1,8	4,03	4,34	4,65	4,96
	2,0	3,57	3,85	4,12	4,40
	2,2	3,12	3,36	3,60	3,84

Таблица 27

 Y_1 —усилие набегавшей оси двухосной тележки для случая радиальной установки задней оси

F	l	$2 P_o$			
		13	14	15	16
0,20	1,8	5,59	6,02	6,45	6,80
	2,0	5,28	5,68	6,09	6,43
	2,2	4,95	5,33	5,70	6,08
	Y_{max} при $\frac{Y_1}{P}=1,48$ ($\gamma=70^\circ$)	9,60	10,30	11,1	11,80
	Y_{max} при $\frac{Y_1}{P}=1,07$ ($\gamma=60^\circ$)	6,95	7,50	8,05	8,55
0,25	1,8	6,99	7,53	8,06	8,60
	2,0	6,59	7,10	7,61	8,12
	2,2	6,17	6,65	7,12	7,61
	Y_{max} при $\frac{Y_1}{P}=1,64$ ($\gamma=70^\circ$)	10,50	11,30	12,15	12,95
	Y_{max} при $\frac{Y_1}{P}=1,18$ ($\gamma=60^\circ$)	7,68	8,25	8,25	9,45

Таблица 28

Максимальные величины $(F + C)$ для двухосной тележки при $\gamma=60^\circ$

f	l	$2 P_o$			
		13	14	15	16
При $\frac{Y_1}{P}=1,18$	1,8	8,43	8,93	9,70	10,40
	2,0	8,61	9,23	9,90	10,60
	2,2	8,94	9,59	10,30	11,0
При $\frac{Y_1}{P}=1,07$	1,8	5,28	5,7	6,10	6,40
	2,0	5,50	5,9	6,50	6,70
	2,2	5,70	6,36	6,84	7,23

В заключение найдем для двухосной тележки величину $(F + C)_{max}$ из условия, что усилие Y_1 внешнего направляющего колеса не превосходит:

$Y_1 = Y_{max} = kP$, где величина k нами назначалась равной 1,48—1,64 при $\gamma = 70^\circ$ и $k = 1,07—1,18$ при $\gamma = 60^\circ$.

В случае установки двухосной тележки по хорде (положение при большой скорости) мы имеем:

$$Y_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{y_1} \sum \frac{2Pfy}{\cos \alpha} + C + F \right].$$

Таким образом мы получим:

$$(F + C)_{max} = 2kP - \frac{1}{y_1} \sum \frac{2Pfy}{\cos \alpha}. \tag{265}$$

Результаты подсчетов приведены в табл. 28 для угла гребня бандажа $\gamma = 60^\circ$, а в табл. 29 для $\gamma = 70^\circ$.

На табл. 30 даны возвращающие усилия тележек, принятые в различных странах.

Таблица 29

Максимальные величины $(F + C)$ двухосной тележки при $\gamma = 70^\circ$

F	l	2 P ₀			
		13	14	15	16
При $\frac{Y_1}{P} = 1,64$	1,8	14,07	15,03	16,4	17,4
	2,0	14,25	15,33	16,6	17,6
	2,2	14,58	15,70	17,0	18,0
При $\frac{Y_1}{P} = 1,48$	1,8	10,62	11,3	12,2	12,9
	2,0	10,8	11,5	12,6	13,2
	2,2	11,0	12,0	12,94	13,7

Таблица 30

Возвращающие усилия тележек

Название дорог	Тип возвращающего механизма	Начальная возвращающая сила	Изменение ее при отклонении тележки
Японские ж. д.	Сектора	5 000 кг (33% от веса, передаваемого на тележку)	Постоянна
Baltimore—Ohio	Люлька на 2 ножах	—	Увеличивается
Norfolk—Western	Люлька и сектор	—	Увеличивается или постоянна
Канадские ж. д.	Сектора	40% от передаваемого веса	Постоянна
Нью-Йорк-Центр. ж. д.	Люлька на 2 ножах	40% от передаваемого веса	Увеличивается
Пенсильванская ж. д.	То же	33% »	То же
Иллинойская ж. д.	Сектора	33% »	Постоянна
Германские ж. д.: электровоз серии «E06»	—	1 000 кг	До 6 400 кг
» «E16»	—	1 200 »	» 1 650 »
» «E17»	—	2 160 »	» 2 375 »
» «E18»	—	1 755 »	» 2 590 »
» «E21»	—	1 750 »	» 3 500 »
Французские ж. д. { PLM-262EA { «PO-E 601»	Наклонная плоскость То же	3 130 » От 4 000 кг » 2 700 »	Постоянна До 7 400 кг » 3 700 »
Итальянские ж. д. { «E332» { «E482»	Люлька	» 1 800 »	2 800÷3 000 кг

§ 25. Исследование движения задних бегунковых тележек

а) Одноосная тележка

В том случае, когда задняя бегунковая ось набегает на внешний рельс, могут иметь место три случая, а именно: 1) ось может устанавливаться радиально; 2) радиус, параллельный оси, располагается впереди оси—ось стремится сбегать с внешнего рельса, и 3) параллельный оси радиус располагается позади оси—ось стремится набегать на внешний рельс.

То или иное положение задней бегунковой оси зависит от радиуса кривой R , длины водила l_0 и от установки главного экипажа, т. е. расстояния точки поворота Ω до передней движущей направляющей оси. На фиг. 135 показано положение электровоза в кривой, когда его главный экипаж занимает некоторое среднее положение, не касаясь задними движущими осями внутреннего рельса; если при этом расстояние перпендикулярного радиуса до шкворня тележки равно длине ее, задняя ось устанавливается радиально. Мы имеем из треугольников AOB и BOC (O —центр кривой на рисунке не показан) соотношение:

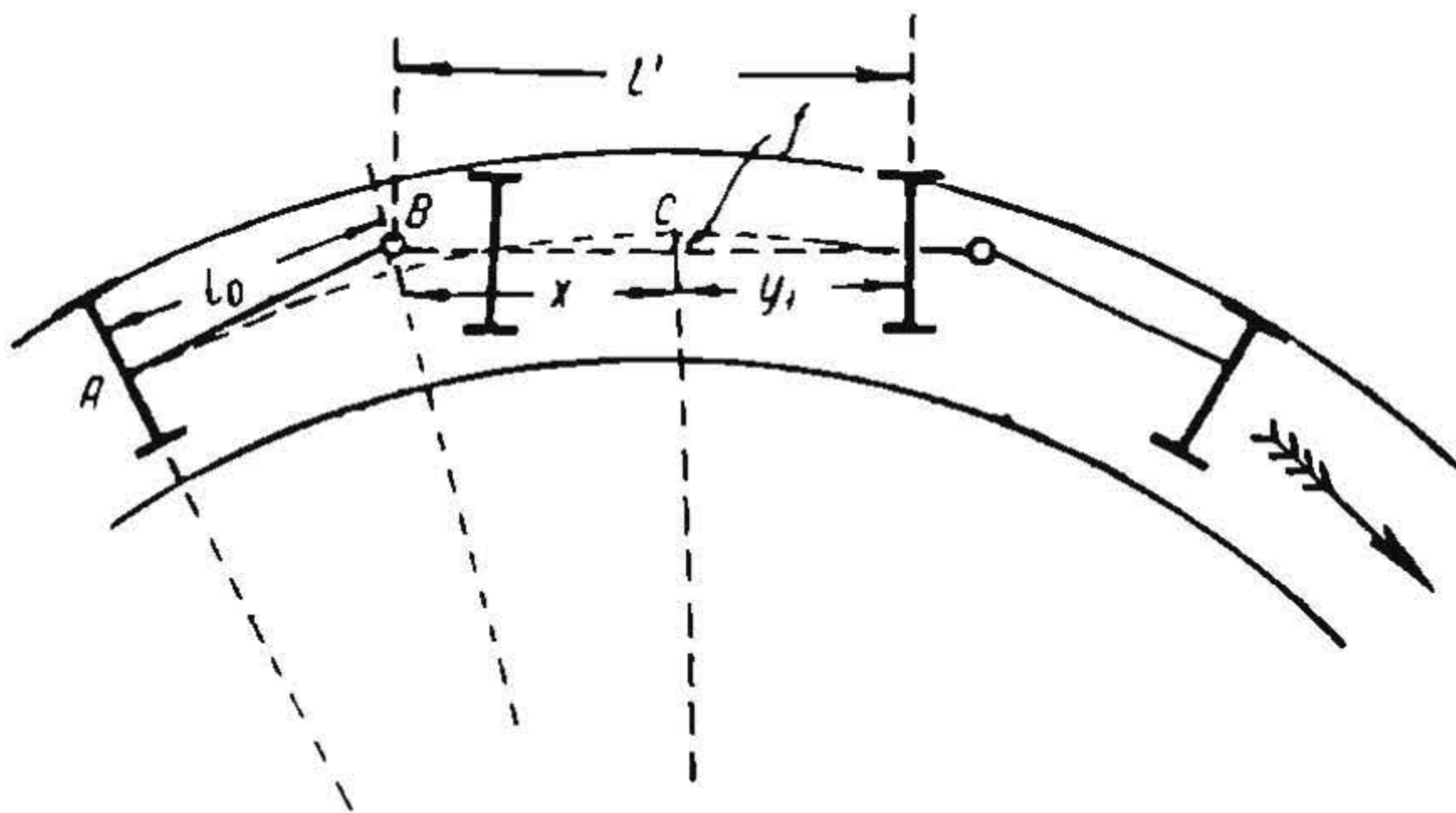
$$OB^2 = AO^2 + AB^2 = OC^2 + BC^2,$$

или, заменяя $AO = R$; $AB = l_0$; $BC = x$ и $OC = OC' - CC' = R - f$, получим:

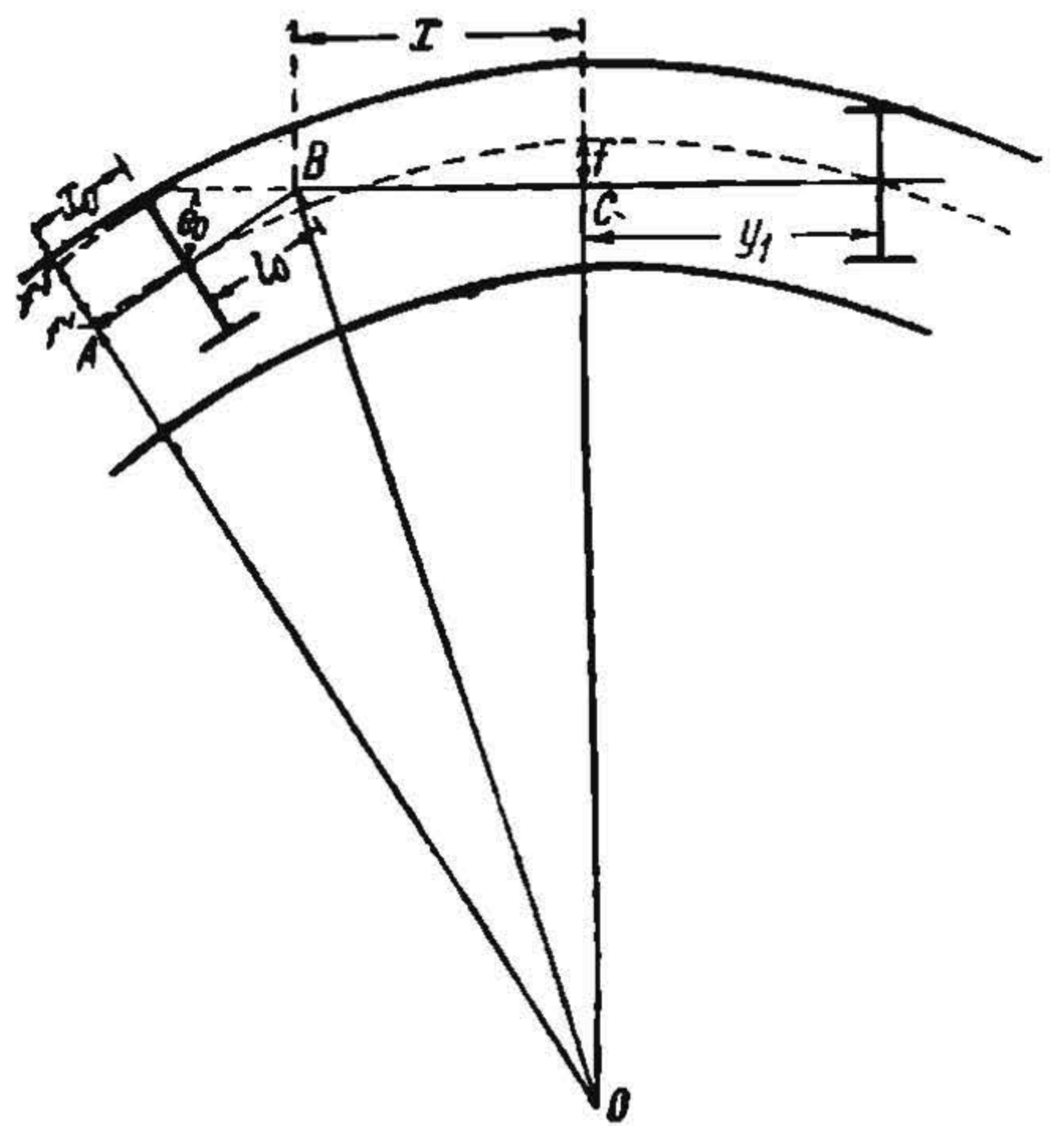
$$R^2 + l_0^2 = (R - f)^2 + x^2$$

или

$$l_0^2 = x^2 + f^2 - 2Rf. \quad (266)$$



Фиг. 135.



Фиг. 136.

Отсюда, пренебрегая малой величиной f^2 и заменяя $f = \frac{y_1^2}{2R}$, найдем соотношение между R , l_0 и x для радиальной установки задней бегунковой оси в виде:

$$l_0^2 = x^2 - y_1^2 = L'^2 - 2y_1L', \quad (267)$$

где L' —расстояние передней движущей оси до шкворня задней тележки.

Определим расстояние оси тележки до радиуса, параллельного задней бегунковой оси, в том случае, когда ось не устанавливается радиально (фиг. 136), а, располагаясь впереди параллельного ей радиуса, набегает на внешний рельс.

Как и в предыдущем случае, мы имеем основное уравнение:

$$OB^2 = AO^2 + AB^2 = OC^2 + BC^2$$

или

$$(R - f')^2 + (l_0 + x_0)^2 = x^2 + (R - f)^2$$

или, пренебрегая малой величиной f'^2 и f^2 , получим:

$$-2Rf' + l_0^2 + x_0^2 + 2l_0x_0 = x^2 - 2Rf.$$

Подставляя далее

$$f' = \frac{x_0^2}{2R} \text{ и } f = \frac{y_1^2}{2R},$$

получим:

$$l_0^2 + 2l_0x_0 = x^2 - y_1^2,$$

откуда

$$x_0 = \frac{x^2 - y_1^2 - l_0^2}{2l_0} = \frac{-2L'y_1 - L'^2 - l_0^2}{2l_0}. \quad (268)$$

Примечание. Отрицательная величина x_0 в формуле (268) укажет на то, что радиус, параллельный оси, располагается впереди самой оси, т. е. ось будет иметь стремления сползть с внешнего рельса внутрь кривой.

Полагая в этой формуле для случая радиальной установки оси $x_0 = 0$, получим:

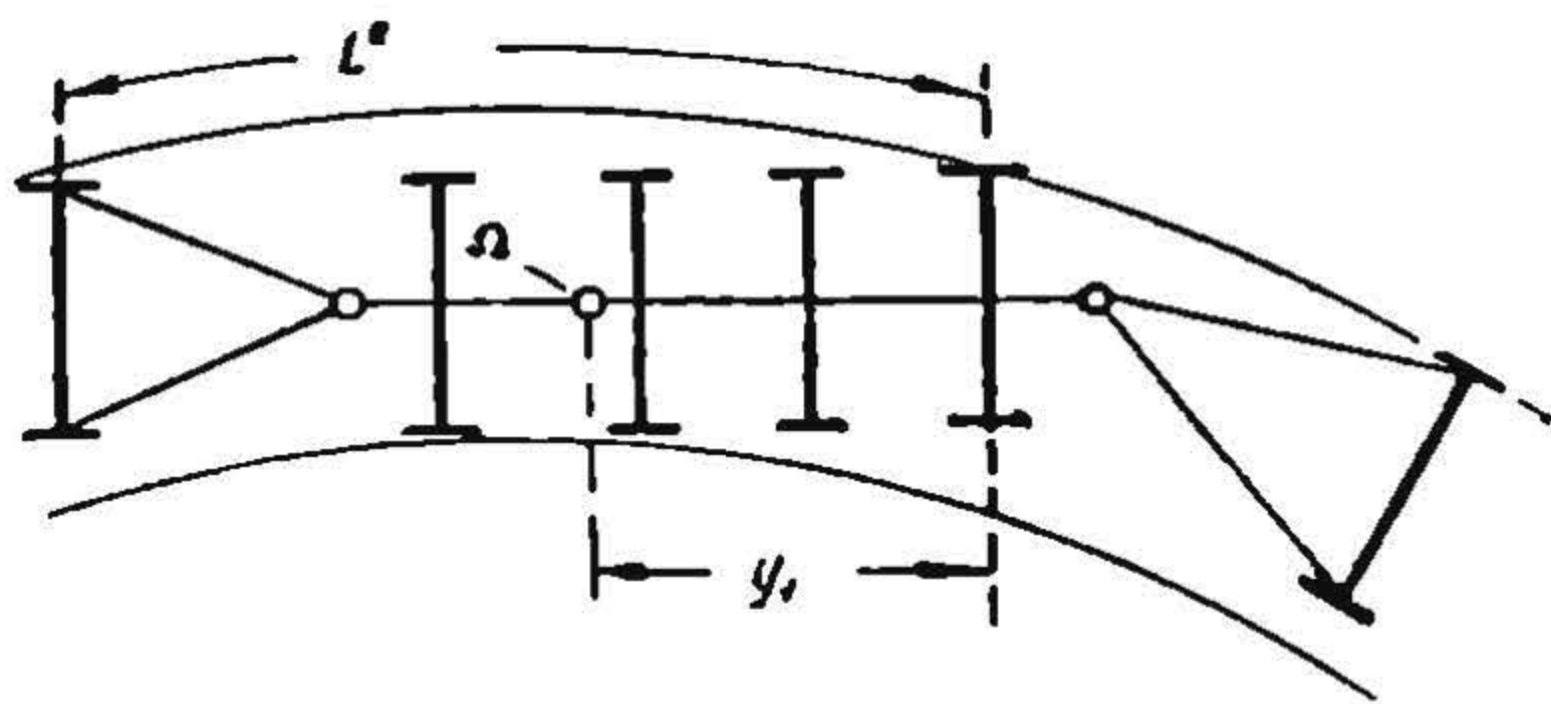
$$l_0^2 = x^2 - y_1^2$$

или

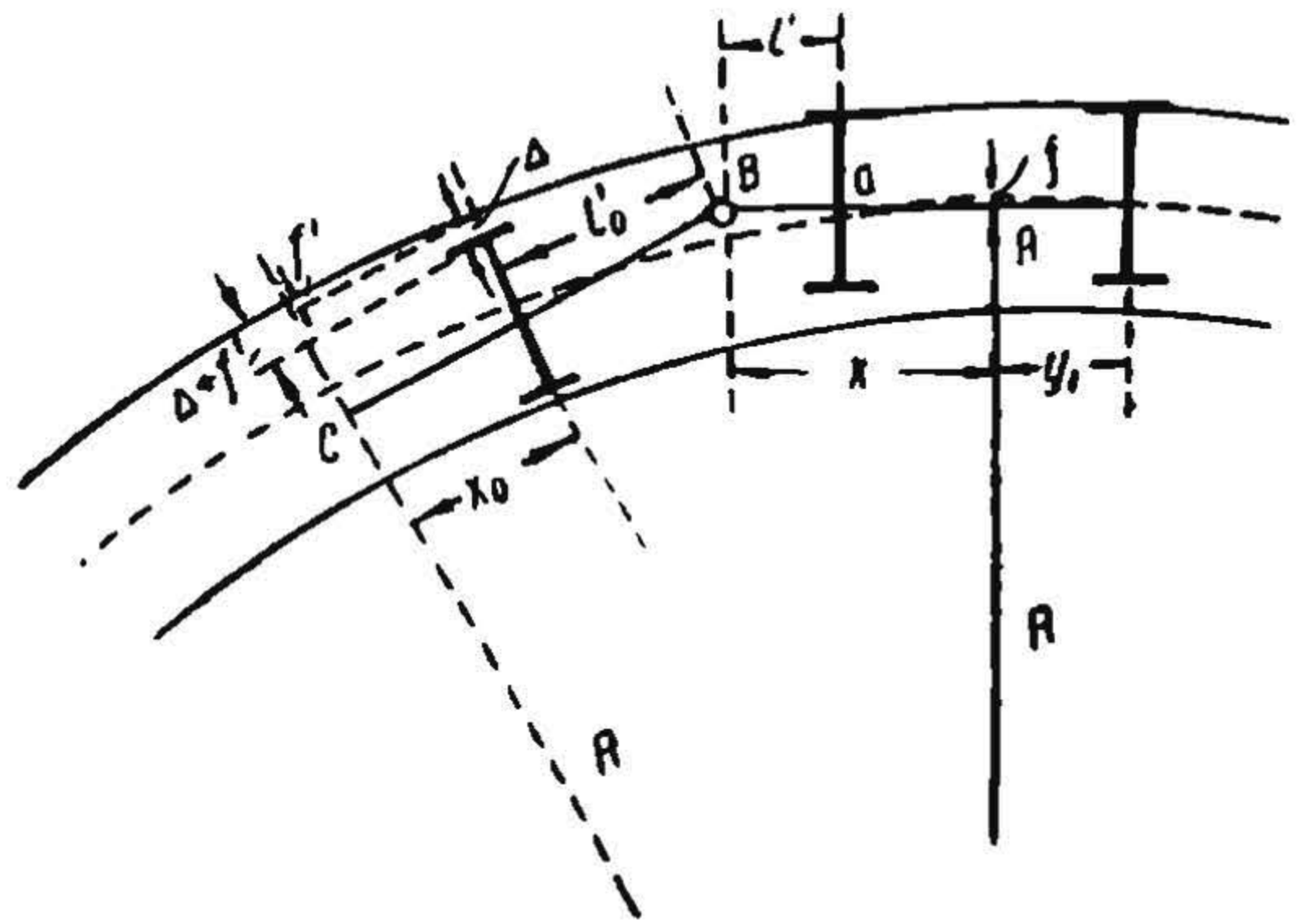
$$l_0^2 = L'^2 - 2L'y_1 \text{ [см. формулу (267)]}.$$

Боковое отклонение тележки e_0 найдем как разность между стрелой полу хорды $(x + l_0)$ и стрелой полухорды y_1 , т. е.

$$e_0 = \frac{(x + l_0)^2}{2R} - \frac{y_1^2}{2R}, \quad (269)$$



Фиг. 137.



Фиг. 138.

или, подставляя вместо x равную ей величину $L' - y_1$, получим:

$$e_0 = \frac{(L' - y_1 + l_0)^2}{2R} - \frac{y_1^2}{2R}.$$

Определим, при каком положении главного экипажа будет иметь место совпадение продольной оси электровоза с серединой одноосной бегунковой тележки, т. е. отклонение задней бегунковой тележки, равное нулю. Обозначим расстояние точки поворота главного экипажа до первой движущей оси (фиг. 137), являющейся направляющей осью, поперечно через y_1 и расстояние между задней бегунковой осью и первой движущей—через L'' ; не трудно видеть, что совпадение середины задней бегунковой оси с продольной осью электровоза будет иметь место при $y_1 = \frac{L''}{2}$. При $y_1 < \frac{L''}{2}$ задняя тележка будет отклоняться по отношению к продольной оси главного экипажа внутрь кривой, и следовательно возвращающая сила будет стремиться увлечь тележку наружу кривой. При $y_1 > \frac{L''}{2}$ будет иметь место смещение тележки по отношению к продольной оси экипажа наружу кривой, и возвращающая сила будет стремиться увлечь тележку внутрь кривой.

Наибольший возможный перекося бегунковой задней тележки будет иметь место при установке главного экипажа по хорде или, точнее, при набегании задней оси главного экипажа на внешний рельс и отклонении бегунковой оси к внутреннему рельсу. Это положение изображено на фиг. 138.

В качестве примера исследуем движение одноосной задней бегунковой тележки с нагрузкой на колесо $P = 6 \text{ т}$ и водилом длиной $l_0 = 2 \text{ м}$. Пусть расстояние шкворня задней тележки до ближайшей движущей оси $l' = 0,5 \text{ м}$ и жесткая база главного экипажа $L = 7 \text{ м}$ (фиг. 140).

Радиальная установка задней бегунковой оси будет иметь место при такой установке главного экипажа, когда точка поворота его от первой движущей оси будет находиться на расстоянии y_1 , определяемом уравнением:

$$l_0^2 = L'^2 - 2y_1L', \quad (278)$$

что при $l_0 = 2 \text{ м}$; $L' = L + l' = 7 + 0,5 = 7,5 \text{ м}$ дает:

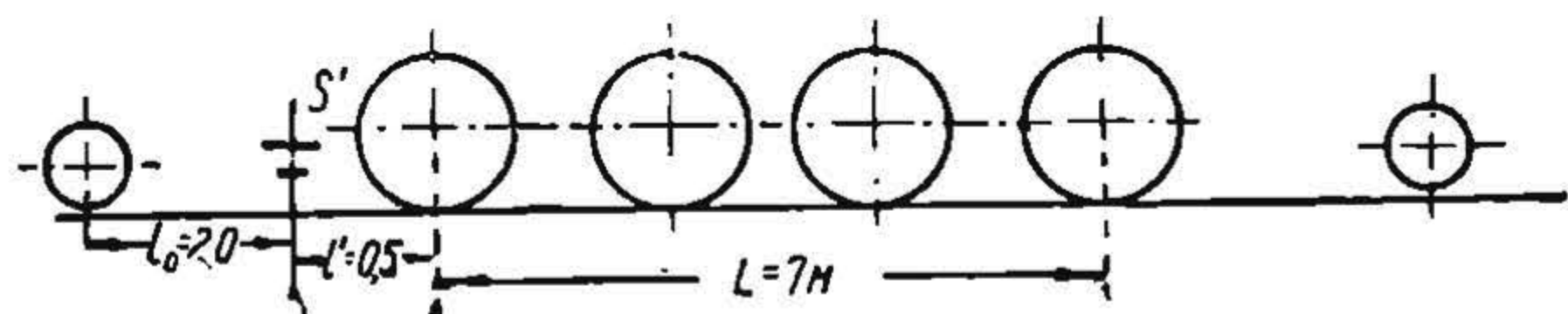
$$2^2 = 7,5^2 - 2y_1 \cdot 7,5,$$

откуда

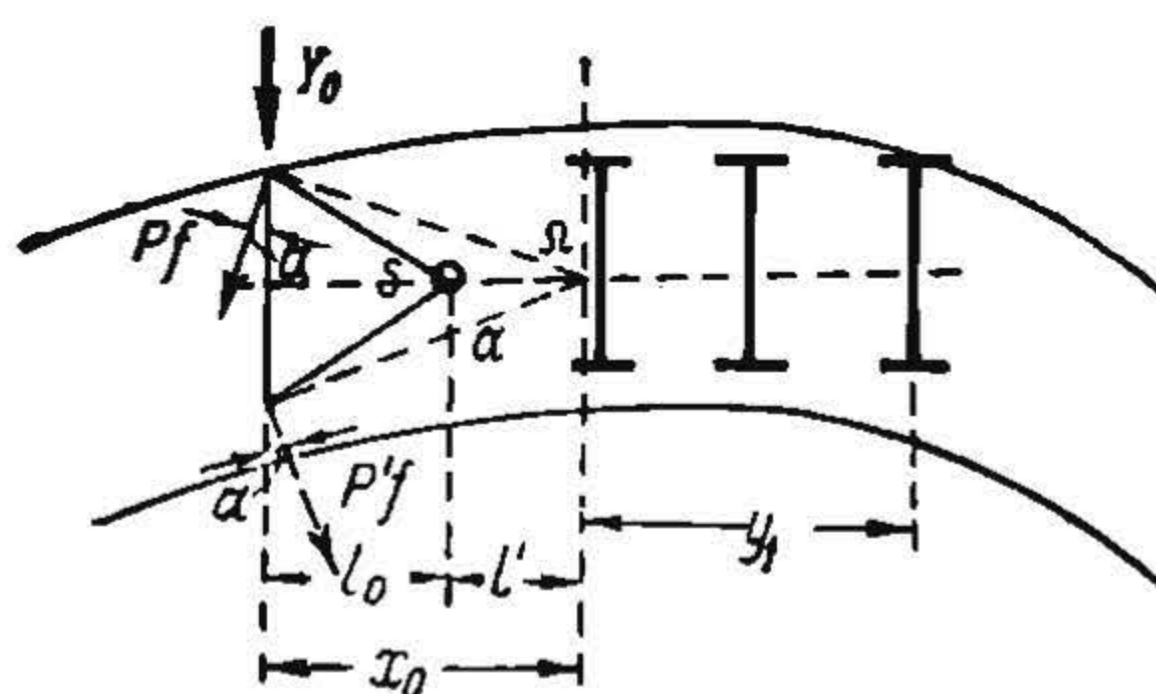
$$y_1 = 3,5 \text{ м}.$$

Таким образом, при принятых нами размерах длины тележки и базы главного экипажа радиальная установка задней бегунковой оси возможна только при установке главного экипажа по хорде. В этом случае $x_0 = 0$, $\alpha = 90^\circ$ и $Y_0 = 0$, т. е. задняя бегунковая ось набегаёт на внешний рельс, не производя на него бокового давления; т. о.

$$F + C = 2Pf \left(\frac{s}{l_0} \sin \alpha - \cos \alpha \right) = 2 \cdot 6 \cdot 0,20 \cdot \frac{0,8}{2} = 0,96 \text{ т}.$$



Фиг. 140.



Фиг. 141.

Полученный результат показывает, что набегание задней бегунковой тележки на внешний рельс возможно уже при величине $F = 0,96 - C$ (тонн).

Так как центробежная сила тележки C не превышает $0,4-0,5 \text{ т}$, то мы видим, что радиальная установка задней тележки возможна уже в том случае, если F будет больше $0,5-0,6 \text{ т}$. Отметим, что отрицательная величина ($-F$) при этой установке невозможна, так как если главный экипаж устанавливается по хорде, то по отношению к нему отклонение тележки может иметь место только внутрь кривой, а следовательно экипаж будет толкать тележку наружу кривой. В том случае, когда

$$y_1 = \frac{L + l' + l_0}{2} = \frac{7 + 0,5 + 2}{2} = 4,75 \text{ м},$$

отклонение тележки будет равно нулю, и следовательно возвращающая сила тележки может принимать значение $F = \pm F_0$, где F_0 — начальное возвращающее усилие тележки. Радиус, параллельный задней бегунковой оси, будет проходить на расстоянии $x_0 = y_1 = 4,75 \text{ м}$ и впереди задней бегунковой оси.

Найдем, при каких условиях задняя бегунковая ось будет при этом набегать на внешний рельс, не производя на него бокового давления; для этого случая (фиг. 141) мы, беря момент всех сил относительно шкворня и полагая $Y_0 = 0$, получим уравнение:

$$(F + C)l_0 - 2Pf \cos \alpha \cdot l_0 - 2Pfs \sin \alpha = 0;$$

подставляя в него

$$\sin \alpha = \frac{s}{\sqrt{x_0^2 + s^2}} = \frac{0,8}{\sqrt{4,75^2 + 0,8^2}} = 0,166$$

и

$$\cos \alpha = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + s^2}} = \frac{4,75}{\sqrt{4,75^2 + 0,8^2}} = 0,985,$$

получим:

$$F + C = 2Pf \left[\cos \alpha + \frac{s}{l_0} \sin \alpha \right] = 2 \cdot 6 \cdot 0,2 \left[0,985 + \frac{0,8}{2} \cdot 0,166 \right] = 2,52 \text{ м},$$

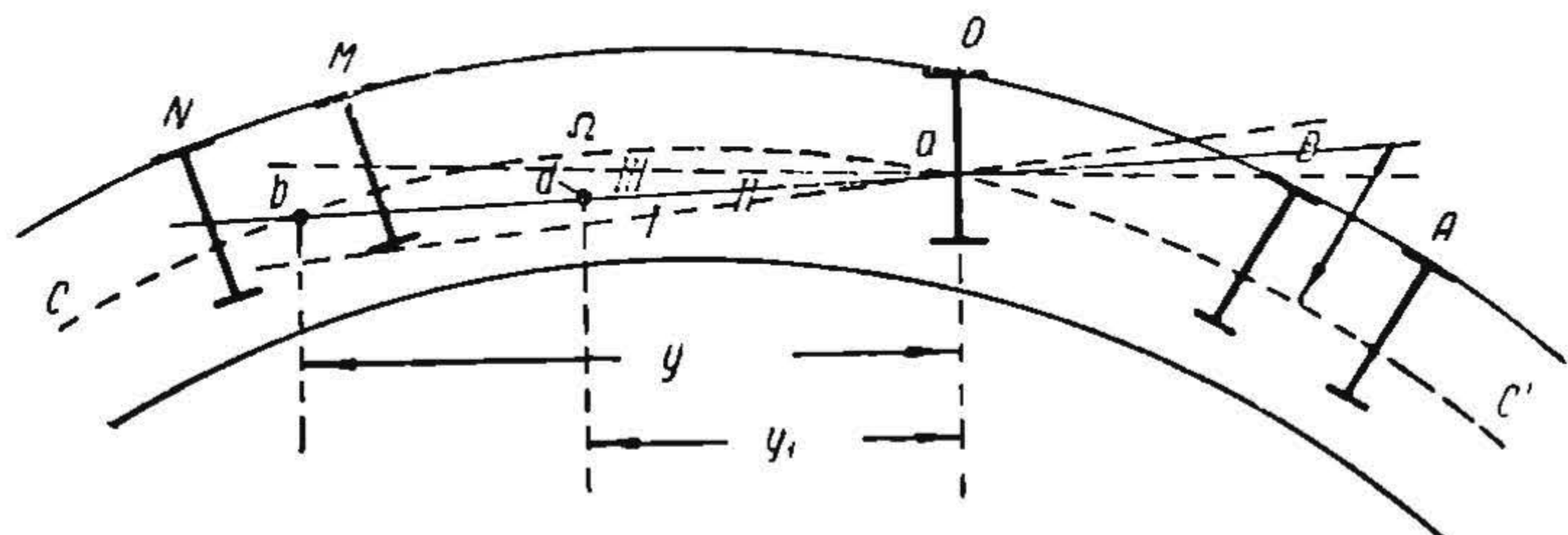
или при $F > 2,52 - C$ задняя тележка будет стремиться набегать на внешний рельс и производить на него некоторое давление; при $F < 2,52 - C$ она будет отходить от внешнего рельса. В этом положении электровоза возвращающая сила F меняется от $+F_0$ до $-F_0$. Не трудно видеть, что отход главного экипажа к внутреннему рельсу вызовет изменение знака F , следовательно F будет отрицательным, и тележка начнет отходить от внешнего рельса.

б) Двухосная тележка

Задняя двухосная тележка, набегая на внешний рельс, может занимать одно из следующих трех положений по отношению к продольной оси главного экипажа:

- 1) шкворень двухосной тележки располагается наружу от продольной оси экипажа (фиг. 142, положение *I* продольной оси электровоза);
- 2) шкворень располагается на продольной оси электровоза (положение *II*) и
- 3) шкворень смещен внутрь кривой по отношению к продольной оси электровоза (положение *III* оси электровоза).

Углы взаимного наклона осей бегунковой тележки относительно движущих осей ничтожны ($1 \div 2^\circ$). Поэтому можно считать, что середины набегających на внешний рельс осей A, B, D, M и N будут лежать на одном и том же расстоянии от внешнего рельса, а следовательно через все пять



Фиг. 142.

точек можно провести дугу CC' . База бегунковой тележки составляет всего 2—2,5 м, и поэтому стрела хорды, соответствующей расстоянию между осями M и N , ничтожна (при $R = 150$ м она составляет всего 3—5 мм); поэтому можно считать с достаточной точностью, что дуга окружности CC' пройдет через шкворень тележки и, таким образом, при положении продольной оси электровоза *II* направляющая длина ad будет равна половине расстояния между первой направляющей осью D и шкворнем задней тележки, т. е. $ad = \frac{ab}{2}$. Если обозначим через y_1 расстояние точки поворота главного экипажа до первой движущей оси и через y расстояние шкворня задней тележки до первой движущей оси, то совпадение шкворня задней тележки с продольной осью экипажа будет иметь место при

$$y_1 = \frac{y}{2} \quad (279)$$

Если главный экипаж электровоза устанавливается таким образом, что $ad > \frac{ab}{2}$, то будет иметь место положение *I*; при $ad < \frac{ab}{2}$ — положение *III*.

В том случае, когда главный экипаж занимает по отношению к тележке положение *III*, возвращающая сила будет стремиться прижимать тележку к внешнему рельсу; задняя бегунковая тележка будет находиться тогда совершенно в тех же условиях, что и передняя бегунковая тележка, и все сказанное в отношении передней тележки будет справедливо и в отношении задней.

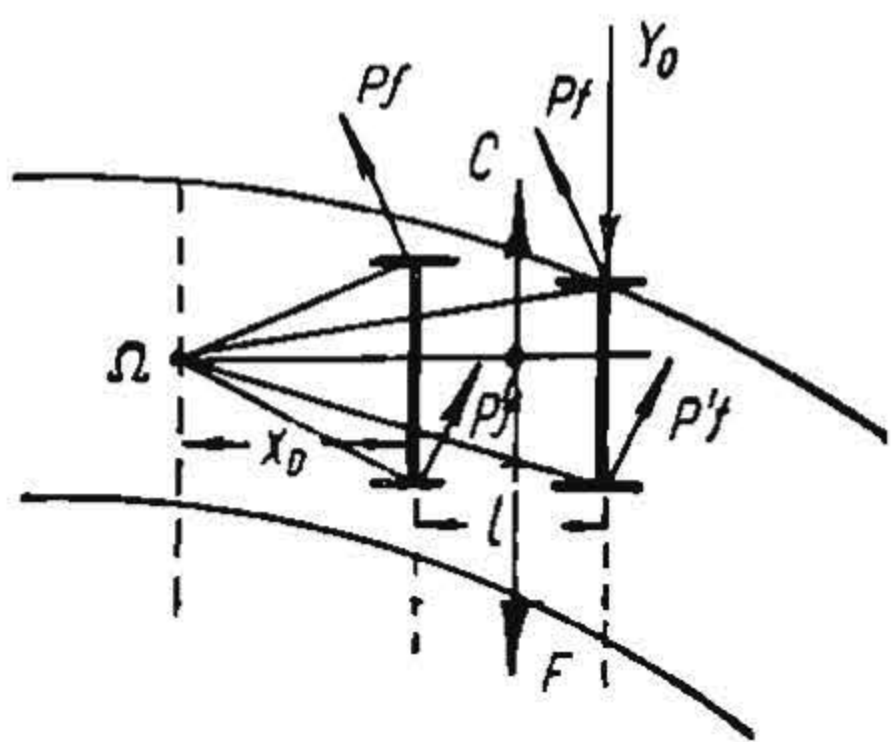
Исследуем движение задней бегунковой двухосной тележки в случае *I*, когда возвращающее усилие направлено по отношению к тележке внутрь кривой. Найдем для этого случая зависимость между направляющим усилием Y_0 передней набегającej тележечной оси и возвращающим усилием F .

Предположим, что тележка установилась с перекосом таким образом, что точка поворота ее отстоит от задней тележечной оси на величину x_0 (фиг. 143). Обозначим расстояние между осями через l . Сила $(F - C)$ действует по направлению внутрь кривой. Уравнения равновесия внешних сил в этом случае напишутся в виде:

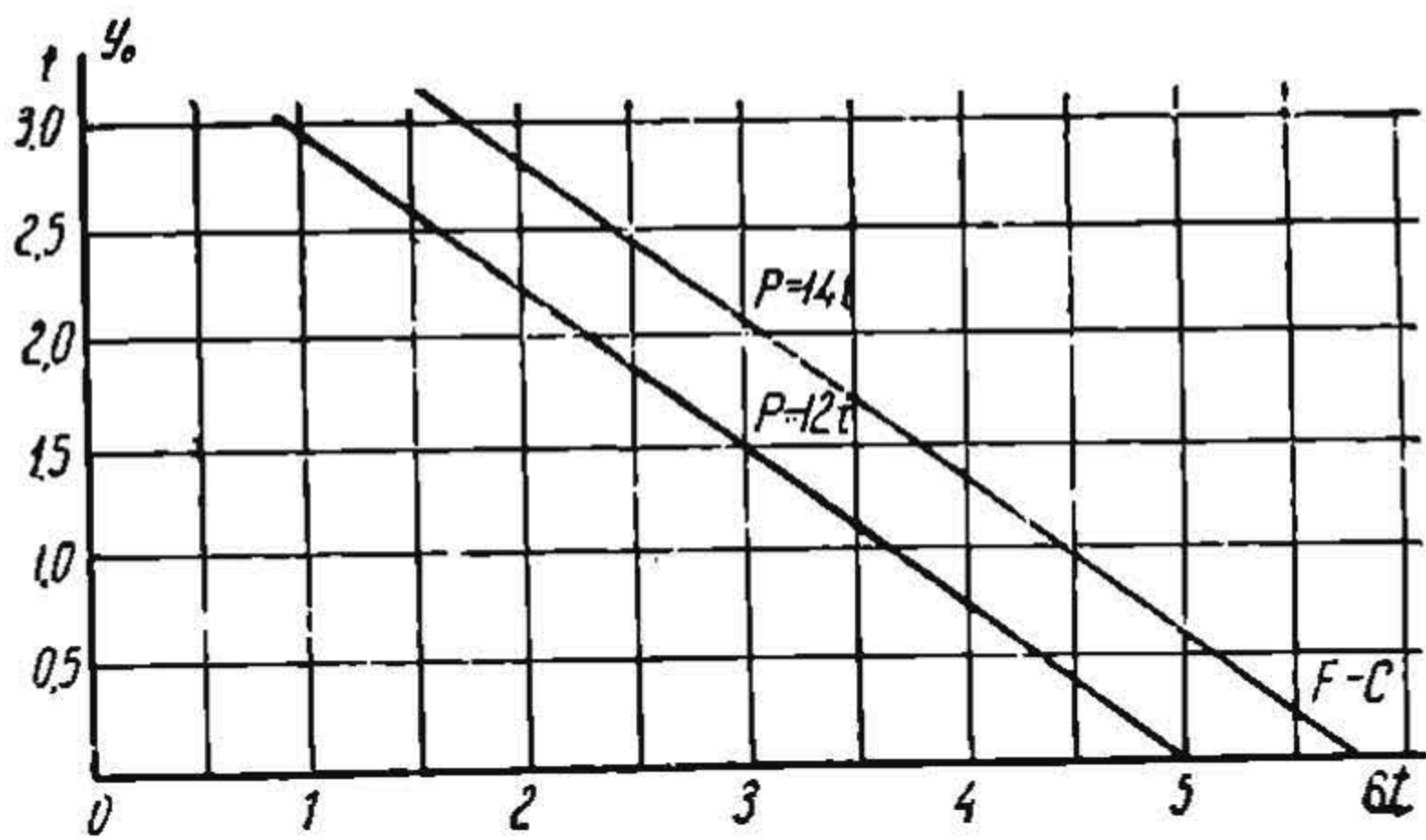
$$Y_0 + (F - C) - \sum P f \cos \alpha_i = 0; \tag{280}$$

$$Y_0 (l + x_0) + (F - C) \left(\frac{l}{2} + x_0 \right) - 2P f \left[\sqrt{x_0^2 + s^2} + \sqrt{(x_0 + l)^2 + s^2} \right] = 0. \tag{281}$$

По указанным формулам подсчитаны величины Y_0 и $(F - C)$, соответствующие различным положениям задней тележки в кривой, т. е. различной величине x_0



Фиг. 143.



Фиг. 144.

Результаты подсчетов приведены на табл. 31 для нагрузки на оси бегунковых тележек $2P = 12$ и 14 т при базе тележки $l = 2\text{ м}$.

Таблица 31

Направляющее усилие Y_0 задней тележки при различной установке ее в зависимости от $(F - C)$

x_0 в м	При нагрузке на оси $2 = P12\text{ т}$		При нагрузке на оси $2P = 14\text{ т}$	
	y_0	$F - C$	y_0	$F - C$
1	2,31	1,85	2,70	2,15
1,5	1,56	2,91	1,81	3,39
2	1,21	3,37	1,39	3,96
3	1,10	3,55	1,28	4,15
5	0,56	4,19	0,61	4,94
—	0	4,96	0	5,75

Кривые зависимости Y_0 от $(F - C)$ для задней тележки в случае возвращающего усилия, действующего внутрь кривой, даны на фиг. 144.

Из фиг. 144 видно, что Y_0 оказывается равным нулю при $(F - C) = 5\text{ т}$ при нагрузке на бегунковые оси $2P = 12\text{ т}$ или при $(F - C) = 5,75\text{ т}$ при $2P = 14\text{ т}$. Дальнейшее возрастание величины $(F - C)$ даст отрицательную величину Y_0 , т. е. вызовет отход тележки от внешнего рельса.

§ 26. Возвращающие механизмы бегунковых тележек

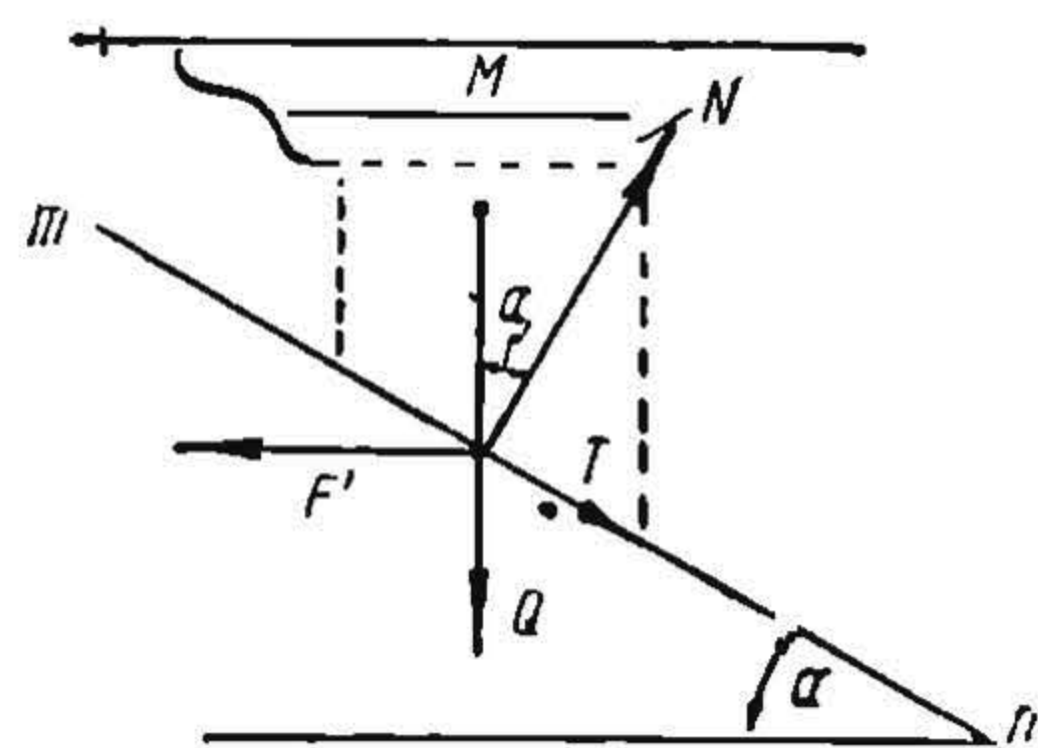
В качестве возвращающих механизмов бегунковых тележек получили распространение: а) наклонные плоскости, б) рессоры, в) люлечное подвешивание, г) треугольные опоры и д) секторные опоры.

а) Возвращающие механизмы с наклонными плоскостями

Характерной особенностью этого возвращающего механизма является постоянная величина возвращающей силы независимо от отклонения тележки.

Пусть (фиг. 145) наклонная плоскость mn лежит на тележке и на нее давит скользящий M с силой Q , передавая нагрузку от основной рамы электровоза. В случае двухосных тележек или одноосных тележек с внутренними рамами наклонные плоскости со скользящим располагаются посередине между колесами. У бегунковых осей Адамса или одноосных тележек с внешними рамами приходится каждый возвращающий механизм с наклонной плоскостью располагать над буксой. Однако характер работы возвращающего механизма в обоих случаях одинаков, и выведенные ниже формулы применимы для обоих случаев.

Рассмотрим условия равновесия скользящего в тот момент, когда тележка отклоняется внутрь кривой. На чертеже это соответствует перемещению плоскости mn вправо. На наклонную плоскость передаются указанная выше сила Q и сила F' , с которой главная рама тележки сопротивляется боковому перемещению переднего конца электровоза. С другой стороны, тележка давит на скользящий с силой N , направленной перпендикулярно наклонной плоскости; кроме того благодаря перемещению скользящего по наклонной плоскости появляется сила трения T , направленная в сторону, противоположную движению скользящего по отношению к тележке. Обозначим угол наклона плоскостей соскальзывания через α . Проектируя все поперечные силы на вертикальное и горизонтальное направления, получим:



Фиг. 145.

$$\left. \begin{aligned} Q &= N \cos \alpha - T \sin \alpha; \\ F' &= N \sin \alpha + T \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (282)$$

В обоих уравнениях заменяем $T = Nf'$, где f' — коэффициент трения в плоскости скольжения; освобождаясь от N , получим:

$$F' = Q \frac{\operatorname{tg} \alpha + f'}{1 - f' \operatorname{tg} \alpha} \quad (283)$$

F' — та сила, с которой главная рама давит на тележку при ее поперечном перемещении и которая определяет собой величину бокового усилия, действующего на внешнее колесо тележки от рельса при перемещении тележки внутрь кривой.

При соскальзывании скользящего вместе с главной рамой вниз по наклонной плоскости образуется возвращающая сила, т. е. та сила, с которой тележка направляет электровоз по кривой.

Диаграмма внешних сил для этого случая отличается от ранее рассмотренной только знаком силы T ; поэтому величину возвращающей силы F мы напишем по уравнению (283), меняя в нем знак у члена с f' ; таким образом получим:

$$F = Q \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha - f'}{1 + f' \operatorname{tg} \alpha} \quad (284)$$

В выполненных тележках $\operatorname{tg} \alpha$ берут равным 0,20÷0,33; тогда при хорошо смазанных плоскостях, когда $f' = 0,07$, возвращающая сила тележки найдется равной:

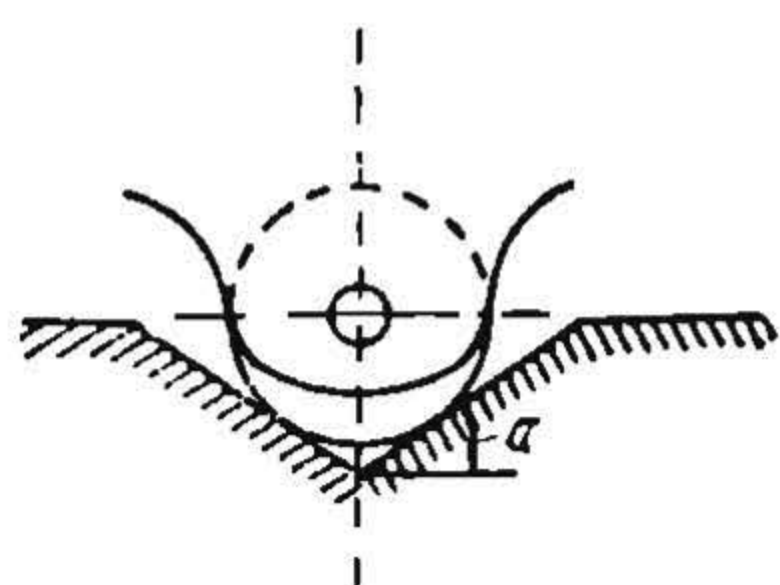
$$F = 0,128Q \div 0,255Q.$$

Силу же давления главной рамы на тележку по формуле (283) для тех же углов наклона α и коэффициента трения $f' = 0,07$ мы найдем:

$$F' = 0,272Q \div 0,410Q.$$

Если плоскости соскальзывания окажутся не смазанными, т. е. коэффициент трения поднимется например вдвое (до 0,14), то возвращающая сила упадет уже до $F = 0,06Q \div 0,183Q$, а давление главной рамы на тележку возрастает до $F' = 0,349Q \div 0,494Q$. Из сопоставления полученных величин: возвращающей силы F , используемой для направления экипажа, и давления F' главной рамы на тележку, определяющего величину бокового усилия бегунковых осей, мы видим их значительную разницу даже при низшем коэффициенте трения $f' = 0,07$, соответствующем хорошей смазке поверхности скольжения; при неудовлетворительной же смазке (при коэффициенте трения $f' = 0,14$) при высокой величине давлений главной рамы на тележку, вызывающей недопустимое боковое усилие у бегунковой оси, мы имеем совершенно недостаточной величины возвращающее усилие для направления экипажа.

В этом заключается основной недостаток возвращающих механизмов с наклонными плоскостями. Однако при оценке достоинств того или иного типа возвращающего механизма следует учитывать еще одно обстоятельство, имею-



Фиг. 146.

щее немаловажное значение для спокойного хода электро-воза,—это поглощение энергии, развивающейся при вилянии.

В этом отношении преимущество имеют, вообще говоря, такие возвращающие механизмы, которые одновременно при отклонении развивают достаточно большое трение: тогда энергия виляния, затраченная на преодоление трения возвращающего механизма, является поглощенной энергией и неспособной в дальнейшем участвовать в вилянии, в отличие например от энергии, затраченной на сжатие пружинного механизма, так как последний, стремясь вер-

нуть свое первоначальное положение, в последующий момент вызовет перемещение экипажа в противоположном направлении и энергия сжатого пружинного механизма снова перейдет в энергию виляния.

Однако то обстоятельство, что сопротивление боковому перемещению тележки зависит в сильной степени от состояния наклонных плоскостей (смазки их) и поэтому не дает уверенности в сохранении проектных величин возвращающих усилий в эксплуатации, сильно ограничивает применение этого типа возвращающего механизма и привело к модификации его в виде наклонных плоскостей с катками (фиг. 146).

В этом случае трение скольжения заменяется трением качения, имеющим значительно меньшую величину; таким образом, состояние поверхности наклонной плоскости уже оказывает мало влияния на возвращающее усилие механизма, и практически для определения усилий F и F' можно пользоваться следующей формулой:

$$F = F' = Q \operatorname{tg} \alpha, \quad (285)$$

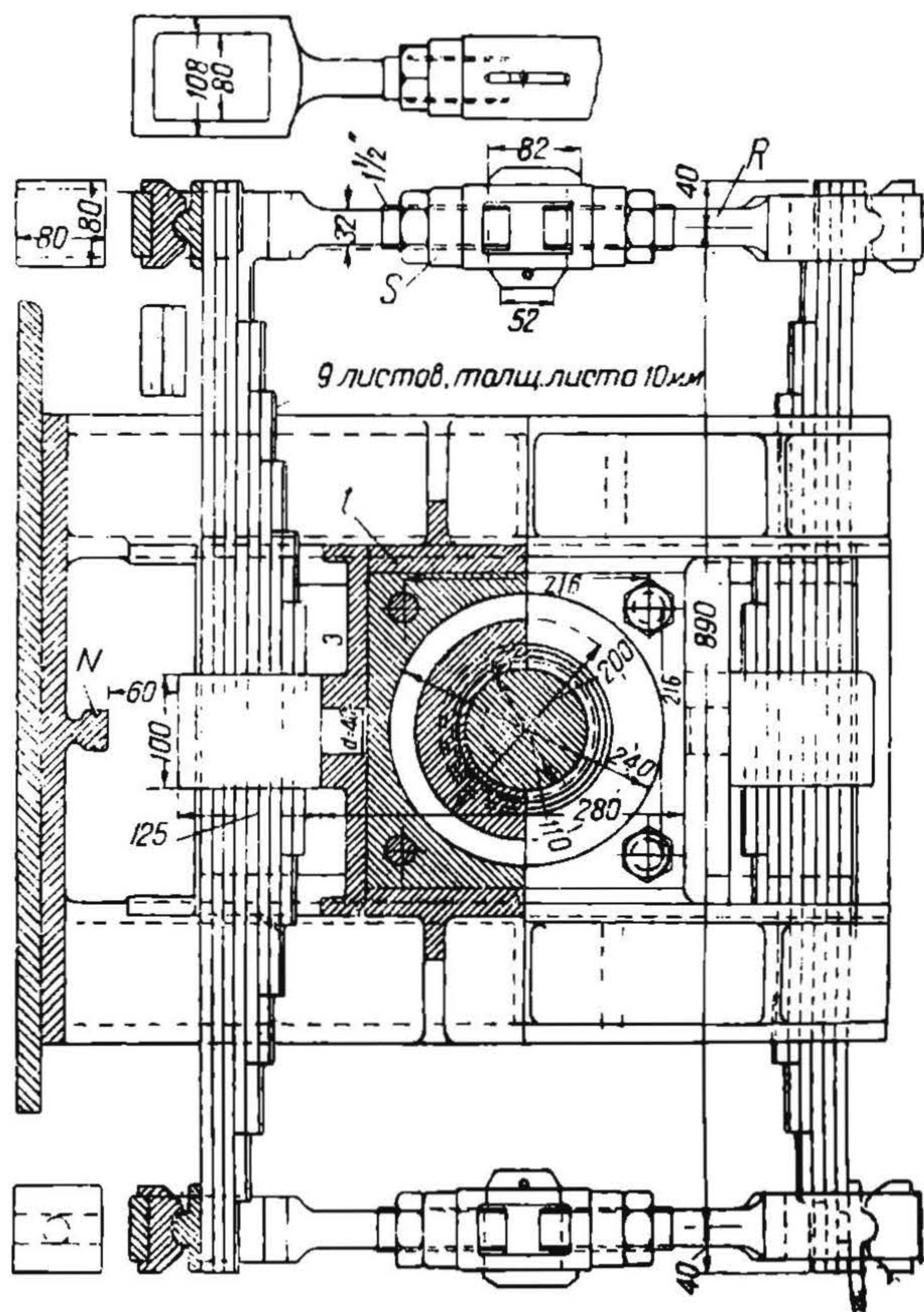
где α — угол наклонных плоскостей. Эта формула получается из формул (283) и (284), полагая в них коэффициент трения $f' = 0$.

б) Возвращающий механизм, работающий при помощи рессор

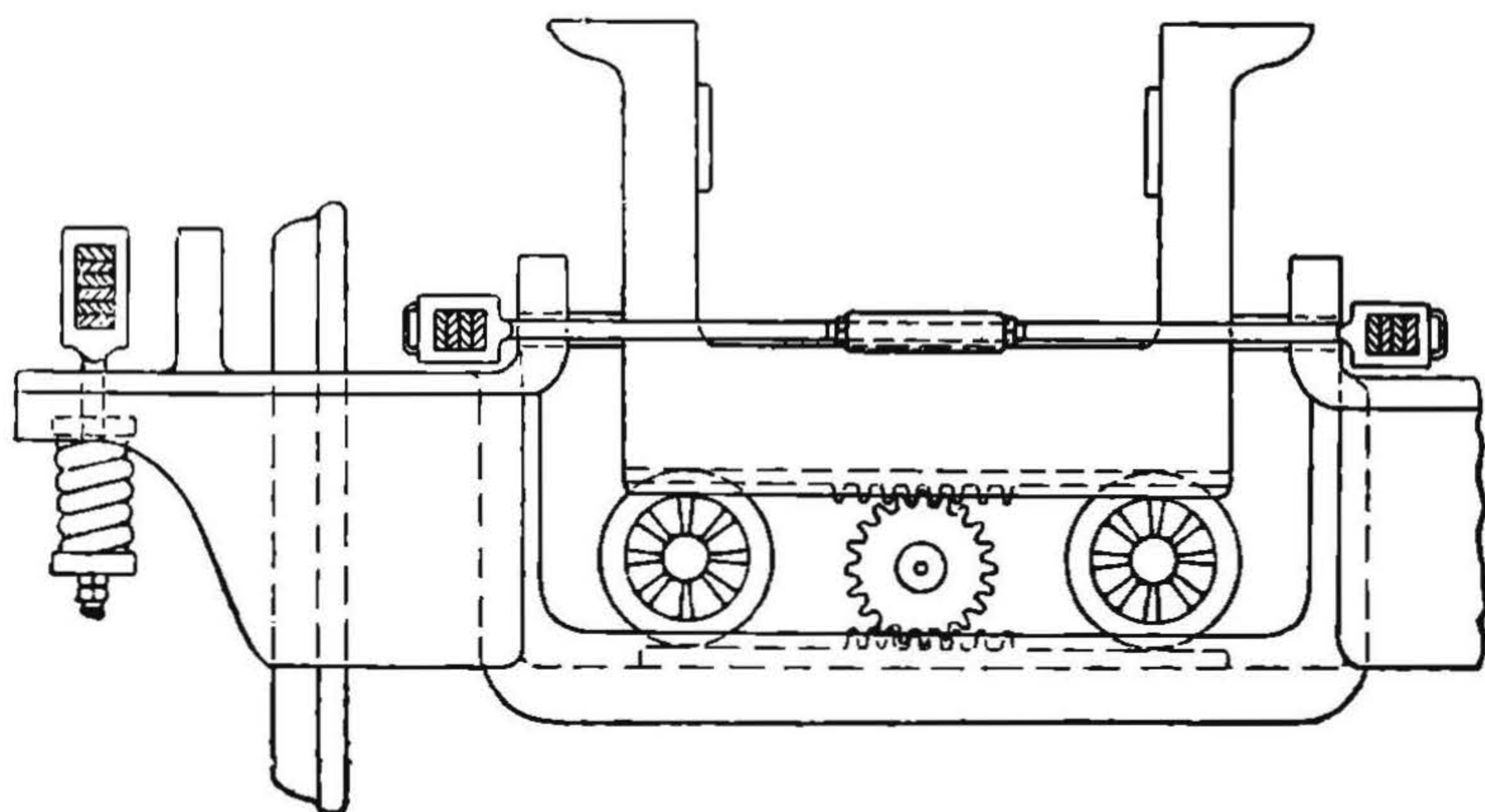
Идея этого механизма заключается в том, что шкворень, соединяющий основной экипаж электровоза с тележкой, имеет возможность перемещаться поперек бегунковой тележки и устанавливается рессорным механизмом в среднем положении. Рессорный механизм, состоящий из двух рессор, связанных тяжами R , устанавливается таким образом (фиг. 147), что при отклонении шкворня в одну сторону происходит сжатие соответствующей рессоры, другая же рессора упирается в точку t и не оказывает уже влияния на установку шкворня. Это позволяет полностью использовать возвращающее действие одной рессоры, парализуя действие другой рессоры, направленное в противоположную сторону. Соединение концов обеих рессор имеет и то преимущество, что при просадке одной из рессор все же работают обе рессоры.

Следует отметить, что при рессорном возвращающем механизме нагрузка на двухосную тележку может передаваться или центрально или через боковые

опоры; при этом при поперечном перемещении тележки появляется трение в опорных плоскостях, при чем, как и в случае наклонных плоскостей, это трение уменьшает возвращающую силу, получаемую от работы рессорного механизма, и в то же время увеличивает то боковое усилие, которое приходится преодолевать внешнему рельсу при поперечном отклонении тележки при входе в кривую. Поскольку коэффициент трения, в особенности в первый момент—при начале отклонения тележки, т. е. при переходе из состояния покоя в движение, достигает значительно большей величины, чем при движении,—тележки с рессорным возвращающим механизмом (равно, как и тележки с наклонными плоскостями) проявляют большое сопротивление своему поперечному отклонению при входе в кривую. Как это сопротивление, так и полезная возвращающая сила, равная усилию, даваемому рессорами (за вычетом трения), будет зависеть от состояния трущихся поверхностей. Чтобы ослабить этот недостаток, в Америке стали применять вместе с рессорным возвращающим механизмом катковые опоры для передачи вертикального давления на тележку; примером такой тележки может служить бегунковая тележка электровоза 1С+С1 жел. дор. Паулиста, схематически изображенная на фиг. 148. Вертикальная нагрузка от главной рамы передается на каретку, расположенную на катках, при чем для удержания этих катков на определенном взаимном расстоянии они связаны между собою и с кареткой зубчатой рейкой. В качестве возвращающего механизма служат рессоры. Рессорам дается достаточно высокое начальное нажатие с тем, чтобы предотвратить виляние тележки; однако при достаточно большом поперечном отклонении тележки (120—130 мм) необходимо, чтобы возвращающая сила не возрастала до



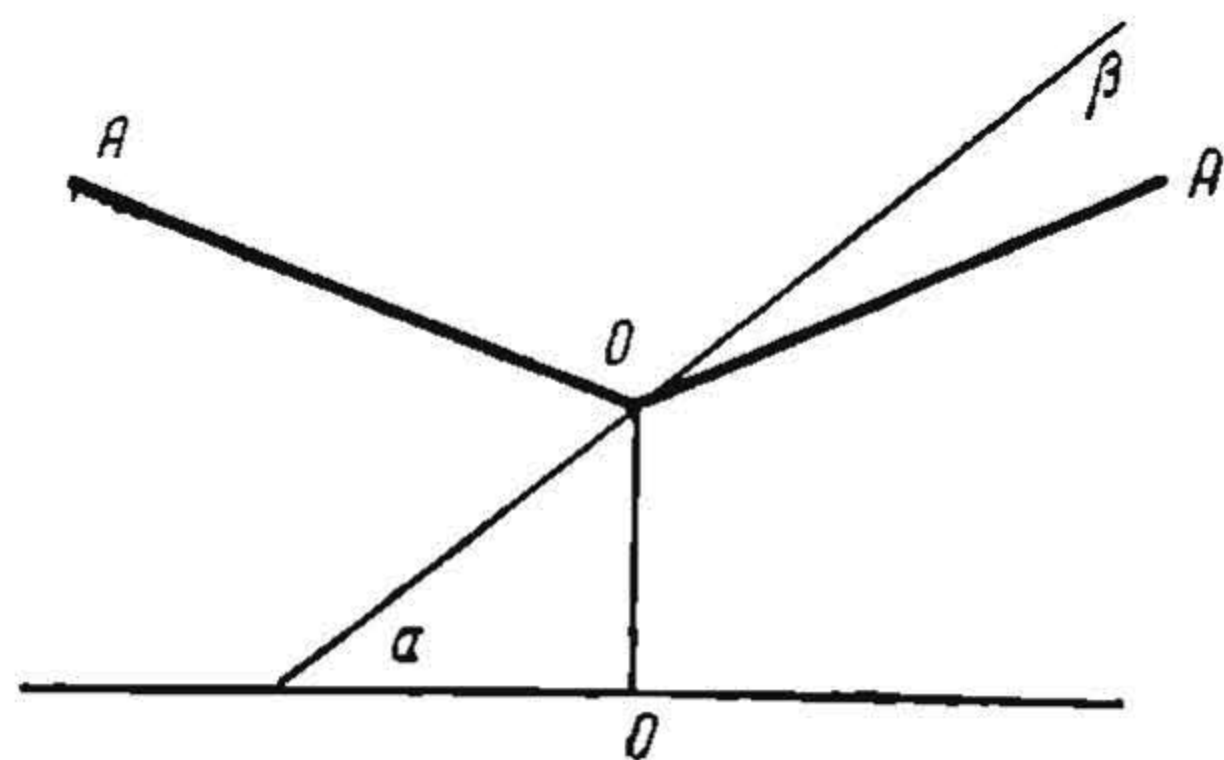
Фиг. 147.



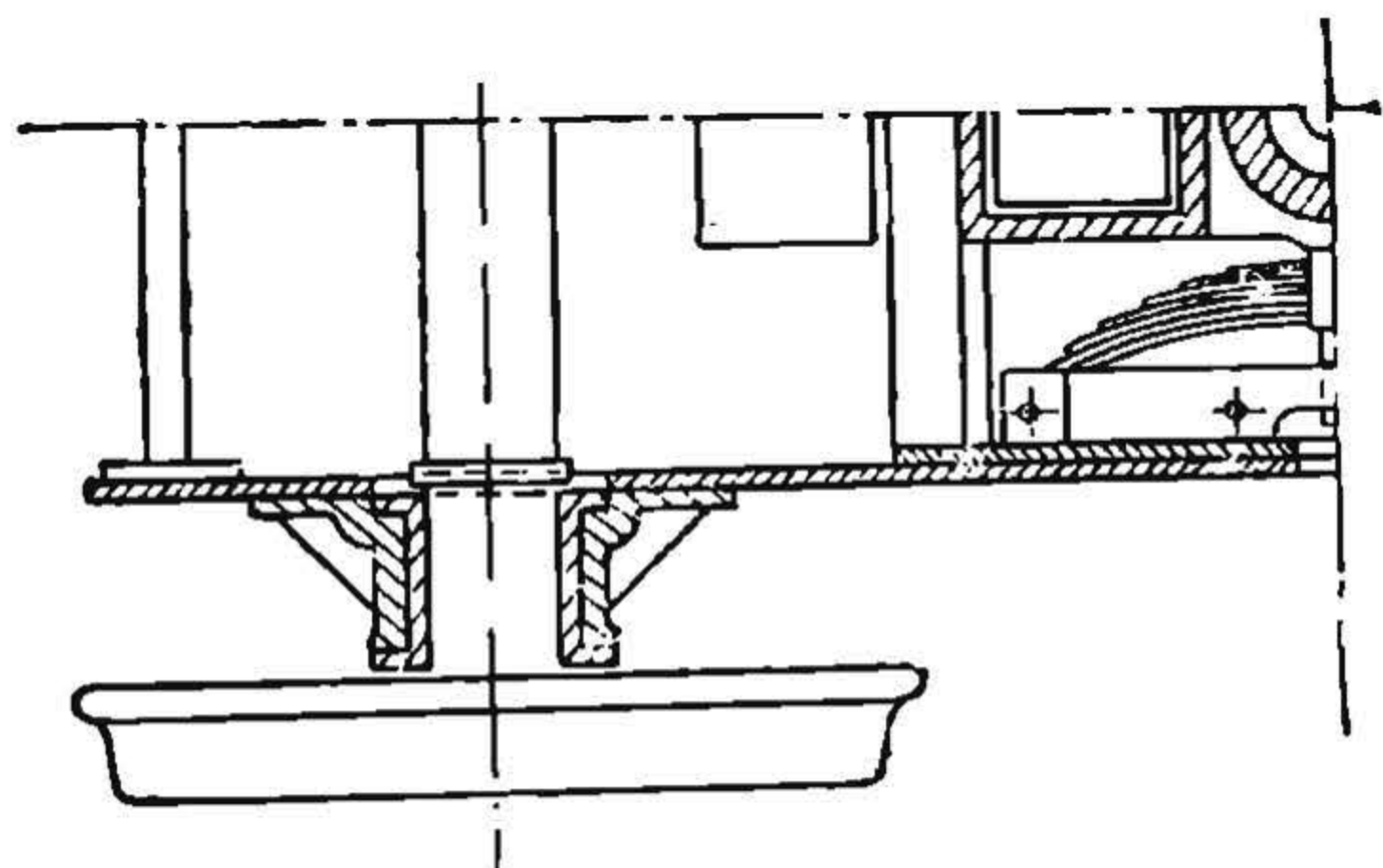
Фиг. 148.

пределов, опасных в отношении схода с рельсов; поэтому рессоры выбираются с достаточно малым коэффициентом жесткости [50—80 кг/мм]. Такой рессоре дается начальное натяжение около 2000 кг, что соответствует

стреле прогиба $25 \div 40$ мм. При отклонении шкворня тележки усилие от соответствующей рессоры передается через тяжи S концам другой рессоры, т. е. общий коэффициент жесткости их будет равен половине жесткости одной рессоры (при поперечном перемещении на 100 мм получим добавочное усилие возвращающего механизма, равное $3000-4000$ кг). Диаграмма возвращающих усилий показана на фиг. 149 в виде прямых $O'A$ и $A'O'$, при чем OO' —начальное возвращающее усилие и $\alpha\beta$ —характеристика одной рессоры; так как прогиб рессор суммируется и общий коэффициент жесткости равен половине жесткости каждой рессоры, то изменение возвращающего усилия идет по $O'A$, в два раза более пологой, чем $\alpha\beta$.



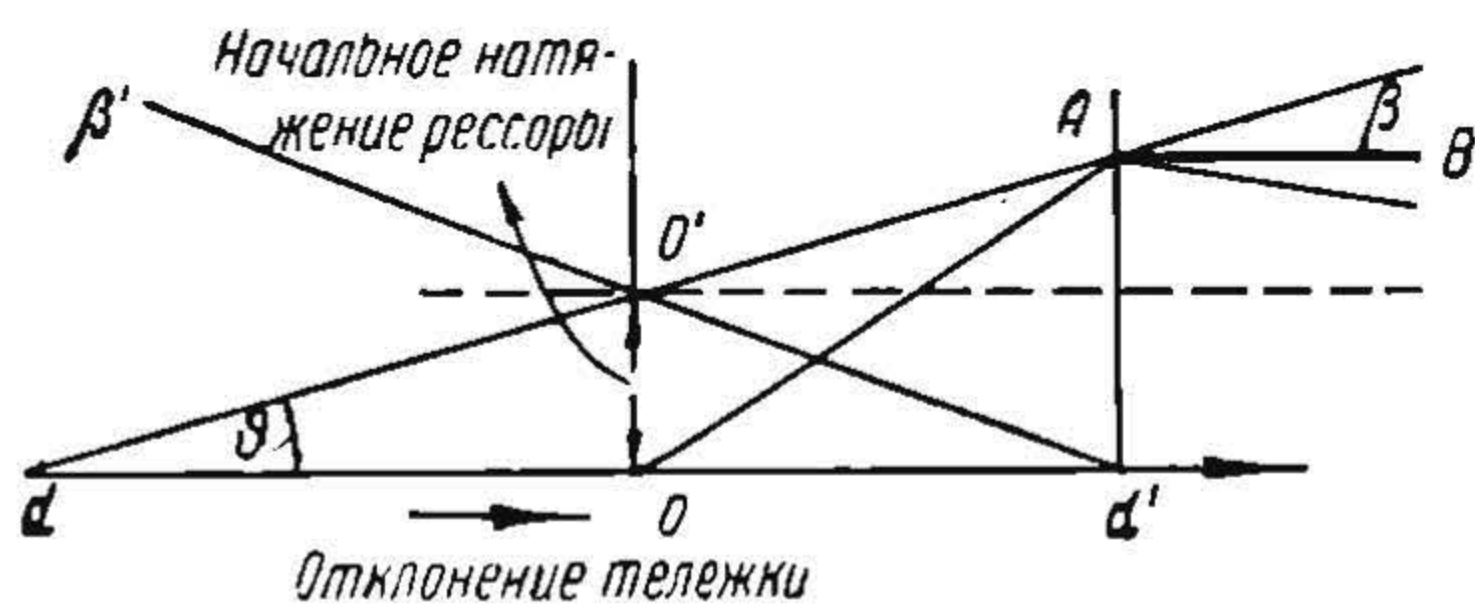
Фиг. 149.



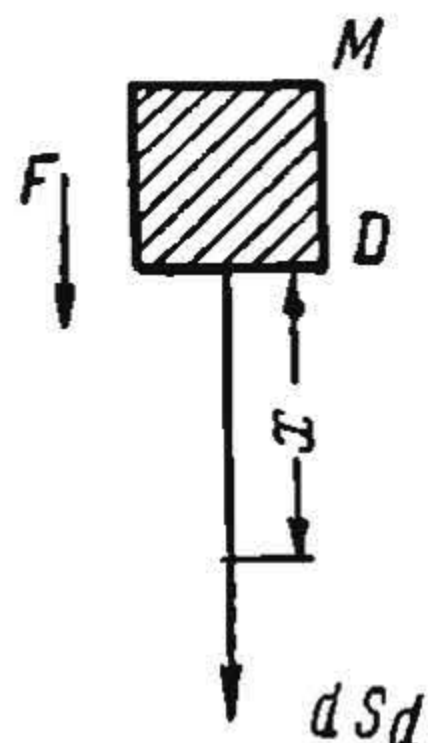
Фиг. 150.

Если рессоры не имеют упорок t и соединения концов при помощи тяжей SS , то на шкворень тележки действует разность усилий рессор; возвращающее усилие такого механизма будет равно нулю, несмотря на начальное натяжение рессор. По этой причине применение рессорного возвращающего механизма без упорок не получило распространения. Такой возвращающий механизм показан на фиг. 150.

Пусть на фиг. 151 кривые $\alpha\beta$, $\alpha'\beta'$ —характеристики рессор возвращающего механизма; OO' представляет начальное натяжение их. До тех пор, пока выпрямляющаяся рессора не достигнет своего фабричного прогиба, возвращающее



Фиг. 151.



Фиг. 152.

усилие равно разности усилий обеих рессор, т. е. в начальный момент оно будет равно нулю и пойдет по линии OA ; при отклонении тележки на величину Oa' выпрямляющаяся рессора достигнет своего фабричного прогиба, и начинает работать только одна рессора, вследствие чего возвращающее усилие будет расти далее по прямой $A\beta$, соответствующей характеристике одной рессоры.

Применение листовых рессор для получения возвращающей силы имеет то преимущество, что при вилянии тележек трение между рессорными листами поглощает заметную долю энергии виляний; кроме того путем подтягивания рессорных тяг можно легко менять возвращающее усилие.

Всякое быстрое перемещение тележки, снабженной рессорным возвращающим механизмом, сопровождается колебанием рессоры, хорошо заметным особенно при входе в кривую. Действительно, обозначим (фиг. 152) через M приведенную массу главного экипажа, приложенную в той же точке D , где и возвра-

щающая сила F ; далее, обозначим через x смещение тележки относительно главной рамы, вызванное только колебанием массы M ; через s_h — путь, пройденный точкой приложения силы F на главной раме от начала вхождения в кривую ($t=0$); через s_d — перемещение тележки.

Так как смещение тележки относительно рамы, вызванное колебанием массы M , мы обозначили x , то при жесткости возвращающего механизма тележки p это вызовет дополнительное усилие возвращающего механизма px ; таким образом имеем:

$$\frac{d^2 s_d}{dt^2} M = px$$

и

$$dx = ds_d - ds_h$$

или

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 s_d}{dt^2} - \frac{d^2 s_h}{dt^2}.$$

Обозначим боковое ускорение бегунковой тележки

$$\frac{d^2 s_d}{dt^2} = b.$$

Из обоих уравнений имеем:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = b - \frac{p}{M} x; \quad (286)$$

заменяя

$$\frac{dx}{dt} = v_x$$

и

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dx} \cdot v_x,$$

уравнение (286) перепишем в виде:

$$\frac{dv_x}{dt} v_x = b - \frac{p}{M} x,$$

откуда имеем:

$$\frac{v_x^2}{2} = bx - \frac{p}{M} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1$$

или

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \sqrt{-\frac{p}{M} x^2 + 2bx + 2C_1}$$

и

$$t = \frac{-1}{\sqrt{\frac{p}{M}}} \arcsin \frac{b - \frac{p}{M} \cdot x}{\sqrt{b^2 + 2C_1 \frac{p}{M}}} + C_2,$$

откуда:

$$x = \frac{M}{p} \left\{ b - \sqrt{b^2 + 2C_1 \cdot \frac{p}{M}} \cdot \sin \left[(C_2 - t) \sqrt{\frac{p}{M}} \right] \right\}$$

Определяем постоянные интегрирования; для $t=0$ имеем:

$$x=0, \quad \frac{dx}{dt} = v_0 \text{ и } \frac{d^2 x}{dt^2} = b.$$

Таким образом:

$$\begin{aligned} v_x = v_0 &= \frac{M}{p} \sqrt{b^2 + 2C_1 \cdot \frac{p}{M}} \sqrt{\frac{p}{M}} \cdot \cos \left\{ (C_2 - 0) \sqrt{\frac{p}{M}} \right\} = \\ &= \sqrt{b^2 \frac{M}{p} + 2C_1} \cdot \cos \left(C_2 \sqrt{\frac{p}{M}} \right); \end{aligned} \quad (287)$$

и далее имеем:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = b = \sqrt{b^2 \frac{M}{p} + 2C_1} \sqrt{\frac{p}{M}} \cdot \sin \left\{ (C_2 - 0) \sqrt{\frac{p}{M}} \right\}. \quad (288)$$

Из обоих уравнений (287) и (288) получим:

$$C_2 = \sqrt{\frac{M}{p}} \cdot \arctg \left(\frac{b}{v_0} \sqrt{\frac{M}{p}} \right) \quad (289)$$

и из уравнения (288) подстановкой в (289) получим после преобразования:

$$C_1 = \frac{b^2}{2} \cdot \frac{M}{p} \left\{ \frac{1}{\sin^2 \left[\arctg \left(\frac{b}{v_0} \sqrt{\frac{M}{p}} \right) \right]} - 1 \right\} \quad (290)$$

Таким образом точка D имеет колебательное движение поперек по синусоиде с периодом, равным

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{p}}.$$

При колебаниях появляется опасность с уменьшением Y_0 передачи большого направляющего усилия Y_1 на первую движущую ось.

в) Возвращающие механизмы люлечного типа

Люлечные возвращающие механизмы встречаются двух типов: 1) с подвесками на одиночных ножках и 2) с подвесками, опирающимися на два ножа. Кроме того люльки различаются по направлению подвесок, а именно: а) люльки с параллельными подвесками; б) с подвесками, сходящимися кверху; с) с подвесками, расходящимися кверху. При поперечном отклонении тележки при плоской пяте происходит перераспределение нагрузок между внутренними и внешними колесами тележки, и одновременно появляется возвращающая сила тележек. Перераспределение нагрузок между внешними и внутренними колесами и характер изменения возвращающего усилия тележек в зависимости от поперечного отклонения тележки у различных, перечисленных выше, типов люлек будут различны.

1) Люлька на одиночных ножках. Пусть подвески рассматриваемой люльки сходятся кверху, как изображено на фиг. 153. При поперечном перемещении тележки на величину e влево концы подвесок O_1 и O_2 переместятся в положение O_1' и O_2' , а сами подвески займут положение $O_1'A$ и $O_2'B$. Понижение Δ_1 и повышение Δ_2 концов подвесок O_1 и O_2 найдется равным:

$$\Delta_1 = \sqrt{L^2 - d^2} - \sqrt{L^2 - (d + e)^2}$$

и

$$\Delta_2 = \sqrt{L^2 - (d - e)^2} - \sqrt{L^2 - d^2},$$

где L — длина подвески и d — горизонтальная проекция ее в среднем положении. Если расстояние между концами подвесок O_1 и O_2 обозначим через b_0 ,

а расстояние между рессорами бегунковых осей—через b , то изменение прогибов рессор будет:

$$\sigma_1 = \Delta_1 + \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{b_0} \cdot \frac{b - b_0}{2}$$

и

$$\sigma_2 = \Delta_2 + \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{b_0} \cdot \frac{b - b_0}{2}.$$

При жесткости их \mathcal{K}_0 получим увеличение нагрузок внешнего колеса:

$$\Delta P_1 = \mathcal{K}_0 \sigma_1$$

и разгрузку внутреннего колеса:

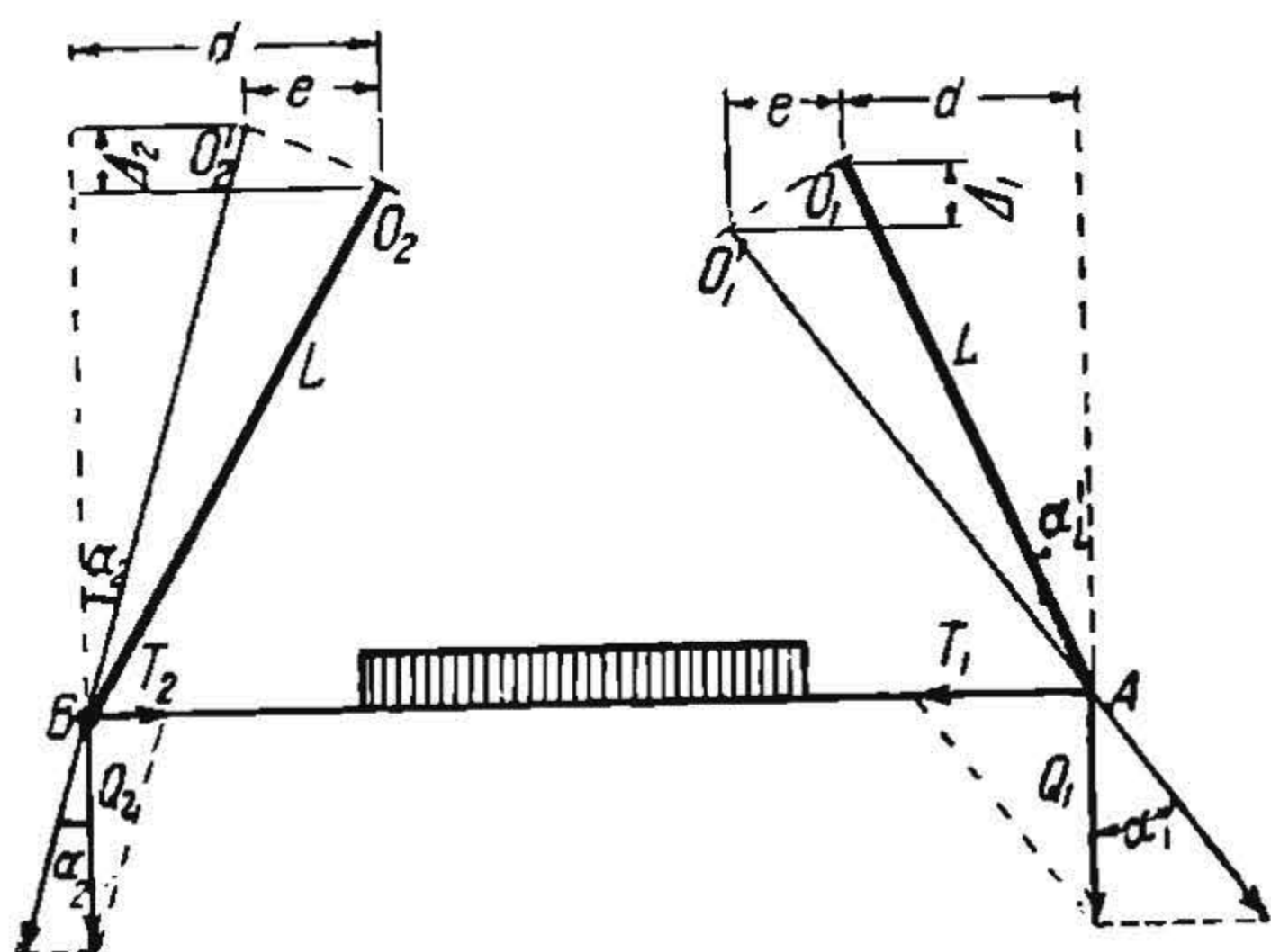
$$\Delta P_2 = \mathcal{K}_0 \sigma_2.$$

Усилия в подвесках будут:

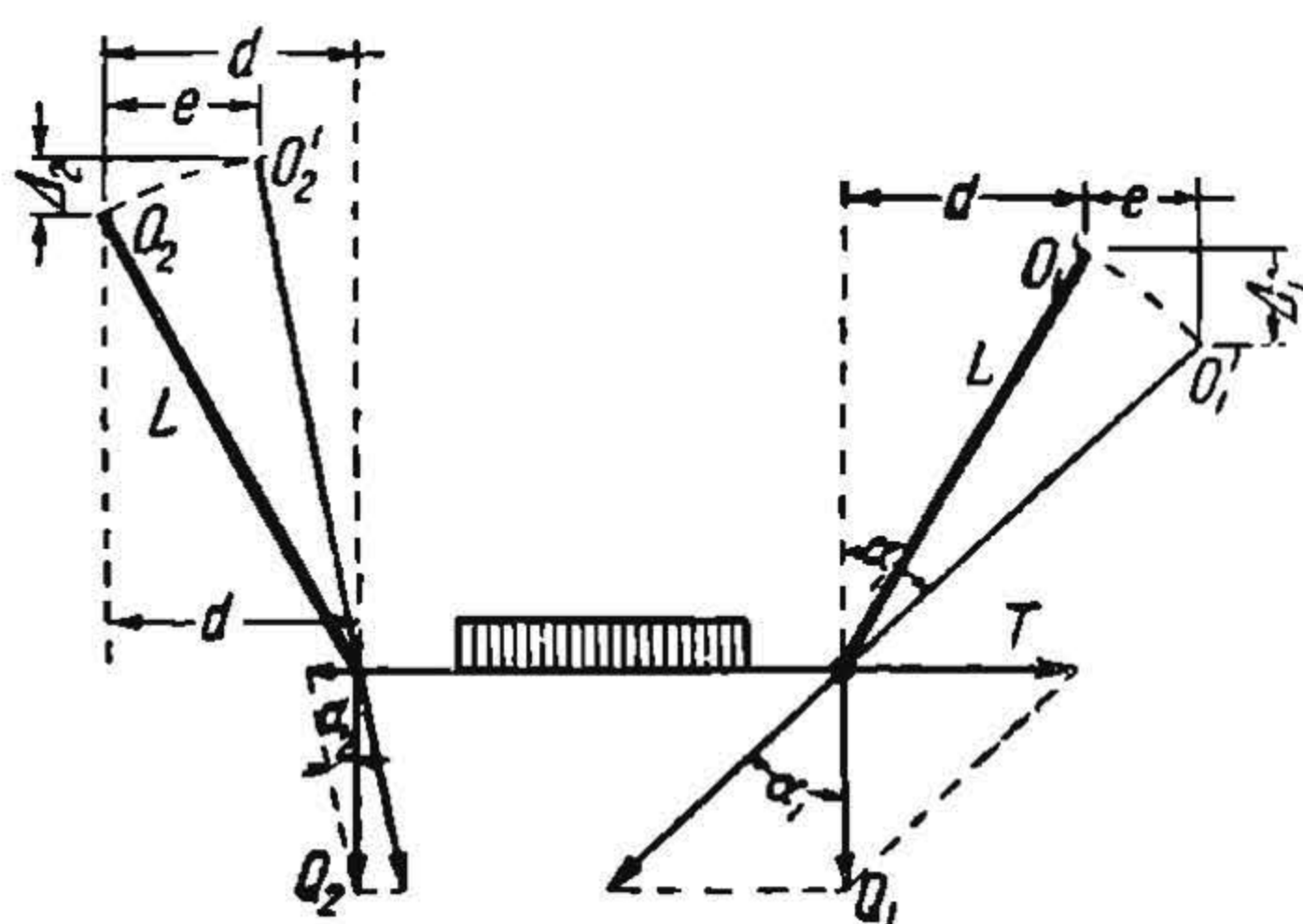
$$Q_1 = \frac{Q}{2} + \sigma_1 \mathcal{K}_0$$

и

$$Q_2 = \frac{Q}{2} - \sigma_2 \mathcal{K}_0.$$



Фиг. 153.



Фиг. 154.

Возвращающая сила тележек, появляющаяся вследствие неуравновешенности горизонтальных сил T_1 и T_2 при отклоненном положении тележек, найдется равной:

$$F = T_1 - T_2 = Q_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - Q_2 \operatorname{tg} \alpha_2 = Q_1 \frac{d + e}{\sqrt{L^2 - (d + e)^2}} - Q_2 \frac{d - e}{\sqrt{L^2 - (d - e)^2}}. \quad (291)$$

В случае люльки с расходящимися кверху подвесками (фиг. 154) и плоской пятой, при отклонении тележки на величину e вправо, верхние концы подвесок люльки O_1 и O_2 переместятся в положение O_1' и O_2' ; соответственно Δ_1 —опускание конца O_1 и повышение Δ_2 конца O_2 найдем равным:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= \sqrt{L^2 - d^2} - \sqrt{L^2 - (d + e)^2} \\ \Delta_2 &= \sqrt{L^2 - (d - e)^2} - \sqrt{L^2 - d^2} \end{aligned} \right\} \quad (292)$$

Обозначив попрежнему расстояние между O_1 и O_2 —верхними концами подвесок—через b_0 , а между осевыми рессорами—через b , изменение прогибов рессор найдем равным:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \Delta_1 + \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{b_0} \cdot \frac{b - b_0}{2} \\ \sigma_2 &= \Delta_2 + \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{b_0} \cdot \frac{b - b_0}{2} \end{aligned} \right\} \quad (293)$$

и изменение нагрузок осей:

$$\Delta P_1 = \sigma_1 \mathcal{M}_0$$

и

$$\Delta P_2 = -\sigma_2 \mathcal{M}_0.$$

Раскладывая далее вертикальные усилия в подвесках

и

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \frac{Q}{2} + \sigma_1 \mathcal{M}_0 \\ Q_2 &= \frac{Q}{2} - \sigma_2 \mathcal{M}_0 \end{aligned} \right\} \quad (294)$$

на усилия, направленные по подвескам и на горизонтальные T_1 и T_2 , найдем возвращающую силу тележек с люлочным подвешиванием, равную:

$$F = T_1 - T_2 = Q_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - Q_2 \operatorname{tg} \alpha_2 = Q_1 \frac{d+e}{\sqrt{L^2 - (d+e)^2}} - Q_2 \frac{d-e}{\sqrt{L^2 - (d-e)^2}}. \quad (295)$$

Изменение нагрузок колес и возвращающую силу тележки с люлькой с параллельными подвесками легко найдем из предыдущих формул, полагая в них $d=0$; таким образом:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = L - \sqrt{L^2 - e^2}$$

и

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta_1 \mathcal{M}_0,$$

а возвращающая сила тележки с указанной люлькой найдется равной

$$F = Q \frac{e}{\sqrt{L^2 - e^2}}, \quad (296)$$

где

$$Q_1 = Q + 2\Delta_1 \mathcal{M}_0.$$

Сравнивая все три типа люльки в отношении изменения нагрузок на колеса, вызванного плоской пятой, мы видим, что при люльке со сходящимися кверху подвесками при боковом отклонении тележки происходят увеличение нагрузки внешнего колеса и разгрузка внутреннего, т. е. происходит как раз такое изменение нагрузок, которое благоприятно в отношении большей устойчивости против схода с рельсов внешнего колеса. Во втором случае, когда подвески люльки расходятся кверху, имеет место обратное изменение нагрузок колес, и, таким образом, внешнее колесо оказывается разгруженным. При вертикальных подвесках боковое отклонение тележек вызывает увеличение нагрузок у обоих колес бегунковых осей за счет разгрузки остальных осей.

Следует отметить, что в обоих случаях (как при сходящихся кверху подвесках, так и при расходящихся) изменение нагрузки повышает возвращающую силу тележек.

На табл. 32 приведены изменения нагрузок и возвращающая сила тележек с люльками, имеющими сходящиеся и расходящиеся подвески, при чем рассмотрены люльки, у которых:

- 1) $L = 300$ мм; $d = 40$ мм
- 2) $L = 300$ $d = 80$
- 3) $L = 400$ $d = 40$
- 4) $L = 400$ $d = 80$

а также люльки с параллельными вертикальными подвесками длиной $L = 300$ и 400 мм.

На основании данных табл. 32 построены кривые изменения возвращающего усилия тележек в зависимости от бокового отклонения ее для всех 10 типов люлек (фиг. 155).

Возвращающие усилия и изменения нагрузок бегунковых осей люлечных тележек с плоской пятой (нагрузка на тележку от наддрессорного строения 20 т, суммарный коэффициент жесткости осевых рессор одной стороны тележки 130 кг/мм)

№№ по пор.	Т и п л ю л ь к и			Изменение нагрузок на внешние и внутренние колеса при поперечном отклонении в мм						Возвращающая сила при отклонении тележки в кг					
				0	20	40	60	80	100	0	20	40	60	80	100
1	Расходящиеся кверху подвески	$L = 300 \text{ мм}$	$d = 40 \text{ мм}$	0	— 610 475	— 1 510 + 865	— 2 500 + 935	— 3 800 + 955	— 5 450 + 865	0	1 540	3 180	5 060	7 250	10 050
2		$L = 300 \text{ »}$	$d = 80$	0	— 1 130 1 010	— 2 630 + 1 820	— 4 250 + 2 470	— 6 100 + 2 930	— 8 350 + 3 300	0	2 120	4 440	7 070	10 100	14 250
3		$L = 400 \text{ »}$	$d = 40 \text{ »}$	0	— 245 + 510	— 1 000 + 740	— 1 810 + 850	— 2 600 + 820	— 3 900 + 850	0	1 025	2 200	3 530	4 930	6 570
4		$L = 400 \text{ »}$	$d = 80$	0	— 910 720	— 1 810 + 1 300	— 3 000 + 1 760	— 4 400 + 2 120	— 5 930 + 2 350	0	1 420	2 840	4 420	6 300	8 432
5	Сходящиеся кверху подвески	$L = 300 \text{ мм}$	$d = 40 \text{ мм}$	0	+ 780 — 650	+ 1 880 — 1 260	+ 3 090 — 1 505	+ 4 550 — 1 710	+ 6 400 — 2 350	0	1 570	3 290	5 200	7 460	10 260
6		$L = 300$	$d = 80 \text{ »}$	0	+ 1 950 — 1 820	+ 4 250 — 3 430	+ 6 700 — 4 950	+ 9 500 — 6 320	+ 12 500 — 7 100	0	2 580	5 420	8 550	12 300	17 140
7		$L = 400 \text{ »}$	$d = 40 \text{ »}$	0	+ 637 — 507	+ 1 270 — 1 010	+ 2 270 — 1 300	+ 3 120 — 1 170	+ 4 140 — 1 370	0	1 050	2 270	3 625	5 040	6 630
8		$L = 400 \text{ »}$	$d = 80 \text{ »}$	0	+ 1 570 — 1 360	+ 3 050 — 2 470	+ 4 820 — 3 580	+ 6 930 — 4 690	+ 9 130 — 5 520	0	1 610	3 350	5 200	7 400	10 170
9	Параллельные подвески	$L = 300 \text{ мм}$	$d = 0$	0	+ 92 + 92	+ 350 + 350	+ 780 + 780	+ 1 430 + 1 430	+ 2 220 + 2 220	0	1 360	2 280	4 400	6 350	8 600
10		$L = 400 \text{ »}$	$d = 0$	0	+ 75 + 75	+ 260 + 260	+ 590 + 590	+ 1 050 + 1 050	+ 1 930 + 1 930	0	1 010	2 070	3 200	4 520	6 200

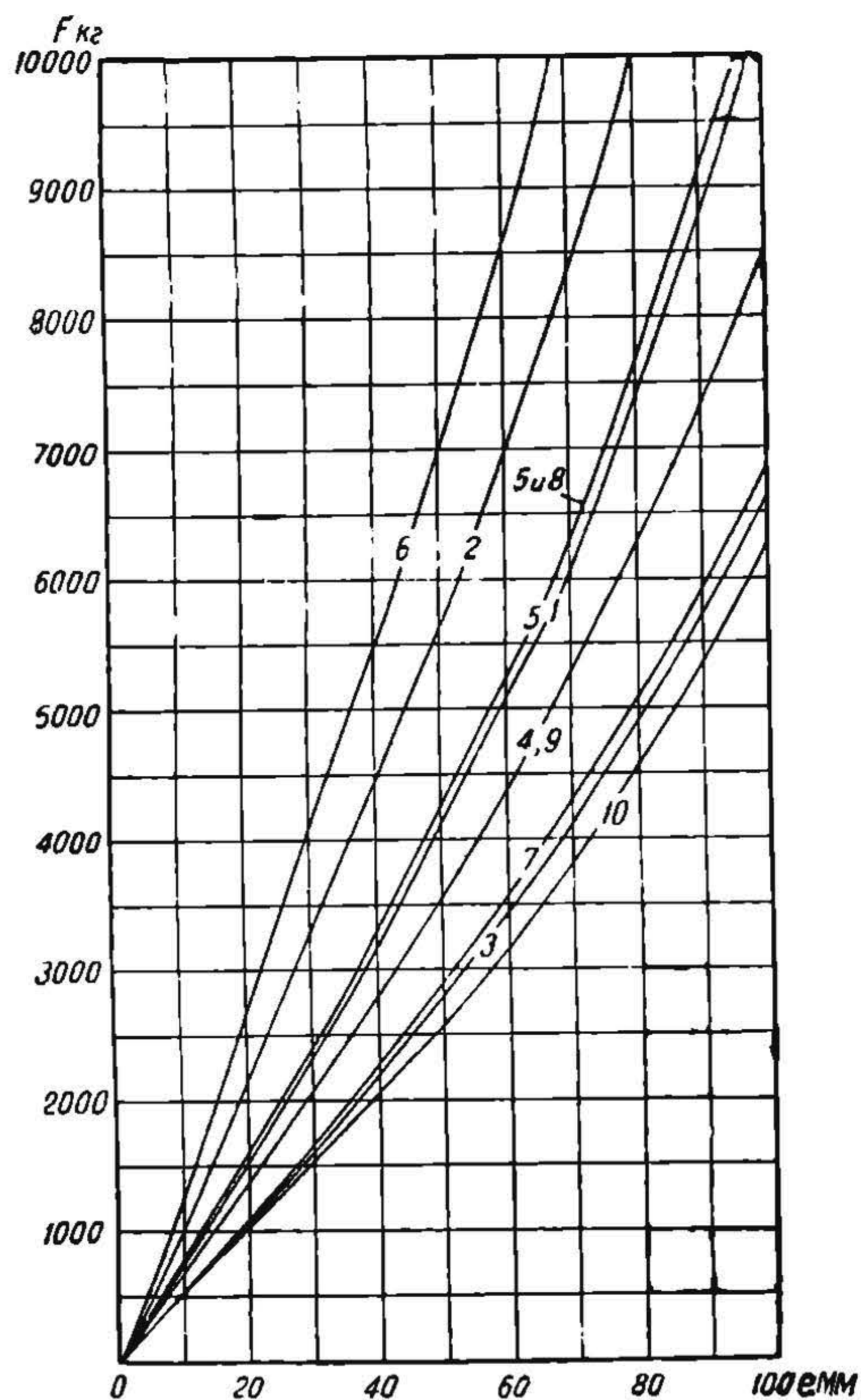
Кривые фиг. 155 показывают, что у люльки с расходящимися кверху подвесками с увеличением начального наклона подвесок возвращающее усилие тележки возрастает вместе с отклонением значительно сильнее, а именно: у люлек с начальным наклоном подвесок в $1/10$ возвращающая сила на 30—40% выше, чем у тележек с наклоном в $1/5$ при длине подвески 400 мм (кривые 3, 4); при коротких подвесках $L = 300$ мм эта разница доходит до 40% (кривые 1 и 2). У тележек со сходящимися кверху подвесками эта разница еще сильнее, достигая 80% при длине подвесок в 400 мм и 63% при длине подвесок в 300 мм.

При одном и том же наклоне люлечных подвесок возвращающее усилие при сходящихся и при расходящихся кверху подвесках получается почти одинаковое при всех отклонениях тележки. Разница составляет 2—3% у тележки с начальным наклоном подвесок люлек $1/10$ — $1/13$ (сравнить кривые 1 и 5, а также кривые 3 и 7).

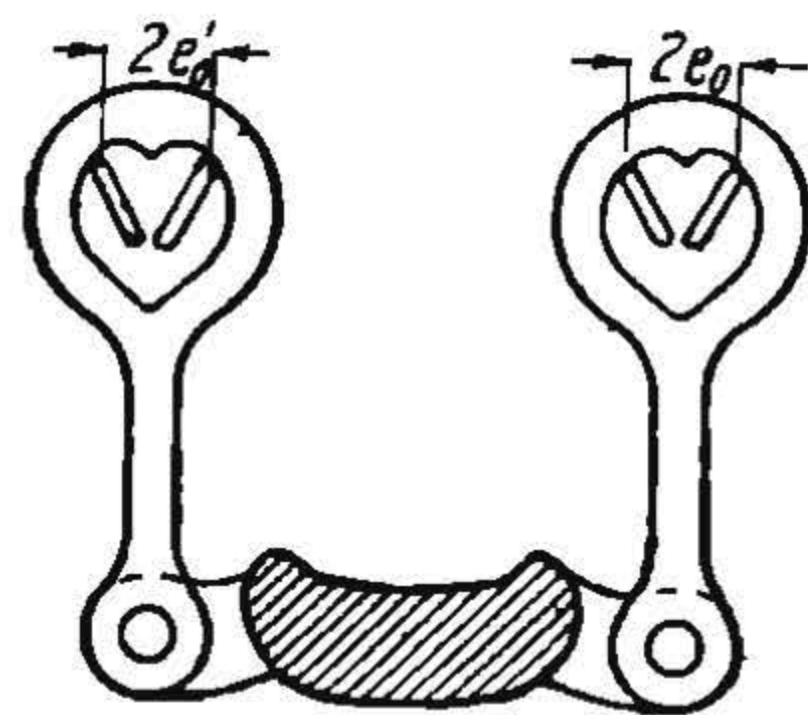
При большем начальном наклоне разница между возвращающими усилиями люлек со сходящимися и расходящимися подвесками возрастает до 17—22% при наклоне люлек $1/5$ — $1/7$ и длине подвесок $L = 400$ мм (сравнить кривые 2 и 6 и 4 и 8).

2) Люлька с подвесками на двух ножах.

У всех рассмотренных выше люлек начальная возвращающая сила равна нулю. У люлечных подвесок на двух ножах получается возвращающая сила



Фиг. 155.



Фиг. 156.

уже при минимальном поперечном отклонении тележки. Действительно, пусть люлька опирается своими подвесками на два ножа (фиг. 156); при минимальном отклонении тележки, например вправо, каждая подвеска, отклонившись, окажется опертой только на одном правом ноже, вследствие чего появится возвращающая сила, как если бы тележка отклонилась на величину e_0 вправо ($2e_0$ — расстояние между ножами одной и той же подвески). Таким образом, начальная возвращающая сила найдется равной:

$$F_0 = Q \frac{e_0}{L}, \quad (297)$$

где Q — нагрузка на пяту тележки и L — длина подвески.

По конструктивным соображениям величина e_0 может быть взята равной 30 мм; тогда, при длине подвески $L = 300$ мм и при нагрузке на пяту тележки $Q = 20$ т (двухосная тележка), получим начальную возвращающую силу $F_0 = 2$ т. В случае одноосной тележки, при $Q = 10$ т, получим F_0 порядка 1 т.

При дальнейшем отклонении люльки возвращающая сила тележки будет расти, и для определения ее можно пользоваться формулой, выведенной для случая простых параллельных подвесок, подставляя вместо e величину $(e_0 + e)$, где e — отклонение тележки.

В том случае, когда тележка снабжена шаровой пятой (фиг. 157), при отклонении тележки происходит вращение опорной тарелки люльки KN . Пусть при среднем неотклоненном положении тележки ее люлька занимает положение $CKNB$, а при поперечном перемещении тележки влево на величину e она займет положение $C'K'N'B'$. Положение точек K' и N' определяется нахождением их на дугах, проведенных радиусами, равными длине подвески L , при чем $KN = K'N'$, и наконец Ω (центр шаровой опоры) может переместиться в положение Ω' лишь вертикально. Расстояние $\Omega\Omega'$ обозначим через ε ; через H — высоту центра шаровой опоры Ω над люлечной тарелкой KN ; через β — угол наклона люлечной тарелки к горизонту; через α_1 и α_2 — углы наклона люлечных подвесок к вертикали при отклоненном положении и через φ — тот же угол при среднем положении тележки; через γ — угол, образуемый линиями $K\Omega$ и $N\Omega$ с линией, перпендикулярной к KN , длину отрезков $K\Omega = N\Omega = l$ и наконец через $2b$ — расстояние между подвесками по низу.

Определим зависимость между поперечным отклонением тележки e и углами α_1 и α_2 , образуемыми подвесками с вертикалью.

Проектируя подвески тележки при ее среднем и отклоненном положении на вертикальную ось, получим:

$$C_0'K' = C'K' \cos \alpha_1 = CK \cos \varphi + \Omega'K' \cos (\gamma - \beta) - \Omega K \cos \gamma - \Omega\Omega'$$

или

$$L \cos \alpha_1 = L \cos \varphi + l \cos (\gamma - \beta) - l \cos \gamma - \varepsilon.$$

Далее

$$L \cos \alpha_1 = L \cos \varphi + l \cos \gamma \cos \beta + l \sin \gamma \sin \beta - l \cos \gamma - \varepsilon.$$

Но не трудно видеть, что

$$l \cos \gamma = H$$

и

$$l \sin \gamma = b;$$

таким образом

$$\cos \alpha_1 = \cos \varphi + \frac{H}{L} \cos \beta + \frac{b}{L} \sin \beta - \frac{H}{L} - \frac{\varepsilon}{L}. \quad (298)$$

Для правой стороны имеем:

$$B_0N = BN \cos \varphi = B'N' \cos \alpha_2 + \Omega N \cos \gamma - \Omega'N' \cos (\gamma + \beta) + \Omega\Omega'$$

или

$$L \cos \varphi = L \cos \alpha_2 + l \cos \gamma - l \cos \gamma \cos \beta + l \sin \gamma \sin \beta + \varepsilon$$

и заменяя далее

$$l \cos \gamma = H$$

и

$$l \sin \gamma = b,$$

получим:

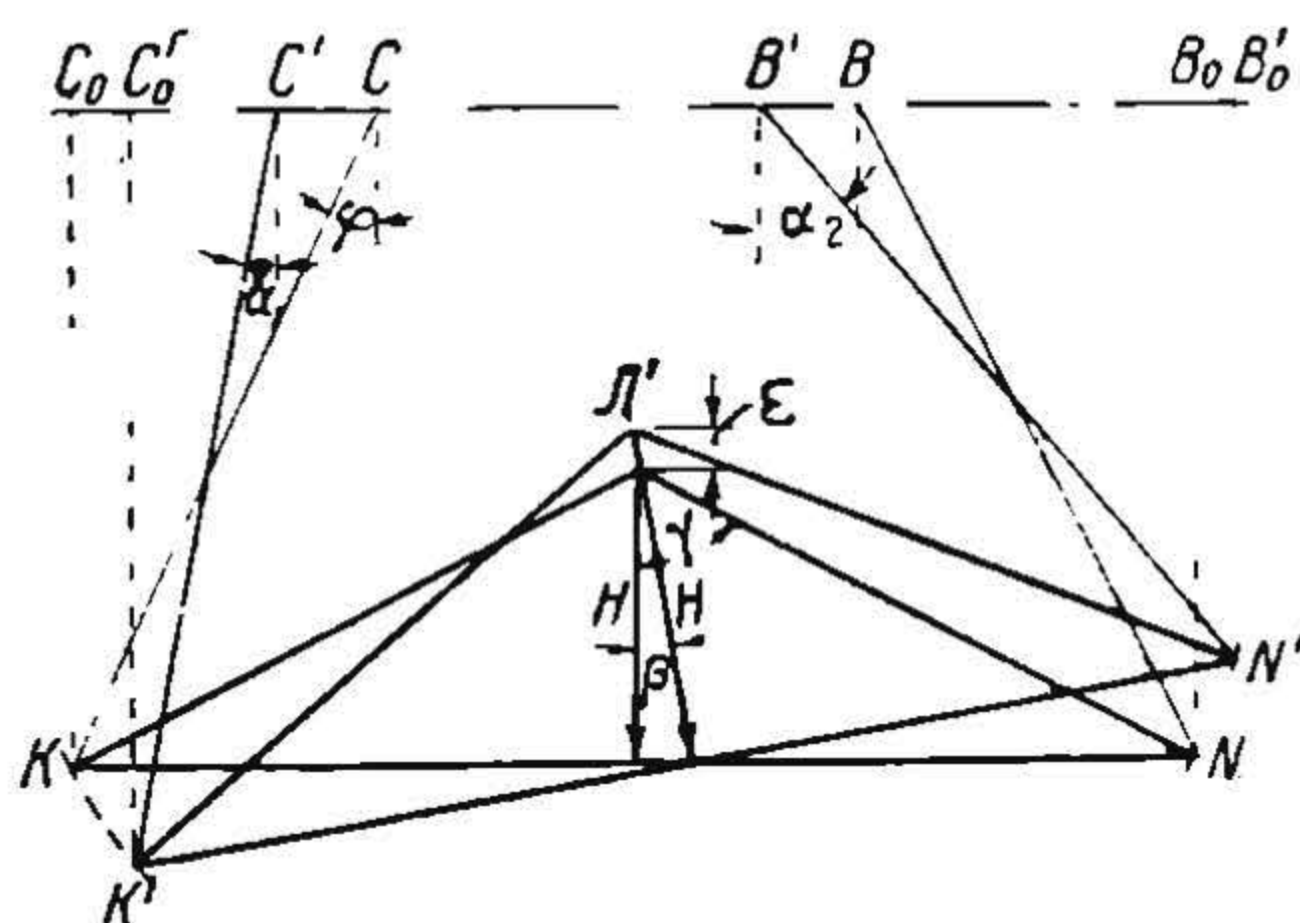
$$\cos \alpha_2 = \cos \varphi + \frac{H}{L} \cos \beta - \frac{b}{L} \sin \beta - \frac{H}{L} - \frac{\varepsilon}{L}. \quad (299)$$

Кроме того имеем:

$$C_0C = C_0C_0' + C_0'C' + C'C$$

или

$$KC \sin \varphi = K\Omega \sin \gamma - K'\Omega' \sin (\gamma - \beta) + K'C' \sin \alpha_1 + e$$



Фиг. 157.

НТБ
ДНУЖТ

или

$$L \sin \varphi = l \sin \gamma - l \sin (\gamma - \beta) + L \sin \alpha_1 + e;$$

так как

$$l \cos \gamma = H$$

и

$$l \sin \gamma = b,$$

то окончательно:

$$\sin \alpha_1 = \sin \varphi - \frac{b}{L} + \frac{b}{L} \cos \beta - \frac{H}{L} \sin \beta - \frac{e}{L}. \quad (300)$$

Точно так же для правой стороны люльки имеем:

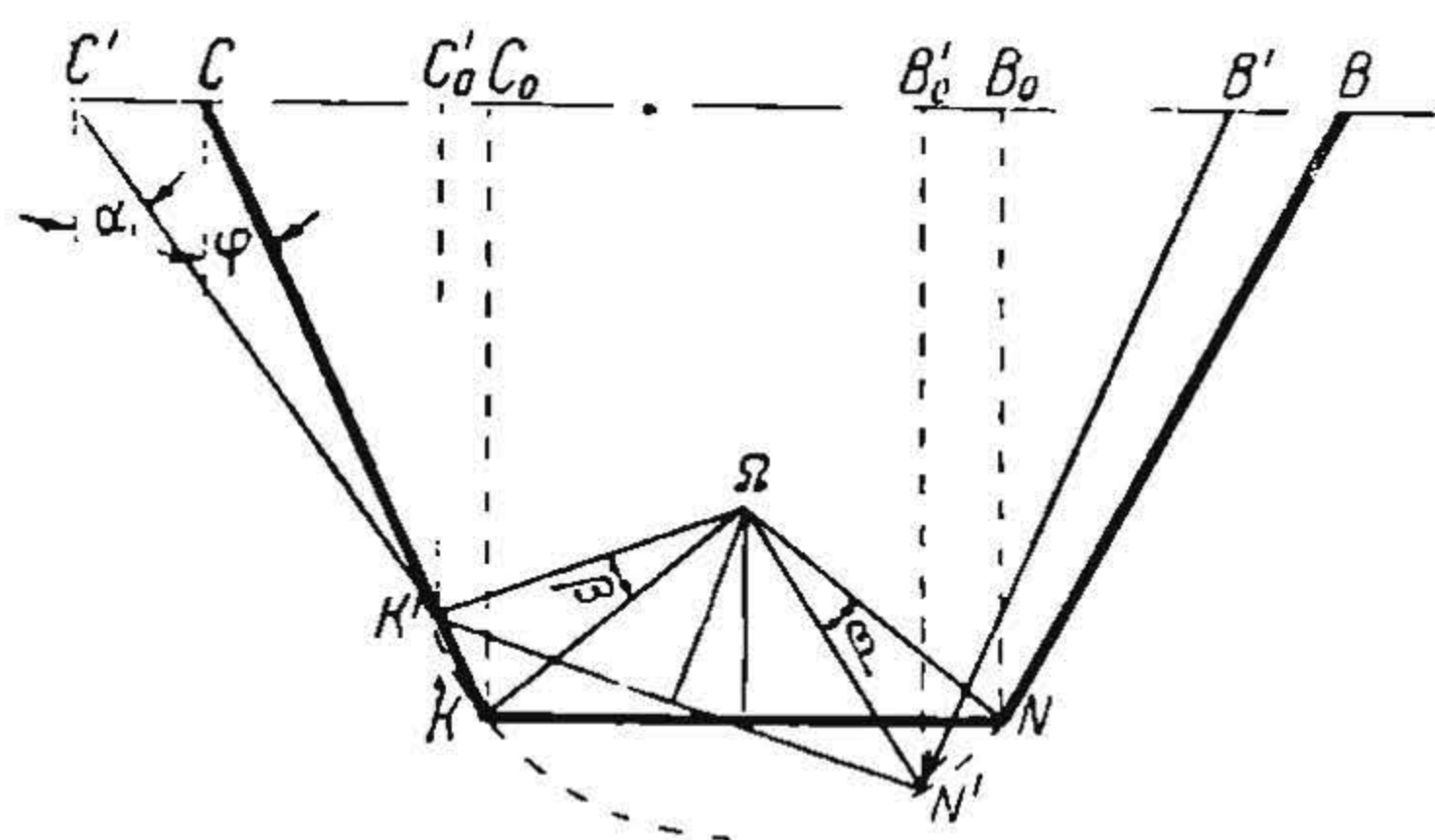
$$B'B_0' = B_0'B_0 + B_0B + BB'$$

или

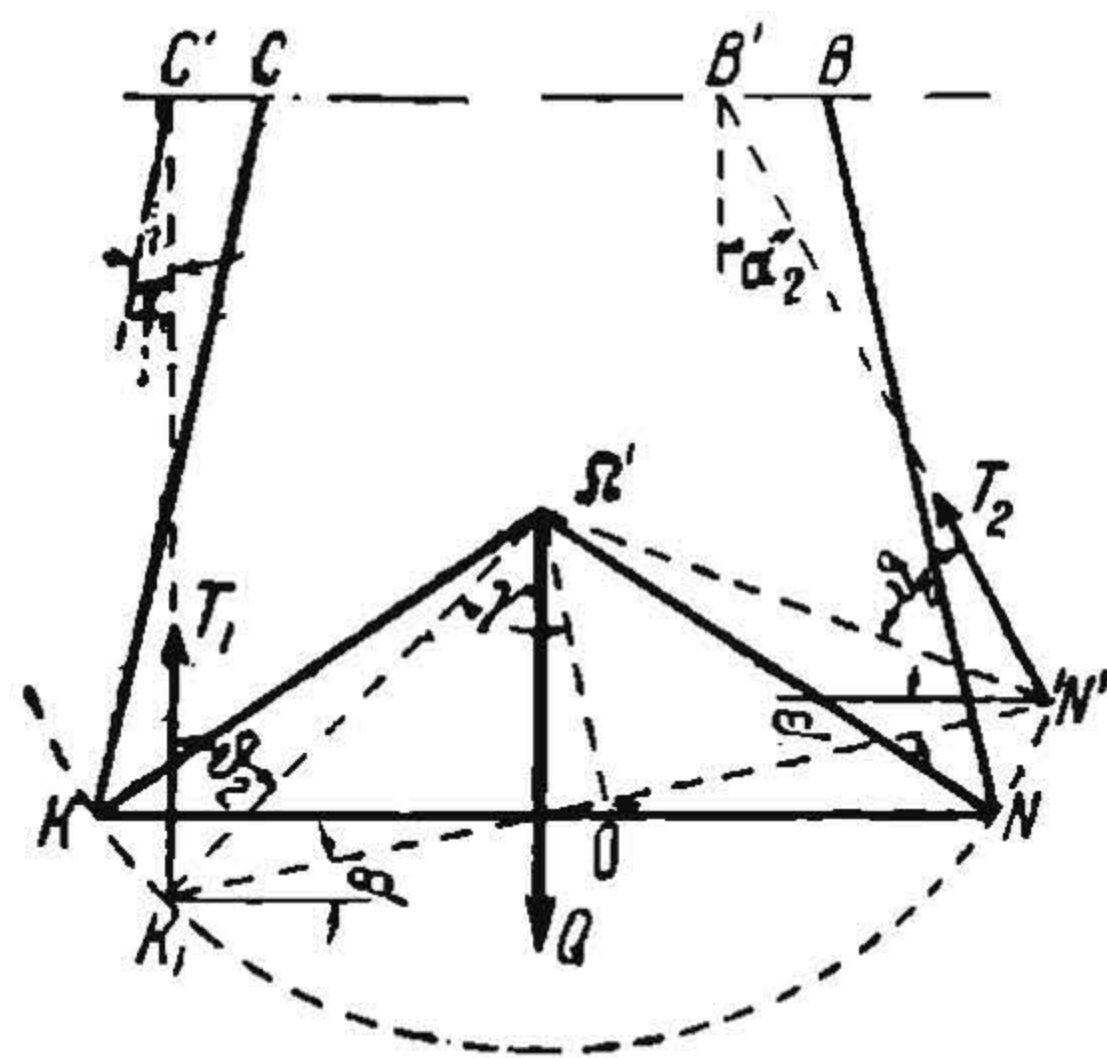
$$B'N' \sin \alpha_2 = N'\Omega' \sin (\gamma + \beta) - N\Omega \sin \gamma + BN \sin \varphi + e,$$

откуда:

$$\sin \alpha_2 = \sin \varphi + \frac{b}{L} \cos \beta + H \sin \beta + \frac{e}{L} - \frac{b}{L} \quad (301)$$



Фиг. 158.



Фиг. 159.

Уравнения (298), (299), (300) и (301) позволяют определять положение люльки при боковом перемещении тележки на некоторую величину e и одновременно—изменение высоты e центра шаровой опоры.

Для этого в указанные уравнения подставляем различные углы наклона β опорной чашки люльки и находим соответствующие этим углам углы наклона α_1 и α_2 подвесок, а также определяем, каким величинам поперечного отклонения тележек e соответствуют углы наклона опорной чашки люльки β .

Аналогично найдем зависимость между поперечным отклонением тележки e и наклоном подвесок α_1 и α_2 при расходящихся кверху подвесках. Пусть люлька тележки из среднего положения $CKNB$ (фиг. 158) при отклонении тележки на величину $CC' = BB' = e$ заняла положение $C'K'N'B'$.

Впоследствии мы увидим, что изменение Ω центра шаровой опоры, т. е. отрезок $\Omega\Omega'$, в действительности имеет ничтожную величину; поэтому в рассматриваемом случае мы эти точки Ω и Ω' считаем совпадающими между собой.

Обозначим попрежнему углы, составленные подвесками $C'K'$ и $B'N'$ с вертикалью, через α_1 и α_2 ; угол наклона опорной чашки люльки—через β ; длину подвесок CK и BN —через L ; длину отрезков ΩK и ΩN —через l ; высоту центра шаровой опоры Ω над линией KN нижних концов подвесок—через H .

Проектируя подвески левой стороны в среднем и отклоненном положении на вертикаль, получим:

$$C_0K = CK \cos \varphi = C'K' \cos \alpha_1 - K'\Omega \cos (\gamma + \beta) + K\Omega \cos \gamma$$

и

$$B_0N = BN \cos \varphi = B'N' \cos \alpha_2 - N'\Omega \cos (\gamma - \beta) + N\Omega \cos \gamma.$$

откуда получаем:

$$\text{и} \quad \cos \alpha_1 = \cos \varphi - \frac{H \cos \beta}{L} + \frac{b \sin \beta}{L} + \frac{H}{L} \quad (298')$$

$$\cos \alpha_2 = \cos \varphi + \frac{H \cos \beta}{L} + \frac{b \sin \beta}{L} - \frac{H}{L}. \quad (299')$$

Далее, проектируя подвески на горизонтали, получим:

$$C'K' \sin \alpha_1 = KC \sin \varphi - K'\Omega \sin (\gamma + \beta) + K\Omega \sin \gamma + e$$

и

$$B'N' \sin \alpha_2 = BN \sin \varphi - N\Omega \sin (\gamma - \beta) + N\Omega \sin \gamma - e,$$

откуда найдем:

$$\sin \alpha_1 = \sin \varphi - \frac{b}{L} \cdot \cos \beta - \frac{H}{L} \cdot \sin \beta + \frac{b}{L} + \frac{e}{L}; \quad (300')$$

$$\sin \alpha_2 = \sin \varphi - \frac{b}{L} \cdot \cos \beta + \frac{H}{L} \cdot \sin \beta + \frac{b}{L} - \frac{e}{L}. \quad (301')$$

Определим теперь возвращающее усилие люлочной тележки с шаровой опорой в зависимости от поперечного отклонения тележки. Пусть люлька со сходящимися кверху подвесками (фиг. 159) при боковом отклонении тележки на величину $e = CC' = BB'$ заняла положение $C'K'N'B'$ (положение $CKNB$ соответствует среднему положению тележки). Обозначим усилия, действующие в подвесках $C'K'$ и $N'B'$ благодаря нагрузке люльки, равной Q , соответственно через T_1 и T_2 ; углы наклона подвесок $C'K'$ и $B'N'$ с вертикалью и опорной чашки $K'N'$ с горизонталью попрежнему обозначим через α_1 , α_2 и β . Эти углы для каждого положения люльки легко определяются по формулам (298)—(301).

Проектируя на вертикаль все силы, действующие на опорную чашку, получим:

$$T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2 = Q. \quad (302)$$

Момент тех же сил относительно точки Ω' приложения силы Q и возвращающей силы люльки F даст новое уравнение:

$$T_1 (\Omega'K' \sin \vartheta_1) = T_2 (\Omega'N' \sin \vartheta_2),$$

или, заменяя

$$\Omega'K' = \Omega'N' = l,$$

получим:

$$T_1 l \sin \vartheta_1 = T_2 l \sin \vartheta_2,$$

или

$$T_1 \sin \vartheta_1 = T_2 \sin \vartheta_2. \quad (303)$$

Обозначая углы

$$\angle K'\Omega'O = \angle N'\Omega'O = \gamma,$$

получим:

$$\vartheta_1 = 90^\circ - \beta - (90^\circ - \gamma) - \alpha_1 = \gamma - \beta - \alpha_1$$

и

$$\vartheta_2 = 90^\circ - \alpha_2 + \beta - (90^\circ - \gamma) = \gamma + \beta - \alpha_2.$$

Решая совместно уравнения (302) и (303), найдем:

$$T_1 = \frac{Q}{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 \frac{\sin \vartheta_1}{\sin \vartheta_2}}; \quad (304)$$

и

$$T_2 = \frac{Q}{\cos \alpha_2 + \cos \alpha_1 \frac{\sin \vartheta_2}{\sin \vartheta_1}}. \quad (304')$$

Возвращающую силу тележки F или горизонтальное усилие, передаваемое шаровой опорой на опорную чашку, найдем, приравняв нулю горизонтальные проекции всех сил, приложенных к опорной чашке:

$$T_2 \sin \alpha_2 - T_1 \sin \alpha_1 = F$$

или, подставляя значения T_1 и T_2 из уравнений (304) и (304'), получим:

$$F = Q \cdot \frac{\sin \alpha_2 \sin \vartheta_1 - \sin \vartheta_2 \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1 \sin \vartheta_2 + \cos \alpha_2 \sin \vartheta_1} \quad (305)$$

В случае люльки с расходящимися кверху подвесками (фиг. 160), сохраняя те же обозначения, что и в предыдущем случае, аналогичные уравнения напишем в виде:

$$T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2 = Q$$

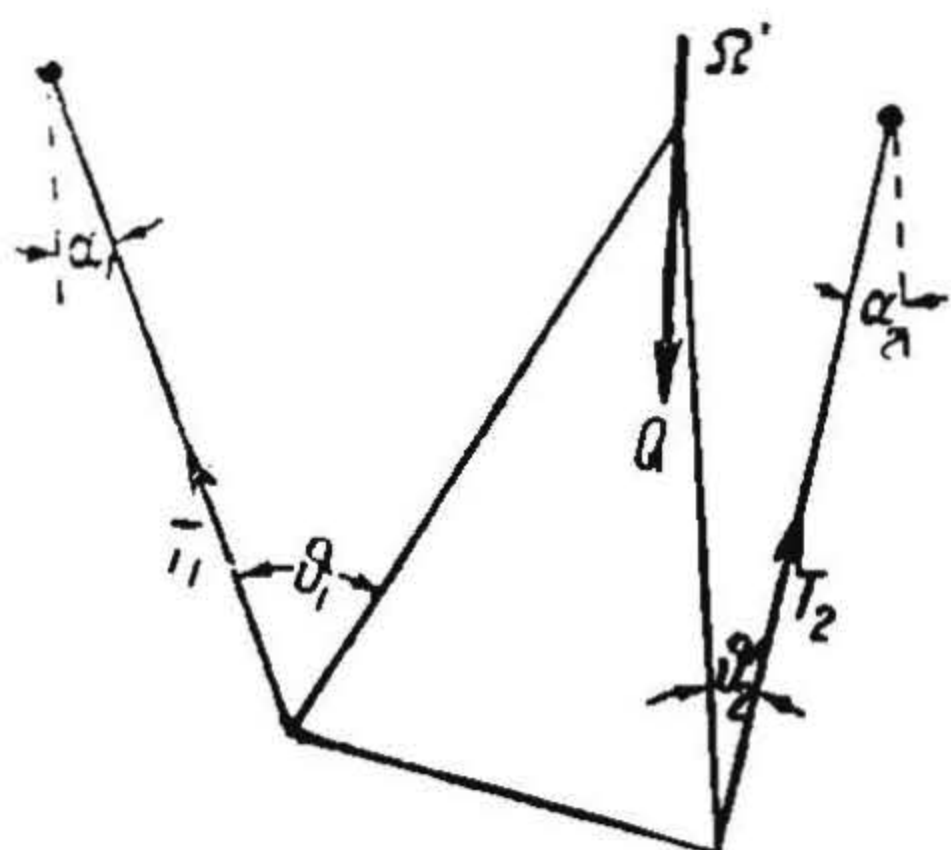
и

$$T_2 l \sin \vartheta_1 - T_1 l \sin \vartheta_2 = 0,$$

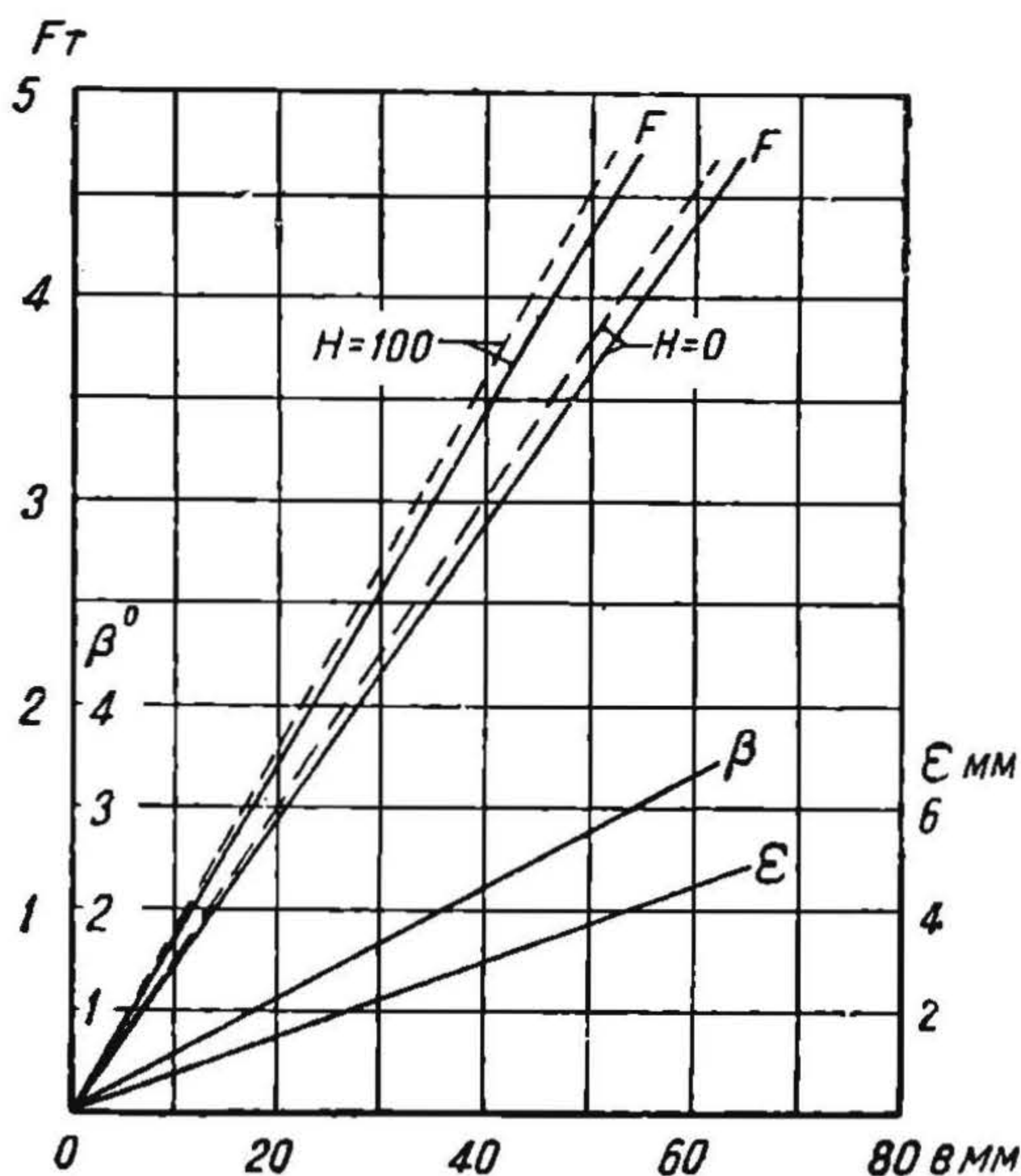
откуда получим те же формулы, что и в случае люльки со сходящимися подвесками:

$$T_1 = \frac{Q}{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 \frac{\sin \vartheta_1}{\sin \vartheta_2}} \quad (306)$$

$$T_2 = \frac{Q}{\cos \alpha_1 \frac{\sin \vartheta_2}{\sin \vartheta_1} + \cos \alpha_2} \quad (306')$$



Фиг. 160.



Фиг. 161.

Однако углы ϑ_1 и ϑ_2 здесь имеют иную величину, а именно:

$$\vartheta_1 = 90^\circ + \alpha_1 + \beta - (90^\circ - \gamma) = \alpha_1 + \beta + \gamma$$

и

$$\vartheta_2 = 90^\circ + \alpha_2 - (90^\circ - \gamma) - \beta = \alpha_2 - \beta + \gamma.$$

Наконец для возвращающей силы получим выражение:

$$F = T_1 \sin \alpha_1 - T_2 \sin \alpha_2,$$

откуда, после подстановки величин T_1 и T_2 из уравнений (306) и (306'), окончательно получим:

$$F = Q \cdot \frac{\sin \alpha_1 \sin \vartheta_2 - \sin \alpha_2 \sin \vartheta_1}{\sin \vartheta_2 \cdot \cos \alpha_1 + \sin \vartheta_1 \cos \alpha_2} \quad (307)$$

Пользуясь найденными выше формулами, можно определить для люльки с шаровой пятой возвращающее усилие в зависимости от поперечного отклонения ее e .

На фиг. 161 приведена зависимость F от e для люльки с длиной подвесок $l = 300$ мм и наклоном их, при среднем положении равном $1/3,7$.

Там же дана кривая зависимости β — высоты поднятия центра шаровой опоры и β — угла наклона нижней шаровой чашки люльки от поперечного от-

клонения тележки e . Прежде всего обращает на себя внимание, что даже при сравнительно коротких люлечных подвесках величина e — высота поднятия люльки, а следовательно и изменение нагрузки ее, ничтожно. Кроме того наклон нижней чашки люльки достигает всего только 5° при максимальном отклонении люльки. Это позволяет, без заметной погрешности, значительно упростить ранее найденные формулы (300) и (301), а именно: полагая $\cos \beta = 1$ и $\sin \beta = 0$, зависимости $\sin \alpha_1$ и $\sin \alpha_2$ от поперечного отклонения тележки получим в виде уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \sin \varphi - \frac{e}{L}, \\ \sin \alpha_2 &= \sin \varphi + \frac{e}{L} \end{aligned} \right\} \quad (308)$$

для люльки со сходящимися кверху подвесками и

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \sin \varphi + \frac{e}{L}, \\ \sin \alpha_2 &= \sin \varphi - \frac{e}{L} \end{aligned} \right\} \quad (308')$$

для люльки с расходящимися кверху подвесками.

Эти величины $\sin \alpha_1$ и $\sin \alpha_2$ подставим далее в формулы (305) и (307) для определения величины возвращающей силы.

На фиг. 161 приведены сплошные кривые F для $H=0$ и $H=100$ мм в зависимости от e , подсчитанные по полным формулам, и пунктирные кривые, подсчитанные по упрощенным формулам; разница между величинами по указанным кривым не превышает 5% как при $H=0$, так и при $H=100$ мм. Это показывает, что для практических целей совершенно достаточно производить подсчет по приближенным формулам. Из сопоставления кривых $F=f(e)$ для $H=0$ и $H=100$ мм видно, что с увеличением H или повышением центра вращения опорной чашки над нижними концами люлечных подвесок возвращающая сила тележек повышается.

Люлечные возвращающие механизмы дают возвращающее усилие, увеличивающееся по мере отклонения тележки почти прямолинейно, при чем можно иметь начальное усилие, не равное нулю, если подвески будут опираться на два ножа.

Большим преимуществом люлечного подвешивания является минимальная величина трения от вертикального усилия, передающегося на люльку. Поперечное отклонение люльки создает ничтожную работу трения ввиду малого отношения r — радиуса опорного валика к длине подвески L , что составляет обычно

$$\frac{r}{L} = \frac{1}{6} \div \frac{1}{10},$$

и в этом соотношении уменьшается трение в люльке по сравнению с трением при непосредственном скольжении опоры по плоскости. С целью уменьшения трения в люльке подвески ее нередко ставятся на призмы и ножи.

г) Треугольные опоры

Возвращающий механизм с треугольными опорами изображен на фиг. 162. При отклонении тележки на величину e и при нагрузке ее силой Q мы имеем вращение около опоры A , так что вершина C перемещается в положение C' и горизонтальная составляющая равна:

$$T = Q \operatorname{tg} \alpha, \quad (309)$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d - e}{\sqrt{L^2 - (d - e)^2}}.$$

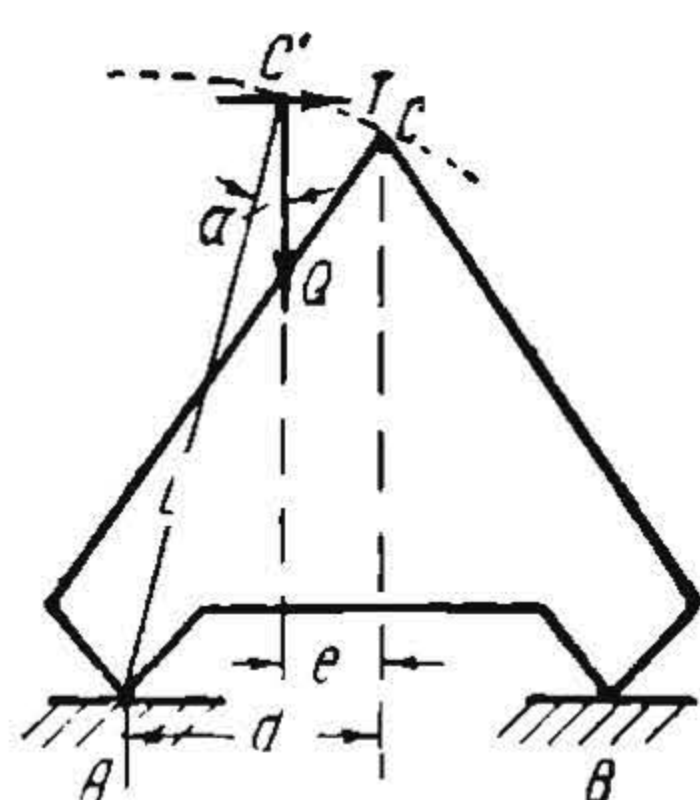
При $e = 0$ имеем начальную возвращающую силу, равную:

$$F_0 = Q \operatorname{tg} \alpha_0 = Q \frac{d}{\sqrt{L^2 - d^2}}. \quad (310)$$

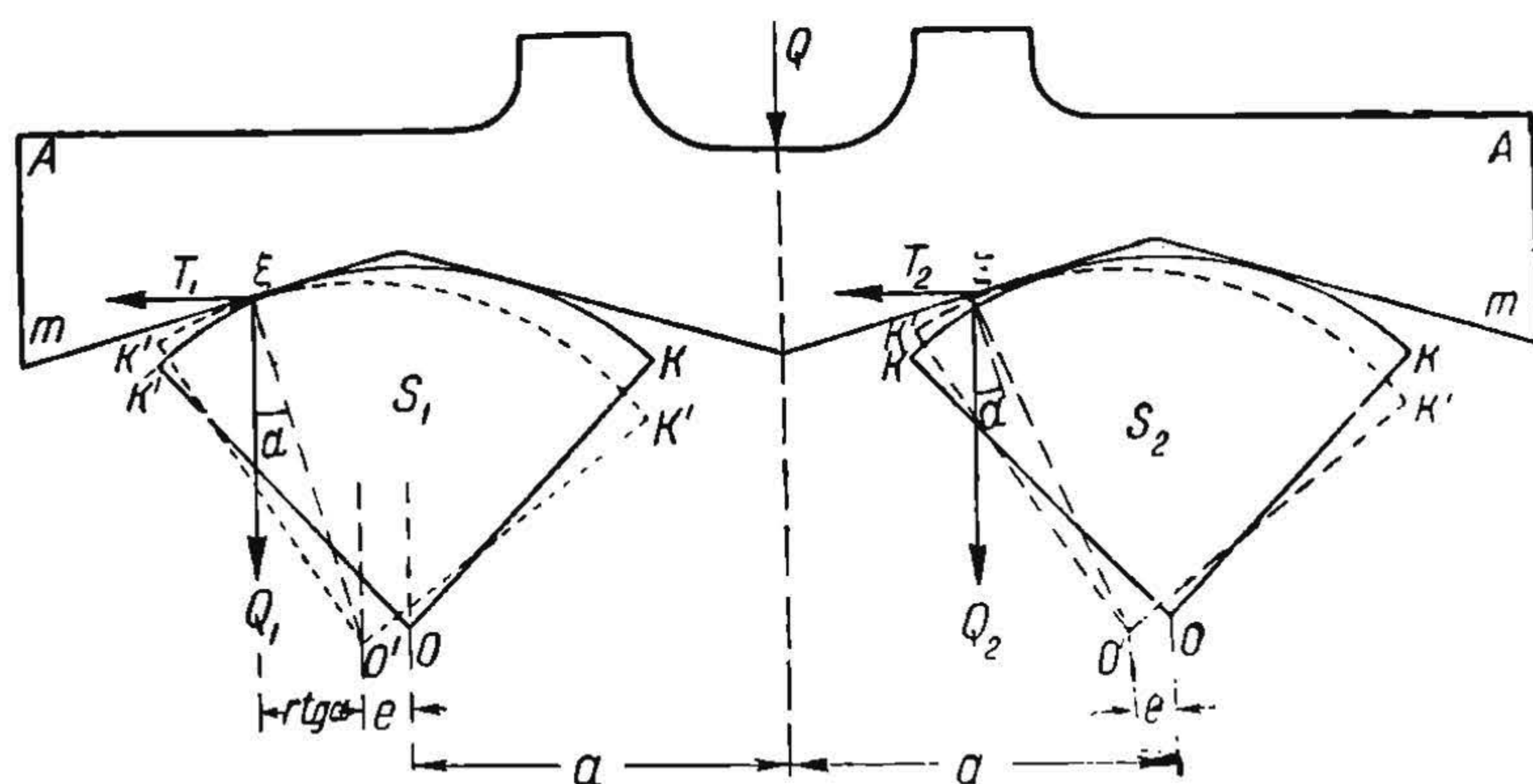
По мере отклонения тележки это усилие падает до нуля при $e = d$, и далее оно принимает отрицательные величины.

д) Секторные возвращающие механизмы

Секторные возвращающие механизмы отличаются от ранее рассмотренных люлечных с подвесками (которые мы называли просто люлечными) тем, что люлька опирается на тележку при помощи секторов, а не подвешивается при помощи сережек (подвесок). На фиг. 163 изображен схематически возвращающий механизм с секторными опорами. Люлька АА образует вверху чашку шаро-



Фиг. 162.



Фиг. 163.

вой опоры, через которую передается на тележку нагрузка Q от электровозной рамы. Сама же люлька опирается на два сектора S_1 и S_2 с центрами вращения O , закрепленными на тележке. Пусть тележка отклонилась влево на величину e , так что центр вращения O каждого сектора переместился в точку O' и сектора заняли положение, изображенное пунктиром. Опорные точки секторов с люлькой переместились в положение ξ . Усилия Q_1 и Q_2 , передающиеся на сектора через люльку от давления на нее главной рамы электровоза с силой $Q = Q_1 + Q_2$, разлагаем на направление $\xi O'$, проходящее через опору сектора O' , и на горизонтальные T_1 и T_2 , которые остаются неуравновешенными и создают возвращающее усилие тележки. Обозначая угол, составленный направлением $\xi O'$ с вертикалью для левого и правого сектора через α , величину возвращающего усилия, равного сумме горизонтальных сил T_1 и T_2 , получим равным:

$$F = T_1 + T_2 = Q_1 \operatorname{tg} \alpha + Q_2 \operatorname{tg} \alpha = Q \operatorname{tg} \alpha. \quad (311)$$

Не трудно видеть, что возвращающая сила F может появиться только в том случае, если не будет проскальзывания в горизонтальном направлении люльки относительно сектора. Так как трение, образуемое на поверхности сектора, может быть недостаточно, приходится конструктивно создавать необходимый горизонтальный упор; очень часто с этой целью сектора снабжаются зубом или тягами, связывающими их с люлькой.

При перемещении секторов происходит одновременно понижение тележки, которая равномерно опускается на своих рессорах, воспринимая дополнительную нагрузку; рама главного экипажа электровоза несколько поднимается.

Одновременно с отклонением тележки и боковым перемещением секторов точки касания последних с люлькой перемещаются на величину:

$$\Delta = e + r \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

при чем происходит перераспределение нагрузок между секторами.

Если обозначим расстояние между опорными точками секторов, при расположении тележки посередине, через $2a$, то, при отклонении тележки и перемещении опорных точек на величину Δ , давление на внешний сектор и внутренний сектор получится равным:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \frac{Q(a - \Delta)}{2a} \\ Q_2 &= \frac{Q(a + \Delta)}{2a} \end{aligned} \right\} \quad (312)$$

Преимущество секторных опор по сравнению с подвешиванием люльки при помощи подвесок заключается в том, что, придавая различный профиль опорным поверхностям люльки mt и очертаниям секторов kk , можно получить любой закон изменения возвращающего усилия F в зависимости от отклонения тележки e .

Рассмотрим сначала случай, когда опорная поверхность люльки описана дугой радиуса R из центра O_0 (фиг. 164), а очертание секторной опоры kk выполнено по дуге круга радиуса r . Примем начало координат в точке O_0 и координаты точки ξ обозначим через x и y (см. „Паровоз Феликс Дзержинский“, изд. Редбюро Локомотивопроекта, Москва, 1934 г., стр. 619, и др.).

Тогда имеем:

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Обозначим попрежнему через α угол, составленный направлением ξO_1 с вертикалью; величину его найдем из уравнения:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{y} = \frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}}$$

Не трудно видеть, что

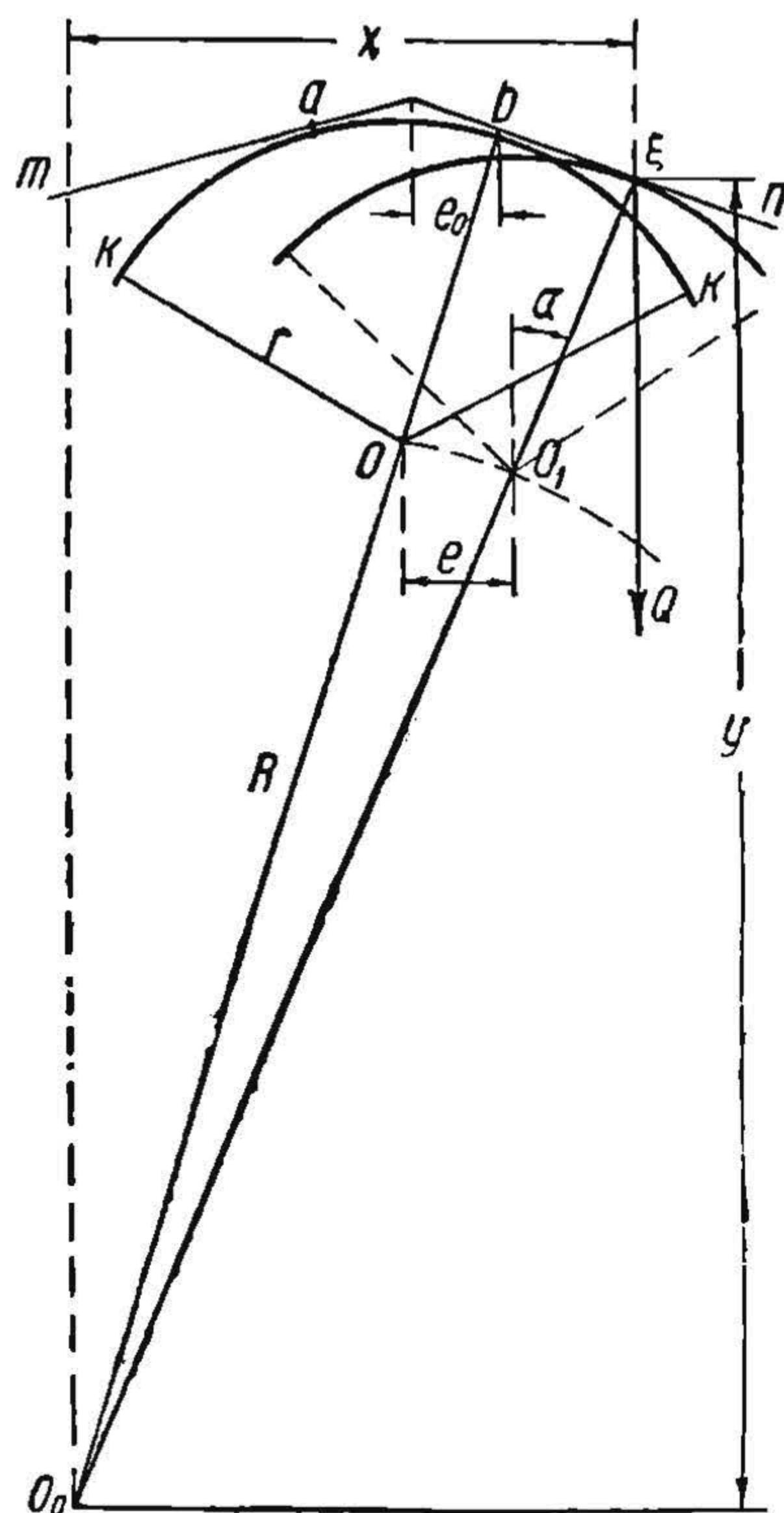
$$x = e_0 \frac{R}{r} + e \frac{R}{R - r}$$

и далее

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{e_0 \cdot \frac{R}{r} + e \cdot \frac{R}{R - r}}{\sqrt{R^2 - \left(e_0 \frac{R}{r} + e \frac{R}{R - r} \right)^2}},$$

а возвращающая сила

$$F = Q \operatorname{tg} \alpha = Q \frac{e_0 \frac{R}{r} + e \frac{R}{R - r}}{\sqrt{R^2 - \left(e_0 \frac{R}{r} + e \frac{R}{R - r} \right)^2}}. \quad (313)$$



Фиг. 164.

НТБ
ДНУЖТ

Начальная возвращающая сила соответствует положению, когда $e = 0$, и равна:

$$F = Q \cdot \frac{e_0 \frac{R}{r}}{\sqrt{R^2 - \frac{e_0^2 R^2}{r^2}}} = Q \frac{e_0}{\sqrt{r^2 - e_0^2}}. \tag{313'}$$

При $Q = 10 \text{ т}$, $e_0 = 44 \text{ мм}$, $r = 200 \text{ мм}$ и $R = 800 \text{ мм}$ величина начальной возвращающей силы получится равной:

$$F_0 = 2,26 \text{ т}$$

и, наконец, возвращающая сила при отклонении тележки на величину e будет равна:

$$F = 10 \frac{0,176 + 1,33 e}{\sqrt{0,8^2 - (0,176 + 1,33 e)^2}}.$$

На табл. 33 даны величины силы F для различных отклонений тележки, подсчитанные по этой формуле, а на фиг. 165 построена кривая $F = f(e)$.

Таблица 33

Возвращающие усилия люльки на секторных опорах при различном отклонении тележек

e — отклонение тележки	0	20	40	60	80	100
F — возвращающая сила .	2,26	2,63	3,38	3,82	4,28	4,72

Как видно из кривой (фиг. 165), изменение F возвращающей силы тележки в зависимости от величины бокового отклонения тележки e происходит почти

прямолинейно, как если бы вместо секторных опор мы имели возвращающий механизм с рессорами с жесткостью, равной:

$$ж = \frac{4,720 - 2,260}{100} \cdot 24 \text{ кг/мм}$$

и с начальной возвращающей силой $F_0 = 2,26 \text{ т}$, т. е. практически мы можем считать, что возвращающее усилие рассматриваемого возвращающего механизма меняется по закону:

$$F = F_0 + же, \tag{314}$$

где

$$F_0 = Q \frac{e_0}{\sqrt{r^2 - e_0^2}}$$

и

$$ж = \frac{Q}{e_{max}} \left[\frac{e_0 \cdot \frac{R}{r} + e \frac{R}{R-r}}{\sqrt{R^2 - \left(e_0^2 \cdot \frac{R}{r} + e \frac{R}{R-r} \right)^2}} - \frac{e_0}{\sqrt{r^2 - e_0^2}} \right]. \tag{315}$$

Здесь e_{max} — наибольшее поперечное отклонение тележки.

Определим влияние трения в нижних опорах секторов. Пусть цилиндрическая опора вычерчена радиусом, равным ϱ ; тогда усилие F' , которое необхо-

димому приложить к верхней поверхности сектора, чтобы преодолеть трение его в нижней опоре, найдем из уравнения:

$$F'r = \rho Q f', \quad (316)$$

где f' — коэффициент трения и Q — нагрузка на сектор; откуда

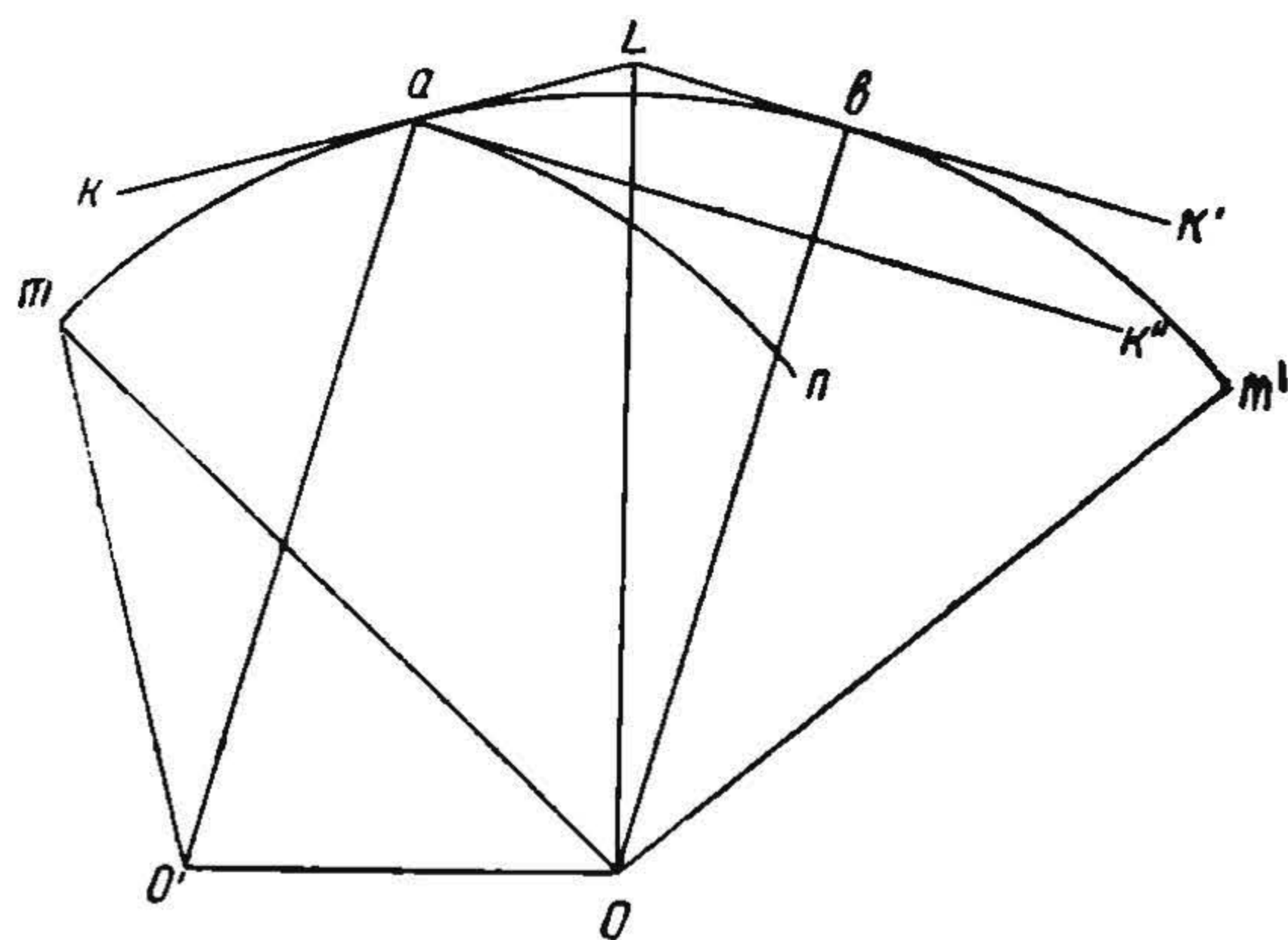
$$F' = \frac{\rho}{r} f' Q.$$

При $\rho = 30$ мм, $r = 200$ мм, $Q = 10$ т поправочный член на трение при $f' = 0,10$ равен:

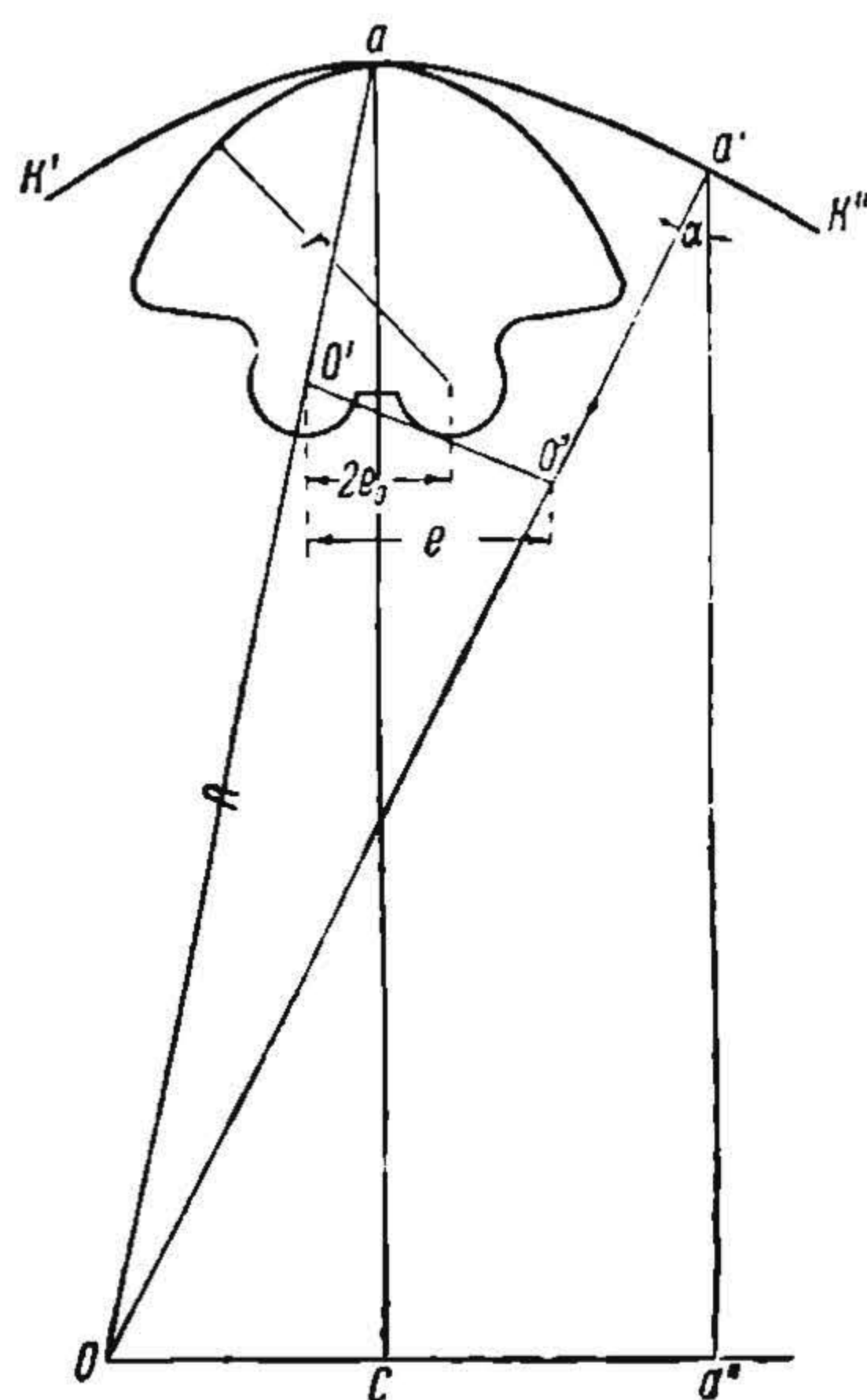
$$F' = \frac{30}{200} \cdot 0,10 \cdot 10\,000 = 150 \text{ кг.}$$

Трением качения по верхним поверхностям секторов пренебрегаем. Сопротивление трения при перемещении секторных опор составит около 7% от начальной и около 3% от максимальной возвращающей силы.

Не трудно видеть, что в пределах дуги ab (фиг. 166) касания фактически никогда не бывает, но эта дуга увеличивает размеры секторов; поэтому нередко эту часть дуги выбрасывают, а чтобы сохранить начальную возвращающую силу, которая фактически определяется, как мы видели выше, величиной этой дуги, устраивают второй полюс вращения.



Фиг. 166.



Фиг. 167.

Пусть kLk' будут опорные плоскости люльки; проводим через точку a прямую ak'' , параллельную Lk' , и построим вторую половину поверхности сектора an , симметричную ma , так чтобы линия ak'' была касательна ей в точке a .

Центр O' этой новой дуги найдем, проведя $aO' \parallel bO$. Таким образом, получаем новый сектор, биполярный, $O'tanO$ с двумя полюсами O и O' . Работа его ничем не отличается от работы ранее рассмотренного сектора $tabm'$. Действительно, при малейшем отклонении тележки одна из опор перестает воспринимать на себя нагрузку, и благодаря этому получается начальная возвращающая сила:

$$F_0 = Q \operatorname{tg} \alpha = Q \cdot \frac{e_0}{\sqrt{r^2 - e_0^2}}, \quad (317)$$

т. е. равная ранее найденной величине в случае монополярных секторов (здесь $2e_0$ — расстояние $ab = OO'$).

Найдем теперь выражение для возвращающей силы биполярных секторных механизмов в зависимости от бокового отклонения тележки. Пусть тележка (фиг. 167) отклонилась на величину e , так что полюс O' переместился в точку O''

и рабочая поверхность сектора коснулась опорной поверхности люльки ak'' в точке a' . Величина возвращающей силы тележки найдется равной:

$$f = Q \operatorname{tg} \alpha,$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Oa''}{a'a''}.$$

Не трудно видеть, что

$$Oa'' = Oc + ca'' = e_0 \frac{R}{r} + e \frac{R}{R-r},$$

где R — радиус кривой опорной поверхности люльки $Oa = Oa'$.

Далее

$$a'a'' = \sqrt{R^2 - (Oa'')^2} = \sqrt{R^2 - \left(e_0 \frac{R}{r} + e \frac{R}{R-r}\right)^2}$$

Таким образом

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{e_0 \cdot \frac{R}{r} + e \frac{R}{R-r}}{\sqrt{R^2 - \left(e_0 \cdot \frac{R}{r} + e \frac{R}{R-r}\right)^2}}.$$

Наконец получаем:

$$F = Q \operatorname{tg} \alpha = Q \frac{e_0 \cdot \frac{R}{r} + e \frac{R}{R-r}}{\sqrt{R^2 - \left(e_0 \cdot \frac{R}{r} + e \frac{R}{R-r}\right)^2}}. \quad (318)$$

Таким образом, сравнивая формулы (313) и (318), мы видим, что секторные возвращающие механизмы моно- и биполярные, у которых опорные поверхности люльки очерчены одним и тем же радиусом, а сами сектора имеют одинаковые радиусы, — будут давать равные возвращающие усилия при условии, что хорда дуги ab монополярного сектора равна расстоянию между полюсами у биполярного сектора.

В том случае, когда угол α , тангенс которого определяет горизонтальное усилие, образуемое в секторе, окажется более угла трения в опорной поверхности люльки на секторе, произойдет, как выше упоминалось, проскальзывание люльки по сектору.

На фиг. 168 показано распространенное в США укрепление секторов при помощи тяг A к люльке; эти тяги работают при таких отклонениях, когда $\operatorname{tg} \alpha \geq f$, где f — коэффициент трения в опорной поверхности сектора.

Свободный сектор при отклонениях тележки перемещается таким образом, что вершина его описывает гипоциклоиду; при связывании же сектора тягами A вершина его будет вынуждена описывать окружность около конца тяги O (фиг. 169), вследствие чего произойдет проскальзывание сектора по опорной поверхности.

На фиг. 169 обозначено через $O_1'O'P'A'$ положение сектора с точкой касания P' при свободном отклонении сектора и через $O'_1O''P''A''$ — при вынужденном отклонении с точкой касания P'' ; таким образом, отрезок $A'A'' = P'P'' = \Delta x$ дает величину проскальзывания.

Мы уже указывали, что, давая различный профиль секторам и опорной поверхности люльки, мы можем получить любой закон изменения возвращающей силы.

Зададимся для простоты опорной поверхностью люльки в виде плоскости и напишем уравнение кривой верхней поверхности сектора в общем виде, в полярных координатах. Начало координат примем в точке вращения сектора O (фиг. 170). Пусть начальный радиус равен r_0 , и отклонение сектора будем измерять от начального положения углом θ . Обозначим угол, составленный вектором r с горизонтальной опорной плоскостью люльки, через β , и угол радиуса вектора с вертикалью через α .

Пусть касание сектора с опорной плитой происходит в точке ξ . Проведем ξS перпендикулярно лучу ξO ; тогда $\angle \xi PS = \beta = \angle S \xi N$ и, кроме того, $\angle \alpha = 90^\circ - \beta$.

Возвращающая сила секторного механизма определяется углом α и равна:

$$F = Q \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Изменение $\operatorname{tg} \alpha$ по мере поперечного отклонения тележки или, что то же, по мере увеличения угла θ мы можем выразить в общем виде:

$$\operatorname{tg} \alpha = a \theta^n,$$

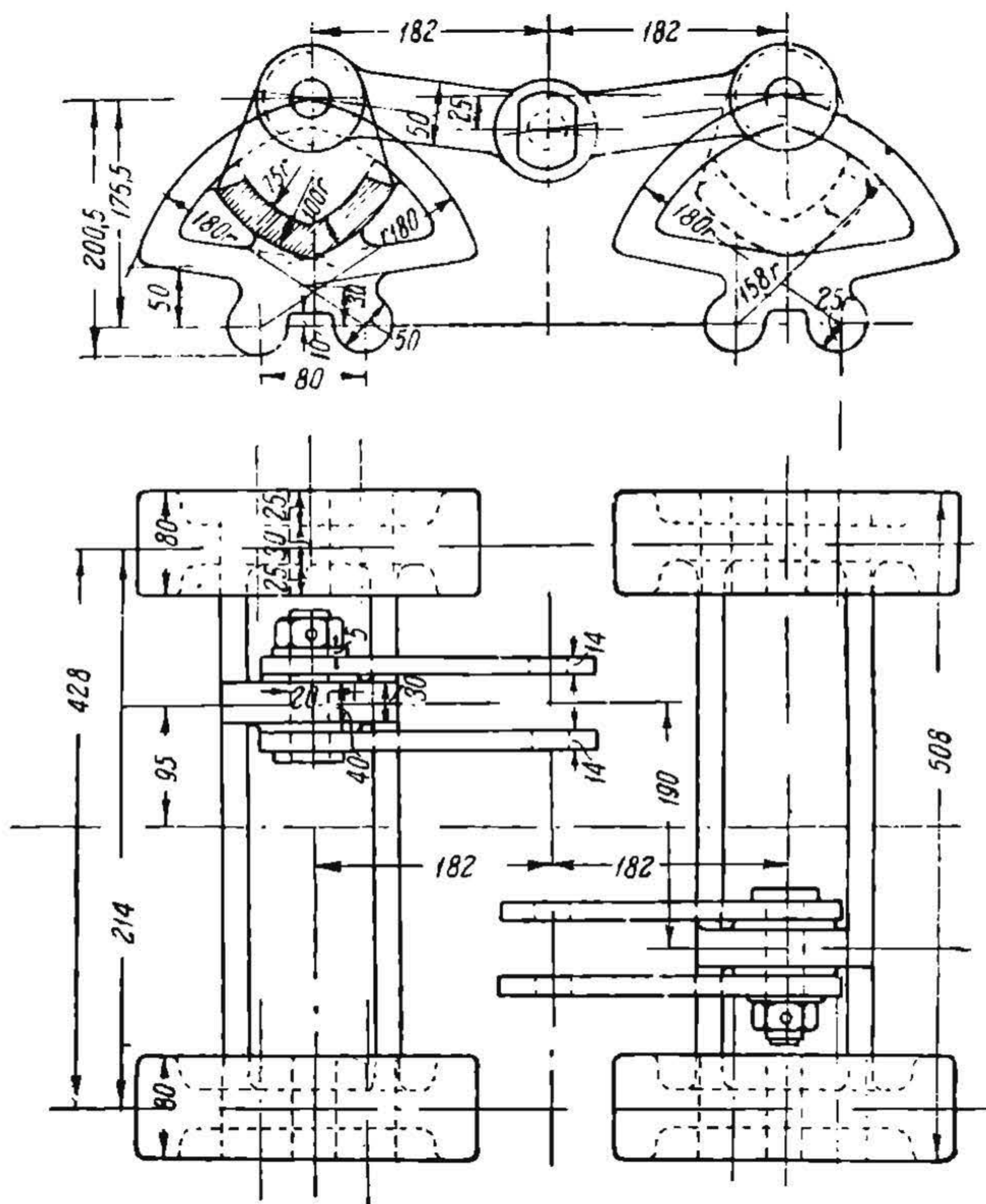
где a и n — некоторые отвлеченные числа.

Из фиг. 170 мы имеем:

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} \beta = \frac{\xi S}{PS} = \frac{r d\theta}{dr};$$

но так как $\operatorname{tg} \alpha = a \theta^n$, то окончательно имеем:

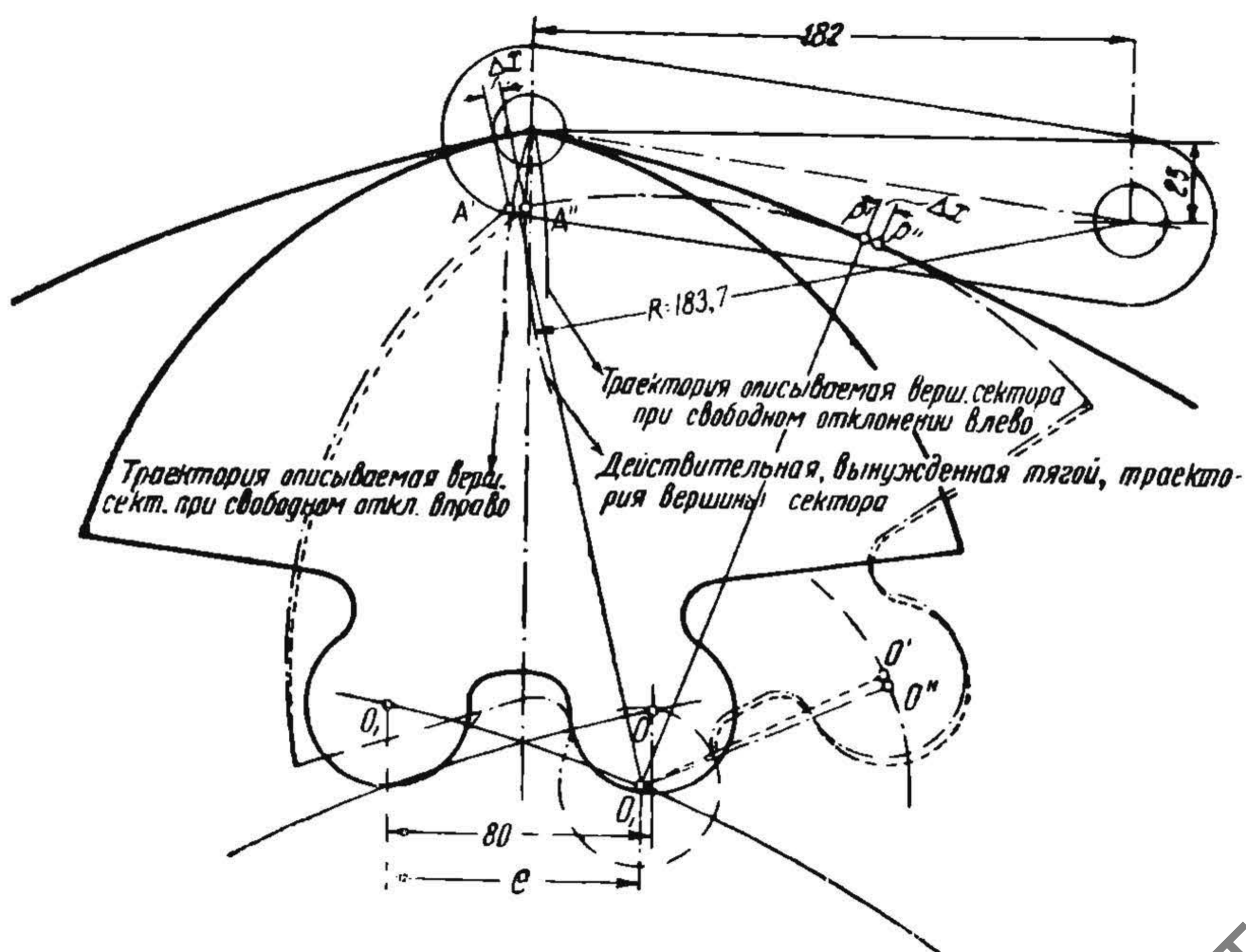
$$\frac{dr}{r} = a \theta^n d\theta.$$



Фиг. 168.

Интегрируя это уравнение получим:

$$\int \frac{dr}{r} = a \int \theta^n d\theta + \ln C$$



Фиг. 169.

или

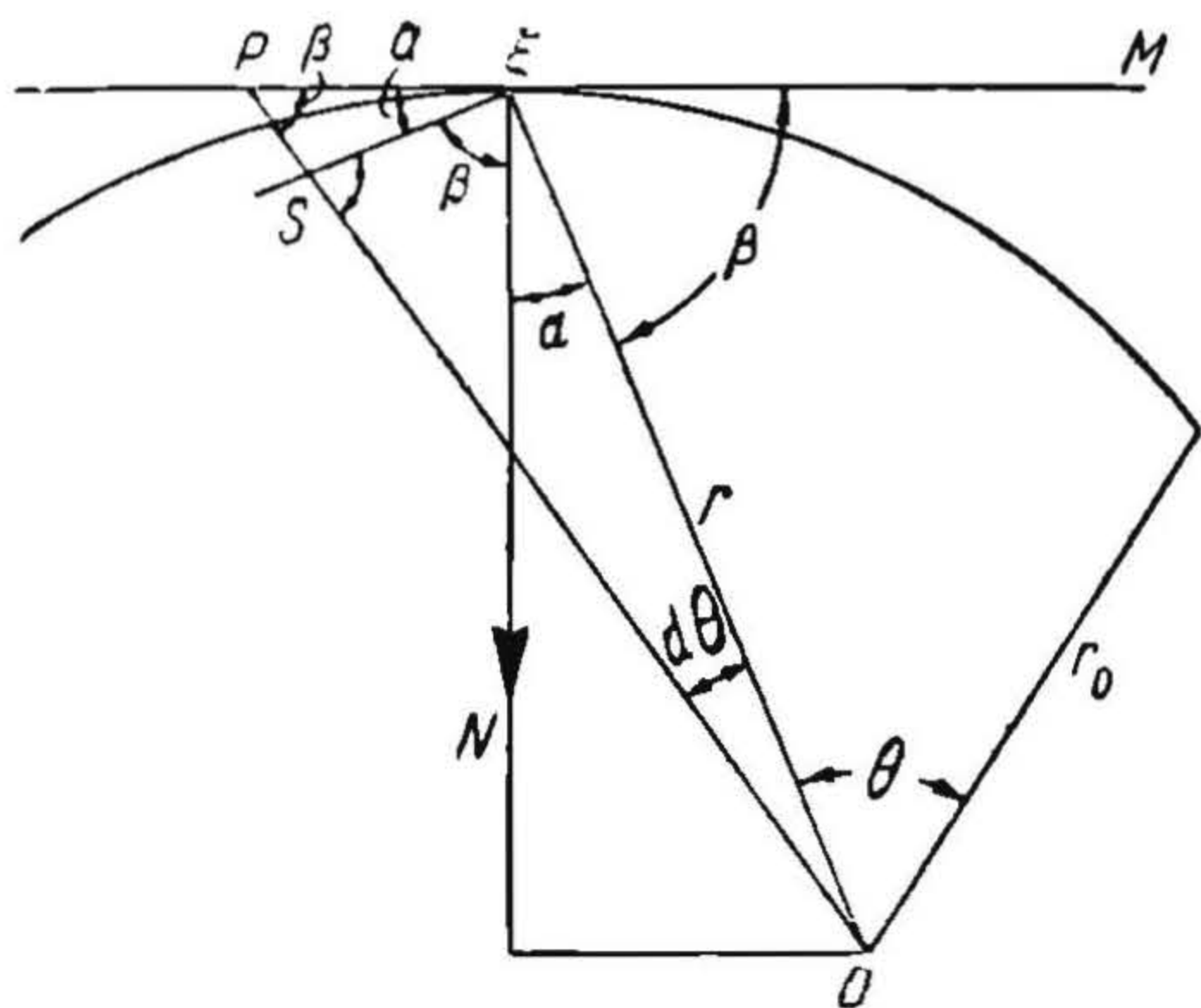
$$\ln \frac{r}{C} = \frac{a}{n+1} \theta^{n+1}$$

и окончательно

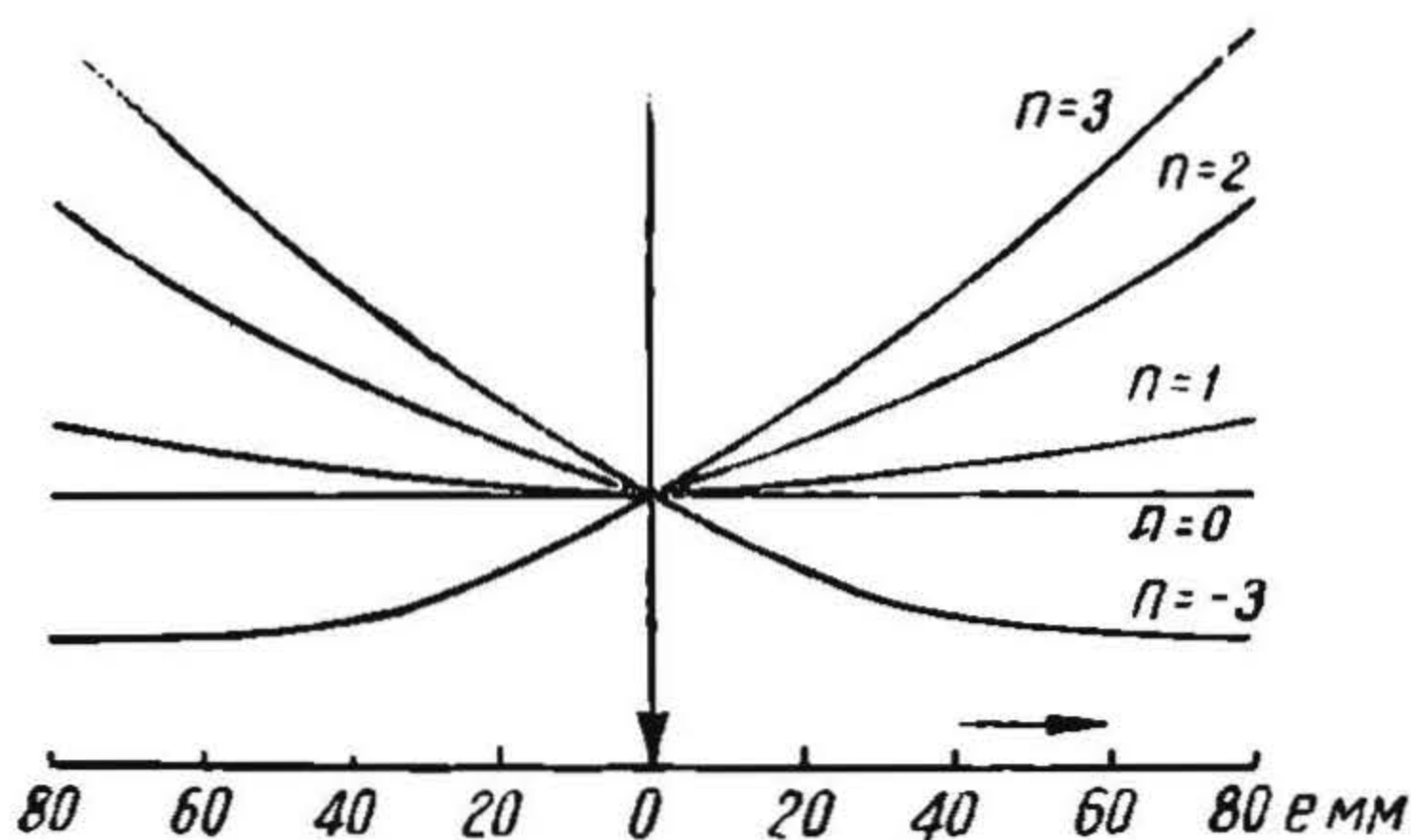
$$r = C e^{\frac{a}{n+1} \theta^{n+1}}, \quad (319)$$

где e — основание натуральных логарифмов.

Таким образом, задаваясь различными значениями параметров n и a , мы получим различный характер изменения возвращающего усилия секторных опор. Не трудно видеть, что при постоянной величине a и $n > 0$ возвращающая сила будет увеличиваться с увеличением θ или, что то же, с увеличением отклонения тележки, а при $n < 0$ возвращающая сила будет уменьшаться с увеличением отклонения тележки. При



Фиг. 170.



Фиг. 171.

$n = 0$ будем иметь постоянную возвращающую силу. Действительно из уравнения (317) имеем:

$$F_0 = Q \operatorname{tg} \alpha = Q a \theta^n = Q a. \quad (320)$$

На фиг. 171 показаны кривые изменения возвращающей силы тележки с секторными опорами при различной величине параметра n .

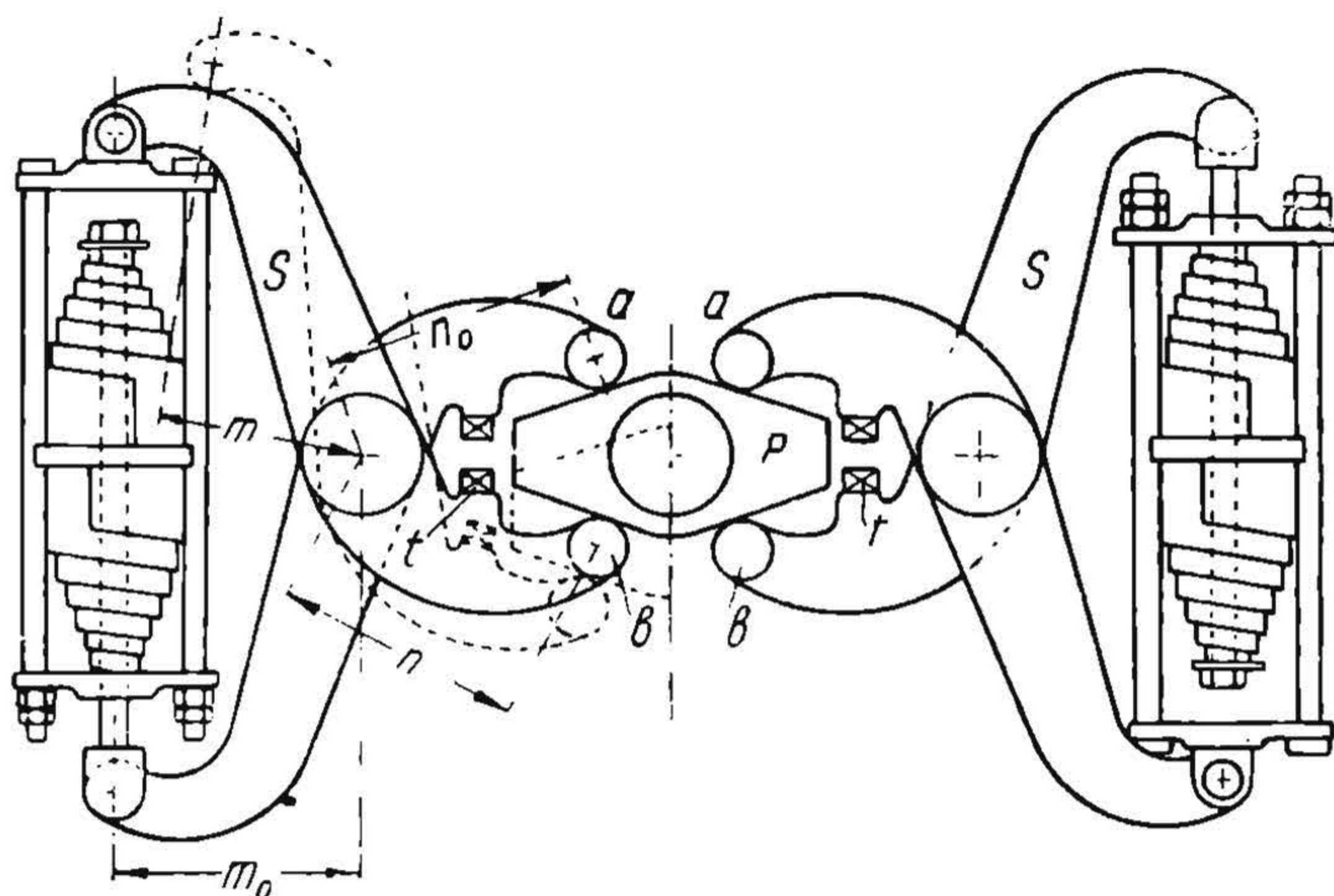
е) Клещеобразный возвращающий механизм

Этот тип возвращающего механизма стал распространяться в различных вариантах за последнее время на быстроходных электровозах. Он применен с успехом на быстроходном электровозе „F 326“ типа 2C₀2 итальянских ж. д. и на первом пассажирском советском „ПБ“ Клещеобразный возвращающий механизм состоит из двух клещей SS (фиг. 172), охватывающих одними концами призму P, установленную на шкворне, закрепленном в главных рамах; другие концы клещей стянуты пружинами. Цапфа клещей закреплена в шкворневом бруске бегунковой тележки. При поперечном отклонении тележки призма P увлекает за собой концы клещей a, другие же концы b остаются на месте благодаря упоркам t, закрепленным на бегунковой тележке. Раскрывание клещей связано с деформацией пружин и появлением возвращающих усилий. Если обозначим начальное сжатие пружины через f_0 , коэффициент жесткости через $ж$ и отношение плеч рычагов при среднем положении тележки через $\frac{m_0}{n_0}$, то начальное возвращающее усилие механизма от двух клещей будет равно:

$$F_0 = 2 f_0 ж \cdot \frac{m_0}{n_0} \quad (321)$$

По мере отклонения тележки отношение $\frac{m_0}{n_0}$ уменьшается. Вычерчивая механизм в крупном масштабе для различных боковых отклонений тележки e ,

найдем кривую зависимости отношения $\frac{m}{n}$, а также дополнительного прогиба упругих пружин f от e и определим характеристику возвращающего механизма, т. е. зависимость F от e по формуле:



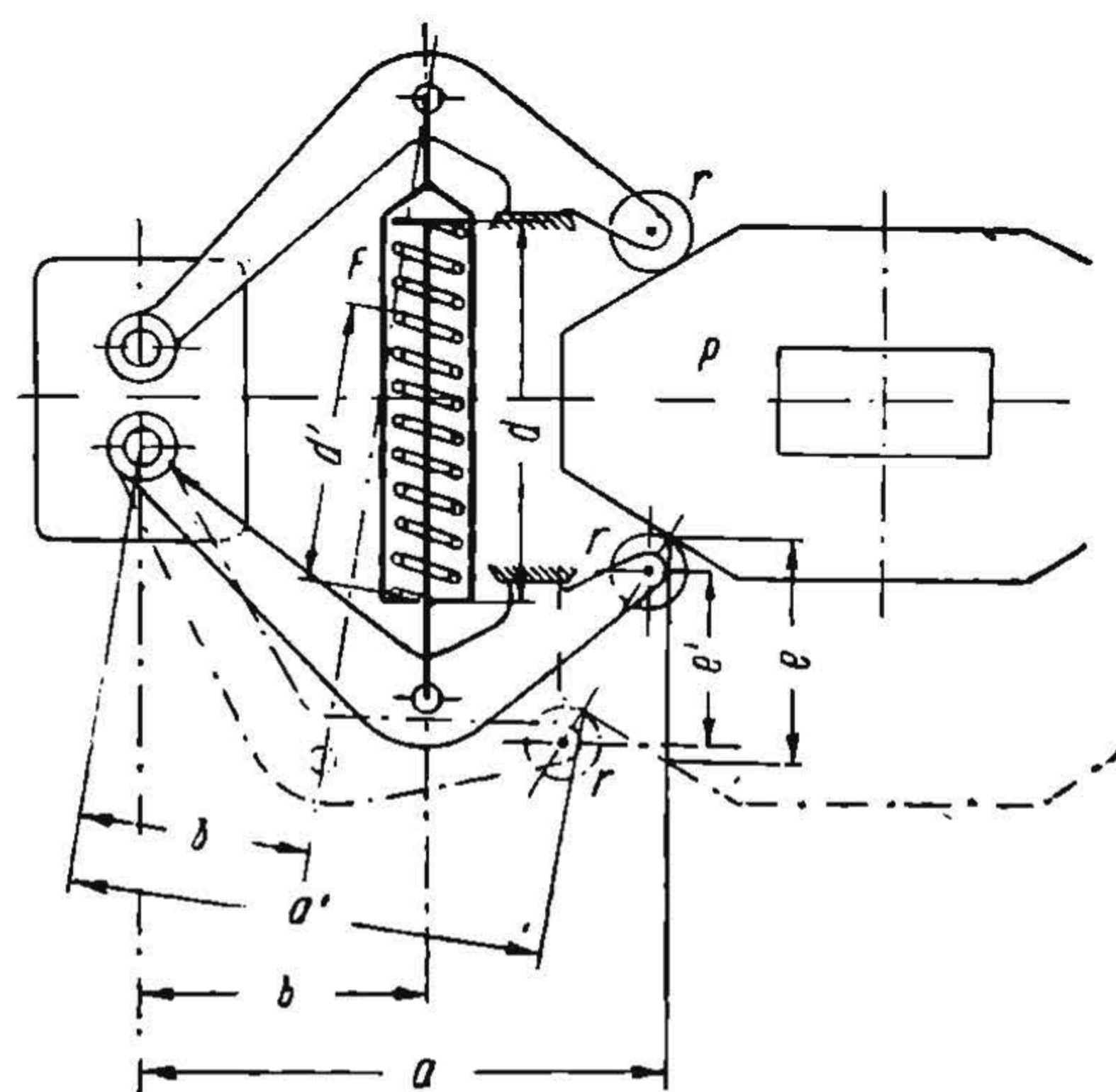
Фиг. 172.

$$F = 2 (f_0 + f) \text{ ж } \frac{m}{n} \cos \alpha, \quad (321')$$

где α —угол наклона линии, перпендикулярной к плоскости скольжения роликов a и b , к поперечной оси электровоза.

Особенностью этого механизма являются большая величина начального возвращающего усилия и быстрый рост его в начале с отклонением тележки; в дальнейшем, по мере отклонения тележки, характеристика приближается к горизонтали, т. е. по мере дальнейшего бокового отклонения тележки возвращающая сила ее остается постоянной величиной.

Другой особенностью этого возвращающего механизма является образование возвращающего момента при вращении тележки около центрального шкворня вследствие того, что при повороте тележки на некоторый угол по отношению к главной раме электровоза призма отводит за собой расположенные по диагонали концы a и b обеих клещей. Последние, стремясь восстановить свое положение, дают на призму с силой F , образуя вышеуказанный восстанавливающий момент $M = Fd$, где d —плечо пары сил.



Фиг. 173.

Если F_0 —начальное давление конца a клещей на призму P (в среднем положении тележки, когда ее продольная ось совпадает с осью всего электровоза) и d_0 —плечо действия этих сил, то начальный восстанавливающий момент будет равен:

$$M_0 = F_0 d_0. \quad (322)$$

Характеристику возвращающего механизма в отношении поворота тележки $M = \psi(\alpha)$, т. е. изменение возвращающего момента M с изменением α (угла относительного поворота продольной оси тележки и продольной оси всего

электровоза), легко построить, вычерчивая в крупном масштабе положение тележки и клещей для различных углов поворота α . Оно определяется деформацией пружин f , а следовательно и усилием F на концах a клещей и плечом действия этих сил. Появление возвращающих моментов при повороте тележки, как мы уже выше отмечали, важно для двухосных тележек в смысле предотвращения их виляния, выражающегося во вращении около тележечного шкворня. Недостатком этого возвращающего механизма, как и простого рессорного, является трение в опорных плоскостях.

На фиг. 173 изображен примененный на электровозах „Е 501“ и „Е 502“ французских ж. д. (Париж—Орлеан) возвращающий механизм, по своему конструктивному выполнению отличный от ранее описанного, но по характеру работы весьма схожий с ним.

Возвращающая рессора F прижимает ролики r к призме P со скошенными гранями, вследствие чего, при поперечном отклонении призмы на величину e , поперечное перемещение ролика e' меньше перемещения призмы P . Одновременно меняется отношение плеч $a:b$ и $a':b'$; все вместе взятое меняет то усилие, которое передается при деформации рессоры F на ролики r , и оно возрастает медленнее, чем усилие рессоры.

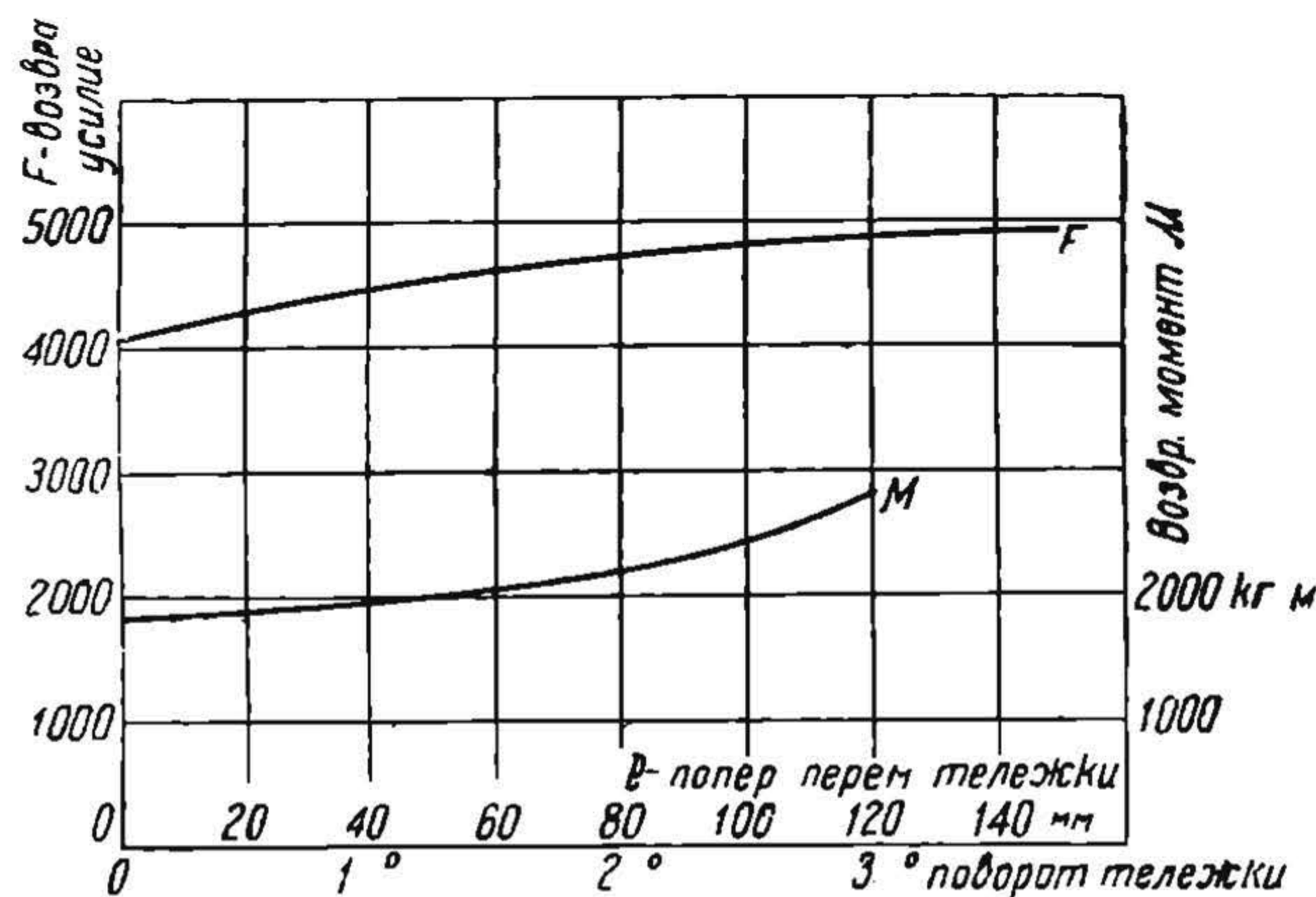
На фиг. 173а показаны для электровозов „Е 501“ и „Е 502“ французских ж. д. (Париж—Орлеан) кривая возвращающих усилий F в зависимости от поперечного отклонения тележки e и кривая возвращающих моментов M в зависимости от угла поворота тележки по отношению к главной раме.

§ 27. Влияние возвращающей силы на ведение электровоза в кривой

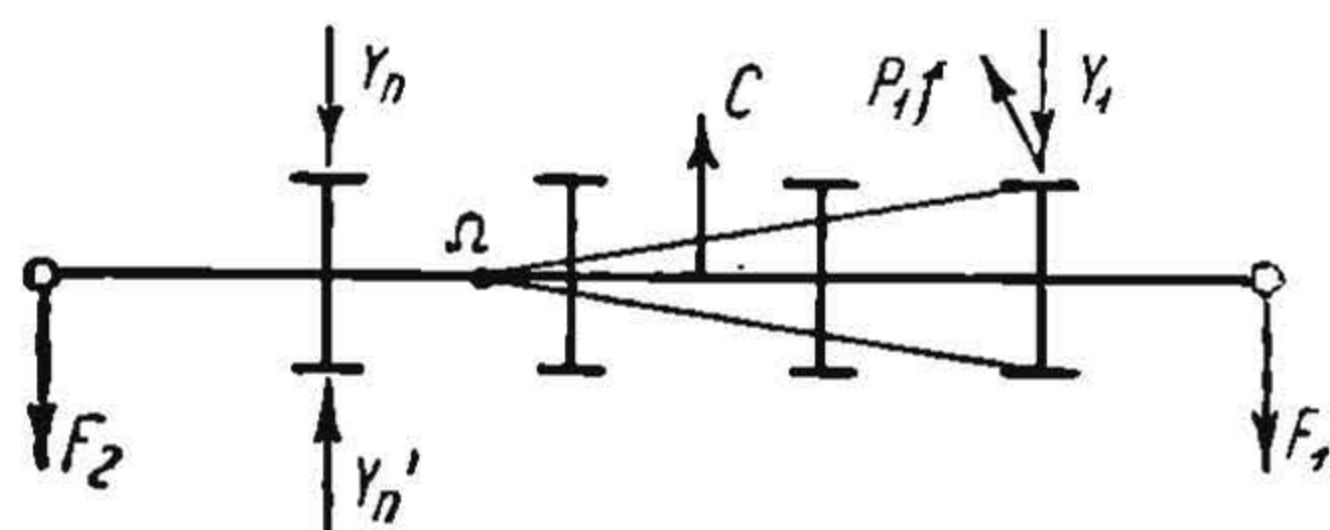
а) Метод исследования

При исследовании влияния возвращающей силы тележек на ведение главного экипажа электровоза в кривой отбрасываем обе тележки, а влияние их на главный экипаж заменяем действием силы возвращающих механизмов F_1 и F_2 , каковые и прикладываем взамен отбрасываемых тележек (фиг. 174). Таким образом, на главный экипаж электровоза будут действовать следующие силы:

P_1f, P_2f, \dots — силы трения в опорных точках колес, направление которых перпендикулярно лучам, проведенным из точки



Фиг. 173а.



Фиг. 174.

поворота экипажа Ω к опорным точкам колес и противоположно направлению скольжения (здесь P выражает попрежнему давление колеса в опорной точке и f — коэффициент трения, который мы принимаем одинаковым для всех колес, независимо от угла набегания их);

C — центробежная сила всего электровоза (без тележек), приложенная в центре тяжести;

F_1 и F_2 — упомянутые выше возвращающие силы (влияние отброшенных тележек на главный экипаж);

Y_1 — реакция внешнего рельса на внешнее колесо первой движущей оси, если она является осью, направляющей электровоз в кривой;

Y_n — реакция внешнего рельса на заднюю ось в том случае, если она набегает на внешний рельс; или вместо Y_n принимаем силу Y_n' — реакцию внутреннего рельса, если имеет место набегание на внутренний рельс. В том случае, если ни одна из задних осей не набегает ни на внешний ни на внутренний рельс, силы Y_n или Y_n' будут равны нулю.

Все силы принимаем расположенными в одной плоскости, проходящей через опорные точки колес; направление их показано на фиг. 174.

Составляем два основных уравнения равновесия перечисленных выше сил:

1) уравнение проекции этих сил на перпендикулярный к оси электровоза в точке поворота Ω радиус напишется в виде:

$$F_1 + F_2 + Y_1 + Y_n - C - \sum 2Pf \cos \alpha = 0 \quad (323)$$

(для осей, расположенных позади точки поворота экипажа, слагаемые $Pf \cos \alpha$ в выражении $\sum Pf \cos \alpha$ берутся со знаком минус). В дальнейшем мы пренебрегаем различной нагрузкой внешнего и внутреннего колес одной и той же оси в кривых и поэтому под знак \sum мы вводим не нагрузки отдельных колес P , а нагрузки на ось $2P$;

2) уравнение моментов тех же сил относительно точки поворота электровоза напишется в виде:

$$F_1 f_1 - F_2 f_2 + Y_1 y_1 - Y_n y_n - Cc - \sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2} = 0; \quad (324)$$

в этом уравнении f_1 и f_2 — расстояние сил F_1 и F_2 до точки поворота электровоза Ω ; y_1 и y_n — расстояние сил Y_1 и Y_n до той же точки; c — расстояние центробежной силы C до точки поворота Ω .

В том случае, когда имеет место набегание одной из задних осей на внутренний рельс, в уравнении (323) вместо Y_n следует поставить $-Y_n'$, а вместо $-Y_n y_n$ в уравнении (324) подставить $+Y_n' y_n$.

Совместное решение обоих уравнений дает:

$$Y_1 = \frac{-F_2 (y_n - f_2) - F_1 (y_n + f_1) + C (c + y_n) + y_n \sum 2Pf \cos \alpha + \sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2}}{y_1 + y_n} \quad (325)$$

$$Y_n = \frac{F_1 (f_1 - y_1) - F_2 (y_1 + f_2) - C (y_1 - c) + y_1 \sum 2Pf \cos \alpha - \sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2}}{y_1 + y_n}. \quad (326)$$

В частном случае, когда электровоз установится главным экипажем по хорде и в то же время задняя ось не будет давить на внешний рельс, т. е. при $Y_n = 0$, для симметричного в отношении расположения осей и их нагрузок электровоза в уравнении (323) член $\sum 2Pf \cos \alpha$ будет равен нулю, и таким образом возвращающее усилие первой движущей оси будет равно:

$$Y_1 = C - (F_1 + F_2). \quad (323')$$

Полагая же в уравнении (324) $Y_n = 0$ и $c = 0$ (т. к. центробежная сила проходит через точку поворота электровоза), мы получим:

$$F_1 f_1 - F_2 f_2 + Y_1 y_1 - \sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2} = 0. \quad (324')$$

Исключая из обоих уравнений Y_1 , получим соответствующую этой установке центробежную силу равной:

$$C = \frac{F_2 (f_2 + y_1) - F_1 (f_1 - y_1) + \sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2}}{y_1}. \quad (327)$$

В частном случае, когда электровоз имеет одинаковые в отношении возвращающих усилий тележки, расположенные на одинаковых расстояниях от середины электровоза, т. е. при

$$F_1 = F_2 = F$$

и

$$f_1 = f_2,$$

получим:

$$C = 2F + \frac{1}{y_1} \sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2}.$$

Обозначим величину центробежной силы, при которой электровоз устанавливается по хорде, но при которой еще $Y_n = 0$, через C и соответственно сумму проекции сил трения на вертикальную ось через $\sum 2Pf \cos \alpha$, а сумму моментов относительно точки поворота электровоза—через $\sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2}$.

При дальнейшем возрастании центробежной силы на величину ΔC в основных формулах члены $\sum 2Pf \cos \alpha$ и $\sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2}$, а также F_1 и F_2 не будут менять своей величины, поскольку положение электровоза в кривой не меняется, и тогда формулы (323) и (324) мы можем переписать в виде:

$$F_1 + F_2 + Y_1 + Y_2 - (C + \Delta C) - \sum 2Pf \cos \alpha = 0$$

и

$$F_1 f_1 - F_2 f_2 + Y_1 y_1 - Y_n y_n - (C + \Delta C) c - \sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2} = 0.$$

Совместное решение обоих уравнений дает:

$$Y_1 = Y_1 + \frac{\Delta C}{2} \quad (325')$$

и

$$Y_n = \frac{\Delta C}{2}, \quad (326')$$

где \bar{Y}_1 есть направляющее усилие при том значении C , при котором $Y_n = 0$ другими словами: с того момента, когда электровоз установился по хорде, тогда при дальнейшем увеличении центробежной силы на некоторую величину ΔC направляющее усилие передней и задней осей увеличивается на $\frac{\Delta C}{2}$.

Этот вывод позволяет легко определять направляющие усилия колес Y_1 и Y_n' при установке электровоза по хорде для различных величин центробежной силы, раз только определена величина центробежной силы, соответствующая $Y_n = 0$.

В том случае, когда электровоз занимает такое положение, при котором ни одно из задних колес не набегают ни на внешний ни на внутренний рельс, в вышеприведенных уравнениях $Y_n' = 0$ или $Y_n = 0$. Тогда совместное решение уравнений (323) и (324) даст:

$$Y_1 = C + \sum 2Pf \cos \alpha - (F_1 + F_2) \quad (328)$$

и

$$C = \frac{F_2(f_2 + y_1) - F_1(f_1 - y_1) + \sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2} - y_1 \sum 2Pf \cos \alpha}{y_1 - c}. \quad (329)$$

Эти два уравнения не разрешают в явном виде вопроса, в какой мере возвращающие усилия тележек влияют на направляющее усилие Y_1 , развиваемое первой движущей осью.

При изучении влияния возвращающей силы на величину бокового давления первой движущей оси, при всех промежуточных установках основного экипажа между положением его по хорде (наибольшей скорости) и положе-

¹ Если электровоз не симметричен в отношении расположения осей и их нагрузки, то и при установке электровоза по хорде $\sum 2Pf \cos \alpha \neq 0$.

нием с радиальной установкой последней движущей оси, мы будем положение экипажа в кривой определять расстоянием χ точки поворота его Ω до середины: таким образом при $\chi = 0$ будем иметь установку по хорде и при $\chi = \frac{b}{2}$ — радиальную установку задней движущей оси (b — расстояние между крайними движущими осями электровоза).

Та или иная установка экипажа в кривой зависит главным образом от центробежной силы (т. е. скорости прохождения электровозом кривой заданного радиуса) и от возвращающего усилия тележек F_1 и F_2 ; поэтому в первую очередь мы определим, при какой центробежной силе, при различных величинах F_1 и F_2 , будет иметь место та или иная установка электровоза в кривой и затем — соответствующее данному положению электровоза боковое усилие от рельса, испытываемое первой движущей осью. При этом мы рассмотрим следующие случаи: 1) когда электровоз ходовой формулы 2D2 или 1D1 с расстоянием между осями по 2 м снабжен по концам тележками с возвращающими механизмами, дающими постоянную величину возвращающего усилия F , и 2) когда F меняется в зависимости от величины бокового перемещения тележки. Характер изменения возвращающего усилия будет различен при применении различных возвращающих механизмов. В наших исследованиях мы постараемся выявить также влияние характера изменения F на условия вписывания электровоза в кривые.

Мы должны при этом особо подчеркнуть, что, помимо эксплуатационных качеств и конструктивных преимуществ и недостатков различных типов возвращающих механизмов в смысле их простоты и надежности работы, основным критерием их качеств служит величина боковых направляющих усилий в кривых различного радиуса при различных скоростях. Поэтому для сравнения преимуществ в этом отношении различных возвращающих механизмов мы для каждого из них определим зависимость Y_1 (направляющего усилия передней движущей оси) от C (величины центробежной силы). Положение экипажа в кривой определяет угол набегания реборды первой движущей оси, являющейся в то же время и направляющей в кривых осью. Уменьшение угла набегания в значительной мере способствует снижению сопротивления в кривых, износу гребней бандажей и повышает безопасность в отношении схода с рельсов. Поэтому другим критерием для выявления преимуществ различных возвращающих механизмов является величина угла набегания или, что то же, величина χ , определяющая положение данного электровоза в кривой в зависимости от C (центробежной силы).

Что касается величины Y_0 (направляющего усилия в кривой тележечной оси), то таковое зависит, как мы раньше уже отмечали, почти исключительно от величины возвращающего усилия F , поскольку центробежная сила массы самой тележки невелика.

Уравнение (328) показывает, что чем больше сумма $(F_1 + F_2)$ при данном положении электровоза в кривой, т. е. чем большую величину Y_0 мы передадим на бегунковую тележку, тем меньшая величина бокового усилия, необходимая для поворачивания всего электровоза в кривой, придется на направляющую ось.

В вопросе распределения направляющего усилия между бегунковой и движущей осями практика в различных странах расходится. Несомненным является то обстоятельство, что в отношении направления экипажа в кривой бегунковая ось находится в более благоприятных условиях: она набегает на внешний рельс под значительно меньшим углом, чем движущая ось; кроме того выдвинутое вперед положение ее дает больший эффект в смысле поворачивания электровоза, так как боковое усилие от рельса на бегунковую ось действует на большем плече, чем в случае движущей оси. Но, с другой стороны, сравнительно небольшая вертикальная нагрузка на бегунковую ось заставляет ограничивать боковое усилие, действующее на нее, по соображениям опасности схода с рельсов. Во всяком случае при оценке преимуществ того или иного типа возвращающих устройств мы должны учитывать распределение боковых усилий от рельсов на направляющие колеса.

б) Случай постоянной возвращающей силы ($F_1 = F_2 = \text{const.}$)

Определим, при какой центробежной силе C будет иметь место та или иная установка выбранного электровоза в кривой. Для этого задаемся рядом положений электровоза в кривой, т. е. соответствующими величинами $\chi = 0, 1, 1,5, 2, 2,5, 3$ м, и подставляем в уравнение (329) расстояние осей y до точек поворота электровоза Ω , а также входящие в упомянутое уравнение $\cos \alpha$, соответствующие этим же величинам χ .

Расчеты производим для возвращающего усилия, соответственно равного $F = 0, 2, 3, 4$ и 5 т, в случае нагрузки на ось 20 т и 22 т при коэффициенте трения $f = 0,2$ и $0,25$. Результаты подсчетов приведены на табл. 34.

Т а б л и ц а 34

Значение центробежной силы C , которой соответствует различное положение электровоза в кривой

	χ	C в тоннах при F , равном				
		0	2	3	4	5
Нагрузка на ось 20 т при $f = 0,20$. .	0	11,6	15,6	17,6	19,6	21,6
	1	7,01	11,01	13,01	15,01	17,01
	1,2	5,96	9,96	11,96	13,96	15,96
	1,5	3,68	7,68	9,68	11,68	13,68
	2	1,17	5,17	7,17	9,17	11,17
	2,5	—	2,73	4,73	6,73	8,73
	3	—	—	—	1,74	3,74
Нагрузка на ось 22 т при $f = 0,20$. .	0	12,76	16,76	18,76	20,76	22,76
	1	7,62	11,62	13,72	15,62	17,62
	1,2	6,55	10,55	12,55	14,55	16,55
	1,5	4,03	8,03	10,03	12,03	14,03
	2	1,29	5,29	7,29	9,29	11,29
	2,5	—	2,06	4,06	6,06	8,06
	3	—	—	—	1,12	3,12
Нагрузка на ось 20 т при $f = 0,25$. .	0	14,5	18,5	20,5	22,5	24,5
	1	8,77	12,77	14,77	16,77	18,77
	1,2	7,45	11,45	13,45	15,45	17,45
	1,5	4,6	8,6	10,6	12,6	14,6
	2	1,47	5,47	7,47	9,47	11,47
	2,5	—	2,43	4,43	6,43	8,43
	3	—	—	—	0,20	2,20
Нагрузка на ось 22 т при $f = 0,25$. .	0	15,95	19,95	21,95	23,95	25,95
	1	9,64	13,64	15,64	17,64	19,64
	1,2	8,17	12,17	14,17	16,17	18,17
	1,5	5,06	9,06	11,06	13,06	15,06
	2	1,61	5,61	7,61	9,61	11,61
	2,5	—	2,27	4,27	6,27	8,27
	3	—	—	—	—	1,42

Для определения боковых усилий направляющей передней движущей оси мы должны воспользоваться уравнением (328), подставив в него соответствующие величины C . Из уравнения (328) не трудно вывести, что для рассматриваемого случая постоянной величины возвращающего усилия тележек величина Y_1 для определенного положения электровоза в кривой не будет зависеть от усилия возвращающего механизма обеих тележек, т. е. усилия F_1 и F_2 определяют лишь ту центробежную силу, при которой будем иметь рассматриваемое положение электровоза в кривой, но не величину боковых усилий.

Действительно: при $F_1 = F_2 = F$ член $F_2(f_2 + y_1) - F_1(f - y_1)$ в уравнении (329) превращается, как нетрудно видеть из чертежа, в

$$F_2(f_2 + y_1) - F_1(f_1 - y_1) = F(f_2 - f_1 + 2y_1) = 2F(y_1 - c).$$

Таким образом, из уравнения (329) получим:

$$C = 2F + \frac{\sum \cdot 2Pf \sqrt{y^2 + s^2}}{y_1 - c} - y_1 \frac{\sum 2Pf \cos \alpha}{y_1 - c}, \tag{330}$$

и уравнение (328), после подстановки в него найденной величины C , напишется в виде:

$$Y_1 = y_1 \frac{\sum 2Pf \cos \alpha}{y_1 - c} - \frac{\sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2}}{y_1 - c} + \sum 2Pf \cos \alpha. \tag{331}$$

Результаты подсчетов по этой формуле для рассматриваемого электро-воза даны на табл. 35 для нагрузки на движущие оси в 20 и 22 *t* при коэф-фициенте трения между колесами и рельсами $f = 0,20$ и $f = 0,25$.

Т а б л и ц а 35

Боковые усилия Y_1 передней направляющей движущей оси при постоянном усилии возвращающего механизма

		χ						
		0	1	1,2	1,5	2	2,5	3
Нагрузка на ось 20 <i>t</i> при $f = 0,20$.	11,6	10,93	10,8	9,99	9,52	7,99	5,38
» 22 » $f = 0,20$.	12,76	11,93	11,8	10,97	9,89	8,25	6,14
20 » $f = 0,25$.	14,5	13,67	13,5	12,49	11,25	10,01	7,0
» 22 $f = 0,25$.	15,95	15,03	14,48	13,74	12,37	11,01	7,70

Изменения Y_1 в зависимости от χ , приведенные на указанной таблице для $2P = 20\ t$ и $2P = 22\ t$ и при $f = 0,20$ и $f = 0,25$, позволяют построить уже кривые Y_1 в функции от C при различной величине возвращающего усилия тележки. Из рассмотрения кривых $Y = \psi(C)$ на фиг. 175, построенных для $2P = 20\ t$ и $f = 0,2$, видим, что с падением центробежной силы C падает Y_1 (направляющее усилие передней движущей оси).

В тот момент, когда шкворень задней тележки совпадает со средней продольной осью главного экипажа и в дальнейшем при снижении центробежной силы C происходит отклонение бегунковой тележки внутрь кривой по отношению к главной раме электровоза (точки α кривых фиг. 175), направление F_2 — возвращающего усилия этой тележки — меняется, а именно: тележка начинает увлекать за собой задний конец электровоза внутрь кривой. Таким образом, для положения электровоза, соответствующего совпадению шкворня тележки со средней продольной осью основного экипажа, мы имеем два лимита C — величины центробежной силы, в пределах которых электровоз все время сохраняет указанное положение, а возвращающее усилие задней тележки меняется от $+F_2$ до $-F_2$.

Пусть для указанного положения электровоза точка поворота его отстоит на расстоянии χ' от середины; из оснований уравнений (328) и (329) мы определим наивысшее значение величины C (центробежной силы) и Y_1 (бокового усилия), при которых еще возможна установка электровоза в кривой при совпадении шкворня задней тележки с продольной осью электровоза; с уве-

личением C задний конец электровоза начнет отклоняться наружу кривой. Минимальную величину для C и соответственную величину Y_1 найдем, изменив знаки в уравнении (329) перед членом F_2 , а в уравнении (329) перед членом $F_2(f_2 + y_1)$ на обратные.

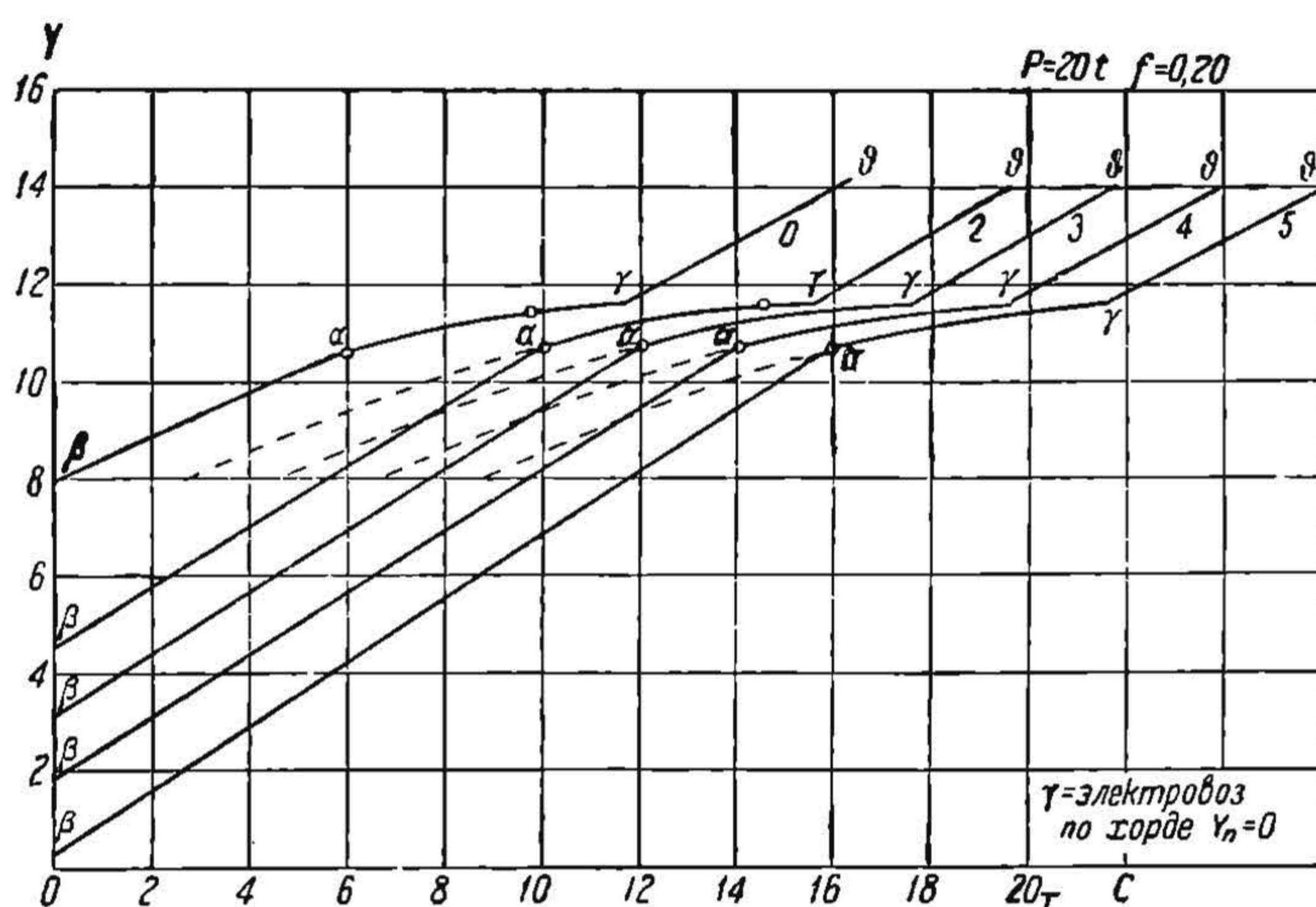
Для рассматриваемого нами электровоза совпадение шкворня задней тележки с продольной осью электровоза имеет место при $\chi_0 = 1,2$ м. Уравнение (329) можно переписать в следующем виде:

$$C = \frac{F_2(f_2 + y_1) - F_1(f_1 - y_1)}{y_1 - c} + \frac{\sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2} - y_1 \sum 2Pf \cos \alpha}{y_1 - c}. \quad (332)$$

При $F_2 = -F_1$ первый член преобразовывается в

$$\frac{F_2(f_2 + y_1) - F_1(f_1 - y_1)}{y_1 - c} = - \frac{F_1(f_2 + f_1)}{y_1 - c} = - \frac{F_1 b_s}{\frac{b}{2}},$$

где b — расстояние между крайними движущими осями и



Фиг. 175.

b_s — расстояние между шкворнями тележек; далее формула (329) переписывается в виде:

$$C = -F_1 \cdot \frac{b_s}{\frac{b}{2}} + \frac{\sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2} - y_1 \sum 2Pf \cos \alpha}{\frac{b}{2}}. \quad (333)$$

По этой формуле можно определить центробежную силу C для различных величин F_1 и различных установок электровоза в кривой при $\chi > \chi_0$.

Подставляя в формулу (333) величины $\sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2}$ и $y_1 \sum 2Pf \cos \alpha$, соответствующие $\chi = 1,2$ м, мы определим центробежную силу C (минимальную величину ее, при которой еще имеет место установка электровоза в таком положении, когда шкворень задней тележки совпадает с продольной осью электровоза).

Приведенные подсчеты показывают, что это имеет место однако при отрицательных значениях C ; поэтому были определены с помощью уравнения (328) величины Y_1 , соответствующие $C = 0$ при различных F_1 и при $\chi = 1,2$ м.

Подсчитанные по формуле (328) усилия Y_1 передней движущей оси для $C = 0$ приведены в табл. 36.

Величины F_2 и Y_1 при совпадении шкворня задней тележки с продольной осью электровоза

F_1	2	3	4	5
F_2	-1,56	-1,27	-0,99	-0,70
Y_1	4,41	3,12	1,84	+0,55

Реакцию рельса Y_1 для промежуточных значений C от нуля до максимальной величины, соответствующей совпадению шкворня задней тележки с продольной осью главного экипажа, легко определить по тем же формулам (328) и (329), подставляя в них различную величину возвращающей силы F_2 задней тележки. Таким образом были получены необходимые промежуточные точки для построения кривой $Y_1 = \psi(C)$ в пределах $\alpha\beta$ (фиг. 175).

В тот момент, когда электровоз установится по хорде (точка γ фиг. 175), дальнейшее увеличение Y_1 и Y_n происходит прямолинейно, а именно согласно уравнениям:

$$Y_1 = \bar{Y}_1 + \frac{\Delta C}{2} \text{ и } Y_n = \bar{Y}_n + \frac{\Delta C}{2}$$

и соответствующие величины Y_1 показаны на фиг. 175 в виде отрезков $\gamma\vartheta$.

Рассматривая полученные кривые $Y_1 = \psi(C)$, мы видим, что вначале имеет место быстрое повышение Y_1 вместе с увеличением C , от нуля до значения C , являющегося максимальной величиной центробежной силы, при которой возможна еще такая установка электровоза в кривой, когда шкворень задней тележки совпадает с продольной осью электровоза. При этом F_1 (реакция передней тележки на основной экипаж электровоза) остается постоянной величиной, а реакция задней тележки, в зависимости от развиваемой электровозом центробежной силы, меняется от отрицательной величины до положительной F_0 , т. е. до начальной возвращающей силы тележки. На этом участке мы имеем прямолинейную зависимость Y_1 от C . Действительно, полагая в уравнениях (323) и (324) $Y_n = 0$ и исключая из обоих уравнений F_2 , мы получим:

$$Y_1 = \frac{C(f_2 + c) - F_1(f_1 + f_2) + \sum 2P f \sqrt{y^2 + s^2} + f_2 \sum 2P f \cos \alpha}{f_2 + y_2}. \quad (334)$$

Угол наклона этого прямолинейного участка кривой $Y_1 = \psi(C)$ равен:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f_2 + c}{f_2 + y_1},$$

что для рассматриваемого случая дает:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5,4}{8,4} = 0,64.$$

По мере увеличения C выше той величины, которая соответствует совпадению шкворня тележки со средней линией главного экипажа, происходит одновременное отклонение заднего конца электровоза наружу кривой. В этом случае в уравнении (326) возвращающие усилия тележек F_1 и F_2 остаются постоянными величинами, член же $\sum 2P f \cos \alpha$ падает по мере того, как электровоз приближается к положению в кривой по хорде; вследствие этого Y_1 возрастает медленно с увеличением C . После того, как электровоз установился по хорде, дальнейшее возрастание Y_1 идет вместе с возрастанием C весьма интенсивно и прямолинейно под углом, соответствующим $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$ к оси абсцисс.

Характер изменения кривых $Y_1 = \psi(C)$ показывает, что при выборе возвращающей силы приходится ставить условие, чтобы при максимальной центробежной силе направляющая сила Y_1 была еще в пределах пологой части характеристик. Так например для рассматриваемого электровоза при весе электровоза без тележек порядка 100 т (ходовая формула 1D1) и при максимальной скорости в кривой $R = 640\text{ м}$, равной $v = 90\text{ км/час}$, центробежная сила C получается равной 10 т ; при ходовой формуле электровоза 2D2 и весе электровоза без тележек 120 т при максимальной скорости в кривой $R = 640\text{ м}$, равной $v = 110\text{ км/час}$, центробежная сила получается равной 18 т . Таким образом, как следует из фиг. 175, для электровозов с нагрузкой на ось в 20 т при ходовой формуле 1D1 и возвращающая сила должна быть порядка $2\text{—}2\frac{1}{2}\text{ т}$ —минимальная по условиям виляния, а при ходовой формуле 2D2, исходя из максимальной центробежной силы $C = 18\text{ т}$, возвращающая сила должна быть около 3 т .

Интересно отметить, что при всех величинах постоянной возвращающей силы тележек направляющее усилие Y_1 при установке электровоза по хорде получается одинаковой величины. В этом случае величину Y_1 найдем из основных уравнений (328), (329):

$$Y_1 = C + \sum 2P f \cos \alpha - (F_1 + F_2)$$

и

$$C = \frac{F_2 (f_2 + y_1) - F_1 (f_1 - y_1) + \sum 2P f \sqrt{y^2 + s^2} - y_1 \sum 2P f \cos \alpha}{y_1 - c}.$$

Положив в них

$$F_1 = F_2 = F_0; \quad f_1 = f_2; \quad c = 0 \quad \text{и} \quad \sum 2P f \cos \alpha = 0,$$

получим:

$$Y_1 = \frac{\sum 2P f \sqrt{y^2 + s^2}}{y_1} \quad (335)$$

и

$$C_0 = 2F_0 + \frac{\sum 2P f \sqrt{y^2 + s^2}}{y_1}, \quad (336)$$

т. е. принятая возвращающая сила тележек определяет только ту центробежную силу, при которой получается максимальная величина Y_1 , соответствующая пологой части характеристики $Y_1 = \psi(C)$; сама же величина Y_1 равна моменту сил трения колес в опорных точках относительно середины электровоза, деленной на расстояние направляющей оси до середины электровоза, и не зависит от возвращающей силы тележек.

Пользуясь найденными формулами (335) и (336), мы легко определим для различных ходовых формул электровозов и нагрузок на оси величину Y_1 , а затем по максимальной центробежной силе C_0 из формулы (336)—необходимую величину F_0 возвращающей силы тележек, обеспечивающей движение электровоза в кривых в пределах пологой части характеристики $Y_1 = \psi(C)$. Результаты подсчетов приведены в табл. 37.

При определении максимальной центробежной силы электровоза без тележек мы принимали нагрузку на бегунковые оси по 13 т при нагрузке на движущую ось в 20 т и по 15 т на бегунковой оси при нагрузке на движущую ось в 23 т , а максимальную скорость в кривых $R = 640\text{ м}$ равной 90 км/час , когда по концам электровоза имеется одноосная тележка, и 120 км/час для электровозов с двухосными тележками по концам.

Из этой таблицы следует, что в том случае, когда электровозы снабжены возвращающим механизмом с постоянной величиной возвращающего усилия, при наличии одноосных тележек по концам и соответственно при скоростях, не превышающих 90 км/час в кривых $R = 640\text{ м}$, необходимое возвращающее усилие тележки определяется требованием спокойного хода электровоза и отсутствия виляния, т. е. необходимо назначать F_0 порядка $2\text{—}3\text{ т}$, тогда как по условию работы электровоза в пределах пологой части характе-

Возвращающая сила, необходимая для электровозов различных ходовых формул по условию работы в пологой части характеристики $Y_1 = \psi(C)$

Ходовая формула	Нагрузка на движущую ось	Расстояние между движущими осями (в м)	C_{max} (в т)	Y_1	F_0
1—3—1	20	2,0	8,0	10,2	—1,1
1—3—1 .	22	2,3	9,0	10,85	—0,92
1—4—1 .	20	2,0	10,0	11,68	—0,84
1—4—1 .	22	2,3	11,2	12,60	—0,70
1—5—1 .	20	2,0	12,0	13,26	—0,63
1—5—1 .	22	2,3	13,4	14,35	—0,47
2—3—2 .	20	2,0	17,0	10,2	3,4
2—3—2 .	22	2,3	19,47	10,85	4,31
2—4—2 .	20	2,0	20,53	11,68	4,43
2—4—2 .	22	2,3	23,36	12,60	5,38
2—5—2 .	20	2,0	24,07	13,26	5,40
2—5—2 .	22	2,3	27,26	14,35	6,45

ристики $Y_1 = \psi(C)$ требуется значительно меньшая величина F_0 . При наличии двухосных тележек и соответственно при скоростях до 120 км/час требуется для работы в пределах пологой части характеристики $Y_1 = \psi(C)$ возвращающая сила тележек около 3,5 ÷ 6,5 т соответственно для 3, 4 и 5 движущих осей.

Ниже на табл. 38 приведены возвращающие усилия наклонных плоскостей в процентах от нагрузки, передаваемой на тележку, применяемые на различных дорогах.

Таблица 38

Название ж. д.	Усилие наклонных плоскостей
Японские ж. д. . .	33
Canadlan-Pacific .	40
Illinois Central	33

в) Случай простого рессорного механизма

Возвращающее усилие в этом случае меняется по прямолинейному закону. Примем начальное усилие $F_0 = 2000$ кг и коэффициент жесткости рессорного механизма $ж = 25$ кг/мм. Одновременно исследуем случай, когда начальное усилие равно 500 кг с коэффициентом жесткости рессорного механизма $ж = 40$ кг/мм.

Для подсчета возвращающего усилия обеих тележек определены при различном положении электровоза в кривой величины отклонения шкворней обеих тележек для ранее рассмотренного электровоза с четырьмя движущими осями, с расстоянием между движущими осями по 2 м и расстоянием шкворней тележек до крайней движущей оси по 2,4 м. Поперечные отклонения тележки приведены на табл. 39 в зависимости от χ (расстояния точки поворота электровоза до середины его). Одновременно на табл. 39 приведены возвращающие усилия при этих отклонениях тележки для двух рассматриваемых типов возвра-

щающего механизма с начальным натяжением рессор $F_0=500\text{ кг}$ и $ж=40\text{ кг/мм}$ и для $F_0=2\,000\text{ кг}$ и $ж=25\text{ кг/мм}$ соответственно для кривых радиусов $R=1\,000\text{ м}$ и $R=300\text{ м}$.

Таблица 39

Боковые отклонения тележек и возвращающие усилия их при простом рессорном механизме

z	$R = 300\text{ м}$						$R = 1\,000\text{ м}$					
	Характеристика возвращающего механизма		$F=2\,000+25e$		$F=500+40e$		Характеристика возвращающего механизма		$F=2\,000+25e$		$F=500+40e$	
	Отклонения тележек		F_1	F_2	F_1	F_2	Отклонения тележек		F_1	F_2	F_1	F_2
	e_1	e_2					e_1	e_2				
0	38,3	38,3	2,96	2,96	2,03	2,03	11,5	11,5	2,30	2,30	0,96	0,96
0,5	42,6	24,4	3,06	2,61	2,20	0,48	12,8	7,33	2,32	2,20	1,01	0,80
1,0	46,5	10,6	3,16	2,26	2,36	0,92	14,0	3,18	2,35	2,08	1,06	0,63
1,2	48,2	4,92	3,20	2,12	2,43	0,70	14,5	1,48	2,36	2,04	1,08	0,56
1,5	50,6	-3,56	3,26	-2,09	2,52	-0,64	15,2	1,07	2,38	-2,03	1,11	-0,54

Пользуясь формулой (329), мы определяем величину центробежной силы, соответствующей различному положению электровоза, а затем, пользуясь формулой (328),—соответствующее направляющее усилие Y_1 передней движущей оси.

Результаты подсчетов для всех вышеуказанных случаев приведены ниже на табл. 40.

Расчеты показали, что предельным положением главного экипажа, соответствующим минимальной центробежной силе, является положение, которому соответствует совпадение шкворня задней бегунковой тележки с продольной осью главного экипажа; это имеет место при $χ=1,2\text{ м}$; при этом возвращающее усилие задней тележки F_2 имеет отрицательное значение и препятствует дальнейшему перемещению заднего конца электровоза внутрь кривой.

Электровозы с достаточно большой возвращающей силой тележек сохраняют длительное время устойчивое положение в кривой, соответствующее совпадению шкворня задней тележки с продольной осью электровоза; при малой же возвращающей силе электровоз выходит из этого положения.

Таблица 40

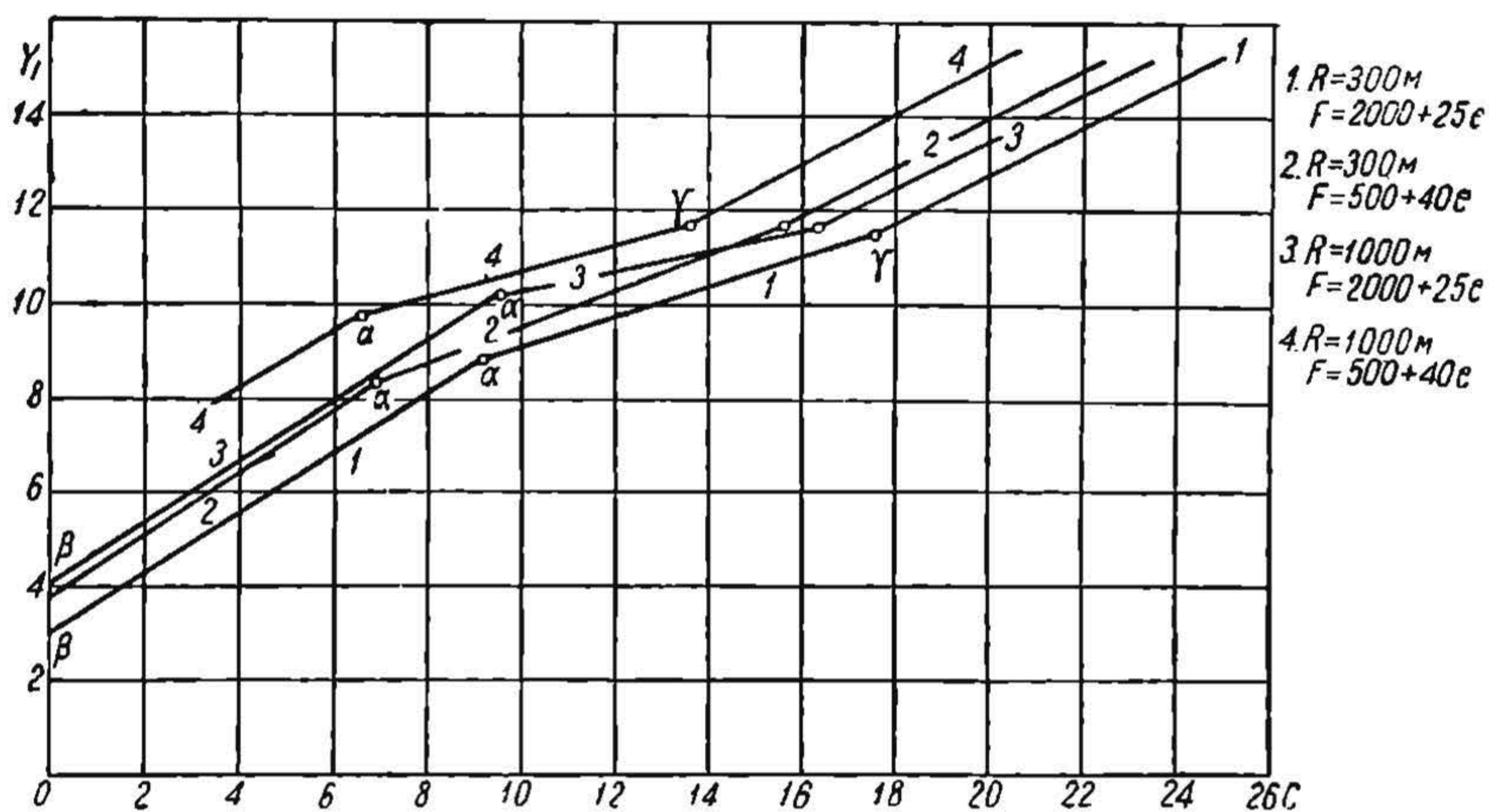
Боковые усилия Y_1 и центробежная сила C при различных установках электровоза с простым рессорным возвращающим механизмом

z	$R = 300\text{ м}$				$R = 1\,000\text{ м}$			
	$F = 2\,000 + 25e$		$F = 500 + 40e$		$F = 2\,000 + 25e$		$F = 500 + 40e$	
	C	Y_1	C	Y_1	C	Y_1	C	Y_1
0	17,62	11,6	15,76	11,6	16,29	11,6	13,62	11,6
1	10,54	9,19	7,21	8,0	10,86	10,30	7,75	9,97
1,2 {	9,03	8,63	5,42	7,34	9,64	10,10	6,45	9,66
	0	2,92	2,62	5,54	0	3,96	3,65	7,86

За все время, пока электровоз сохраняет свое положение в кривой, соответствующее совпадению шкворня задней тележки с продольной осью электровоза, т. е. при $\chi = 1,2$ м, когда F_2 меняют свою величину от $+F_0$ (начальное усилие) до $-F_0$, мы имеем, как выше отмечалось, прямолинейное возрастание Y_1 вместе с возрастанием C .

Минимальное значение C , при котором еще возможна установка электровоза в положении, когда шкворень задней тележки совпадает с продольной осью электровоза, и соответствующее значение Y_1 легко определить, подставляя в уравнения (328) и (329) $F_2 = -F_0$.

Результаты подсчетов нанесены в виде кривой $Y_1 = \psi(C)$ на фиг. 176. Кривые 1, 2 относятся к радиусу кривой $R = 300$ м, при чем возвращающее усилие тележек меняется по закону $F = 2000 + 25e$ (кривая 1) и по закону $F = 500 + 40e$ (кривая 2). Кривые 3 и 4 построены для тех же возвращающих механизмов в отношении изменения возвращающего усилия, но при движении по кривой $R = 1000$ м.



Фиг. 176.

Для всех четырех случаев направляющее усилие в кривых, приходящееся на первую движущую ось, в тот момент, когда электровоз устанавливается по хорде, одинаково, но сама установка экипажа по хорде происходит при различной центробежной силе—в зависимости от возвращающего усилия тележек. Мы имеем полную аналогию с предыдущим случаем, поскольку для момента, когда электровоз только что установился по хорде, справедливы одни и те же уравнения (335) и (336).

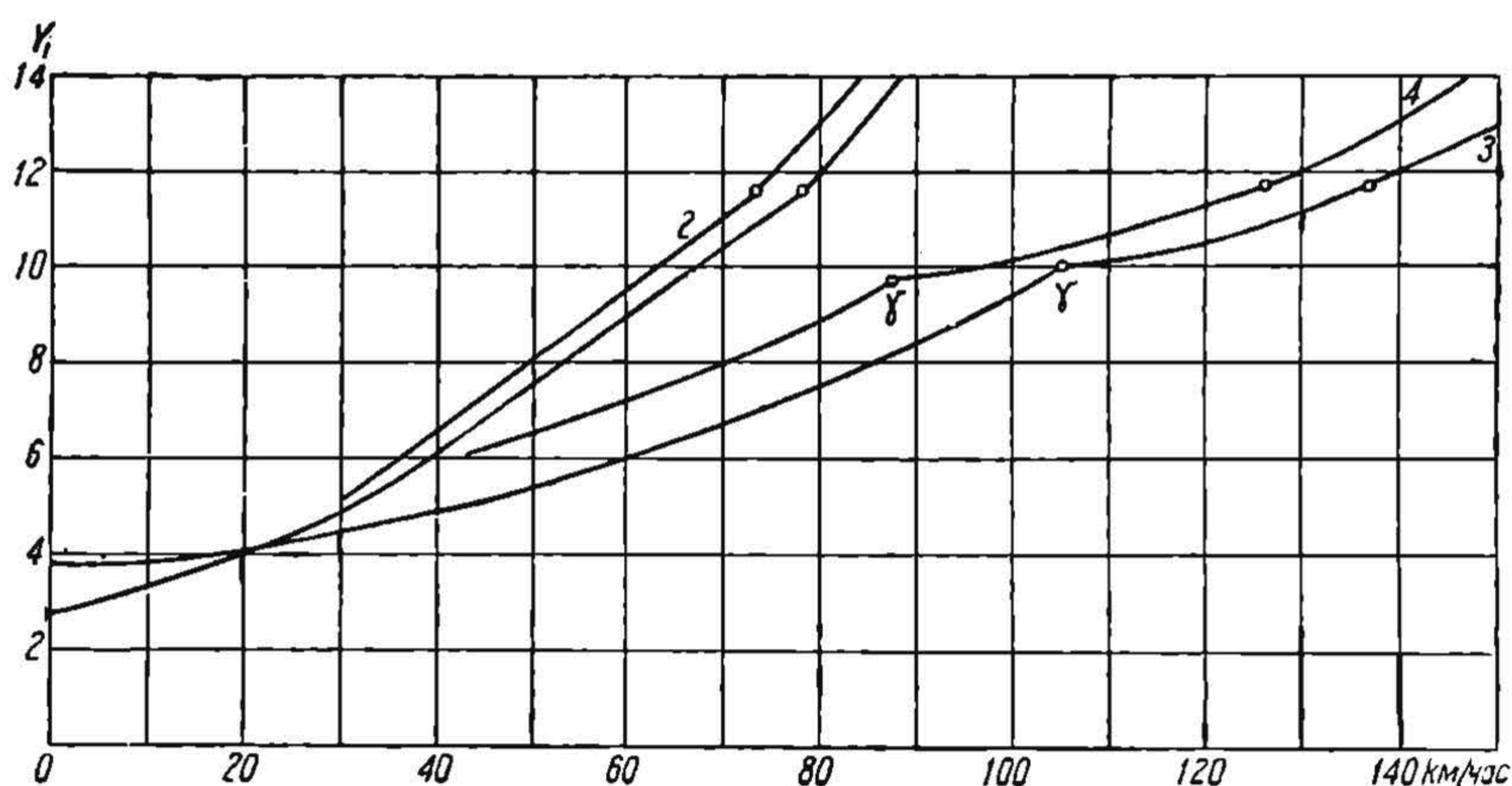
Сравнивая характеристические кривые $Y_1 = \psi(C)$ для всех четырех случаев, мы видим, что если Y_1 относить к центробежной силе, то при больших радиусах кривых направляющее усилие Y_1 для одного и того же электровоза и возвращающего механизма получается больше, чем при меньшем радиусе кривой; это объясняется тем, что при большом радиусе кривой вследствие меньшего поперечного перемещения тележек получается меньшая возвращающая сила, а это в свою очередь, как следует из уравнения (328), дает большее направляющее усилие Y_1 . Однако, поскольку производится оценка влияния радиуса кривой на величину возвращающего усилия первой набегающей оси, т. е. Y_1 , сравнения Y_1 для разобранных четырех случаев следует вести не в зависимости от центробежной силы C , которая сама зависит от радиуса кривой, а от скоростей. С этой целью представленные на фиг. 176 кривые были пересчитаны в зависимости от скорости движения электровоза V ; при этом был принят вес электровоза (без тележек) $P_s = 110$ т.

Результаты подсчетов приведены на табл. 41.

Зависимость Y от скорости движения электровоза при рессорном возвращающем механизме

x	$R = 300 \text{ м}$				$R = 1000 \text{ м}$			
	$F = 2000 + 25 e$		$F = 500 + 40 e$		$F = 2000 + 25 e$		$F = 500 + 40 e$	
	V	Y_1	V	Y_1	V	Y_1	V	Y_1
0	77,7	11,6	73,6	11,6	134,0	11,6	126,0	11,6
1	60,5	9,19	50,0	8,0	112,1	10,30	94,6	9,97
1,2	56,1	8,63	43,6	7,34	105,6	10,10	86,4	9,66
—	0	2,92	30,1	5,34	0	3,90	65,0	7,86

На фиг. 177 показаны построенные на основании результатов подсчетов по табл. 41 кривые $Y_1 = \psi(V)$ для радиусов кривых $R = 300 \text{ м}$ и $R = 1000 \text{ м}$ в случае возвращающих механизмов, усилие которых меняется по формуле $F = 2000 + 25 e$ и по формуле $F = 500 + 40 e$. Сопоставление этих кривых показывает, что хотя в обоих случаях возвращающее усилие обоих механизмов выбрано таким образом, что при максимальном отклонении тележек порядка



Фиг. 177.

$e = 100 \text{ мм}$ оно одинаково и равно 5 и 5,5 t , но у тележек с малым начальным возвращающим усилием направляющее усилие у первой движущей оси, соответствующее установке электровоза по хорде (точки γ), будет соответствовать меньшей центробежной силе.

Влияние же радиуса кривой, как видно из фиг. 177, может быть сформулировано следующим образом: для одного и того же возвращающего механизма направляющее усилие передней движущей оси для одной и той же скорости будет тем больше, чем меньше радиус кривой. Это объясняется тем, что хотя при меньшем радиусе закругления мы имеем некоторое увеличение возвращающего усилия, что благоприятно отражается в смысле уменьшения направляющего усилия Y_1 первой движущей осью, однако само уменьшение радиуса кривой вызывает пропорциональное увеличение C значительно в большей мере, чем вышеупомянутое увеличение возвращающего усилия.

г) Случай, когда возвращающая сила меняется от нуля

Выясним изменение направляющего усилия Y_1 при люлечном подвешивании, когда возвращающая сила F меняется от нуля до 4,5 т при отклонении тележки до 100 мм.

На табл. 42 приведены отклонения e_1 и e_2 передней и задней тележки и возвращающие усилия их при различных установках электровоза в кривой, определяемых величиной χ , т. е. расстоянием точки поворота электровоза до середины его.

Таблица 42

Возвращающее усилие тележек с люлечным подвешиванием

R	χ	Отклонения тележек		Возвращающая сила тележек	
		передней e_1	задней e_2	передней F_1	задней F_2
300 м	0	38,3	38,3	1,72	1,72
	0,5	42,6	24,4	1,92	1,10
	1	46,5	10,6	2,08	0,47
	1,2	48,2	4,92	2,16	0,22
	1,5	50,6	— 3,56	2,27	—0,16
1000 м.	0	11,5	11,5	0,51	0,51
	0,5	12,8	7,83	0,57	0,35
	1	14,0	3,18	0,63	0,14
	1,2	14,5	1,48	0,65	0,06
	1,5	15,2	— 1,07	0,69	—0,05

Задаваясь различными положениями электровоза в кривой и находя соответствующие возвращающие усилия тележки, мы определяем по формуле (329) центробежную силу электровоза, при которой он займет это положение в кривой, а затем уже определяем по формуле (328) соответствующее направляющее усилие Y_1 передней движущей оси.

Результаты подсчетов приведены на табл. 43 и изображены в виде кривых $Y_1 = \psi (C)$ на фиг. 178 (кривые 1, 2).

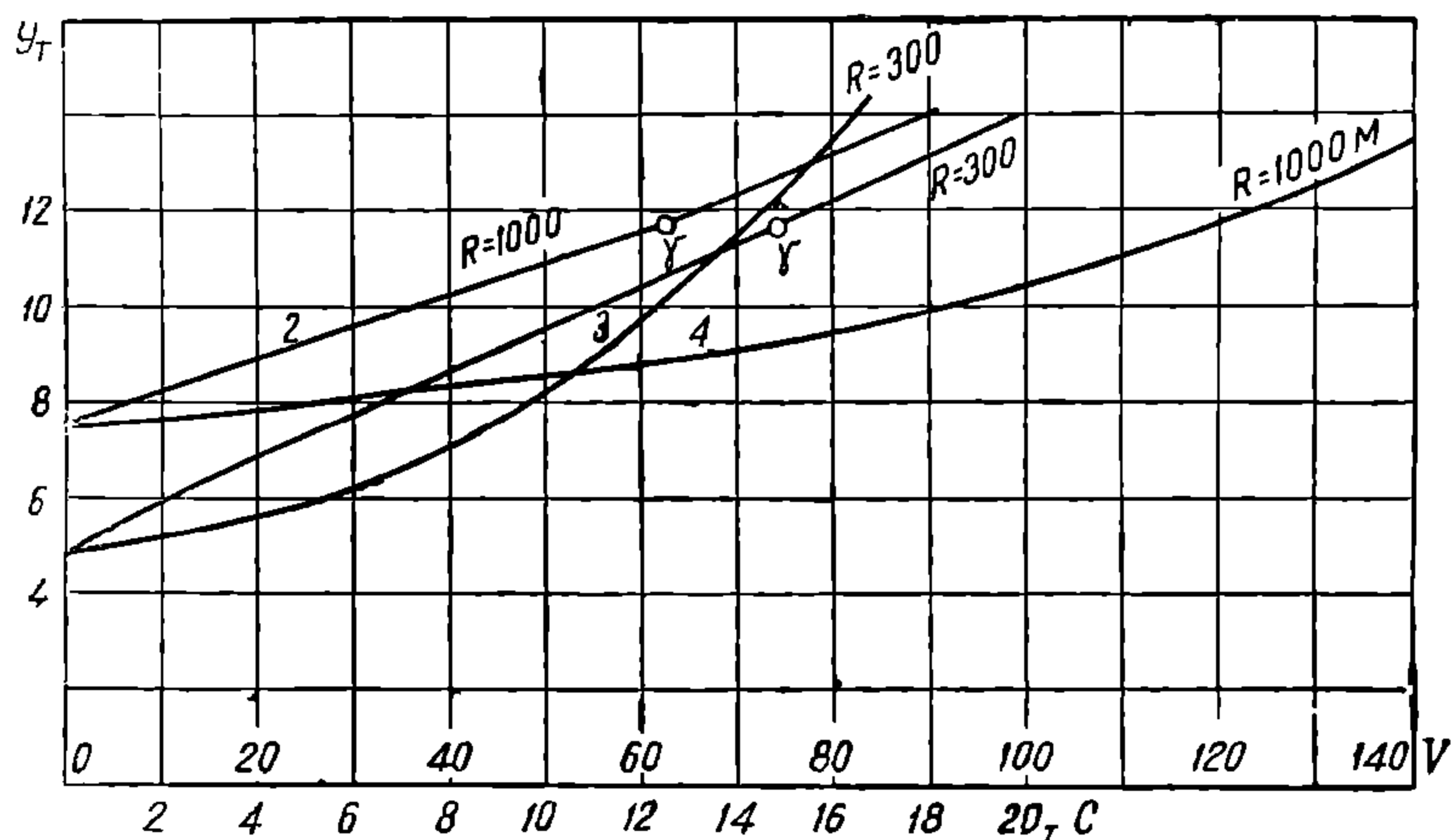
Таблица 43

Направляющее усилие Y_1 в случае тележек с люлечным подвешиванием при различных установках электровоза в кривых $R = 300$ м и $R = 1\,000$ м

χ	R = 300 м		R = 1 000 м	
	C	Y_1	C	Y_1
0	14,8	11,6	12,6	11,6
1,0	6,25	7,87	6,81	10,03
1,2	4,28	7,03	5,44	9,64
1,5	0,8	5,31	2,84	8,55
2,0	2,69	3,78	0,41	7,83

Обращает на себя внимание следующее: вследствие того, что возвращающая сила равна вначале нулю, отсутствует более или менее длительный период, когда электровоз сохраняет положение, при котором шкворень задней тележки совпадает со средней продольной осью электровоза; следовательно установка электровоза по хорде наступает еще при меньшей центробежной силе, чем в предыдущих случаях.

На той же фиг. 178 дано изменение Y_1 в зависимости от скорости для кривых $R = 300$ м и $R = 1000$ м. При малых скоростях (порядка до 50 км/час)



Фиг. 178.

направляющее усилие будет меньше в кривой $R = 300$ м, чем в кривой $R = 1000$ м, благодаря тому, что возвращающая сила F тележек выше в крутых кривых. Однако при больших скоростях меньшее усилие Y_1 соответствует радиусу кривой в 1000 м.

д) Сравнение различных систем возвращающих механизмов

Ранее мы нашли зависимость $Y = \psi(C)$ для следующих систем возвращающих механизмов:

а) Возвращающая сила тележек остается постоянной и равной начальной возвращающей силе $F_0 = F$. Возвращающий механизм выполнен в виде наклонных плоскостей.

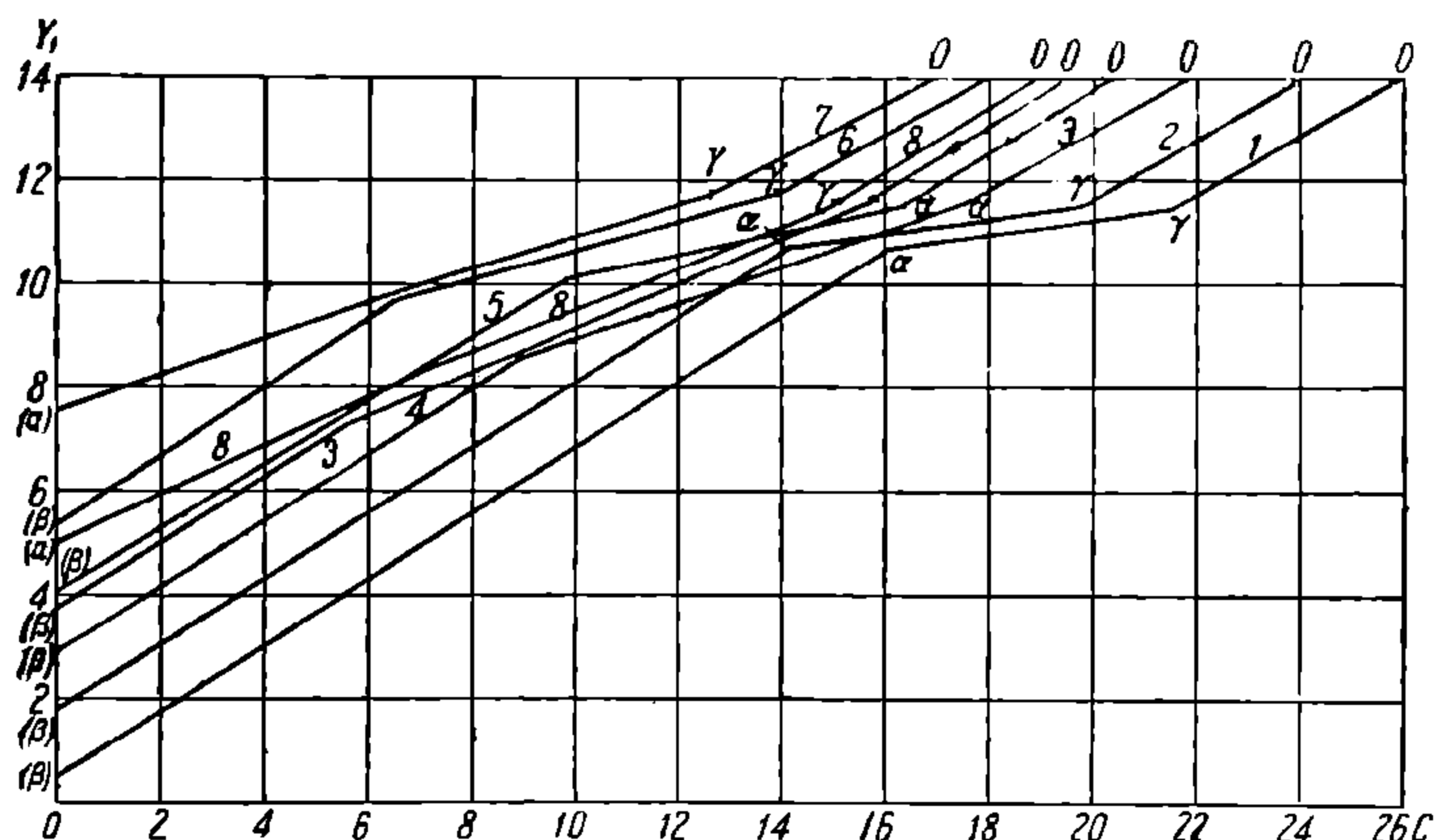
б) Возвращающая сила возрастает по мере отклонения тележки от некоторой начальной F_0 по закону $F = F_0 + жс$ в зависимости от жесткости возвращающих рессор (простой рессорный механизм или люлька на секторных опорах).

в) Возвращающее усилие возрастает по мере бокового отклонения тележки, начиная от нуля (люлечный возвращающий механизм).

Для того чтобы получить сравнимые результаты, мы производили исследование таких возвращающих механизмов, у которых конечная возвращающая сила при максимальном поперечном перемещении тележки e_{max} более или менее одинакова—порядка 4,5 м. Однако при движении по кривым достаточно большого радиуса с большими скоростями боковое отклонение тележек далеко еще до максимального, и, таким образом, возвращающая сила тележек для различных типов возвращающих механизмов будет неодинакова: она будет определяться характером изменения возвращающего усилия в зависимости от бокового отклонения тележки. Мы выше привели подсчет $Y_1 = \psi(C)$ для двух радиусов кривых: $R = 300$ м и $R = 1000$ м.

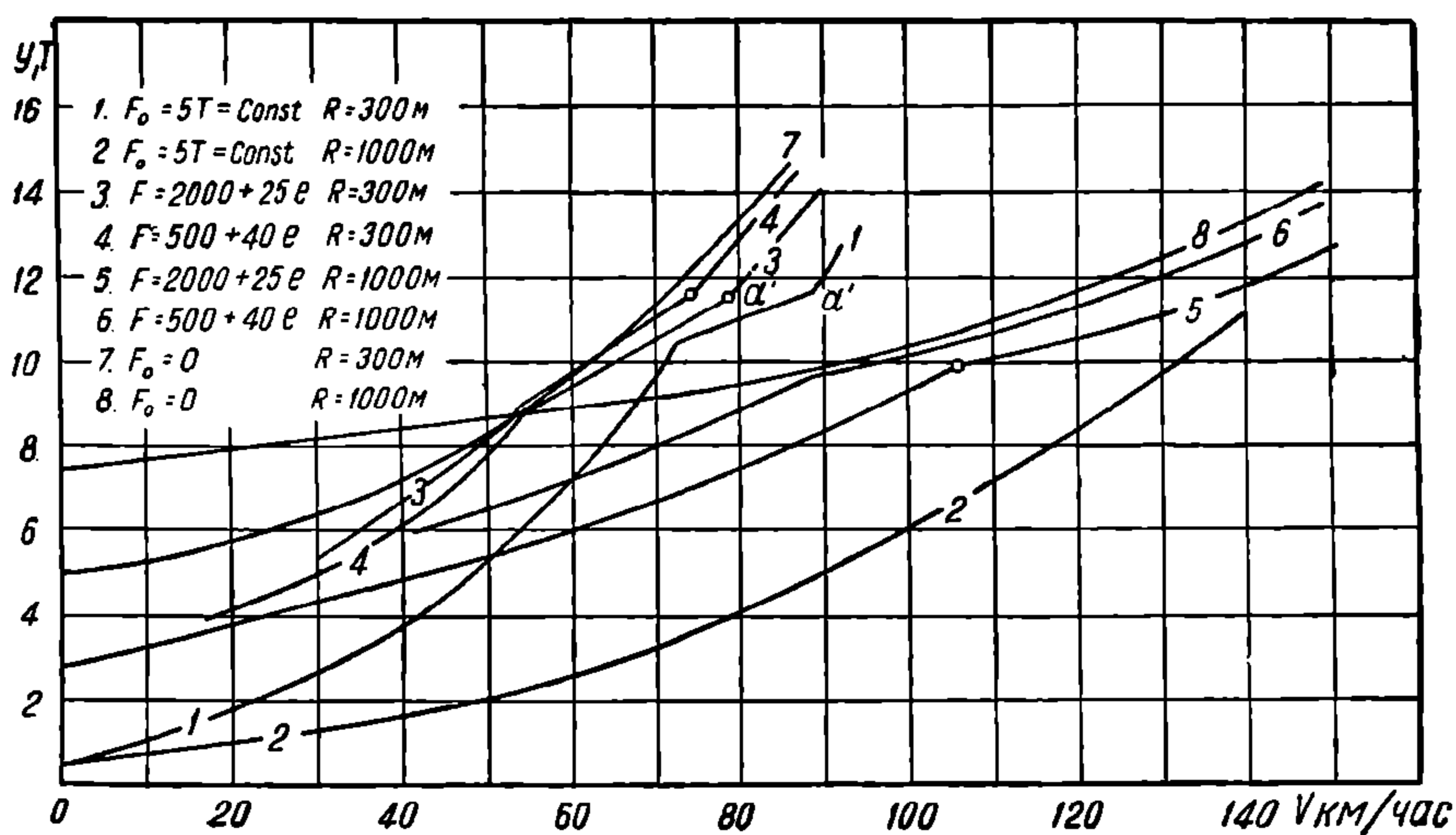
Произведем теперь сравнение полученных результатов для различных возвращающих механизмов для упомянутых выше радиусов кривых.

На фиг. 179 показаны совмещенные кривые $Y_1 = \psi(C)$ для постоянной возвращающей силы (кривые 1 и 2 соответственно для $F=5\text{ т}$ и $F=4\text{ т}$) и для возвращающего усилия, меняющегося по формуле $F = F_0 + жe$ от некоторой начальной силы $F_0 \neq 0$ (кривая 3 для возвращающего усилия $F = 2000 + 25e$ и кривая 4 для $F = 500 + 40e$ для радиуса кривой $R = 300\text{ м}$ и кривые 5 и 6 для тех же возвращающих усилий, но для $R = 1000\text{ м}$). Для возвращаю-



Фиг. 179.

щей силы, меняющейся от нуля, для $R = 300\text{ м}$ дана кривая 7 и для $R = 1000\text{ м}$ — кривая 8. На фиг. 180 даны для тех же возвращающих усилий тележек кривые Y_1 в зависимости от скорости движения V . Рассматривая эти кривые, мы приходим к следующему заключению: чем выше возвращающее усилие тележки при движении электровоза в кривой некоторого радиуса, тем большую долю направляющего усилия берет на себя бегунковая ось и мень-



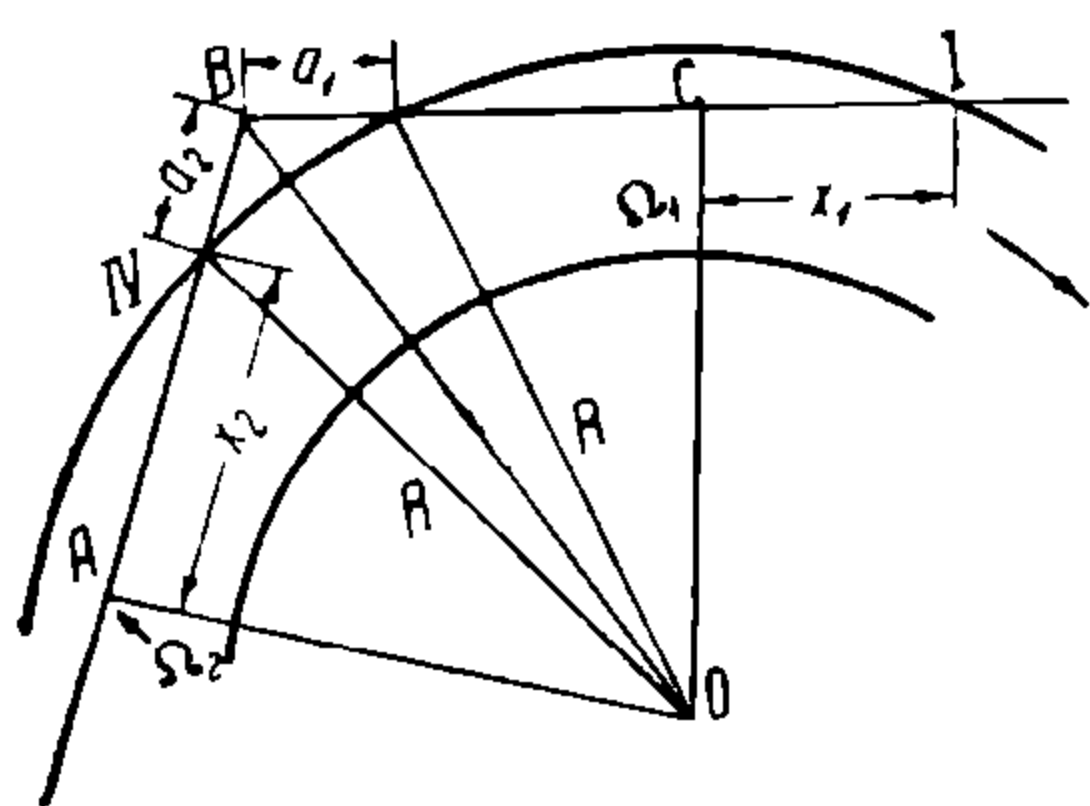
Фиг. 180.

шую движущая ось. Чем больше начальное возвращающее их усилие, тем более длительный период имеет место, когда шкворень задней тележки совпадает с продольной осью электровоза. Большая длительность этого периода имеет то преимущество, что в это время направляющее усилие первой движущей оси возрастает медленно с увеличением центробежной силы или скорости, так что у электровозов с наибольшей начальной силой усилие Y_1 получается наименьшим. Однако по мере увеличения центробежной силы

задняя ось главного экипажа начинает перемещаться к внешнему рельсу; одновременно возрастает направляющее усилие первой движущей оси и быстрее у того электровоза, у которого начальная возвращающая сила была больше, так как при установке рассматриваемых выше электровозов по хорде в кривой минимального радиуса сила F будет одинакова у всех электровозов, а следовательно и центробежная сила, при которой электровозы встанут по хорде, будет одинакова и будет одинаково направляющее усилие первой движущей оси Y_1 . Построенные на фиг. 180 кривые Y_1 в функции от скорости электровоза для кривых радиуса 300 и 1000 м показывают, что высокое постоянное направляющее усилие тележек дает благоприятные условия при движении в кривых сравнительно небольшого радиуса в том смысле, что минимальное усилие (точка α), соответствующее установке электровоза по хорде, когда задняя движущая ось еще не давит на внешний рельс, соответствует наибольшим скоростям. Однако в кривых большого радиуса та же точка α часто получается при скоростях, значительно выше тех, которые имеют место в эксплуатации. Таким образом, если электровоз следует по преимуществу по кривым большого радиуса, т. е. с малым поперечным отклонением тележки, возвращающая сила тележек должна быть и в этом случае достаточно большой. Отсюда мы заключаем, что наилучшим возвращающим механизмом будет тот, у которого имеется достаточное начальное возвращающее усилие, быстро возрастающее при поперечных отклонениях тележки и затем остающееся почти без изменений. Этому условию в полной мере удовлетворяет клещеобразный возвращающий механизм; за ним следуют рессорные возвращающие механизмы и люльки на двух ножах или на секторных опорах, у которых имеется достаточное начальное усилие, и на последнем месте стоят люльки без начальной возвращающей силы.

§ 28. Вписывание в кривые электровозов с сочлененными тележками

Сочлененные тележки получили очень широкое применение в электровозостроении, так как их применение здесь не представляет конструктивных усложнений, какие имеют место например в паровозостроении, и в то же время группировка осей в отдельные движущие тележки с малой базой представляет собою значительные преимущества не только с точки зрения облегчения статического вписывания в кривые малых радиусов, но также и в отношении снижения боковых направляющих усилий как при движении в кривых, так и при входе в кривые. В § 18 мы уже отмечали, что характер распределения боковых направляющих усилий между отдельными осями в сильной степени зависит от того, в состоянии ли набегать передняя ось задней тележки самостоятельно на внешний рельс или все или часть направляющего усилия она получает через сочленение от передней тележки. В простейшем разобранном случае, когда обе движущие тележки имеют одинаковую базу, набегание задней тележки на внешний рельс первой осью и передней тележки задней осью зависит от соотношения a_1 и a_2 , т. е. расстояний упомянутых осей до сочленения. Рассмотрим теперь более общий случай, когда обе тележки занимают различное положение в кривой, например изображенное на фиг. 181. Обозначим расстояние точек поворота тележек Ω_1 и Ω_2 до первой направляющей оси каждой тележки через x_1 и x_2 и расстояние передней оси второй тележки до сочленения через a_2 . Определим величину a_2 , обеспечивающую набегание этой оси на внешний рельс.



Фиг. 181.

В простейшем разобранном случае, когда обе движущие тележки имеют одинаковую базу, набегание задней тележки на внешний рельс первой осью и передней тележки задней осью зависит от соотношения a_1 и a_2 , т. е. расстояний упомянутых осей до сочленения. Рассмотрим теперь более общий случай, когда обе тележки занимают различное положение в кривой, например изображенное на фиг. 181. Обозначим расстояние точек поворота тележек Ω_1 и Ω_2 до первой направляющей оси каждой тележки через x_1 и x_2 и расстояние передней оси второй тележки до сочленения через a_2 . Определим величину a_2 , обеспечивающую набегание этой оси на внешний рельс.

Определим величину a_2 , обеспечивающую набегание этой оси на внешний рельс.

Из треугольников AOB и BOC имеем:

$$OB^2 = OA^2 + AB^2 = OC^2 + BC^2$$

или

$$R^2 - x_2^2 + (x_2 + a_2)^2 = R^2 - x_1^2 + (L - x_1)^2,$$

где L — длина от первой оси передней тележки до сочленения. Это же уравнение определяет искомую величину a_2 и может быть переписано в следующем виде:

$$a_2^2 + 2a_2x_2 - L^2 + 2Lx_1 = 0.$$

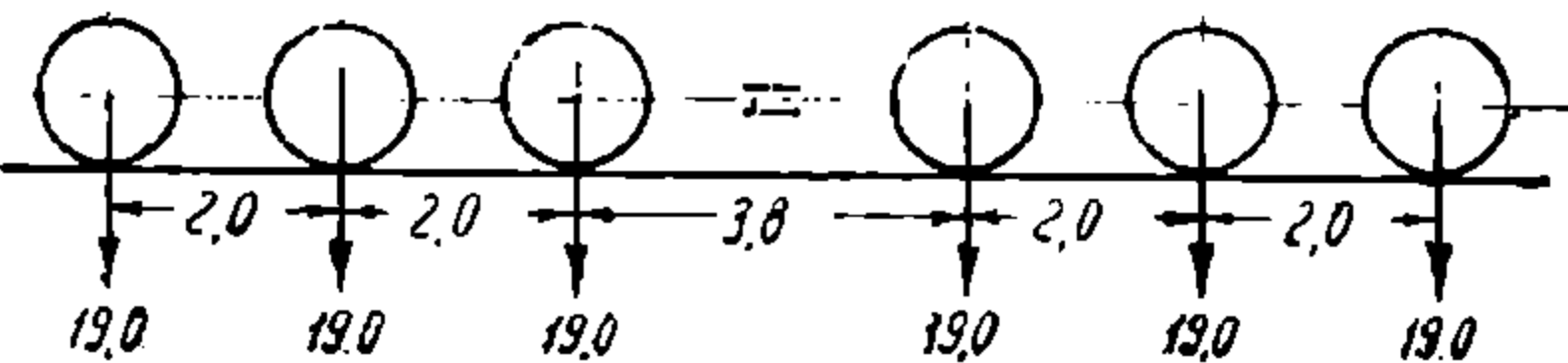
Исследуем влияние типа сочленения на боковые направляющие усилия, развиваемые при движении в кривой. В качестве примера рассмотрим электровоз ходовой формулы $C_0 + C_0$.

Колесная база электровоза и нагрузки на оси показаны на фиг. 182. Примем, что этот электровоз с установившейся скоростью проходит кривую радиуса $R = 150 \text{ м}$.

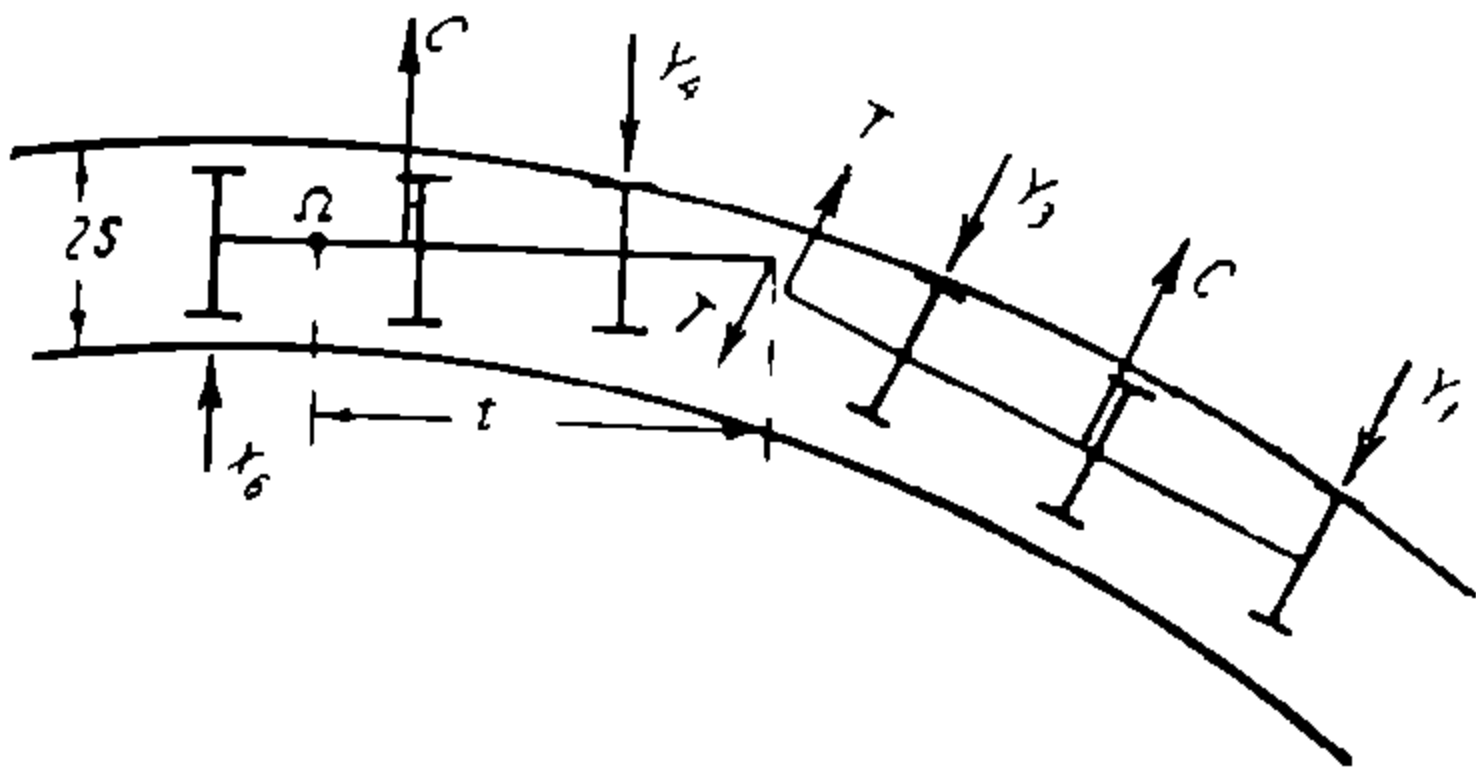
Центробежная сила, приходящаяся на одну тележку при весе ее вместе половиною нагрузки от кузова, $G = 57 \text{ т}$, найдется из уравнения:

$$C = \frac{G \cdot V^2}{g \cdot R 3,6^2} = \frac{57\,000 \cdot V^2}{9,81 \cdot 150 \cdot 3,6^2} = 3,0V^2,$$

где V — скорость движения в км/час.



Фиг. 182.



Фиг. 183.

Рассмотрим сначала случай, когда электровоз имеет *поперечное перемещение в сочленении* с начальной возвращающей силой $T_0 = 2,6 \text{ т}$.

Для нахождения зависимости между скоростью электровоза и боковыми направляющими усилиями производим динамическое вписывание электровоза, задаваясь следующими положениями электровоза в кривой:

Таблица 44

Направляющие усилия колес электровоза $C_0 + C_0$ при упругом сочленении тележек и начальном возвращающем усилии $T_0 = 2\,600 \text{ кг}$

№ по пор.	α_1	α_2	$e \text{ мм}$	$T \text{ кг}$	$V \text{ км/час}$	$Y_1 \text{ в кг}$	$Y_3 \text{ в кг}$	$Y_4 \text{ в кг}$	Направляющее усилие или положение внутренних колес VI оси (кг)
1	50'	1°18'	20	3 600	17,9	4 900	Не касается	3 115	$X_6 = 435$
2	46'	1°18'	16	3 450	25,5	5 395	0	3 922	$X_6 = 52$
3	46'	1°18'	16	3 450	26,1	5 442	47	3 970	$X_6 = 0$
4	46'	1°0'	10	3 130	38,8	6 825	815	4 960	Не касается
5	46'	56'	5	2 865	48,6	8 232	1 513	6 315	»
6	46'	46'	0	0	63,8	12 120	0	12 120	$Y_6 = 0$
7	46'	46'	0	0	70	13 390	1 270	13 390	$Y_6 = 1\,270$
8	46'	46'	Мини-	2 600	56,8	9 645	2 600	7 045	$Y_6 = 0$
9	46'	46'	мальное	2 600	70	12 152	5 107	9 552	$Y_6 = 2\,507$

а) *Положение малой скорости (фиг. 183)*. Задняя по движению тележка устанавливается с перекосом, и передняя ее ось набегают внешним колесом на внешний рельс. Передняя тележка устанавливается по хорде или в положении, близком к этому. Графическое вписывание по Рою дает для этого случая

поперечное перемещение в сочленении равно $e = 20$ мм, что соответствует возвращающему усилию при жесткости пружины возвращающего механизма $ж = 50$ кг/мм:

$$T = T_0 + жe = 2\,600 + 50 \cdot 20 = 3\,600 \text{ кг.}$$

Т а б л и ц а 45

Направляющие усилия колес электровоза $C_0 - C_0$ при жестком сочленении тележек

№ по пор.	Усилие в сочленении T (кг)	V (км/час)	Y_1 (кг)	Y_3 (кг)	Y_4 (кг)	Y_6 (кг)	Примечание
1	5 820	24,1	4 158	3 430	—	—	
2	6 110	37	5 190	5 010	—	—	
3	6 200	45,5	6 200	6 200	—	0	} Около внешнего колеса третьей оси неправильность пути.
4	7 740	60	7 743	10 736	—	3 000	
5	9 060	70	9 058	14 625	—	5 564	} Идеальный путь, но слабина в сочленении.
6	0	63,5	12 100	0	12 100	0	
7	0	70	13 362	1 262	13 362	1 262	

Обозначим боковые усилия, испытываемые колесами, набегаящими на внешний рельс, через Y_i , где индекс i указывает порядковый номер оси, а реакцию от внутреннего рельса на заднюю ось обозначим через X_6 . Тогда основные уравнения для указанного случая для задней тележки напишутся в следующем виде:

$$T + Y_4 - X_6 - C - \sum 2P f \cos \alpha = 0 \tag{337}$$

и

$$T t + Y_4 y_4 + X_6 x_6 - C c - \sum 2P f \sqrt{y^2 + s^2} = 0. \tag{338}$$

Для рассматриваемого нами положения задней тележки расстояния t , y_4 и x_6 сил T , Y_4 и X_6 до точки поворота определяются графическим построением. Задаваясь различными скоростями движения электровоза, мы определяем соответствующие этим скоростям центробежные силы C и из обоих уравнений (337) и (338) определяем интересующие нас величины Y_4 и X_6 .

Основные уравнения для передней тележки напишутся в виде:

$$Y_1 + Y_3 - C - T - \sum 2P f \cos \alpha = 0 \tag{337'}$$

и

$$Y_1 y_1 - Y_3 y_3 - C c + T t - \sum 2P f \sqrt{y^2 + s^2} = 0. \tag{338'}$$

Подставляя в эти уравнения те же силы C , что и в уравнения для задней тележки, мы определяем для заданных скоростей направляющие усилия первой и третьей осей Y_1 и Y_3 .

Для того случая, когда третья ось не касается внешнего рельса, $Y_3 = 0$. Результаты подсчетов для малых скоростей даны на табл. 44 (строки 1—3).

6) *Положение средних скоростей.* При скорости $V = 26,1$ км/час имеем $X_6 = 0$ и при дальнейшем увеличении скорости заднее колесо начинает отходить от внутреннего рельса, переходя промежуточные положения, до тех пор, пока задняя тележка при скоростях выше $V = 63,8$ км/час не установится по хорде.

Производя графическое вписывание электровоза для различных промежуточных положений задней тележки, когда ее задняя ось постепенно переходит от касания с внутренним рельсом к касанию с внешним рельсом, мы для

каждого положения, определяемого Ω_2 (точкой поворота задней тележки), находим величину e — поперечного отклонения в сочленении, и соответствующее возвращающее усилие T в сочленении.

По мере перемещения задней тележки к внешнему рельсу точка поворота задней тележки Ω_2 приближается к середине тележки. Величина поперечного перемещения в сочленении падает, и вместе с этим уменьшается T (возвращающее усилие). При установке обеих тележек по хорде поперечное перемещение в сочленении равно нулю, и возвращающая сила равна $T = T_0 = 2,6 \text{ т}$.

Уравнения внешних сил для передней тележки остаются те же самые, что и ранее найденные (337') и (338'), в уравнениях же (337) и (338) для задней тележки следует положить $X_6 = 0$, т. е. получим:

$$T + Y_4 - C - \sum 2Pf \cos \alpha = 0$$

и

$$Tt + Y_4 y_4 - Cc - \sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2} = 0.$$

Результаты подсчетов для указанных положений электровоза даны на табл. 44 (строки 4 и 5).

в) *Положение по хорде*. В тот момент, когда задняя тележка своей задней осью коснется внешнего рельса и со стороны последнего появится усилие Y_6 , направленное внутрь кривой, уравнения (337) и (338) для задней тележки напишутся в виде:

$$T + Y_4 + Y_6 - C - \sum 2Pf \cos \alpha = 0$$

и

$$Tt + Y_4 y_4 + Y_6 y_6 - Cc - \sum 2Pf \sqrt{y^2 + s^2} = 0.$$

Не трудно видеть, что если бы электровоз и рельсовая колея были геометрически совершенно правильными, то в тот момент, когда электровоз установится обеими тележками по хорде и когда $e = 0$, усилие в сочленении должно быть равно нулю, т. е. $T = 0$. В том случае, когда в пути будут неровности, например отход внешнего рельса около оси III, то эта ось вынуждена будет, прежде чем коснется рельса, переместить заднюю тележку поперек в отношении к задней тележке, т. е. произойдет минимальное смещение в сочленении, и появится возвращающая сила, близкая к начальной T_0 . Появление этой силы вызовет перераспределение между осями направляющих усилий для ведения электровозов в кривых.

На табл. 44 (строки 6 и 7) даны боковые усилия направляющих колес в случае идеально правильно собранного электровоза и идеального состояния пути, т. е. при $T = 0$. В этом случае при скорости 63,8 км/час задняя тележка устанавливается по хорде $T = 0$, и обе тележки ведут себя так, как если бы они не были связаны между собой ($Y_1 = Y_4$ и $Y_3 = Y_6$). По мере возрастания скорости направляющее усилие всех четырех колес увеличивается на одну и ту же величину, равную приращению центробежной силы, деленной на число колес, участвующих в направлении электровоза в кривой.

В том случае, когда имеет место неровность пути и колесо третьей оси набегает на внешний рельс после того, как произошло небольшое перемещение тележек одной относительно другой и через сочленение передано усилие в 2600 кг со второй тележки на первую, внешнее колесо третьей оси получает добавочное боковое направляющее усилие от задней тележки, равное усилию, передающемуся через сочленение, т. е. близкое к $T_0 = 2600 \text{ кг}$.

Распределение боковых усилий между колесами для этого случая дано на табл. 44 (строка 8) для случая, когда $Y_6 = 0$, что соответствует скорости $V = 56,8 \text{ км/час}$ и (строка 9) для $V = 70 \text{ км/час}$, когда $Y_6 = 2507 \text{ кг}$.

На фиг. 184 показаны сплошными линиями кривые $Y_1 = f(V)$ и $Y_4 = \varphi(V)$,

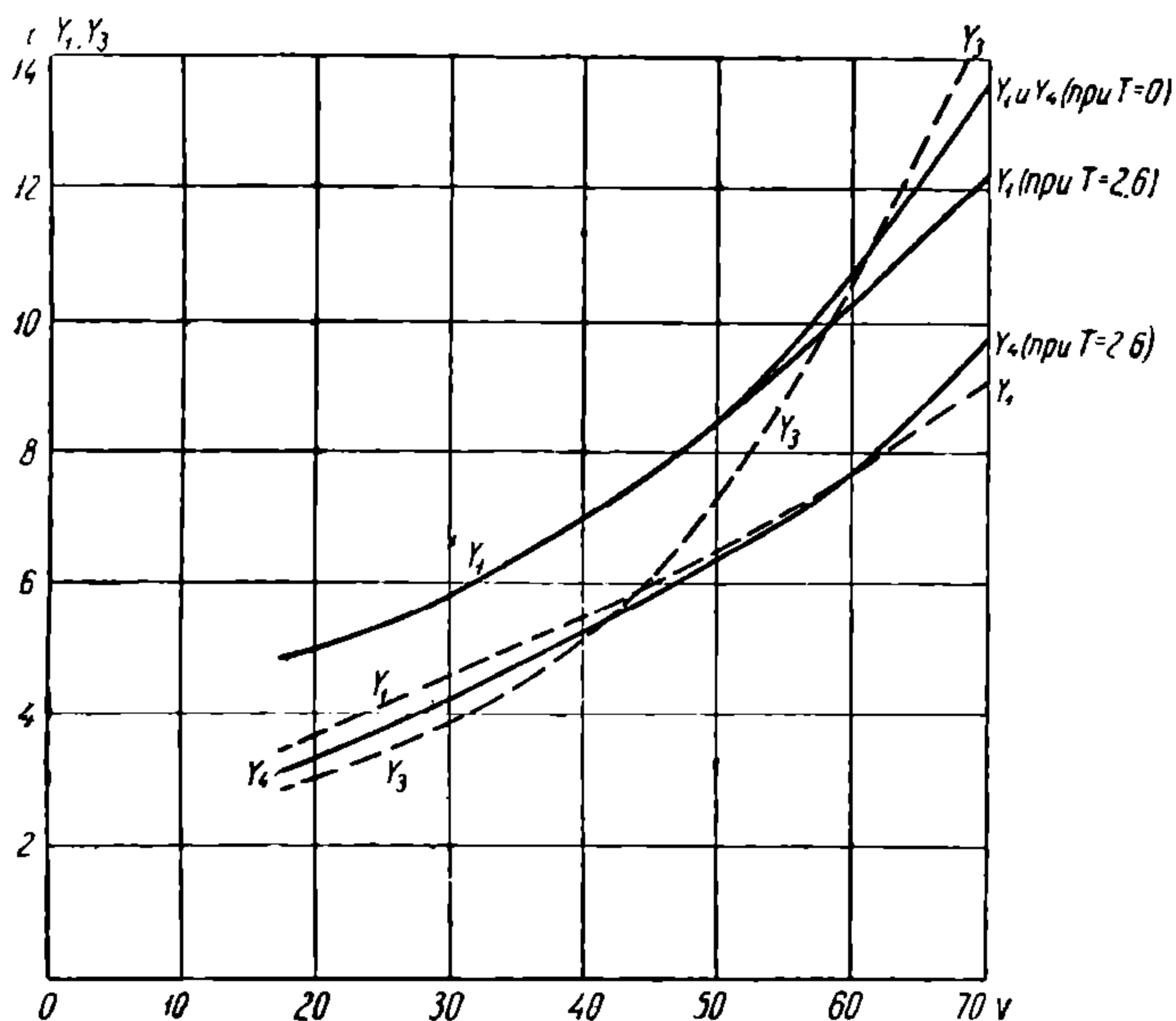
Теперь рассмотрим тот же электровоз, но с *жестким сочленением тележек*, т. е. не допускающим бокового перемещения одной тележки по отношению к другой.

При движении в кривых каждая из тележек стремится набегать своим передним колесом на внешний рельс; однако задней тележке этому препятствует жесткое сочленение; поэтому задняя тележка, стремясь своим передним концом набегать на внешний рельс, прижимает зад передней тележки к внешнему рельсу.

Таким образом даже при минимальных скоростях передняя тележка устанавливается в кривой по хорде, задняя же тележка при малых скоростях устанавливается с перекосом, и по мере возрастания скорости зад ее перемещается от внутреннего рельса к внешнему. На табл. 45 (строки 1 и 2) даны

направляющие в кривой усилия внешних колес первой и третьей осей для скоростей 24,1 и 37 км/час; в это время задняя тележка занимает своей последней осью промежуточное положение между внешним и внутренним рельсами. При скорости 45,5 км/час обе тележки устанавливаются по хорде, однако задняя ось задней тележки еще не давит на внешний рельс; при этом предполагается, что благодаря неровности пути передняя ось второй тележки не набегает на внешний рельс и получает направляющее усилие от передней тележки через сочленение.

Результаты подсчетов направляющих усилий в этом случае приведены на



Фиг. 184.

табл. 45 (строки 3, 4 и 5). Если же крайние колеса обеих тележек будут набегать на внешний рельс и получают от него направляющее усилие, то мы можем считать усилие в сочленении равным нулю; тогда, как показывают подсчеты (табл. 45, строки 6 и 7), обе тележки ведут себя, как если бы они не были совсем сочленены, т. е. направляющие усилия у них оказываются равными.

Результаты подсчетов для обоих случаев при жестком сочленении тележек нанесены на фиг. 184 в виде пунктирных кривых.

Сопоставление кривых зависимости направляющих усилий в кривых участках пути от скорости в случае жесткого и упругого сочленения тележек показывает, что в случае жесткого сочленения (пунктирные кривые) направляющее усилие передней оси передней тележки несколько меньше, чем в случае упругого сочленения, вследствие того, что большое усилие, передающееся через жесткое сочленение (до 9 т при $V = 70$ км/час), разгружает несколько переднюю ось передней тележки; но зато при этом чрезмерно перегружается задняя ось передней тележки, особенно в случае, когда (при больших скоростях) задняя тележка хотя и устанавливается по хорде, но ее передняя ось не получает направляющего усилия от внешнего рельса, а все направление этой тележки производится через жесткое сочленение передней тележкой.

Из сопоставления табл. 44 и 45 видно, что задняя ось передней тележки получает значительно большие направляющие усилия при жестком сочленении, чем те, которые имеют место при упругом сочленении тележек.

Таким образом, преимуществом упругого сочленения тележек при движении в кривых является возможность одновременного направления каждой тележки своей передней осью, что обеспечивает более равномерное распределение направляющих усилий между направляющими в кривых колесами электровоза.

Интересно отметить, что при сравнительных испытаниях сурамских электровозов „С_А“ (с жестким сочленением) и „ВЛ“ (с упругим) в отношении бокового их воздействия на путь различные приборы, установленные в разных местах кривой, давали согласованные показания для электровоза „ВЛ“ и противоречащие показания, исключающие возможность установления какого-либо закона для бокового отжатия внешнего рельса, у электровоза „С_А“. Это объясняется тем, что электровоз „ВЛ“, представляя собой в отношении бокового воздействия на путь статически определимую систему, сохраняет равномерное распределение направляющих усилий в кривой даже при некоторых неровностях пути, что невозможно, как мы выше видели, для электровоза с жестким сочленением, как это и имеет место у электровоза „С_А“.

§ 29. Вход в кривую

Мы рассмотрели боковые усилия, развивающиеся в кривых у колес, набегających на рельс закраинами бандажей, при установившемся движении, т. е. после того, как все оси уже находятся в кривой и сама кривая постоянного радиуса проходится с постоянной скоростью. Вследствие такого установившегося движения точка поворота электровоза, определяемая как основание перпендикулярного на продольную ось экипажа радиуса, сохраняет неизменным свое положение на экипаже. Если обозначим расстояние различных точек электровоза до центра кривой через R' , R'' и т. д., то центробежные силы, развиваемые массами в этих точках, будут обратно пропорциональны величинам R' , R'' и т. д. Поскольку ширина электровоза не велика по сравнению с радиусом кривой пути R , можно практически считать $R' = R'' = \dots = R$, т. е. центробежную силу во всех поперечных сечениях при движении в кривых можно считать при установившемся движении одинаковой. При входе в кривую мы имеем неустановившееся движение: набегаящая на внешний рельс ось будет принудительно перемещаться внутрь кривой с ускорением $\frac{v^2}{R}$; однако другие поперечные сечения электровоза могут

при этом еще продолжать свое прямолинейное движение, а некоторые сечения могут быть отброшены наружу кривой в пределах зазора между внешним колесом и внешним рельсом, и тогда ускорение будет уже направлено наружу кривой. Ускорение в различных сечениях электровоза меняется по прямолинейному закону, и то сечение, где оно равно нулю, носит название центра вращения. Центр вращения не следует смешивать с точкой поворота электровоза, момент всех внешних сил относительно которой, как мы выше видели, дает минимальную величину; таким образом, точка поворота электровоза есть та точка на продольной оси электровоза, около которой и происходит поворот электровоза, но, само собой разумеется, в точке поворота могут развиваться поперечное ускорение и центробежная сила, если эта точка не будет одновременно центром вращения. Рассмотрим сущность происходящих при входе в кривую явлений.

При отсутствии переходных кривых электровоз, входя из прямой в кривую ограниченного радиуса, получает удар, под влиянием которого происходит отклонение направления движения центра тяжести его.

Пусть начало кривой будет в точке M (фиг. 185) и пусть первая направляющая в кривой ось электровоза находится в точке A , а точка B , около которой происходит вращение его, лежит еще на прямой; центр тяжести электровоза находится в точке G . Скорость v' , перпендикулярная к линии BC , равна

$$v' = v \operatorname{tg} \alpha, \quad (339)$$

где v — поступательная скорость электровоза.

Для любой кривой MN мы можем написать уравнение (339) в следующем виде:

$$v' = v \operatorname{tg} \alpha = v \frac{dy}{dx}$$

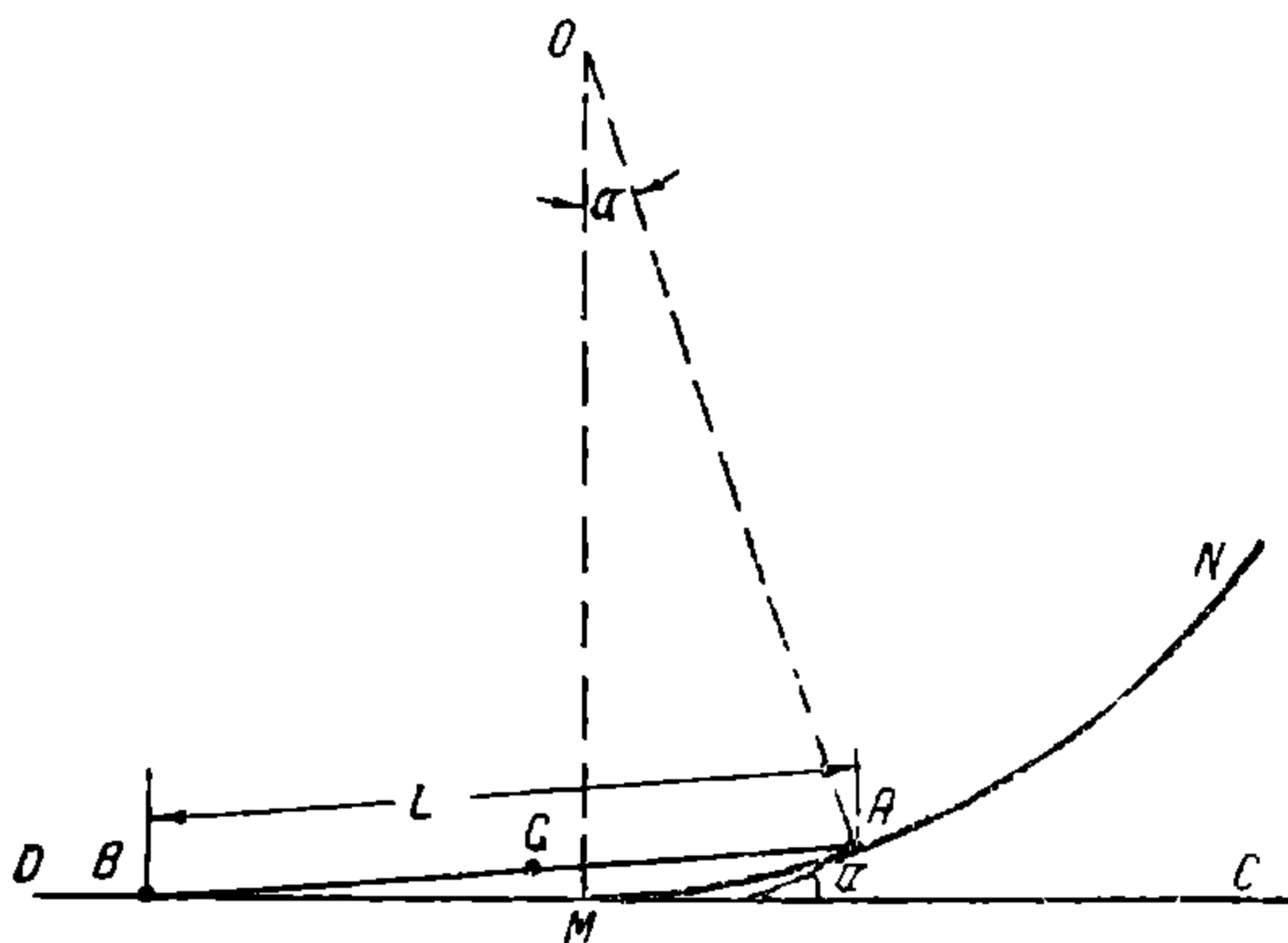
Если обозначим угловую скорость вращения центра тяжести G или, что то же, продольной оси электровоза AB около точки B через ω , то

$$\omega = \frac{v'}{L} = \frac{v}{L} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{1}{L} \cdot \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{1}{L} \cdot \frac{dy}{dt}$$

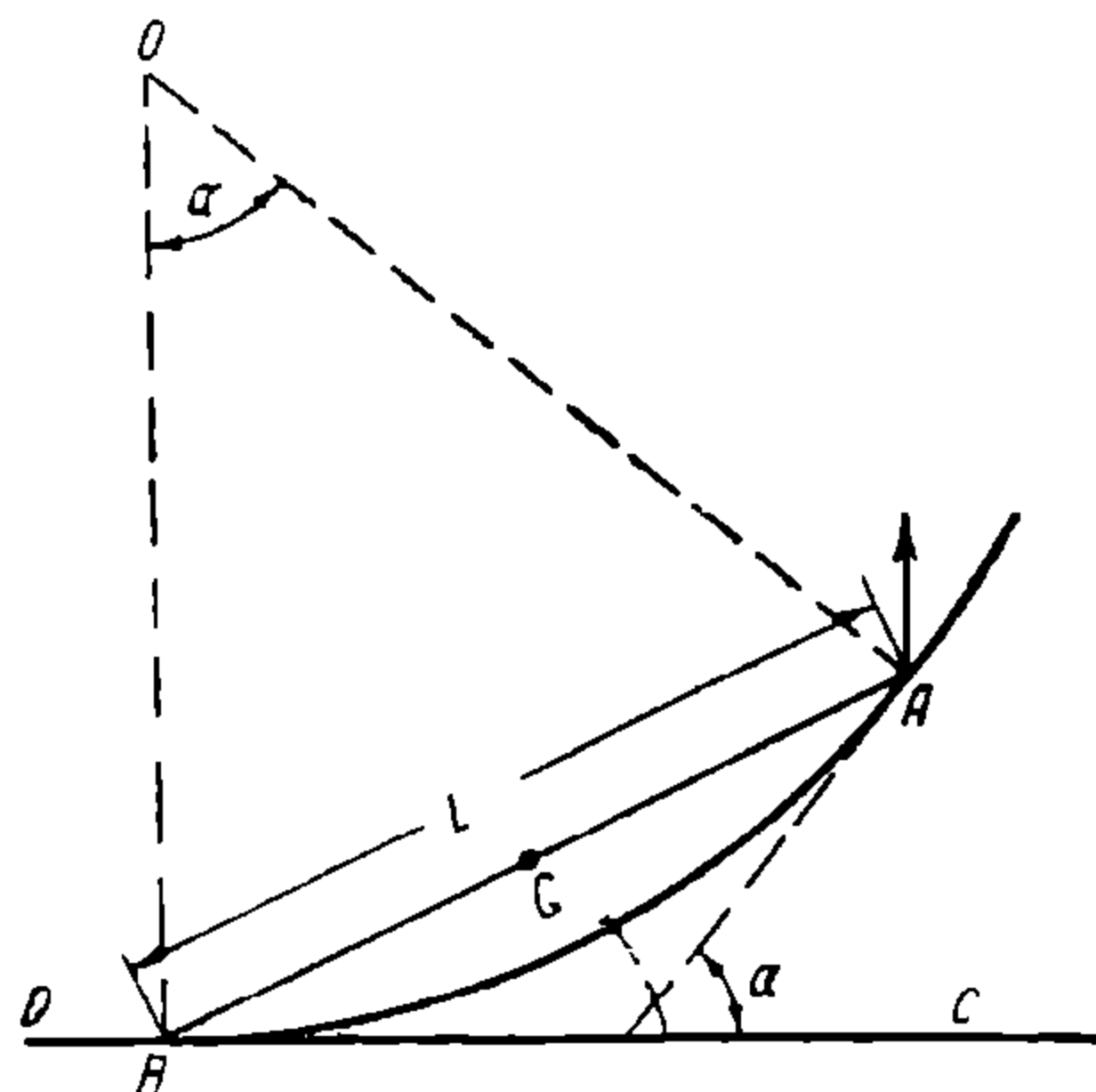
и

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{L} \cdot \frac{d^2y}{dt^2}.$$

Если момент инерции массы электровоза относительно центра тяжести его обозначим через I_0 , расстояние между центром тяжести G и точкой вращения



Фиг. 185.



Фиг. 186.

электровоза B через l , то момент инерции I относительно вертикальной оси, проходящей через точку B , найдется равным:

$$I = I_0 + \frac{P_3}{g} l^2,$$

где P_3 — вес электровоза.

Боковое усилие Y , которое необходимо приложить к направляющему колесу, чтобы вращать электровоз около точки B , найдется равным:

$$Y = \frac{1}{L^2} \cdot I \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{L^2} \left[I_0 + \frac{P_3}{g} l^2 \right] \frac{d^2y}{dt^2}. \quad (340)$$

Максимальная величина усилия Y соответствует $\max \frac{d^2y}{dt^2}$.

Здесь следует отметить, что в действительности сила Y действует не на той же высоте, где располагается центр тяжести электровоза, и поскольку часть веса электровоза зарессорена, инерция тела уменьшается благодаря тому, что подрессоренные массы приходят в движение с меньшим ускорением, чем остальная незарессоренная масса. Поэтому надрессорное строение наклонится несколько наружу кривой; при этом, как мы впоследствии увидим, высокое расположение центра тяжести имеет в этом смысле большое преимущество. Приравняв работу горизонтальной направляющей силы Y за время вписывания электровоза в кривую живой силе массы его, Марье определяет среднее усилие Y_{cp} , испытываемое направляющим колесом за весь период вписывания электровоза в кривую, т. е. пока точка B не попадет к началу закругления. В этот момент скорость перпендикулярного к CD перемещения точки A будет (фиг. 186):

$$v' = v \sin \alpha,$$

где v — скорость по касательной в точке A .

Поскольку в действительности угол α очень мал, мы можем принять

$$\sin \alpha = \frac{L}{R}$$

или

$$v' = v \frac{L}{R};$$

скорость же перемещения центра тяжести G будет равна:

$$w' = v' \frac{l}{L} = v \frac{l}{L} \cdot \frac{L}{R} = v \frac{l}{R}.$$

Живая сила, приобретенная поворачивающимся электровозом к концу периода вписывания, складывается из живой силы поступательно перемещающейся системы (при условии, что вся масса сосредоточена в центре инерции ее) и живой силы от вращения системы около вертикальной оси, проходящей через центр тяжести ее; таким образом, искомая живая сила будет равна:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} w'^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} u'^2, \quad (341)$$

где u' — скорость равномерного вращения конца радиуса инерции ϱ или всей массы электровоза около центра тяжести его G , т. е.

$$u' = v \frac{\varrho}{R}.$$

Подставляя величины w' и u' в уравнение (341), получим:

$$W = \frac{P_2 v^2}{2g} \left[\frac{l^2 + \varrho^2}{R^2} \right].$$

Расстояние точки A до линии AC можно приблизительно принять за длину пути работы силы Y_{cp} , равную:

$$\frac{L^2}{2R}.$$

Таким образом, приравнивая работу силы Y_{cp} приобретенной живой силе электровоза, получим:

$$Y_{cp} \frac{L^2}{2R} = \frac{P_2 \cdot v^2}{2gR^2} [l^2 + \varrho^2]$$

или

$$Y_{cp} = \frac{P_2 \cdot v^2}{gL^2R} [l^2 + \varrho^2]$$

Поскольку

$$\frac{P_2}{g} \varrho^2 = I_0,$$

окончательно получим:

$$Y_{cp} = \frac{v^2}{L^2} \left[I_0 + \frac{P_2}{g} l^2 \right] \frac{1}{R}. \quad (342)$$

При изучении входа электровоза в кривую мы рассмотрим те явления, которые имеют место, когда экипаж должен вписываться из прямого участка ($R = \infty$) в кривую с радиусом, равным некоторой конечной величине.

Все рассуждения конечно будут справедливы и для случая резкого изменения кривых, например от $R = 500$ м до $R = 400$ м, что соответствует изменению угловой скорости при $v = 18$ м/сек (65 км/час) от $\omega = \frac{18}{500} = 0,036$ до

$\omega = \frac{18}{400} = 0,045$, т. е. на $0,009$ сек⁻¹, или соответствует въезду в кривую радиуса $R = \frac{18}{0,009} = 2000$ м без переходной кривой.

Все исследования будем вести в предположении, что движение происходит в горизонтальной плоскости, пренебрегая небольшим наклоном при возвышении внешнего рельса, и все силы—направляющие и силы трения—будем считать в этой горизонтальной плоскости, проходящей через опорные точки колес на рельсах.

При первом приближении мы можем пренебречь также изменением нагрузки колес, вызванным тем, что инерционные силы, которые мы переносим в указанную горизонтальную плоскость, действуют на высоте центра тяжести и дают опрокидывающий момент, вызывающий перераспределение нагрузок колес. Здесь мы пока пренебрегаем также дополнительным моментом, появляющимся вследствие того, что направляющее усилие, воспринимаемое колесом на высоте головки рельса, передается от колеса на раму на высоте буксы.

Точно так же полагаем, что электровоз не развивает силы тяги или тормозных усилий, поскольку эти факторы улучшают условия входа электровоза в кривые.

Рассмотрим наиболее тяжелые условия входа в кривую, а именно: при отсутствии переходных кривых и возвышения внешнего рельса (например при проходе стрелки, когда оба

рельса находятся на одном горизонтальном уровне)¹. На фиг. 187 изображена схематически набегаящая на внешний рельс ось A_0 с боковой неподвижностью под углом α_0 ; при этом мы предполагаем, что колесо катится с равномерной скоростью по прямой UA_0 , отстающей от рабочего канта внешнего рельса на величину половины зазора, т. е. $\frac{\sigma}{2}$.



Фиг. 187.

Пусть в последующий момент точка A_0 перешла в положение A_1 ; путь из A_0 точно определяется рабочим кантом внешнего рельса. Предположим, что за это время точка поворота Q перешла в точку Q_1 , и примем ввиду малого расстояния QQ_1 , что это произошло по кривой некоторого радиуса R_1 около точки C_1 (точки Q и Q_1 суть основания перпендикулярных радиусов из центра C_1).

Принимая во внимание малые величины $A_0A_1 = a$ и угла набегания α_0 , мы можем написать:

$$a = R_1\beta = R\gamma \quad (343)$$

и

$$c = x\beta = a \sin\left(\alpha_0 + \frac{\gamma}{2}\right) \approx a\left(\alpha_0 + \frac{\gamma}{2}\right)$$

Таким образом, приближенно:

$$\beta = \frac{a}{x}\left(\alpha_0 + \frac{\gamma}{2}\right) \quad (344)$$

и наконец

$$\alpha_0 = \frac{z}{R} = \frac{\sqrt{\sigma \cdot R}}{R} = \sqrt{\frac{\sigma}{R}} \quad \text{и} \quad \gamma = \frac{a}{R} \quad (345)$$

Подставляя величины β и γ в уравнение (343), получим:

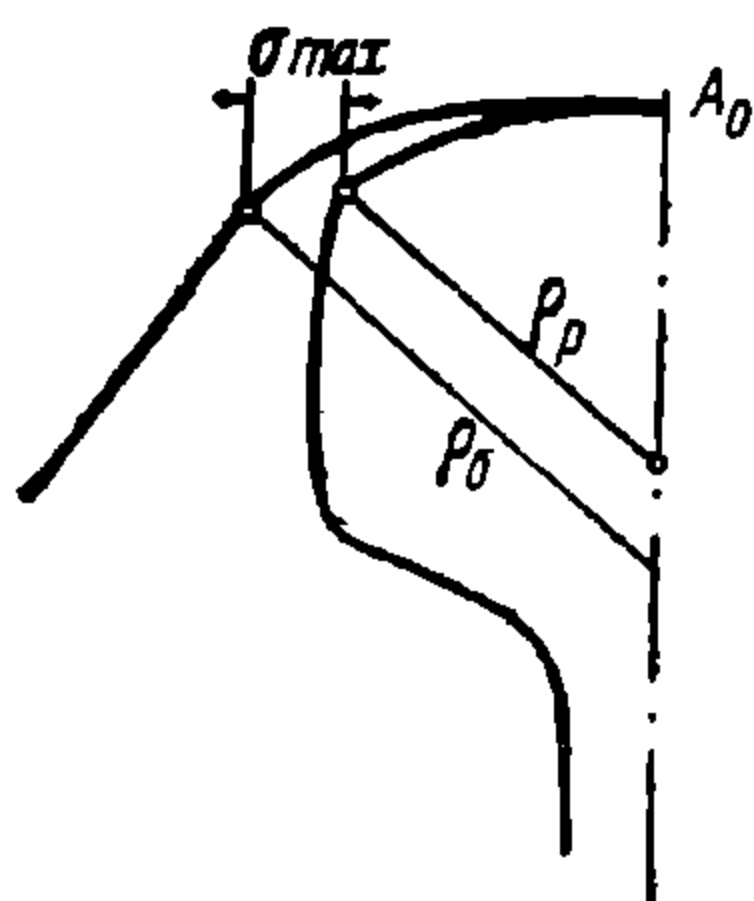
$$R_1 = \frac{x}{a + 2z} 2R. \quad (346)$$

¹ См. Heumann, Das Einfahren von Eisenbahnfahrzeugen in Gleisbogen. Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1930 г № 21, 22 и 23.

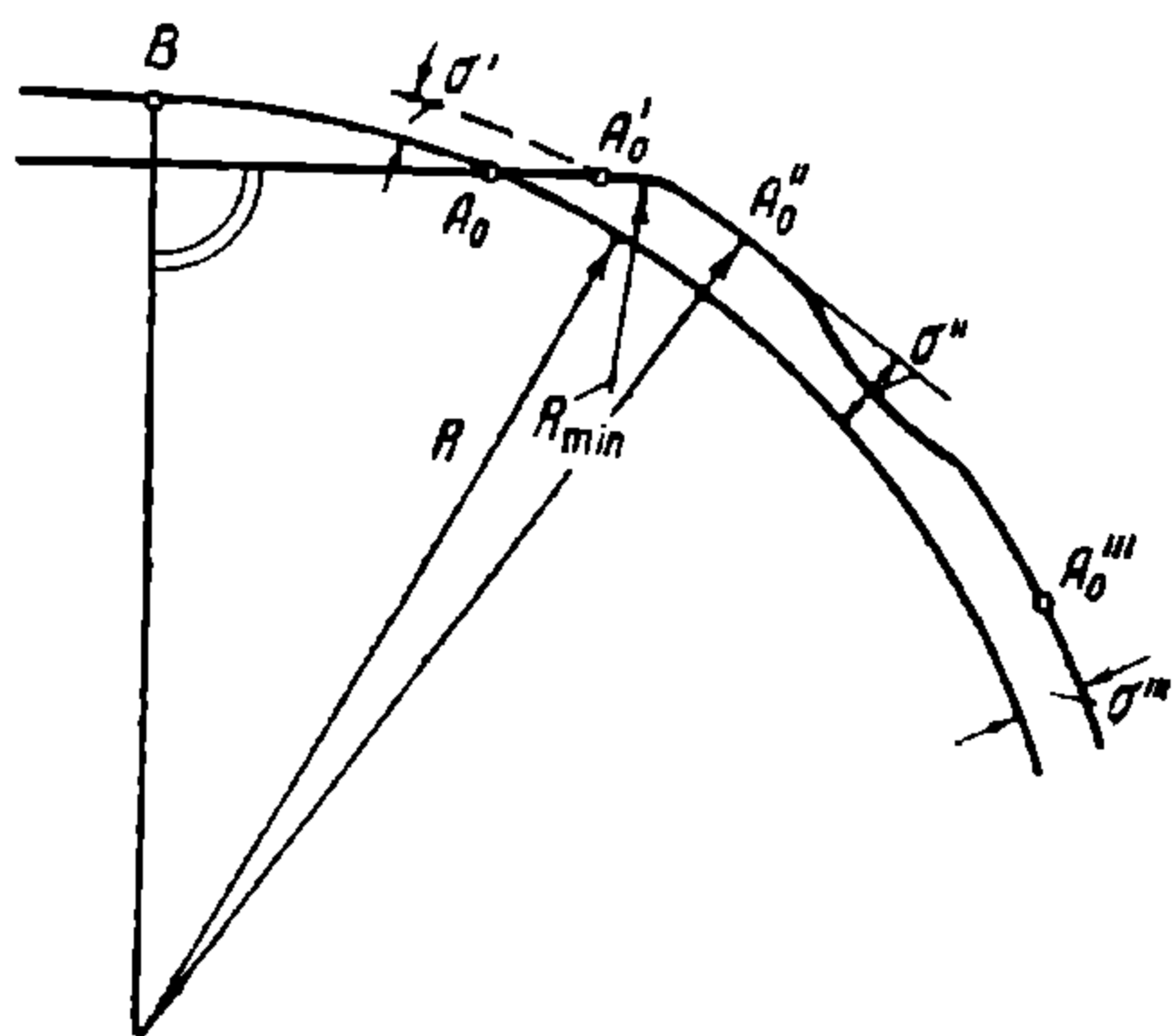
все сечения получают одинаковое ускорение, т. е. наступает установившееся движение в кривой.

Большой интерес представляет момент удара реборды бандажа о рельс при подходе к кривой, т. е. при движении еще в прямом участке пути, когда опора колеса на рельсе лежит в A_0 (фиг. 189). Пусть радиус выкружки бандажа ρ_b больше радиуса закругления головки рельса ρ_r , т. е. $\rho_b > \rho_r$.

В этом случае при входе в кривую, вследствие появления горизонтальной силы, точка опоры начинает переходить на закругление головки рельса, сначала прямолинейно, продолжая свой путь до некоторой точки A_0' (фиг. 190), что соответствует боковому перемещению точки опоры колеса на рельс на величину σ' , а при дальнейшем движении начнется уже поворот траектории точки A_0 по некоторой кривой радиуса R_{min} , с появлением большого бокового усилия, которое заставит бандаж еще выше забраться вверх по головке рельса до соприкасания в точке A_0'' , что соответствует максимальной величине горизонтального относительного смещения колеса на рельсе. Как только получится первый толчок, горизонтальное усилие уменьшится; тем самым бандаж



Фиг. 189



Фиг. 190.

будет стремиться сползти несколько вниз и занять такое положение на рельсе, которое соответствовало бы равновесию сил, развивающихся в этот момент в опорной точке колеса на рельсе. Восстановление такого положения, которое на фигуре помечено в виде A_0''' , происходит после некоторого колебательного движения. Максимальная величина σ'' определяется тем, что бандаж начинает касаться рельса в точке перехода закругления в выкружку бандажа на наклонную грань; отсюда вытекают преимущества большой разности $\rho_b - \rho_r$, определяющей, в свою очередь, величину $\sigma'' - \sigma'$, а следовательно и тот радиус R_{min} , по которому фактически происходит поворот колеса в кривой в момент удара его о рельс под углом α ; тем менее будет и разность в максимальном боковом ускорении при прохождении колесом пути от A_0' до A_0'' и равно $\frac{v^2}{R_{min}}$ против средней величины $\frac{v^2}{R}$.

Таким образом, происходит сглаживание жесткого удара бандажа о рельс под углом α .

Благодаря переходу точки касания колеса с рельсом при входе в кривую на выкружку бандажа фактически набегание происходит не под углом α , а касательно к кривой, хотя и меньшего радиуса, чем кривая пути; однако при этом мы должны считать, что $z = 0$, и, таким образом, при набегании передней жесткой оси электровоза на внешний рельс центр O совпадает с точкой поворота экипажа (конечно, если при этом имеет место свободное движение экипажа и сила тяги равна нулю).

Точку поворота экипажа определяем из условия, что при наличии всех внешних сил, действующих на экипаж, их момент вызывает минимальное боковое усилие направляющего колеса. По эпюре ускорений (фиг. 191) или боковых усилий по длине экипажа вследствие входа его в кривую мы уста-

навливаем, что одна равнодействующая C_1 направлена наружу, а другая равнодействующая C_2 , расположенная позади центра вращения O , направлена внутрь кривой. Усилие, приходящееся на единицу длины в точке A_0 , имеющей поперечное ускорение $\frac{v^2}{R}$, равно:

$$k = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R2l}.$$

Тогда из фиг. 191 следует, что равнодействующие равны:

$$C_1 = k \frac{(u+x_0)^2}{x_0} \cdot \frac{1}{2} = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{4Rl} \cdot \frac{(u+x_0)^2}{x_0} \quad (348)$$

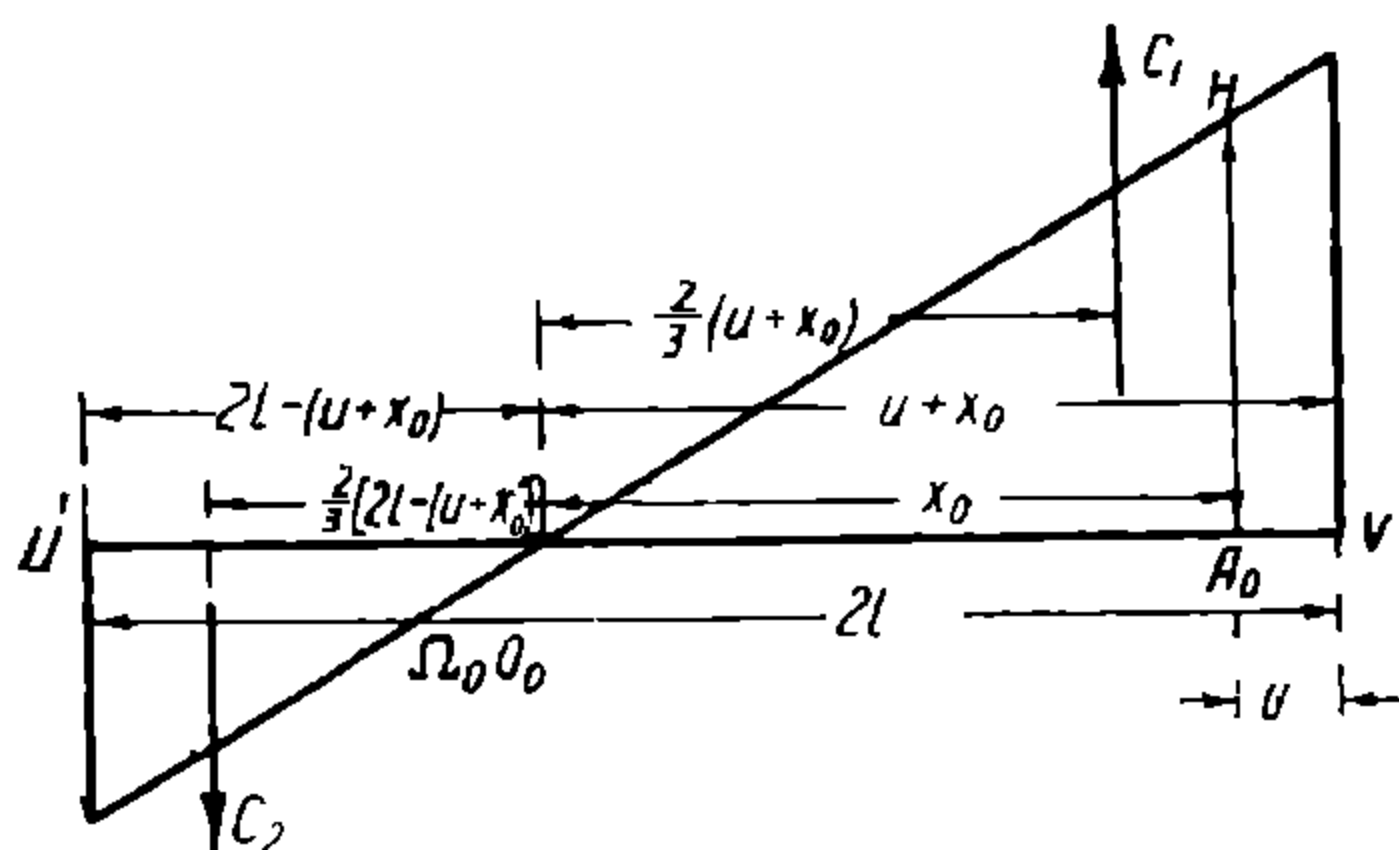
и

$$C_2 = \frac{k[2l-(u+x_0)]^2}{2x_0} = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{4Rl} \cdot \frac{[2l-(u+x_0)]^2}{x_0}, \quad (349)$$

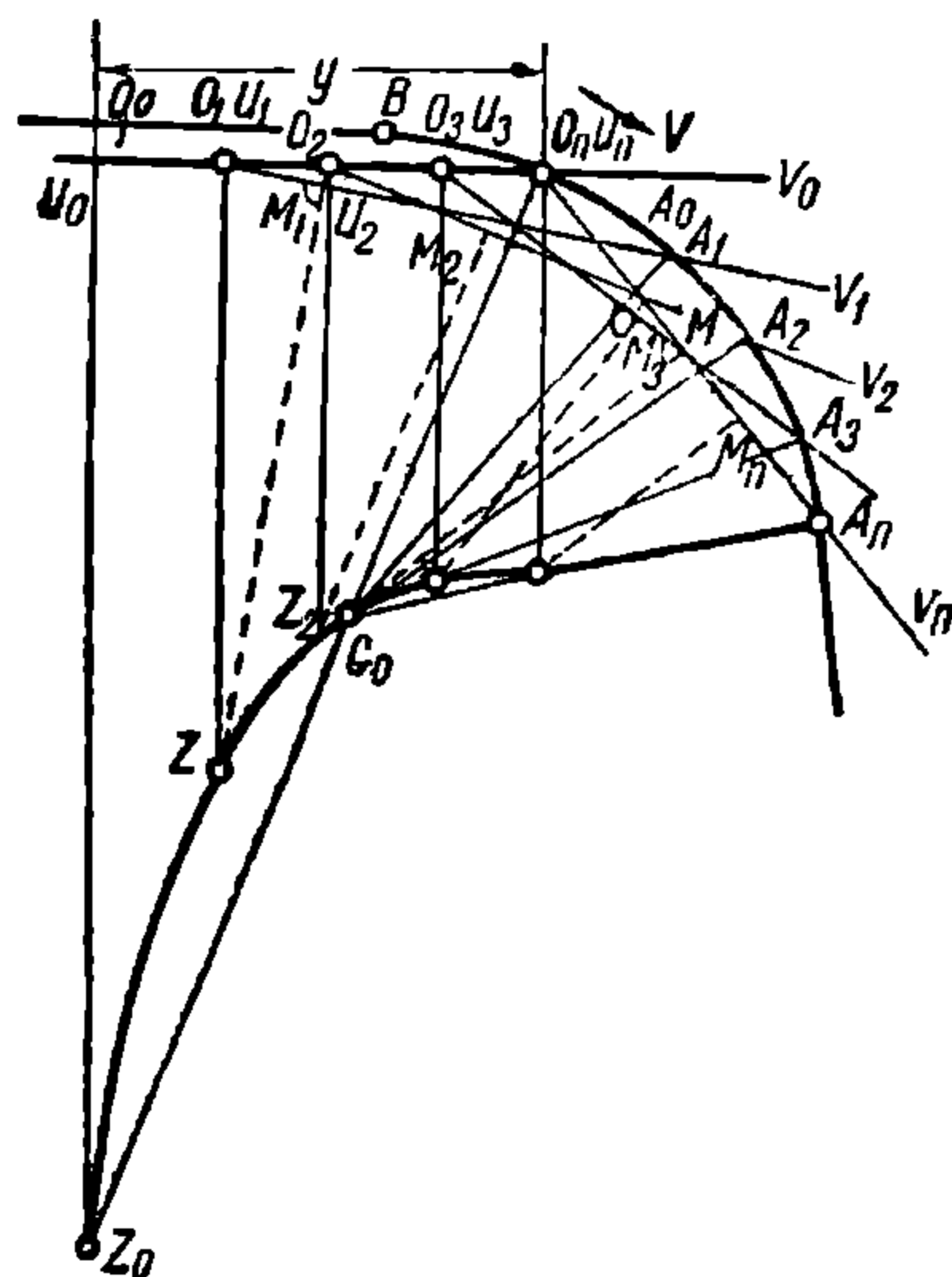
а момент их

$$M = C_1 \cdot \frac{2}{3}(u+x_0) + C_2 \cdot \frac{2}{3}[2l-(u+x_0)]. \quad (350)$$

Затем задаемся некоторой величиной x_0 —расстоянием от точки A_0 до центра вращения O , совпадающего в этом случае с точкой поворота Ω , определяем из уравнений (348) и (349) величину C_1 и C_2 и подставляем их в уравнение равновесия внешних сил—сил трения в опорных точках колес на рельсах, а также направляющего усилия Y , которое должно, как выше указывалось, иметь



Фиг. 191.



Фиг. 192.

минимальную величину. Получив из этого условия соответствующую точку поворота, сравним, сходится ли полученная величина x_0 с выбранной нами произвольной величиной x_0 , и если нет, то необходимо принять другую величину x_0 и повторить вычисление.

Определив таким образом положение точки поворота Ω_0 (M_0), совпадающее, как мы выше отметили, для этого момента с центром вращения O_0 , мы можем приблизительно установить путь, проходимый электровозом с того момента, как началось касание точки A_0 с внешним рельсом. Для этого (фиг. 187) мы намечаем положение точки A_1 после прохождения небольшого участка, проводим прямую $A_1\Omega_0$ и на ней откладываем от A_1 отрезок $x = A_0\Omega$ (величину, которую мы можем определить вышеуказанным методом); затем снова продолжаем движение точки A_1 до A_2 по рельсовой кривой, проводим $A_1\Omega_2$ и т. д. (чем меньше выбрана величина a , тем точнее будет графическое построение). Изложенное справедливо в том случае, если мы имеем свободное набегание на внешний рельс колеса A (в том смысле, что ни одна из других осей одновременно не набегает на внешний или внутренний рельсы). В противном случае путь, проходимый экипажем, а следовательно силы и ускорения определяются уже указанными выше несколькими точками набегания. Если задняя точка экипажа U принудительно движется прямолинейно, то центр O лежит

в точке U до тех пор, пока она движется прямолинейно; точка же поворота M , определяемая как основание перпендикулярного радиуса, будет лежать в U только до набегания передней оси A и после этого момента сейчас же начнет перемещаться вперед. Сказанное можно легко видеть из фиг. 192, где Z обозначает мгновенный центр вращения экипажа, (как точка пересечения нормалей к траекториям точек A и U ; точка M быстро перемещается к переднему экипажу, тогда как полюс O остается неизменным в точке U , пока последняя перемещается прямолинейно, и имеем постоянное вращательное ускорение $\varepsilon = \frac{v^2}{zR}$; как только точка U попадает в A_0 , сейчас же $\varepsilon = 0$, и точка M_n сразу переходит в M , определяемую как основание перпендикуляра к положению $U_n A_n$ экипажа из центра G_0 . Указанное явление имеет место при движении передней тележки сочлененных электровозов, у которых задняя ее точка сохраняет, благодаря связи с главной рамой или следующей за ней движущей тележкой, принудительное прямолинейное движение. В известной степени такое же влияние может оказывать на внешний экипаж задняя бегунковая тележка, если она в достаточной мере сохраняет прямолинейное движение конца главного экипажа.

В наших рассуждениях мы полагали, что с момента набегания на внешний рельс перемещение точки A следует строго по круговой кривой с центром в точке C .

В действительности имеет место небольшое относительное перемещение опорной точки колеса по профилю рельса с верхней поверхности на боковую, чем однако практически по малости величин можно пренебречь.

Величина угла набегания при условии, что экипаж перед подходом к кривой находился параллельно оси пути (без перекоса), будет зависеть исключи-

тельно от σ_0 и колеблется от нуля до $\alpha_0 = \frac{z_{max}}{R} = \sqrt{\frac{2\sigma_0}{R}}$, что дает при $\sigma_0 = 11$ мм, $R = 180$ м угол набегания $\alpha_0 = 0,0111 = 40'$. При подходе к началу закругления с перекосом этот угол увеличивается на величину перекоса.

В наиболее тяжелых условиях находится экипаж в момент встречи внешнего колеса первой оси с рельсом, который, восприняв удар, должен изменить направления движения всей массы электровоза.

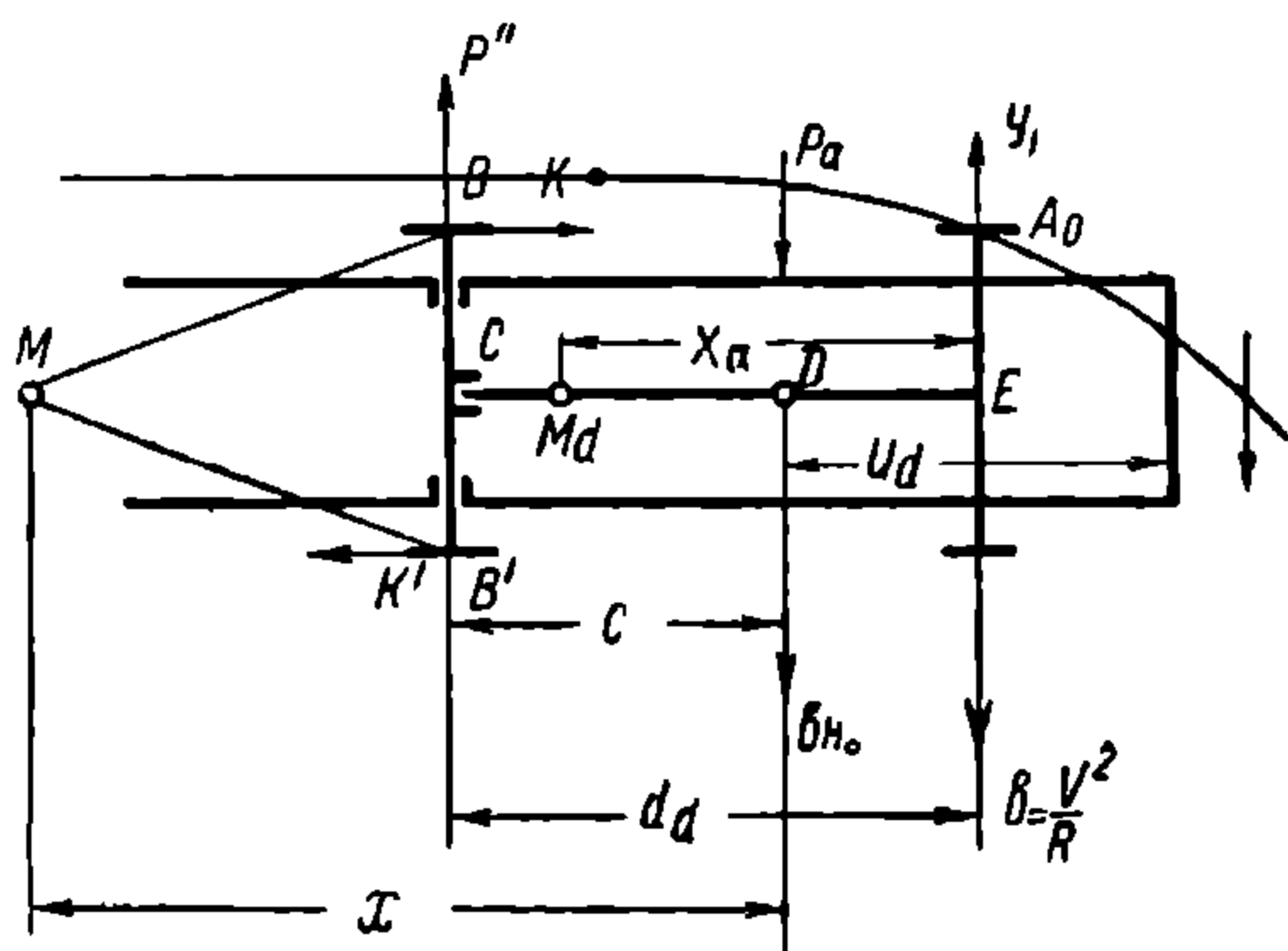
В этом смысле желательно, чтобы в первый момент поворачивалась не вся масса электровоза, а только часть ее: например в случае сочлененных электровозов поворачиваются только передняя движущая тележка и расположенный на ней кузов. Особенно в выгодных условиях находятся бегунковые тележки с поперечной подвижностью, с возвращающим в среднее положение тележечным аппаратом. В этом случае поперечное перемещение бегунковой тележки вызывает только появление возвращающего усилия, постепенно растущего; и только после того, как возвращающая сила достигает величины, необходимой для поворачивания всего электровоза, или когда первая движущая ось набегает на внешний рельс, произойдет поворачивание всего электровоза. Роль бегунковых тележек при входе в кривую заключается, таким образом, в развитии бокового усилия при входе в кривую, передаваемого на главный экипаж и уменьшающего удар первой движущей оси при входе в кривую; при этом сама бегунковая тележка, имея малую массу, не вызывает при входе в кривую сильного удара и поэтому может принять на себя большую долю направляющего усилия, необходимого для поворачивания главного экипажа. Степень участия бегунковой тележки в ослаблении бокового удара зависит от начального возвращающего усилия: чем оно выше, тем больше будет удар, испытываемый бегунковой осью при входе в кривую, но тем меньше будет удар первой движущей оси. Здесь следует иметь в виду, что трение в возвращающем механизме, имеющее особенно большую величину в начальный момент (когда тележка из состояния покоя при входе в кривую начинает боковое отклонение), вызывает большой удар бегунковой тележки при входе в кривую, не улучшая однако, а, наоборот, ухудшая даже вход

в кривую движущей оси. В этом отношении в тяжелых условиях находятся тележки с наклонными плоскостями, а также тележки, в которых нагрузка передается через скользящие опоры.

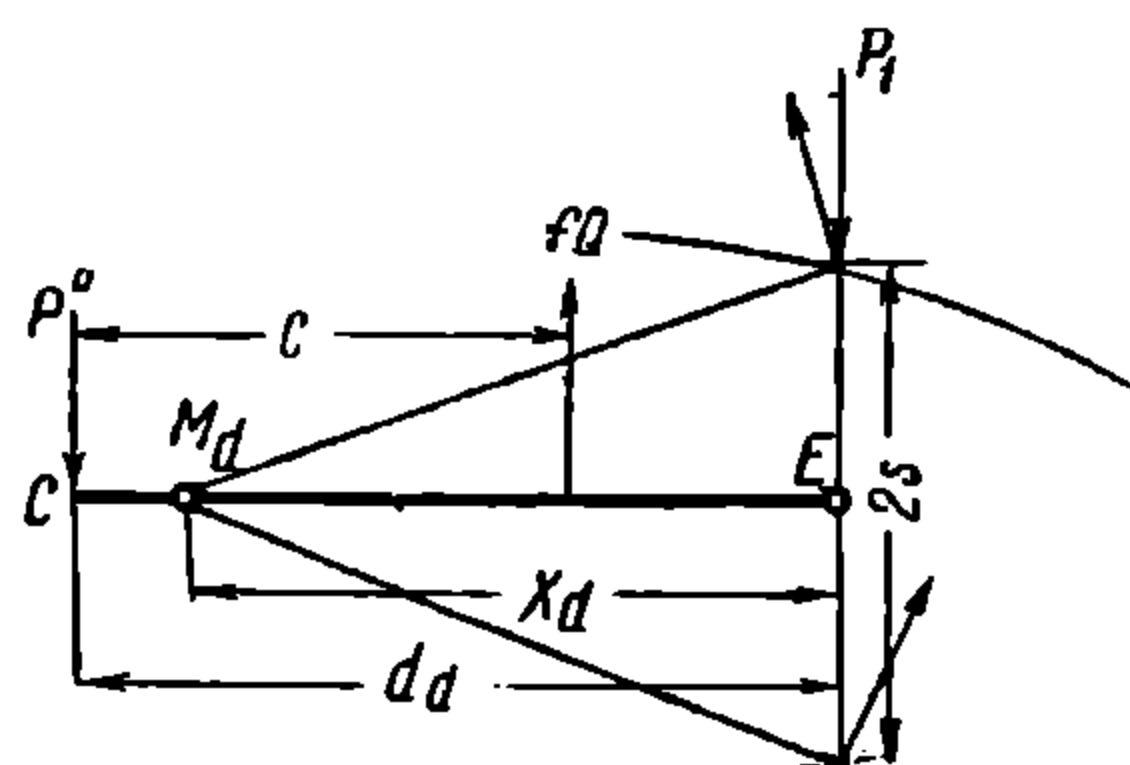
Когда одноосная тележка (биссель) снабжена рессорным возвращающим устройством, возвращающая сила F увеличивается пропорционально боковому отклонению тележки x ; трение в рессорах сравнительно невелико, но, поскольку нагрузка на тележку передается через скользуны, имеет место также большое дополнительное сопротивление от трения в скользунах. В этом отношении в хороших условиях находятся тележки с люльками, а также с секторами или на катках с трением качения.

В том случае, когда впереди имеется тележка Краусса с неподвижным в главной раме шкворнем, при входе в кривую в первый момент наибольшее усилие, воспринимаемое бегунковой осью, ограничено моментом, образуемым трением первой движущей оси, связанной с бегунковой; и только после того, как произойдет поперечное перемещение первой движущей оси на весь зазор в колее, дальнейшая передача направляющих усилий на шкворень главной рамы будет зависеть от принудительного вращения главного экипажа.

В первый момент тележка начинает поворачиваться около точки C (фиг. 193 и 194), которая в этот момент является



Фиг. 193.



Фиг. 194.

и точкой поворота тележки Краусса и центром вращения; при чем ускорение, сообщаемое при этом цапфе D , будет равно

$$b_{no} = b \frac{c}{d_d}$$

Появляющееся при этом в виде реакции главного экипажа усилие P_a вызывает в точке C усилие P'' , которое, как только превысит силу трения в опорных точках колес первой движущей оси, т. е. $2fP$, заставит последнюю перемещаться наружу кривой. Одновременно падают величины b_{no} , P_a и направляющее усилие бегунковой оси Y_0 . Таким образом, первоначальная величина Y_0 не может превысить лимит, определенный трением первой движущей оси, и для этого периода мы имеем:

$$b_{no} = b \frac{c}{d_d}.$$

Затем начинается вращение главного экипажа около точки некоторой M , колесо B скользит немного вперед в направлении K , а колесо B' — назад (в направлении K'); одновременно первая движущая ось под влиянием силы P'' скользит наружу кривой. Колеса, а с ними рама тележки, вследствие этого скользят уже не около точки C , а около M_d , лежащей несколько впереди точки C , а вместе с тем перемещается и ее полюс вращения O_d . Направления скольжения точек B и B' найдем как результирующую сил $\frac{P''}{2}$ и K , а также $\frac{P''}{2}$ и K' , расположенную под углом ϵ (фиг. 195) к продольной оси. Во время по-

перечного перемещения первая движущая ось имеет особую точку поворота, не совпадающую ни с M ни с M_d .

Определим величины P'' , e , x_a , K и K'

Уравнение моментов сил относительно точки E дает:

$$P'' = P_a \cdot \frac{d_a - c}{d_a} - 2fP_o \frac{s^2}{d_a} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_d^2 + s^2}}$$

$$2P_0 \text{—нагрузка на бегунковую ось, а } 2P \text{—на движущую.} \quad (351)$$

Максимальная величина $P'' = 2Pf$; тогда соответствующая ей величина $\max P_0$ найдется:

$$\max P_a = 2Pf \left\{ \frac{d_d}{d_d - c} + \frac{P_0}{P} \cdot \frac{s^2 \cdot d_d}{d_d - c} \cdot \frac{1}{\sqrt{(d_d - c)^2 + s^2}} \right\}. \quad (352)$$

Из фиг. 195 имеем:

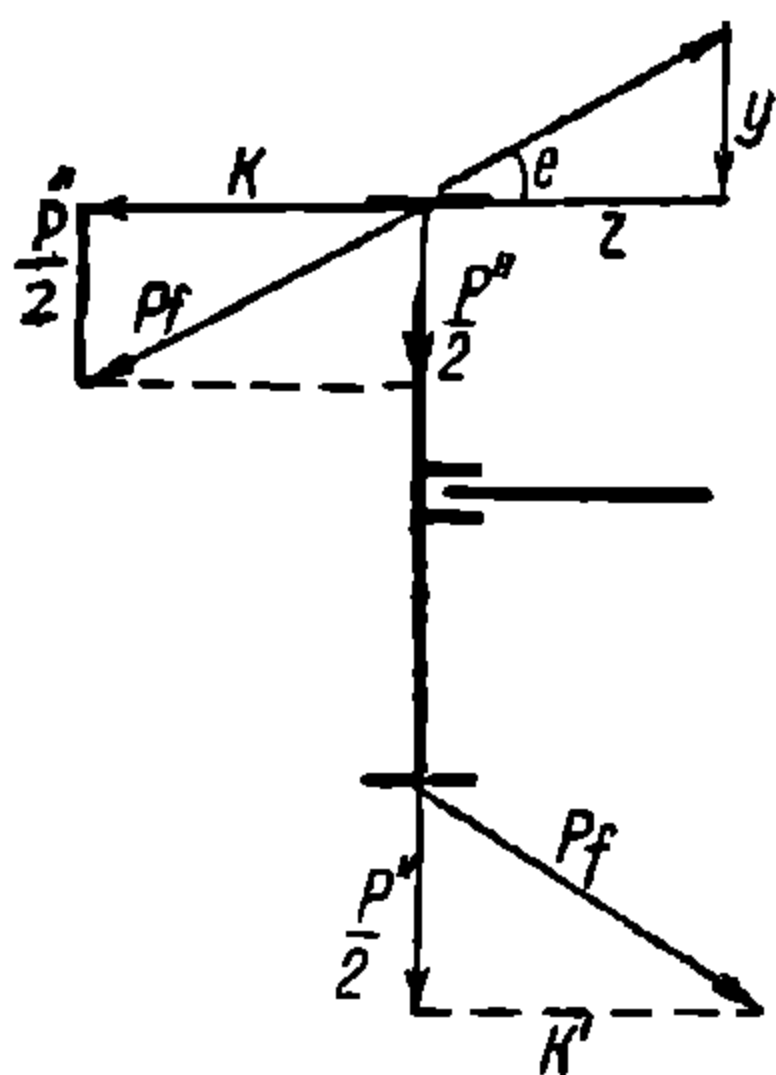
$$\sin e = \frac{P''}{2f P}$$

И

$$K = K' = fP \cos e.$$

Таким образом, при вращении главного экипажа около точки M первая движущая ось дает момент трения, равный:

$$K2s = 2fP \cos e \cdot s = s \sqrt{(2fP)^2 - P''^2} \quad (353)$$



Фиг. 195.

Составляющая y поперечного скольжения точки B есть результат влияния тележки, а составляющая z — влияния главной рамы.

Если точка E при этом скользит относительно M , на единицу длины, то из фиг. 193 следует:

$$y = 1 \cdot \frac{d_d - x_d}{x_d}$$

И

$$z = 1 \cdot \frac{c - (d_d - x_d)}{x_d} \cdot \frac{s}{x}$$

и таким образом

$$\operatorname{tg} e = \frac{y}{z} = \frac{d_d - x_d}{c - (d_d - x_d)} \cdot \frac{x}{s}, \quad (354)$$

откуда

$$d_a - x_a = c \frac{\operatorname{tg} e \cdot \frac{s}{x}}{1 + \operatorname{tg} e \cdot \frac{s}{x}};$$

дробь $\frac{\operatorname{tg} e \cdot \frac{s}{x}}{1 + \operatorname{tg} e \cdot \frac{s}{x}}$ мала и составляет всего 0,06 — 0,09.

Таким образом

$$\frac{d_d - x_d}{d_d} = \frac{c}{d_d} \quad (0,06 - 0,09).$$

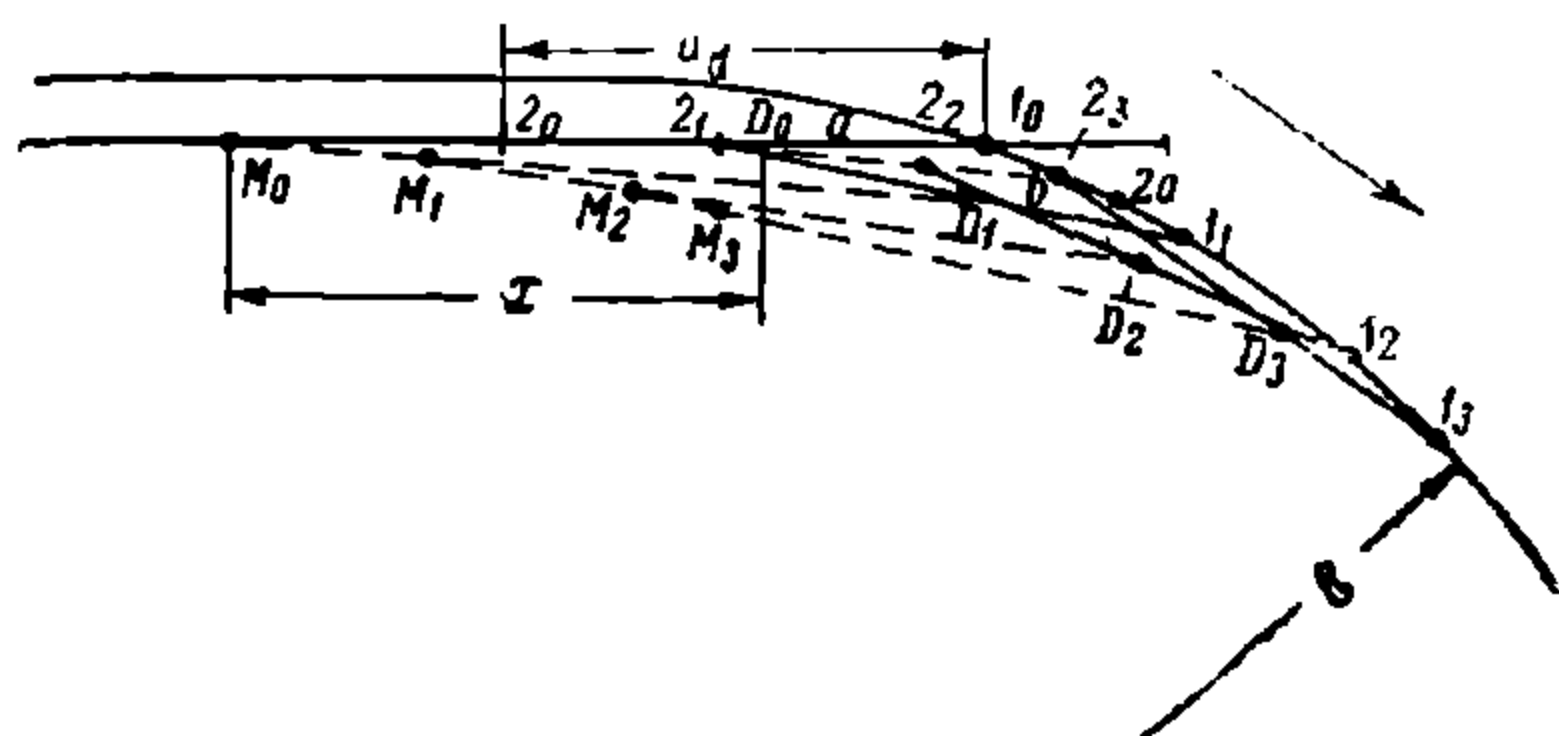
Кроме того изменение x_d очень мало влияет на P'' , а следовательно на e , K и P_a , и при подсчетах можно эту величину брать приближенно почти равной d_a , тогда, при большой величине P_a , угол e может достигнуть 30° . Угол, составленный результирующей трения качения и скольжения точки B ,

с трением качения в момент соприкосновения бегунковой оси с внешним рельсом, равен:

$$\operatorname{tg} \xi_B = \frac{y}{z + \frac{1}{\sin \alpha_0}} = \frac{\frac{d_d - x_d}{x_d}}{\frac{c - (d_d - x_d)}{x_d} \cdot \frac{s}{x} + \frac{1}{\alpha_0}}; \quad (355)$$

его максимальная величина $\xi_{B_{max}} = 3'$; для точки же С мы получаем величину $\operatorname{tg} \xi_c = y \alpha_0$, мало отличающуюся от $\operatorname{tg} \xi_B$, и центр О мало смещается по отношению точки С.

Путь, проходимый главным экипажем и тележкой с начала набегания бегунковой оси до набегания первой движущей оси (фиг. 196), может быть определен следующим образом. Пусть точка набегания передней бегунковой оси 1_0 перешла в 1_1 . Тогда, откладывая длину водила тележки $1_0 2_0 = d_d$, найдем точку 2_1 , лежащую на главной раме, так что $1_1 2_1 = d_d$; затем из точки D_1 , соответствующей положению тележки $1_1 2_1$, прозодим луч к точке [поворота главного экипажа M_0 и на нем наметим положение M_1 на расстоянии x от D_1 , а через точку 2_1 проводим параллель a к $D_1 M_1$. Затем переносим точку 1_1 в 1_2 , из нее откладываем на параллели a длину d_d и получаем точку 2_2 . Из точки 2_2 проводим снова луч $D_2 M_1$; получим точку M_2 ; проводим параллель b через 2_2 к $M_2 D_2$ и т. д.



Фиг. 196.

В точке 2_a имеем начало набегания оси 2. Путь точки С при этом построении совпадает с траекторией точки 2. Центр вращения тележки сдвигается немного назад от С, а величина b_n до момента набегания первой движущей оси очень немного возрастает против $b_{n_0} = b \frac{c}{d_d}$.

Из уравнения моментов относительно точки С (фиг. 194) для бегунковой оси получаем:

$$P_1 = P_a \cdot \frac{c}{d_d} + 2fP_0 \frac{\frac{s^2}{d_d} + x_d}{\sqrt{s^2 + x_d^2}}. \quad (356)$$

В момент начала набегания бегунковой оси имеем $x_d = d_d$, и следовательно,

$$P_1' = P_a \frac{c}{d_d} + 2fP_0 \frac{\sqrt{s^2 + d_d}}{d_d}. \quad (356')$$

Максимальная величина P_1 соответствует

$$x = d_d - c;$$

по уравнению (352):

$$_{max} P_1 = \frac{2}{d_d - c} \left[c + fP_0 \sqrt{s^2 + (d_d - c)^2} \right]. \quad (356'')$$

Боковое усилие бегунковой оси по уравнению (356') соответствует промежутку времени до начала набегания первой движущей оси и затем при быстром уменьшении x_d до $\frac{d_d}{2}$ и изменении P_a в P_a' , которое мы найдем ниже, направляющее усилие будет равно:

$$P_1'' = P_a' \frac{c}{d_1} + 2fP_0 \cdot \frac{\frac{s^2}{d_d} + \frac{d_d}{2}}{\sqrt{s^2 + \frac{d_d^2}{4}}}. \quad (356''')$$

С момента набегания первой движущей оси начинается принудительное ведение экипажа с ускорением не $b_{но}$, а b ; в этот момент сразу возрастает направляющее усилие от инерции электровоза и передается теперь уже и первой движущей оси, хотя момент трения у этой оси падает с величины $s\sqrt{(2fP)^2 - P''^2}$ [уравнение (353)] до величины $2fP \cdot \frac{s^2}{\sqrt{s^2 + x_v^2}}$.

Удар первой движущей оси происходит без того ограничения, которое имело место у бегунковой оси, хотя и под несколько меньшим углом.

Направляющее усилие ее равно:

$$P_2 = P_1'' + 2fP \frac{x_v}{\sqrt{x_v^2 + s^2}}$$

и при

$$x_d = \frac{d_d}{2}$$

$$P_2 = P_a' \frac{d_d - c}{d_d} - \frac{2P_0}{d_d} \cdot \frac{s^2}{d_d \sqrt{\frac{d_d^2}{4} + s^2}} + 2fP \frac{x_v}{\sqrt{x_v^2 + s^2}} \quad (357)$$

(см. Нейтапп). Угловое ускорение бегунковой осп становится равным нулю, и ее полюс вращения O перемещается на бесконечно большое расстояние назад. Следующая вторая движущая ось стремится вследствие усилия, приложенного в D , набегать на внутренний рельс, и во избежание удара ее приходится устраивать с ослабленным гребнем.

Тележка Цара-Краусса. Тележка эта, как известно, отличается от тележки Краусса-Гельмгольца наличием упругого возвращающего механизма в центре D . Эта упругость вызывает смягчение удара при входе в кривую. В момент набегания передней оси (бегунковой) усилие P_a определяется возвращающим механизмом. Величина возвращающего усилия обычно такова, что до начала набегания второй оси (первой движущей) усилие P_a не в состоянии преодолеть момента трения в опорных точках колеса главного экипажа, и последний все время продолжает прямолинейное движение; первая же движущая ось вначале не перемещается к внешнему рельсу вследствие высокой величины поперечного трения. Момент трения первой движущей оси равен:

$$s\sqrt{(2fP)^2 - P''^2}$$

Тележка поворачивается относительно неподвижной точки C . После того как P_a превысит момент трения колес главного экипажа, последний начинает медленно поворачиваться, и M_d слегка перемещается вперед относительно C . Само перемещение первой движущей оси наружу происходит без удара, так как с этого момента увеличивается пока еще e — поперечное отклонение шкворня и, следовательно, сила P_a . Одновременно уменьшается момент трения второй оси до $\frac{2fP s^2}{\sqrt{x^2 + s^2}}$ или до нуля, если главный экипаж продолжает еще

прямолинейное движение. При отклонении главного экипажа силой P_a , достаточно возросшей, заметны небольшие упругие колебания, аналогичные ранее отмеченным при возвращающих пружинных устройствах одноосных тележек, которые однако не достигают заметных величин. Величина возвращающего усилия берется несколько больше, чем у бегунковых осей бисселя.

Двухосные тележки

При входе в кривые двухосных тележек происходит следующее явление (фиг. 197). Первая ось ударяется о внешний рельс и начинает перемещаться внутрь кривой, вызывая усилие в шкворне P_a , направленное по отношению к главному экипажу внутрь кривой. Величина этого усилия не может быть больше возвращающей силы тележки, и если трение в опорных точках

второй оси тележки по сравнению с усилием P_a , необходимым для поворота главного экипажа, невелико, начинается перемещение второй оси наружу кривой и одновременно перемещение шкворня бегунковой тележки внутрь кривой. Вследствие этого происходит и изменение величины P_a в зависимости от характеристики возвращающего механизма. Главный экипаж в зависимости от усилия P_a увлекается внутрь кривой. Боковое ускорение первой оси $b = \frac{v^2}{R}$, а по мере перемещения второй оси ускорение шкворня D будет равно:

$$b_n = b \frac{y_d - \frac{d_d}{2}}{y_d},$$

где y_d —расстояние первой оси до центра вращения O_d бегунковой тележки (см. фиг. 197).

Точка поворота тележки M_d по мере увеличения P_a —усилия у шкворня тележки—перемещается к передней оси, а вместе с ней и точка O_d . В тот момент, когда первая ось еще только коснулась внешнего рельса, обе точки (M_d и O_d) совпадают. Точка O_d может перемещаться вперед лишь до точки D . Точка O_d совпадает со шкворнем D тогда, когда обе бегунковые тележки набегают на внешний рельс, так как в этом положении на сколько перемещается передняя ось внутрь, на столько же перемещается и задняя ось наружу кривой.

Если характеристика возвращающего механизма бегунковой тележки такова, что при ее отклонении от среднего положения возвращающее усилие достаточно велико, то может оказаться, что еще до встречи первой движущей оси с внешним рельсом начнется отклонение главного экипажа. Если же $F < P_a$, где P_a —усилие, необходимое для отклонения главного экипажа внутрь кривой, то это отклонение будет вызвано одновременным усилием возвращающего механизма и воздействием внешнего рельса непосредственно на первую движущую ось.

Конечно само отклонение главного экипажа внутрь кривой в этом случае начнется только после того, как первая движущая ось набегит на внешний рельс.

Определим направляющее усилие передней бегунковой оси P_1 ; при $x_d = \frac{d_d}{2}$, беря уравнение моментов относительно точки D , мы получим:

$$P_1 = 4fP_0 \cdot \frac{\sqrt{\frac{d_d^2}{4} + s^2}}{\frac{d_d}{2}}, \quad (358)$$

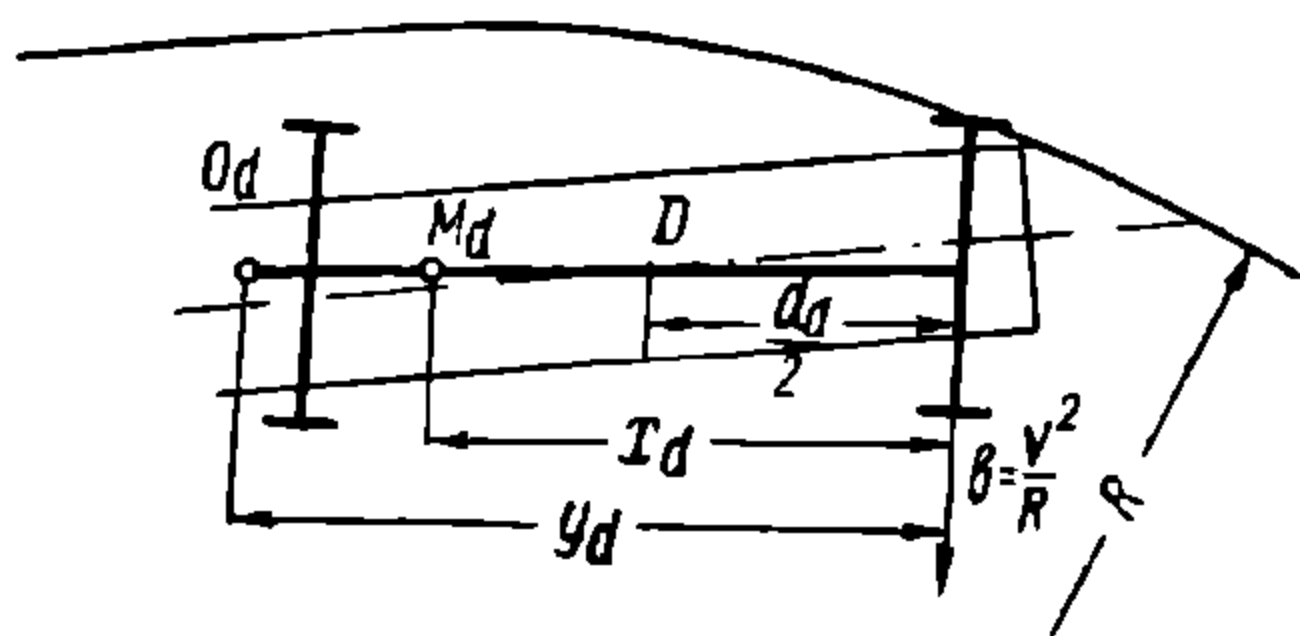
где P_0 —нагрузка на колеса бегунковой тележки.

Рассмотрим теперь несколько примеров определения боковых усилий направляющих колес при входе в кривую; предварительно отметим, что в том случае, когда имеется поперечная подвижная ось Гельсдорфа, набегаящая самостоятельно на внешний рельс, в сумму W моментов, вместо

$$M = 2Pf\sqrt{x^2 + s^2}$$

(для жесткой оси) для Гельсдорфа входит момент

$$M' = 2Pf \frac{s^2}{\sqrt{x^2 + s^2}},$$



Фиг. 197.

так как при набегании на рельс поперечная сила воспринимается рельсом и остается продольная сила

$$Pf \sin a = Pf \cdot \frac{s}{\sqrt{x^2 + s^2}},$$

вызывающая вышеуказанный момент $M' = \frac{2P/s^2}{\sqrt{x^2 + s^2}}$ Пока же ось Гельсдорфа

еще не набежала на рельс и происходит поперечное ее перемещение, то главному экипажу приходится поворачивать ее около средней точки самой оси; тогда момент сил трения равен:

$$M'' = 2Pfs.$$

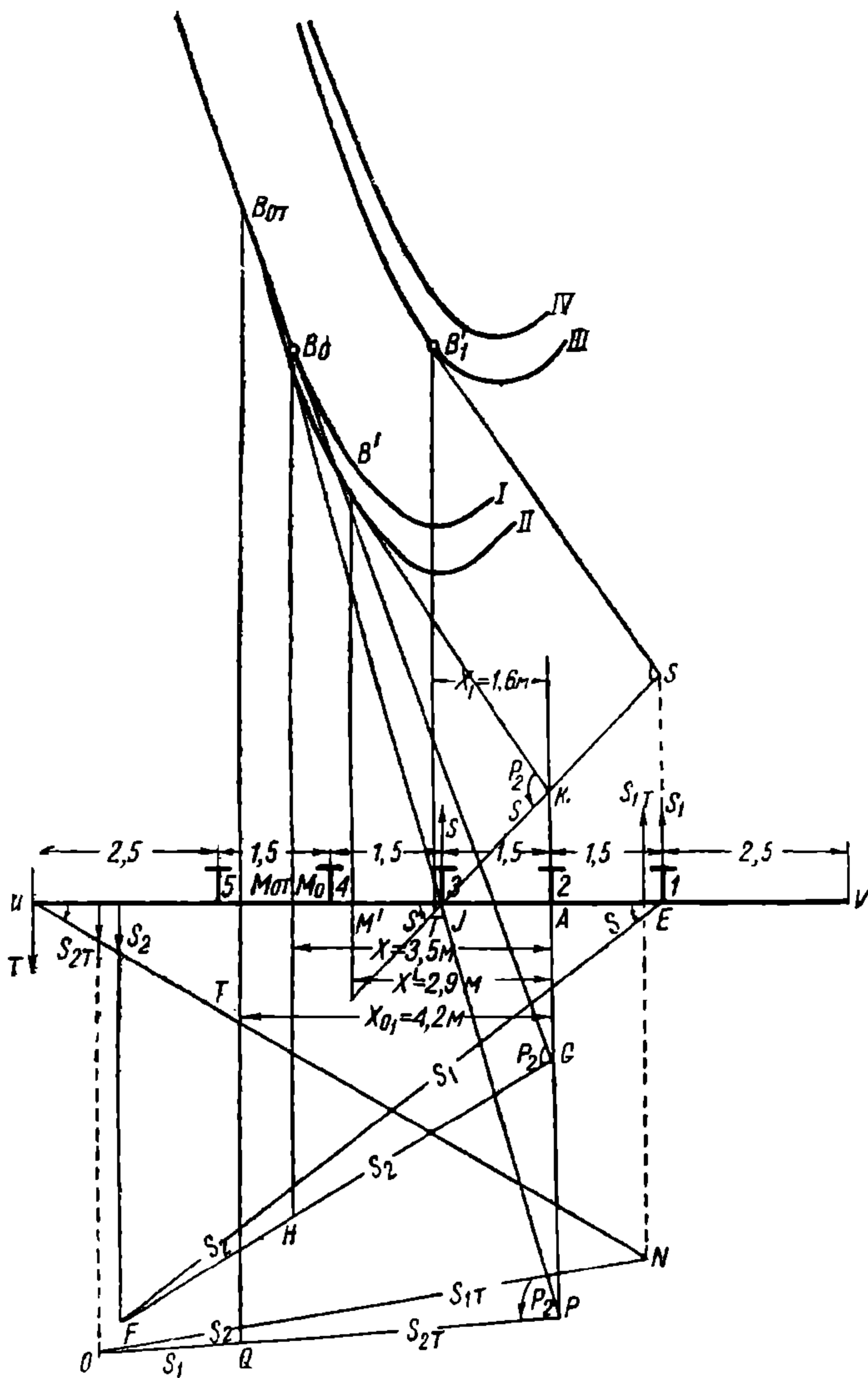
Таким образом ось Гельсдорфа при набегании на рельс получает меньший момент трения в опорных точках, передающийся на главный экипаж, чем до начала набегания, на величину:

$$M'' - M' = 2P/s \left[1 - \frac{s}{\sqrt{x^2 + s^2}} \right]$$

На фиг. 198 показан *вход* в кривую радиуса $R=190$ м со скоростью $V=35$ км/час или $v=9,75$ м/сек электро-воза ОЕО, при чем крайние оси имеют боковую подвижность. Общая длина электровоза 11 м; давление на ось 16 т; общая масса электровоза

$$M = \frac{\Sigma Q}{g} = 8150 \frac{\kappa_2}{\text{м} \cdot \text{сек}^2}$$

центробежная сила $C=4\,075$ кг. Прежде всего мы определим необходимую боковую подвижность крайних осей, чтобы оси 2 и 4 могли набегать на внешний рельс при самых различных установках электровоза в кри-



Фиг. 198.

вой, т. е. когда четвертая ось занимает или положение 4 или положение (4) (см. фиг. 199). Из фиг. 199 имеем:

$$\frac{x^2}{2R} - \frac{(\pm x \mp b)^2}{2R} = \sigma_{max}$$

ИЛИ

$$x = \frac{b^2 + 2R\sigma_{max}}{2b}.$$

строая $UNOPB_{ог}Q$, получим:

$$P_{2OT} = \frac{60\,400}{4,2} = 14\,400 \text{ КЗ.}$$

Далее найдем:

$$\frac{\Delta P}{P} = 0,625; \quad Y_{20T} = 11\,600 \text{ кг}.$$

Когда вход в кривую закончится, будем иметь:

$$x_T = 3,5 \text{ м} \quad \text{и} \quad P_2 = 12\,600 \text{ кг}.$$

В том случае, если крайним осям дан меньший боковой разбег, т. е. не 33 мм, которые необходимы для набегания оси 2, а например 26 мм, ось 1 (фиг. 198) начинает принимать участие в направлении в кривой после того, как переместится поперек на 26 мм и ранее чем ось 2 коснется внешнего рельса; для этого случая длина свешивающейся части равна $u = 2,5$ м, но угол набегания будет больше, а именно: $\operatorname{tg} \alpha_{om} = 0,0152$; $\alpha_{om} = 51'$ против $\alpha = 47'$, полученного для ранее рассмотренного случая набегания оси 2 на внешний рельс.

Для входа в кривую действительны кривые моментов трения в опорных точках *III* и *IV*.

Для этого случая построение дает при $x_0 = 4,33 - 1,5 = 2,83$ м:

$$C_1 = 2000 \text{ кг}; C_2 = 707 \text{ кг}; P_1 = 12\,200 \text{ кг}$$

(хотя P_1 и меньше, чем P_2 , но угол $\alpha_{от}$ больше).

В конце входа в кривую получим, производя построение JSB'_1T для $x' = 1,6$ м:

$$P_1 = 10\,000 \text{ кг},$$

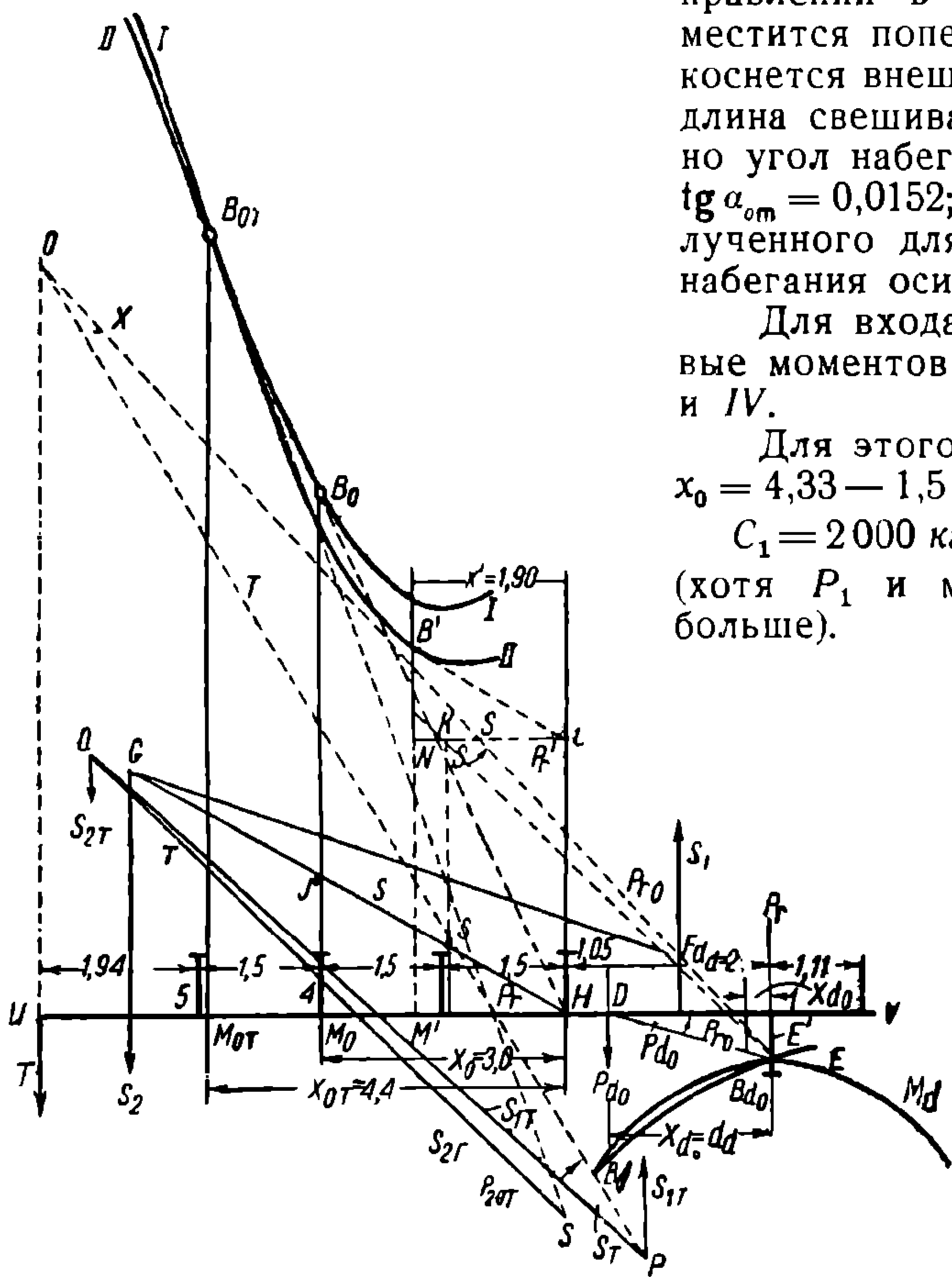
т. е. почти то же самое, что и в предыдущем случае.

Для случая воздействия поезда в виде силы T при $x_{TO} = 3,3$ м будем иметь:

$$C_1 = 2060 \text{ кг}; C_2 = 530 \text{ кг}$$

$$\text{и } P_{1TO} = 1400 \text{ кг}$$

(немного менее, чем при ведении электровоза второй осью). Таким образом, при направлении пер-



Фиг. 200.

вой осью увеличивается усилие для преодоления трения в опорных точках колес, но уменьшается динамическая сила от влияния массы, вследствие уменьшения свешивающейся части u , но угол набегания возрастает; в результате усилия P и Y мало отличаются при ведении первой или второй осями.

Вход в кривую электровоза с передней бегунковой тележкой. Графическое построение для этого случая дано на фиг. 200. Шкворень передней бегунковой оси обозначен через D . Четвертая движущая ось имеет боковую подвижность. Давление на движущую ось $16,6\ t$ и $13,6\ t$ —на бегунковую. Возвращающая сила гележки

$$F = P_0 + pe = 1\,038 + 45,6e,$$

где e — боковое отклонение тележки.

Рассмотрим сначала направляющее усилие P_1 передней бегунковой оси и влияние ее на главный экипаж, при входе в кривую в виде реакции шкворня P_{d0} и возвращающей силы $P_r = F_0$, а затем уже усилия, имеющие место при вписывании в кривую главного экипажа электровоза. На фиг. 200 построены кривые моментов M_d для бегунковой оси, и кривые I и II для главного экипажа при условии, что ось 5 набегает на внутренний рельс.

Бегунковая ось набегает на внешний рельс под углом $\alpha = 47'$. Пренебрегая небольшим влиянием массы бегунковой тележки при ее вращении около точки D , направляющее усилие P_1 получим как сумму P_r влияния возвращающего усилия тележки и усилия P от трения в опорных точках колес бегунковой оси; при чем величина P найдется по общему правилу по ординате $B_{d0}D$ кривой M_d ; таким образом:

$$P_{100} = P_r + P = F_0 + \frac{B_{d0}D}{d_d} = 1\,038 + 3\,637 = 4\,675 \text{ кг}$$

и

$$P_{d0} = 456 \text{ кг.}$$

Далее найдено $Y_0 = 2\,620 \text{ кг.}$

При дальнейшем движении примем, что основной экипаж движется прямолинейно до тех пор, пока первая движущая ось не набегит на кривую. Найдем сначала, каково будет направляющее усилие бегунковой оси $P'_1 = P'_r + P'$ (оба слагаемые зависят от x_d —расстояния бегунковой оси от ее точки поворота).

Для рассматриваемого случая $x_d = 0,29 \text{ м}$, и так как $e = 0,050 \text{ мм}$, то

$$P'_r = 3\,320 \text{ кг}$$

$$P' = 2\,430 \text{ кг;}$$

таким образом

$$P'_1 = 3\,320 + 2\,430 = 5\,750 \text{ кг;}$$

и далее получаем:

$$P'_{d0} = 1\,200 \text{ кг; } Y_0 = 4\,850 \text{ кг.}$$

Теперь исследуем ось 2 (первую движущую) при скорости $v = 35 \text{ км/час}$; при этом пока будем пренебрегать влиянием задней бегунковой оси и пусть ось 5 еще не набегает на внутренний рельс.

При выбранном путем попыток $x_0 = 3 \text{ м}$ имеем:

$$C_1 = 2\,940 \text{ кг и } C_2 = 820 \text{ кг.}$$

Кроме того мы ранее нашли $P'_1 = 5\,750 \text{ кг}$ и $P'_{d0} = 1\,200 \text{ кг}$. Пользуясь графическим построением линии $DEFGHB_0I$, по кривой I мы находим:

$$P_2 = 6\,300 \text{ кг.}$$

Кроме того имеем:

$$Y_2 = 3\,925 \text{ кг.}$$

В конце входа в кривую после того, как ось 5 начинает набегать на внутренний рельс, подбираем $x' = 1,90 \text{ м}$ и для $x_d = 0,46 \text{ м}$ имеем:

$$e = 0,042; \quad P'_r = 2\,930 \text{ кг; } P' = 2\,862 \text{ кг;}$$

таким образом

$$P'_1 = 5\,792 \text{ кг; } Y'_1 = 4\,592 \text{ кг и } P'_{d0} = 1\,120 \text{ кг.}$$

При $C = 4\,075 \text{ кг}$, пользуясь построением линии $DEKLB'N$, по кривой II находим:

$$P'_2 = 2\,540 \text{ кг}$$

и

$$Y'_2 = 603 \text{ кг,}$$

т. е. значительно ниже, чем в начале набегания. Значительная разница в величине Y_2 при начале входа в кривую и в конце объясняется влиянием сильно выдвинутой вперед точки приложения силы C_1 . Величина P_1 почти не изменилась.

Вход в кривую воспринят почти целиком второй осью. Ось 4 не набегает на внутренний рельс, так как $x' = 1,9 \text{ м} < 3,4 \text{ м}$.

Следует отметить, что поверку, не набегает ли какая-либо ось, например третья, на внутренний рельс, удобнее всего производить графическим путем, давая экипажу различные положения, соответствующие постепенному движению по кривой.

Теперь предположим, что задняя бегунковая тележка сообщает главному экипажу усилие $T = 2280 \text{ кг}$, направленное внутрь кривой. Для скорости $v = 35 \text{ км/час}$, при $x_{0T} = 4,4 \text{ м}$, имеем:

$$C_1 = 2950 \text{ кг} \text{ и } C_2 = 200 \text{ кг},$$

и для тех же величин P_r и P_{a0} , проводя линию $DEFOPQSB_{0T}T$, находим:

$$P_{20T} = 7500 \text{ кг};$$

далее

$$Y_{20T} = 5000 \text{ кг},$$

т. е. несколько более ранее полученной величины $Y_{10} = 4850 \text{ кг}$. Распределение усилий между осями 1 и 2 неудовлетворительно.

При окончании входа в кривую, при одновременном набегании оси 5 на внутренний рельс, будем иметь для $x' = 2,9 \text{ м}$; $x'_a = 0,21 \text{ м}$; $e = 0,055$:

$$P_r' = 3546 \text{ кг}; \quad P' = 2024 \text{ кг};$$

$$P'_{1T} = 5570 \text{ кг}; \quad Y'_{1T} = 4840 \text{ кг}.$$

Из графического построения:

$$P'_{2T} = 53000 \text{ кг}$$

и

$$Y'_{2T} = 2930 \text{ кг}.$$

Рассмотрим теперь *вход в кривую электровозов с сочлененными тележками*.

Пусть электровоз с жестким сочленением тележек входит в кривую. Примем пока, что в этом случае задний конец передней тележки, будучи жестко связан с задней тележкой, будет продолжать прямолинейное движение до тех пор, пока задняя тележка будет сохранять свое прямолинейное направление, т. е. ее направляющее колесо не встретит внешнего рельса и не начнет вписываться то же в кривую, или же пока под влиянием усилия, передающегося через сочленение от передней тележки, не произойдет изменения направления движения задней тележки.

Переднее направляющее колесо строго следует внешнему рельсу, и если мы будем считать, что переходные кривые отсутствуют, то поперечное перемещение переднего направляющего колеса будет происходить с ускорением

$$c = \frac{v^2}{R} \quad (362)$$

где R —радиус кривой. Остальные точки передней тележки будут вписываться в кривую с поперечным ускорением, пропорциональным их расстоянию от прямолинейно перемещающегося сочленения. Поперечные ускорения в различных точках продольной оси передней тележки будут, таким образом, меняться по прямой ab (фиг. 201). Если мы примем, что масса тележки равномерно распределена по всей длине ее, то прямая ab будет также представлять собой закон изменения боковых усилий в различных точках поперечных сечений передней тележки при вписывании ее в кривую. Пусть расстояние от сочленения тележек до первой оси будет y_1 , а вся длина тележки l ; тогда точка приложения бокового усилия, развиваемого передней тележкой при входе в кривую и равного:

$$C_T = \frac{P_T}{g} \cdot \frac{c}{2y_1} \cdot l = \frac{P_T}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{l}{2y_1} \quad (363)$$

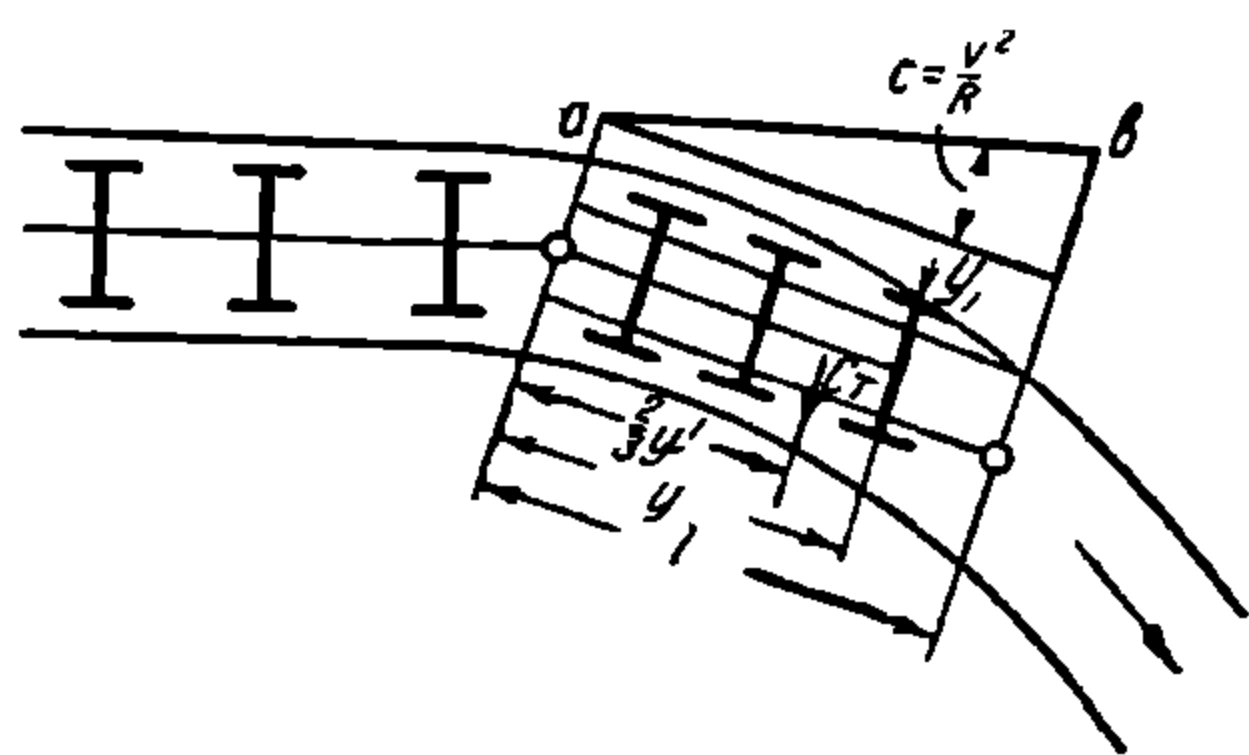
(P_T — вес тележки), будет находиться на расстоянии $\frac{2}{3}l$ от сочленения. На направляющее колесо передней тележки передается усилие:

$$Y_1 = C_T \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{y_1} = \frac{P_T}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{l^2}{3y_1^2}. \quad (364)$$

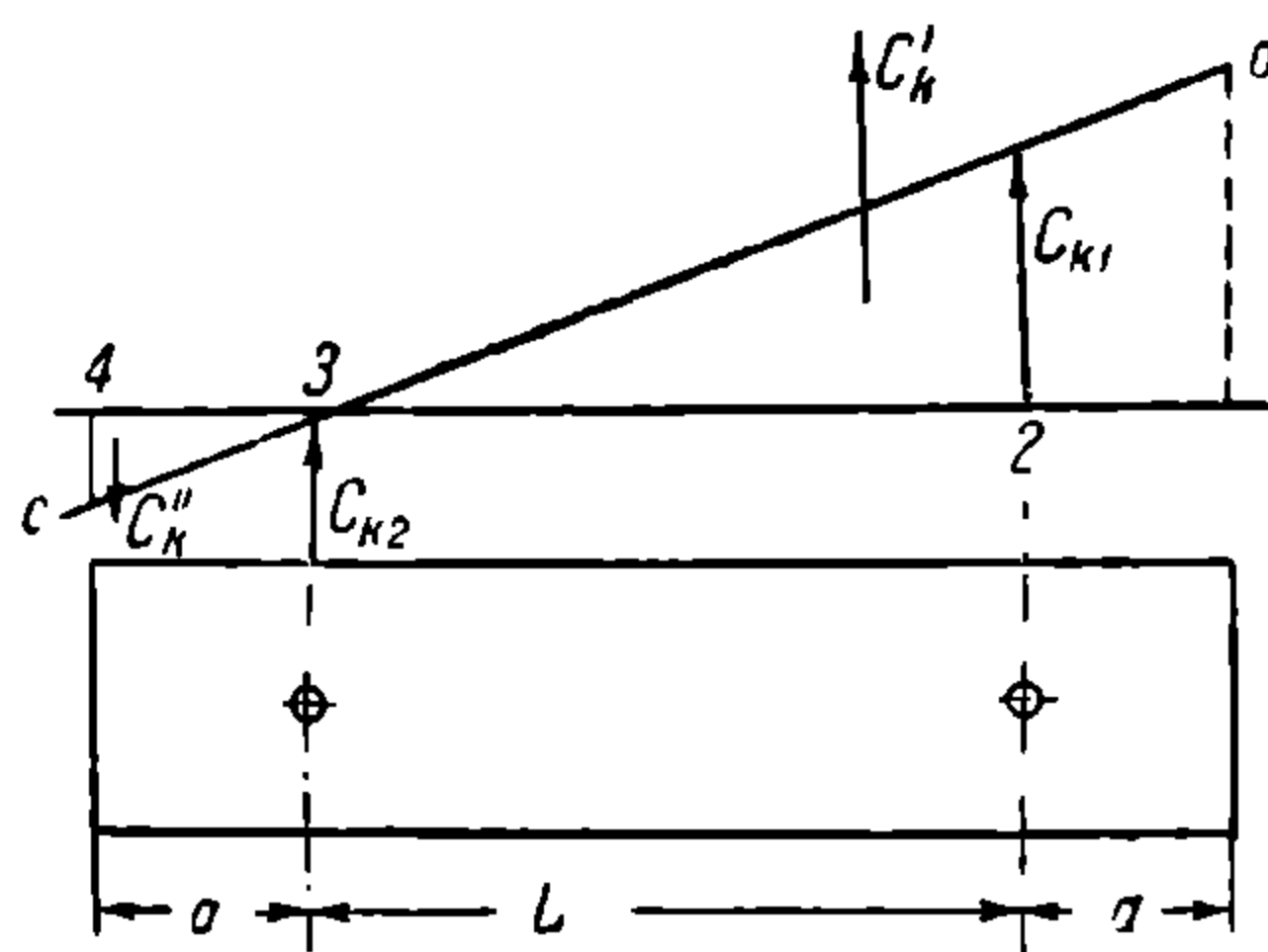
Вращение кузова будет происходить около задней опоры под влиянием усилия, передающегося от передней тележки на переднюю опору. Обозначим (фиг. 202) расстояние между опорами кузова через L ; тогда боковое ускорение передней опоры кузова при входе в кривую будет равно:

$$c' = \frac{v^2}{R} \cdot \frac{L}{2y_1}. \quad (365)$$

Обозначим длину свешивающейся части кузова за опорой через a ; не трудно видеть, что боковые ускорения перемещения различных поперечных сечений



Фиг. 201.



Фиг. 202.

кузова будут меняться по линии cd , ордината которой в точке 2, как уже мы нашли, равна:

$$c' = \frac{v^2}{R} \cdot \frac{L}{2y_1}$$

а в точке 3 равна нулю. Примем, что масса кузова с находящейся в ней аппаратурой равномерно распределена по всей длине его $L + 2a$; тогда боковые усилия в различных сечениях кузова будут меняться по линии cd , и равнодействующая их, направленная наружу кривой (на длине 1—3), будет равна:

$$C'_k = \frac{P_k (L + a)}{(L + 2a)g} \cdot \frac{c' (L + a)}{2L} = \frac{P_k (L + a)^2}{2gL (L + 2a)} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{L}{2y_1} = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{(L + a)^2}{4y_1 (L + 2a)} \cdot \frac{v^2}{R}, \quad (366)$$

а направленная внутрь кривой:

$$C''_k = \frac{P_k \cdot a}{g (L + 2a)} \cdot \frac{c' a}{2L} = \frac{P_k \cdot a^2}{g2L (L + 2a)} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{L}{2y_1} = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{a^2}{4y_1 (L + 2a)} \cdot \frac{v^2}{R}. \quad (367)$$

Точка приложения силы C'_k находится на расстоянии $\frac{2}{3}(L + a)$ от опоры 3 кузова, а силы C''_k на расстоянии $\frac{2}{3}a$ от той же опоры.

Боковое усилие C_{k1} , передающееся от кузова на переднюю тележку, найдем равным:

$$C_{k1} = \frac{C'_k \frac{2}{3} (L + a) + C''_k \frac{2}{3} a}{L} \quad (368)$$

или, подставляя величины C_k' и C_k'' из уравнений (366) и (367), получим:

$$C_{k1} = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{1}{4y_1 L} \left[\frac{(L+a)^2}{L+2a} - \frac{2}{3}(L+a) + \frac{a^2 \cdot \frac{2}{3}a}{L+2a} \right] = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{1}{6y_1} \cdot \frac{(L+a)^3 + a^3}{(L+2a)L}. \quad (369)$$

Часть этого усилия будет передаваться на направляющее колесо передней движущей тележки электровоза, а часть—на сочленение тележек.

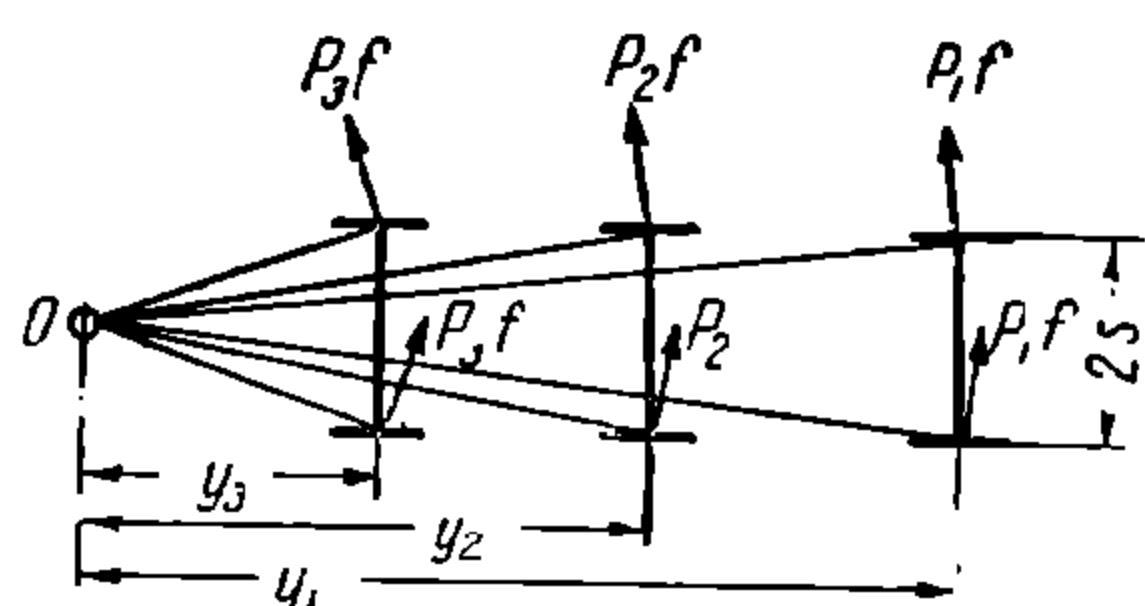
Усилие, приходящееся от кузова на направляющую ось, найдется равным:

$$Y_2 = C_{k1} \frac{L}{2y_1} = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{(L+a)^3 + a^3}{12y_1^2 (L+2a)}, \quad (370)$$

и общее боковое усилие, приходящееся на направляющую ось передней движущей тележки, будет равно:

$$Y_c = Y_1 + Y_2 = \frac{v^2}{Rg} \left(\frac{1}{3} P_T \frac{l^2}{y_1^2} + \frac{P_k}{12y_1^2} \cdot \frac{(L+a)^3 + a^3}{L+2a} \right). \quad (371)$$

Кроме того при поворачивании тележки около сочленения появляются силы трения в опорных точках колес с рельсами, равные Pf , где P —нагрузка на колесо и f —коэффициент трения. Эти силы вызывают дополнительное усилие Y_T направляющего колеса передней тележки. Направление сил трения перпендикулярно к лучу, проведенному из точки поворота тележки к опорной точке колеса на рельсе (фиг. 203). Точку поворота передней тележки примем в сочленении тележек; в действительности, конечно, она определится как основание перпендикуляра, опущенного из центра кривой на продольную ось передней тележки, и зависит также от установки задней тележки, с которой жестко через сочленение связана передняя тележка. Обозначая расстояние осей до сочленения



Фиг. 203.

через y_1, y_2, y_3 , а расстояние между опорными точками колес одной и той же оси— $2s$, усилие Y_T , приходящееся на направляющее колесо от трения колес в опорных точках в самом начале входа тележки в кривую, получим равным:

$$Y_T = \frac{2f}{y_1} (P_1 \sqrt{y_1^2 + s^2} + P_2 \sqrt{y_2^2 + s^2} + P_3 \sqrt{y_3^2 + s^2}). \quad (372)$$

По мере поворота тележки в кривой точка поворота будет перемещаться от сочленения к середине тележки, и усилие Y_T будет уменьшаться.

Если усилие, передаваемое передней тележкой на сочленение, вместе с силой от кузова, передаваемой через кузовную опору на вторую тележку, не будет в состоянии повернуть тележку, т. е. вывести ее из прямолинейного движения, то остаются в силе приведенные формулы бокового усилия, развиваемого направляющим колесом при входе в кривую; в противном случае мы должны будем учесть смещение сочленения.

Найдем усилие S_1 , передаваемое на сочленение от первой тележки. Инерционные силы передней тележки C_T вызывают в сочленении усилие, действующее на вторую тележку по направлению наружу кривой; величина этого усилия найдется (фиг. 201) из уравнения моментов относительно опорной точки направляющего колеса:

$$C_T \left(y_1 - \frac{2}{3} l \right) = S_1 y_1,$$

откуда

$$S_1 = \frac{C_T \left(y_1 - \frac{2}{3} l \right)}{y_1} = C_T \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{y_1} \right) \quad (373)$$

Точно так же найдем усилие S_2 , передаваемое передней тележкой на сочленение под влиянием силы C_{k1} , действующей через передний шкворень оси кузова на переднюю тележку:

$$S_2 = \frac{C_{k1} \left(y_1 - \frac{L}{2} \right)}{y_1}. \quad (374)$$

Найдем инерционную силу от кузова, передающуюся непосредственно на вторую тележку через вторую кузовную опору. Момент инерционных сил C'_k , C''_k и искомого усилия C_{k2} , передающегося на вторую кузовную опору, напишется (фиг. 202) в следующем виде:

$$\left[L - \frac{2}{3}(L + a) \right] C'_k + C_{k2} \cdot L - C''_k \left(\frac{2}{3}a + L \right) = 0,$$

откуда

$$C_{k2} = \frac{C''_k \left(\frac{2}{3}a + L \right) - \left[L - \frac{2}{3}(L + a) \right] C'_k}{L}. \quad (375)$$

Усилие, передающееся на сочленение от трения колес в опорных точках на рельсах, найдется равным:

$$S_3 = 2P_1 f \cos \alpha_1 + 2P_2 f \cos \alpha_2 + 2P_3 f \cos \alpha_3 - Y_T, \quad (376)$$

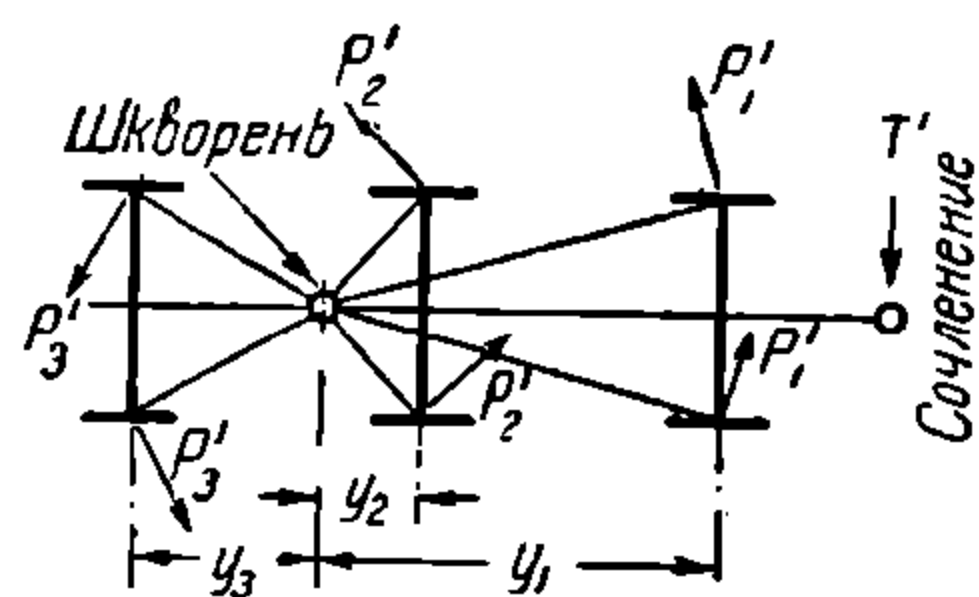
где α_1 , α_2 , α_3 —углы, образуемые силами трения в опорных точках колес со средней линией осей:

$$\cos \alpha_1 = \frac{y_1}{\sqrt{y_1^2 + s^2}}; \quad \cos \alpha_2 = \frac{y_2}{\sqrt{y_2^2 + s^2}}; \quad \cos \alpha_3 = \frac{y_3}{\sqrt{y_3^2 + s^2}}.$$

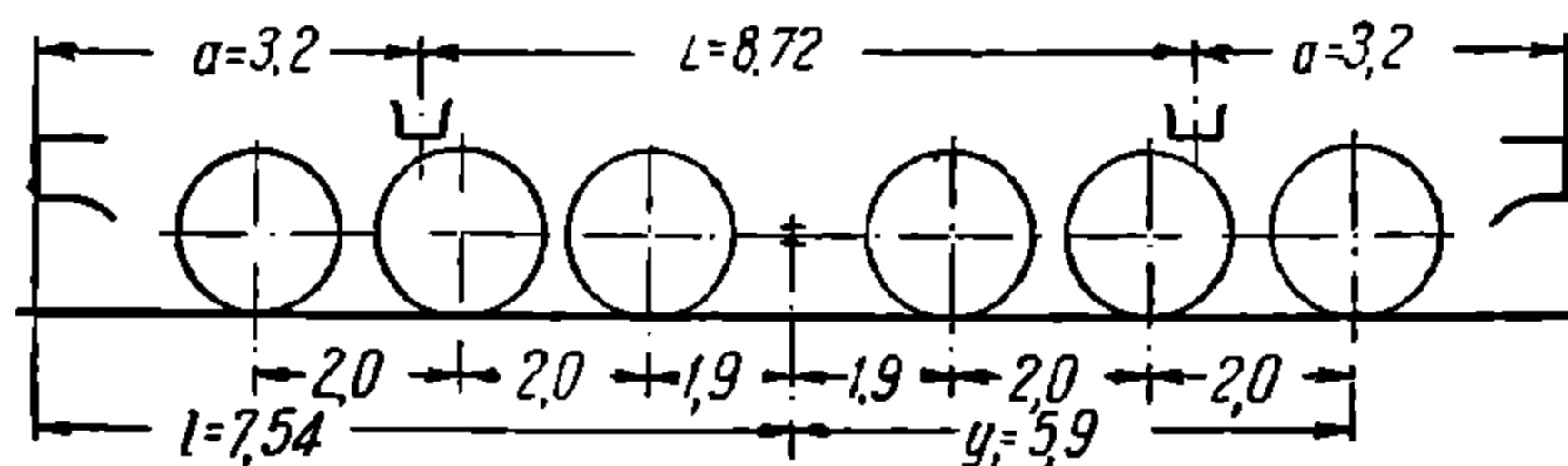
Общее усилие, действующее через сочленение на вторую тележку, равно:

$$T = S_1 + S_2 + S_3.$$

Помимо того, в случае поворота второй тележки, в опорных точках колес на рельсах будут развиваться силы трения. Определим то усилие T' , которое



Фиг. 204.



Фиг. 205.

надо приложить к сочленению, чтобы вывести тележку из ее прямолинейного движения. Подсчеты показывают, что, при расположении шкворня кузова около середины тележки, около него и будет происходить вращение тележки. Обозначая расстояние осей тележки до шкворня (фиг. 204) через y'_1 , y'_2 , y'_3 , получим:

$$T' = \left[2P'_1 f \sqrt{y'^2_1 + s^2} + 2P'_2 f \sqrt{y'^2_2 + s^2} + 2P'_3 f \sqrt{y'^2_3 + s^2} \right] \frac{1}{t}, \quad (377)$$

где P'_1 , P'_2 , P'_3 —нагрузки в опорных точках колес второй тележки, y'_1 , y'_2 и y'_3 —расстояние осей второй тележки до ее шкворня и t —расстояние сочленения до шкворня.

Если усилие T' окажется больше ранее найденного усилия T , передаваемого от передней тележки, то тележка сохранит свое прямолинейное направление движения.

Применим выведенные формулы для определения бокового усилия, развиваемого внешним колесом первой движущей оси при входе в кривую, у электровоза ходовой формулы С + С с нагрузкой на оси $2P_1 = 2P_2 = 2P_3 = 2P'_1 = 2P'_2 = 2P'_3 = 19 \text{ т}$ и с расстоянием между осями, указанным на фиг. 205. Примем

вес кузова $P_k = 40,5 \text{ т}$; вес одной тележки $P_T = 36,25 \text{ т}$ и далее: $a = 3,2 \text{ м}$; $L = 8,72 \text{ м}$; $y_1 = 5,9 \text{ м}$; $l = 7,54 \text{ м}$.

Инерционная сила тележки найдется равной:

$$C_T = \frac{P_T}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{l}{2y_1} = \frac{36,25}{9,81} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{7,54}{2 \cdot 5,9} = 2,36 \frac{v^2}{R}.$$

На первую ось передается усилие:

$$Y_1 = C_T \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{y_1} = 2,36 \frac{v^2}{R} \cdot \frac{2 \cdot 7,54}{3 \cdot 5,9} = 2,015 \frac{v^2}{R}$$

На сочленение передается усилие:

$$S_1 = C_T \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{y_1} \right) = 2,36 \frac{v^2}{R} \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{7,54}{5,9} \right) = 0,352 \frac{v^2}{R}$$

Инерционные силы кузова:

$$C_k' = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{(L+a)^2}{4y_1(L+2a)} \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{40,5}{9,81} \cdot \frac{11,92^2}{4 \cdot 15,12 \cdot 5,9} \cdot \frac{v^2}{R} = 1,644 \frac{v^2}{R}$$

и

$$C_k'' = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{a^2}{4y_1(L+2a)} \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{40,5}{9,81} \cdot \frac{3,2^2}{4 \cdot 5,9 \cdot 15,12} \cdot \frac{v^2}{R} = 0,118 \frac{v^2}{R}.$$

Усилие, передающееся на передний шкворень кузова:

$$C_{k1} = \frac{C_k' \cdot \frac{2}{3}(L+a) + C_k'' \cdot \frac{2}{3}a}{L} =$$

$$= \frac{1,644 \cdot \frac{2}{3} \cdot (8,72 + 3,2) + 0,118 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,2}{8,72} \cdot \frac{v^2}{R} = 1,526 \frac{v^2}{R}.$$

Это усилие передается на первую ось в части:

$$Y_2 = C_{k1} \cdot \frac{L}{2y_1} = 1,526 \frac{v^2}{R} \cdot \frac{8,72}{2 \cdot 5,9} = 1,130 \frac{v^2}{R}$$

и на сочленение в части:

$$S_2 = C_{k1} \left(1 - \frac{L}{2y_1} \right) = 1,526 \frac{v^2}{R} \left(1 - \frac{8,72}{2 \cdot 5,9} \right) = 0,396 \frac{v^2}{R}$$

Усилие, действующее во втором шкворне тележки:

$$C_{k2} = C_k' - C_k'' - C_{k1} = (1,644 - 0,118 - 1,526) \frac{v^2}{R} = 0.$$

Для определения Y_T (направляющего усилия первой оси передней тележки вызванного трением в опорных точках колес) мы имеем: $y_1 = 5,9 \text{ м}$; $y_2 = 3,9 \text{ м}$; $y_3 = 1,9 \text{ м}$; $s = 0,8 \text{ м}$ и принимаем: $f = 0,20$; при $P_1 = P_2 = P_3 = \frac{19}{2} = 9,5 \text{ т}$ получим:

$$Y_T = \frac{2 \cdot 9,5 \cdot 0,20}{5,9} \left(\sqrt{5,9^2 + 0,8^2} + \sqrt{3,9^2 + 0,8^2} + \sqrt{1,9^2 + 0,8^2} \right) = 7,73 \text{ т}.$$

Усилие S_3 , действующее в сочленении вследствие трения в опорных точках колес первой тележки:

$$S_3 = 2P_1 f \cos \alpha_1 + 2P_2 f \cos \alpha_2 + 2P_3 f \cos \alpha_3 - Y_T =$$

$$= 2 \cdot 9,5 \cdot 0,2 (0,9909 + 0,9795 + 0,9216) - 7,73 = 3,27 \text{ т}.$$

Общее усилие, передающееся от передней тележки на заднюю через сочленение:

$$T = S_1 + S_2 + S_3 = 3,27 + 0,352 \frac{v^2}{R} + 0,396 \frac{v^2}{R} = 3,27 + 0,748 \frac{v^2}{R}.$$

Оно стремится повернуть заднюю тележку передом к внешнему рельсу.

Усилие T' , приложенное к сочленению и необходимое для преодоления трения в опорных точках колес второй тележки:

$$T' = [2P_1'f\sqrt{y_1'^2 + s^2} + 2P_2'f\sqrt{y_2'^2 + s^2} + 2P_3'f\sqrt{y_3'^2 + s^2}] \cdot \frac{1}{t}$$

Принимая точку поворота второй тележки около шкворня, мы должны в это уравнение подставить:

$$y_1' = 2,46 \text{ м}; \quad y_2' = 0,46 \text{ м}; \quad y_3' = 1,52 \text{ м}; \quad t = 4,36 \text{ м}.$$

Принимая далее

$$f = 0,2 \quad \text{и} \quad P_1' = P_2' = P_3' = \frac{19}{2} = 9,5 \text{ т},$$

мы получим:

$$T' = 2 \cdot 9,5 \cdot 0,20 (2,590 - 0,92 - 1,72) \frac{1}{4,36} = 4,58 \text{ т}.$$

Приравнивая T и T' , мы можем определить, при какой величине $\frac{v^2}{R}$ произойдет изменение прямолинейного движения задней тележки при входе в кривую передней тележки.

Имеем:

$$T = T' \quad \text{или} \quad 3,27 + 0,748 \frac{v^2}{R} = 4,58,$$

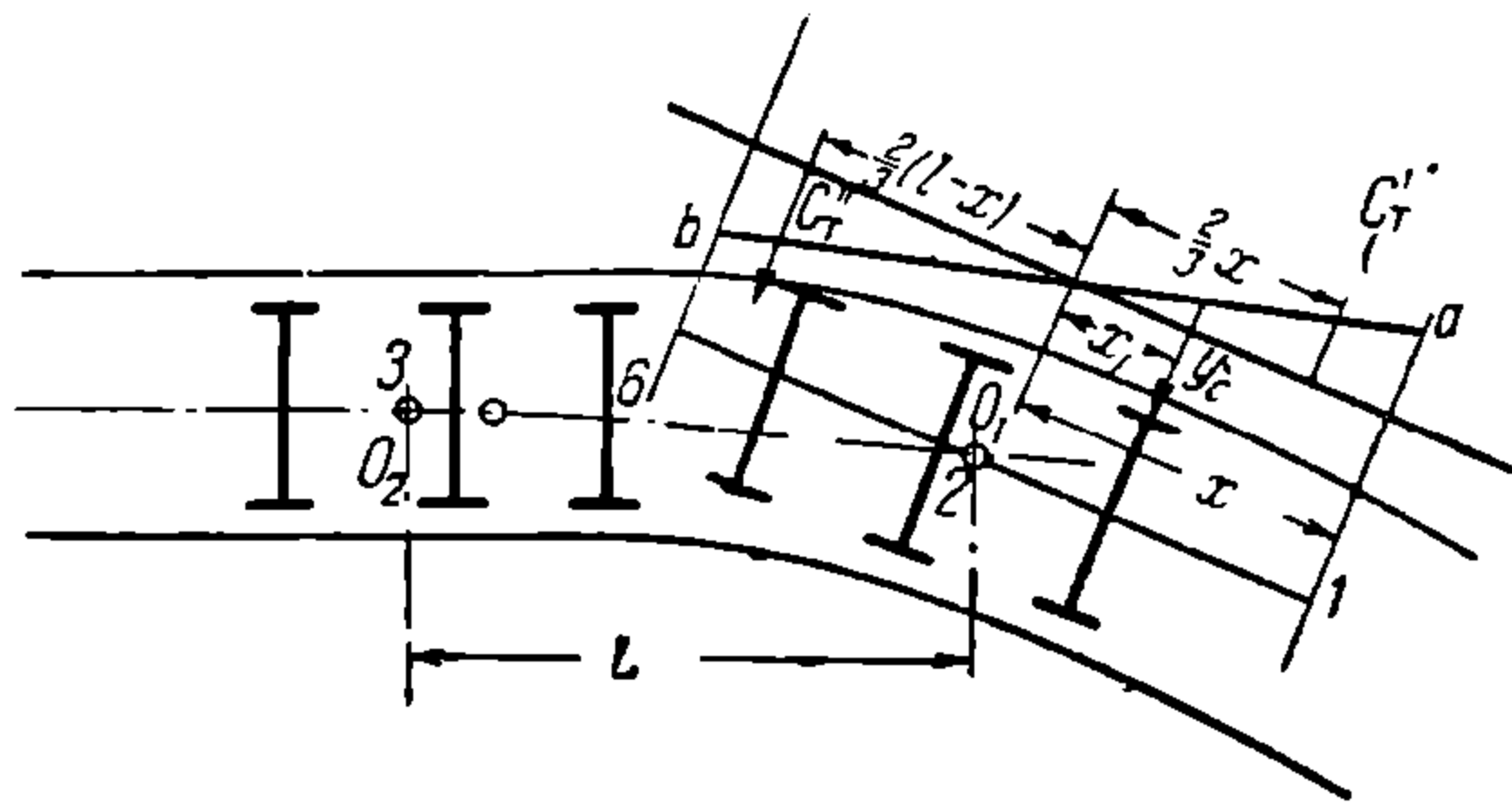
откуда

$$\frac{v^2}{R} = 1,75.$$

Таким образом, у рассматриваемого здесь электровоза при входе в кривую передней тележки задняя тележка сохраняет прямолинейное движение до тех пор, пока $\frac{v^2}{R} < 1,75$, при чем боковое давление передней оси будет равно:

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_T = 2,015 \frac{v^2}{R} + 1,130 \frac{v^2}{R} + 7,73 = 3,145 \frac{v^2}{R} + 7,73.$$

При упругом сочленении тележек, с возвращающей силой в сочленении F , передняя тележка при входе в кривую, набегая своим направляющим колесом на внешний рельс, имеет возможность поворачиваться в первый момент около опоры кузова независимо от второй тележки в пределах бокового зазора в сочленении; и лишь после того, как будет пройден весь этот зазор, тележка начнет поворачиваться около сочленения так же, как и в первом случае, и только в этот момент начнется поворачивание кузова. Определим боковое усилие, которое будет испытывать направляющее колесо передней тележки в начальный момент входа в кривую. На фиг. 206 показан вход в кривую электровоза с упругим сочленением. Вращение передней тележки происходит около ее шкворня O_1 с боковым ускорением переднего направляющего колеса, равным $c = \frac{v^2}{R}$. Примем пока, что шкворень будет продолжать прямолиней-



Фиг. 206.

ное поступательное движение; тогда его боковое ускорение будет равно нулю, и, таким образом, боковое ускорение различных поперечных сечений передней тележки изобразится прямой ab . Если обозначим расстояние шкворня O_1 до направляющей оси передней тележки через x_1 и до буферного бруса—через x , длину тележки— l , то боковое усилие $C'T$, развиваемое передней частью движущей тележки и направленное наружу кривой, будет равно:

$$C'T = \frac{c}{x_1} x \cdot \frac{x}{2} \frac{P_T}{gl} = \frac{v^2}{R} \cdot \frac{x^2}{2x_1} \cdot \frac{P_T}{gl} \quad (378)$$

и боковое усилие C_T'' , развиваемое задним концом передней движущей тележки, направленное внутрь кривой, будет равно:

$$C_T'' = \frac{c}{x_1} \cdot \frac{(l-x)^2}{2} \cdot \frac{P_T}{gl} = \frac{v^2}{R} \cdot \frac{(l-x)^2}{2x_1} \cdot \frac{P_T}{gl} \quad (379)$$

Точки приложения этих сил находятся на расстоянии $\frac{2}{3}x$ и $\frac{2}{3}(l-x)$ от шкворня O_1 (здесь l —длина тележки).

Если обозначим усилие, действующее в сочленении тележки, через F , то усилие Y_c , испытываемое направляющим колесом от сил C_T' , C_T'' и F , найдем равным:

$$Y_c = \left[\frac{2}{3} C_T' x + \frac{2}{3} C_T'' (l-x) \right] \frac{1}{x_1} + \frac{F(l-x)}{x_1}$$

или, подставляя величины C_T' и C_T'' , получим:

$$Y_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{v^2 P_T}{Rlg} \left(\frac{x^3}{2x_1^2} + \frac{(l-x)^3}{2x_1^2} \right) + \frac{F(l-x)}{x_1}. \quad (380)$$

Кроме того вращение передней движущей тележки около шкворня вызывает дополнительное усилие переднего набегающего колеса от трения в опорных точках колес, равное:

$$Y_T = \frac{Pf}{x_1} \left(\sqrt{x_1^2 + s^2} + \sqrt{x_2^2 + s^2} + \sqrt{x_3^2 + s^2} \right), \quad (381)$$

где x_1, x_2, x_3 —расстояния осей до шкворня.

Общее направляющее усилие, испытываемое в первый момент передним направляющим колесом, будет равно:

$$Y_1 = Y_c + Y_T.$$

Приведенные рассуждения будут однако справедливы лишь в том случае, когда боковое усилие U_1 , действующее в шкворне первой тележки, будет настолько незначительно, что не сможет вызвать заметного поворачивания кузова. Усилие U_1 в шкворне передней тележки складывается из усилия U_1' от силы F и инерционных сил передней движущей тележки и из усилия U_1'' от трения в опорных точках колес передней тележки. Из фиг. 206 следует, что

$$U_1' = \frac{C_T' \left(\frac{2}{3}x - x_1 \right) + C_T'' \left[\frac{2}{3}(l-x) + x_1 \right] + F(l-x + x_1)}{x_1} \quad (382)$$

и

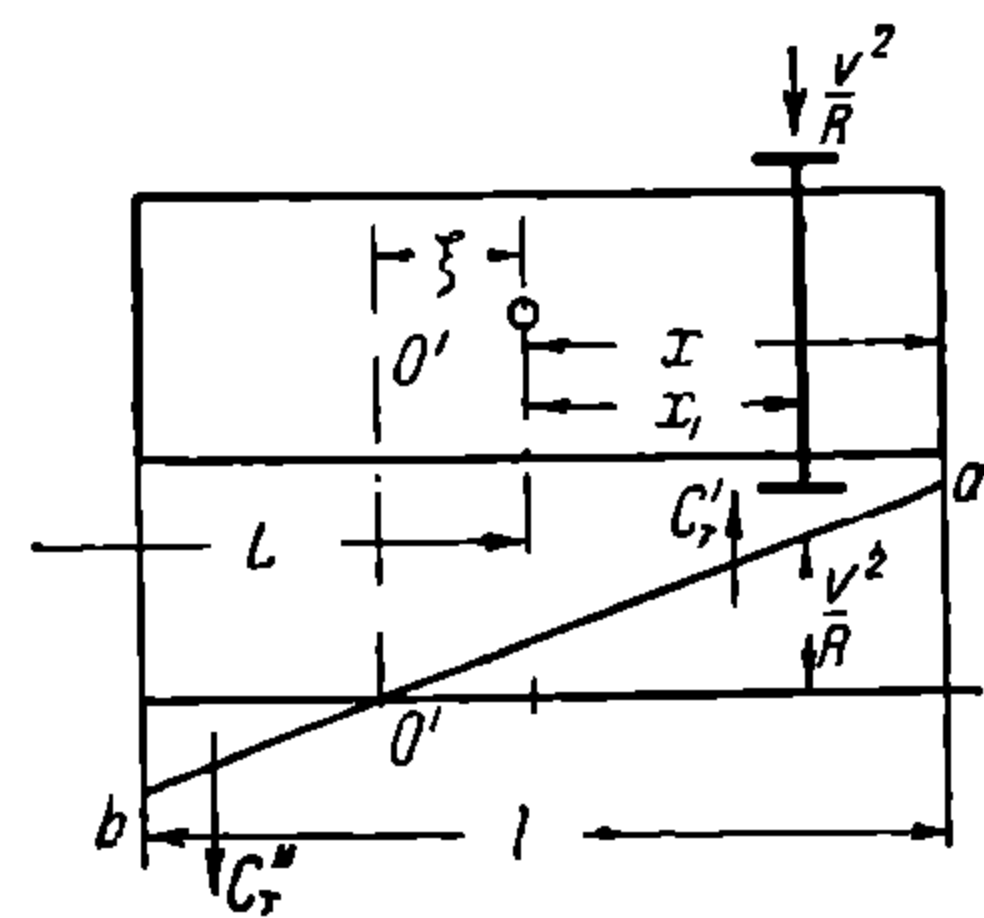
$$U_1'' = 2P_1 f \cos \alpha_1' + 2P_2 f \cos \alpha_2' + 2P_3 f \cos \alpha_3' - Y_T, \quad (383)$$

где $\alpha_1', \alpha_2', \alpha_3'$ —углы, составленные силами трения в опорных точках колес с направлением, перпендикулярным к продольной оси тележки.

Общее усилие, приложенное к шкворню:

$$U_1 = U_1' + U_1''. \quad (384)$$

В том случае, когда одновременно с поворотом первой движущей тележки произойдет также и поворачивание кузова, фактическая точка поворота тележки будет располагаться в точке O' (фиг. 207), расположенной где-то позади шкворня—на расстоянии ξ от него. Эюра боковых ускорений различных поперечных сечений тележки выразится прямой ab , проходящей через точку O' . Сохраняя те же самые обозначения, а именно: x_1 —расстояние шкворня от первой оси, x —расстояние



Фиг. 207.

шкворня до конца тележки и l —полная длина тележки, мы найдем боковое ускорение шкворня кузова:

$$c_k = \frac{v^2}{R} \cdot \frac{\xi}{x_1 + \xi}. \quad (385)$$

Примем, что задняя тележка сохраняет свое прямолинейное движение в момент входа передней тележки в кривую (впоследствии мы произведем соответствующую поверку, чтобы убедиться, что это так и есть в действительности). Если попрежнему обозначим расстояние между шкворнями через L , а длину свешивающихся концов—через a , то инерционные усилия кузова, при условии, что масса его расположена равномерно по длине, найдутся равными:

$$C'_k = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{\xi}{(x_1 + \xi)} \cdot \frac{(L + a)^2}{2L(L + 2a)}; \quad (386)$$

$$C''_k = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{\xi}{\xi + x_1} \cdot \frac{a^2}{2L(L + 2a)}. \quad (387)$$

Точки приложения этих усилий находятся на расстоянии $\frac{2}{3}(L + a)$ и $\frac{2}{3}a$ от шкворня. Усилие, передаваемое на шкворень передней тележки:

$$C_{k1} = \frac{C'_k \frac{2}{3}(L + a) + C''_k \frac{2}{3}a}{L} \quad (388)$$

и на шкворень задней тележки:

$$C_{k2} = -C'_k + C''_k + C_{k1} \quad (389)$$

На тележку, кроме момента от силы C_{k1} , равного $M_k = C_{k1}\xi$, действуют инерционные силы массы самой тележки, трение в опорных точках колес с рельсами и возвращающее усилие в сочленении.

При повороте тележки около точки O' инерционное усилие C'_T , направленное наружу кривой от массы на длине тележки $x + \xi$, расположенной впереди точки поворота O' , равно:

$$C'_T = \frac{P_T}{g} \cdot \frac{(x + \xi)^2}{2l} \cdot \frac{v^2}{R(x_1 + \xi)} \quad (390)$$

и от массы, расположенной позади точки поворота на длине $[l - (x + \xi)]$, равно:

$$C''_T = \frac{P_T}{g} \cdot \frac{(l - x - \xi)^2 v^2}{2l(x_1 + \xi)R} \quad (391)$$

Точки приложения этих усилий находятся на расстоянии $\frac{2}{3}(x + \xi)$ и $\frac{2}{3}(l - x - \xi)$ от точки поворота O' ; момент этих усилий относительно этой точки:

$$M_T = C'_T \cdot \frac{2}{3}(x + \xi) + \frac{2}{3}C''_T(l - x - \xi). \quad (392)$$

Момент сил трения в опорных точках колес относительно точки поворота тележки равен:

$$M_{TP} = \sum 2P_i f \sqrt{(x_i + \xi)^2 + s^2}. \quad (393)$$

И наконец момент возвращающего усилия сочленения относительно точки вращения передней тележки:

$$M_f = F(l - x - \xi). \quad (394)$$

Если обозначим направляющее усилие первой движущей оси при входе в кривую через Y , то уравнение моментов всех сил, действующих на переднюю тележку, относительно точки вращения ее напишется в виде:

$$Y(x_1 + \xi) + M_k - M_T - M_{TP} - M_f = 0. \quad (395)$$

Кроме того можем написать уравнение проекций всех внешних сил на направление, перпендикулярное к продольной оси тележки:

$$Y - C_{k1} - C'_T + C''_T + F - \sum 2P_i f \cos \alpha_i = 0, \quad (396)$$

где

$$\cos \alpha_i = \frac{x_i + \xi}{\sqrt{(x_i + \xi)^2 + s^2}}$$

и x_i — расстояния осей до шкворня.

В оба основных уравнения (395) и (396) входят два неизвестных ξ и Y . При решении их приходится задаваться различной величиной ξ и одновременно находить соответствующую величину Y до тех пор, пока не подыщем такую величину ξ и Y , которая удовлетворяет обоим уравнениям.

Для ранее рассмотренного нами электровоза, у которого: $L = 8,72$ м; $a = 3,2$ м; $x_1 = 1,54$ м; $x = 3,18$ м; $x_2 = -0,46$ м; $x_3 = -2,46$ м; $l = 7,54$ м; $P_k = 40,5$ т; $P_T = 36,25$ т, мы получим:

$$C'_k = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{(L+a)^2 \xi}{2(L+2a)L(x_1+\xi)} = \frac{40,5}{9,81} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{(8,72+3,2)^2 \xi}{2(8,72+2 \cdot 3,2) \cdot 8,72(1,54+\xi)} =$$

$$= 2,23 \frac{v^2}{R} \cdot \frac{\xi}{1,54+\xi}$$

и

$$C''_k = \frac{P_k}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{a^2 \xi}{2(L+2a)L(x_1+\xi)} = \frac{40,5}{9,81} \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{3,2^2 \xi}{2(8,72+2 \cdot 3,2) \cdot 8,72(1,54+\xi)} =$$

$$= 0,1598 \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{\xi}{1,54+\xi}.$$

Боковое усилие, передающееся на передний шкворень:

$$C_{k1} = \frac{C'_k \cdot (L+a) + C''_k \frac{2}{3} a}{L} =$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{v^2}{R} \left[\frac{2,23 \cdot 11,92 + 0,1598 \cdot 3,2}{8,72} \right] \cdot \frac{\xi}{1,54+\xi} = 2,07 \frac{v^2}{R} \cdot \frac{\xi}{1,54+\xi}$$

и момент его относительно точки поворота O' :

$$M_k = C_{k1} \xi = \xi \cdot 2,07 \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{\xi}{1,54+\xi} = 2,07 \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \frac{\xi^2}{1,54+\xi}.$$

Инерционные силы тележки:

$$C'_T = \frac{P_T}{g} \cdot \frac{(x+\xi)^2 v^2}{2lR(x_1+\xi)} = \frac{36,25(3,18+\xi)^2 v^2}{9,81 \cdot 2 \cdot 7,54(1,54+\xi)R} = 0,245 \frac{(3,18+\xi)^2 v^2}{(1,54+\xi)R};$$

$$C''_T = \frac{P_T}{g} \cdot \frac{(l-x-\xi)^2 v^2}{2lR(x_1+\xi)} = \frac{36,25(7,54-3,18-\xi)^2 v^2}{9,81 \cdot 2 \cdot 7,54(1,54+\xi)R} = 0,245 \frac{(4,36-\xi)^2 v^2}{(1,54+\xi)R}.$$

При входе в кривую $R = 150$ м со скоростью 43 км/час (12,25 м/сек) $\frac{v^2}{R} = 1$, и при возвращающем усилии $F = 2,6$ т боковое усилие Y путем пробных подстановок было найдено $Y = 10,42_T$ при $\xi = 2,85$ м; при чем, поскольку подсчеты показали, что ξ почти не меняется с изменением $\frac{v^2}{R}$ для определения Y при других величинах $\frac{v^2}{R}$ оказалось возможным воспользоваться формулой:

$$Y = 2,75 \frac{v^2}{R} + 7,67.$$

В табл. 46 приведены величины Y при жестком и упругом сочленении.

Направляющие усилия первой движущей оси Y при входе в кривую

Сочленение	$\frac{v^2}{R}$				Примечание
	1	2	3	4	
Упругое .	10,42	13,17	15,92	18,67	по формуле $Y = 2,75 \frac{v^2}{R} + 7,67$
Жесткое .	10,875	14,02	17,165	20,31	по формуле $Y = 3,145 \frac{v^2}{R} + 7,73$

Из этой таблицы видно преимущество упругого сочленения в отношении уменьшения направляющего усилия Y при входе в кривую.

§ 30. Влияние высоты центра тяжести наддрессорного строения на удар при входе в кривую

Мы до сего времени определяли боковой удар при входе в кривую в предположении, что электровоз представляет собой одно твердое тело, т. е. мы учитывали только возможность самостоятельного вписывания бегунковых тележек, вследствие их поперечного перемещения относительно главного экипажа; так же мы учитывали возможность в сочлененных электровозах независимого вписывания в кривую каждой движущей тележки и определяли влияние инерции кузова на боковое усилие, развиваемое передней направляющей осью при поворачивании кузова, покоящегося на каждой тележке, в зависимости от поворачивания передней тележки при входе в кривую. В действительности электровоз подвешивается при помощи рессор, а не представляет собой одно твердое тело, и при входе в кривую имеется возможность поперечного смещения наддрессорного строения относительно незарессоренных масс. Это имеет очень существенное значение в смысле уменьшения бокового толчка при входе в кривую, а именно: как только передняя направляющая ось ударится своим внешним колесом о внешний рельс, последний заставит принудительно эту ось (а вместе с ней и другие оси в случае их жесткой в поперечном направлении связи через раму) перемещаться внутрь кривой. Таким образом, незарессоренные массы будут иметь те поперечные ускорения, которые мы принимали выше в наших расчетах. Однако наддрессорное строение в своем поперечном перемещении будет отставать от незарессоренных масс вследствие того, что оно отклонится на рессорах несколько наружу кривой так, что внешние рессоры сожмутся, а внутренние — выпрямятся. В результате этого поперечное ускорение наддрессорного строения будет меньше, чем у незарессоренных масс, и следовательно удар в рельсу, вызванный наддрессорным строением, будет меньше, чем мы выше подсчитали, принимая весь электровоз как жесткое тело.

Определим величину бокового удара при входе в кривую с учетом рессорного подвешивания и выясним, какое влияние оказывает на величину удара высота центра тяжести наддрессорного строения.

Рассмотрим сначала случай входа в кривую электровоза нетележечного типа, т. е. такого, наддрессорное строение которого опирается только осевыми рессорами и никакой другой дополнительной рессорной системы в поперечном направлении не имеется. Поперечные колебания наддрессорного строения происходят, как мы уже раньше отметили, около точки O , находящейся в уровне осевых рессор (фиг. 208).

При входе в кривую электровоз получит боковой толчок от внешнего рельса. Незарессоренные массы, непосредственно соприкасающиеся с внешним рельсом, как выше указывалось, будут следовать строго внешнему рельсу,

если пренебречь незначительной деформацией его. Поперечное ускорение незарессоренных масс обозначим через x_1'' . Надрессорное строение получит боковой толчок через буксы, отчего произойдет одновременно вращение его около центра тяжести с угловым ускорением a_2'' и поперечное перемещение самого центра тяжести с ускорением x_2'' , меньшим, чем x_1'' . При боковом ускорении x_1'' незарессоренных масс m_1 и ускорении x_2'' зарессоренных масс m_2 боковое усилие реакции внешнего рельса X найдется равным:

$$X = m_1 x_1'' + m_2 x_2'', \quad (397)$$

при чем, как указывалось,

$$x_2'' < x_1'',$$

а именно:

$$x_2'' + a_2'' h = x_1'', \quad (398)$$

где h — расстояние центра тяжести надрессорного строения до буксовых челоустей.

Ту часть бокового усилия реакции внешнего рельса, которая вызывает поперечное перемещение центра тяжести надрессорного строения с ускорением x_2'' , обозначим через X_2 .

Не трудно видеть, что

$$X_2 h = m_2 x_2'' h = I_2 a_2'' + k a_2, \quad (399)$$

где: I_2 — момент инерции надрессорного строения относительно продольной оси, проходящей через центр тяжести его, и $k a_2$ — восстанавливающий момент рессор при перекосе надрессорного строения на угол a_2 .

Если обозначим жесткость рессор через $ж$, расстояние их средин — через $2y$, то

$$k a_2 = 2 \sum y^2 a_2 ж,$$

где знак \sum распространяется на все оси, участвующие в поперечном колебании.

Примем величину x_1'' постоянной:

$$x_1'' = b = \text{const.}$$

Тогда

$$X = m_1 b + m_2 x_2'' = m_1 b + m_2 (b - a_2'' h). \quad (400)$$

Так как из уравнения (398) определяем x_2'' равным:

$$x_2'' = x_1'' - a_2'' h = b - a_2'' h$$

и, подставляя в уравнение (399), получим:

$$m_2 b h - m_2 a_2'' h^2 = I_2 a_2'' + k a_2$$

или

$$a_2'' (I_2 + m_2 h^2) + k a_2 - m_2 b h = 0. \quad (401)$$

Обозначим далее

$$a_2 = A \sin \omega t + B \cos \omega t + Ct + D. \quad (402)$$

Тогда

$$a_2' = A \omega \cos \omega t - B \omega \sin \omega t + C \quad (403)$$

и

$$a_2'' = -A \omega^2 \sin \omega t - B \omega^2 \cos \omega t, \quad (404)$$

или, подставляя величины a_2'' и a_2 в уравнение (401), получим:

$$-A \omega^2 (I_2 + m_2 h^2) \sin \omega t - B \omega^2 (I_2 + m_2 h^2) \cos \omega t + k A \sin \omega t + k B \cos \omega t + k C t - m_2 b h + D k = 0. \quad (405)$$

Период колебания найдем равным:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_2 + m_2 h^2}{k}}, \quad (406)$$

а угловую скорость

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{I_2 + m_2 h^2}}. \quad (406')$$

Если время отсчитывать от того момента, когда начался вход в кривую, а следовательно и началось колебание, то при $t = 0$, $\alpha_2 = 0$ и $\alpha_2' = 0$ из уравнений (402)—(405) найдем:

$$D = \frac{m_2 b h}{k}; \quad B = -\frac{m_2 b h}{k}; \quad A = 0$$

или, подставляя в уравнение (402), получим:

$$\alpha_2 = \frac{-m_2 b h \cos \omega t}{k} + \frac{m_2 b h}{k} = \frac{m_2 b h}{k} (1 - \cos \omega t)$$

и далее из уравнений (403) и (404):

$$\alpha_2' = \frac{m_2 b h \omega}{k} \sin \omega t \quad \text{и} \quad \alpha_2'' = \frac{m_2 b h \omega^2}{k} \cos \omega t.$$

Ускорение поперечного перемещения наддрессорного строения найдем равным:

$$x_2'' = b - \alpha_2'' h = b - \frac{m_2 b h^2 \omega^2}{k} \cos \omega t, \quad (407)$$

и, подставляя в уравнение (400), получим:

$$X = m_1 b + m_2 \left(b - \frac{m_2 b h^2 \omega^2}{k} \cos \omega t \right). \quad (408)$$

Если не учитывать влияния реакции осевых рессор при вращении наддрессорного строения на угол α_2 , то мы можем написать:

$$x_2'' m_2 h = I_2 \alpha_2'' \quad (409)$$

и

$$x_2'' = x_1'' - \alpha_2'' h. \quad (410)$$

Из уравнения (409) получим:

$$\alpha_2'' = \frac{x_2'' m_2 h}{I_2}.$$

Подставляя в уравнение (410) величину α_2'' , получим:

$$x_2'' = x_1'' - x_2'' \frac{m_2 h^2}{I_2},$$

откуда

$$x_2'' = \frac{x_1''}{1 + \frac{m_2 h^2}{I_2}}$$

и далее

$$X = \left(m_1 + m_2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{m_2 h^2}{I_2}} \right) x_1'', \quad (411)$$

т. е. чем больше h , тем меньше X .

Это уравнение показывает преимущество высокого расположения центра тяжести наддрессорного строения в смысле уменьшения X силы удара при входе в кривую.

Не трудно видеть, что уравнение (408) при $t = 0$ дает выражение (411).

Действительно

$$X = m_1 b + m_2 b - m_2 \frac{m_2 b h^2 \omega^2}{k} = m_1 b + m_2 b \left(1 - \frac{m_2 h^2}{I_2 + m_2 h^2} \right) =$$

$$= m_1 b + m_2 b \frac{1}{1 + \frac{m_2 h^2}{I_2}} \quad (412)$$

Электровозы на тележках с шаровыми опорами имеют в поперечном направлении двухступенчатое рессорное подвешивание, а именно:

1) на осевых рессорах—подвешивание всего надрессорного строения электровоза и

2) на боковых опорных упругих подушках—подвешивание кузова.

Последняя система работает только при поперечных отклонениях или поперечных качаниях кузова на шаровой опоре. При вхождении в кривую и при езде по кривой имеют место дополнительный прогиб и перегрузка рессор, расположенных с внешней стороны электровоза, за счет разгрузки рессор с внутренней стороны.

Пусть ускорение бокового перемещения незарессоренной части электровоза при входе в кривую будет $x''_н$, тележек $x''_т$ и кузова $x''_к$. Обозначим далее полярный момент инерции кузова относительно его продольной оси, проходящей через центр тяжести, через I_k , а момент инерции надрессорного строения без кузова, т. е. тележек, через I_t .

Сила X_k (фиг. 209), с которой кузов увлекается шаровой опорой внутрь кривой, приложена в точке O и равна:

$$X_k = m_k x''_к,$$

где m_k — масса кузова.

Одновременно происходит вращение массы кузова около центра тяжести с угловым ускорением $\alpha''_к$.

Уравнение моментов относительно точки O для бокового перемещения напишется в виде:

$$X_k h = k a_k + I_k \alpha''_к,$$

где h — расстояние центра тяжести кузова до силы X_k или до центра шаровой опоры, $k a_k$ — момент от усилия, вызываемого изменением прогиба боковых рессор.

Если обозначим коэффициент жесткости рессор боковых опор через $ж$ и расстояние между рессорами боковых опор—через $2y_k$, то

$$k a_k = \alpha_k 2 \sum y_k^2 ж.$$

Таким образом, окончательно имеем:

$$X_k h = \alpha_k 2 \sum ж y_k^2 + I_k \alpha''_к$$

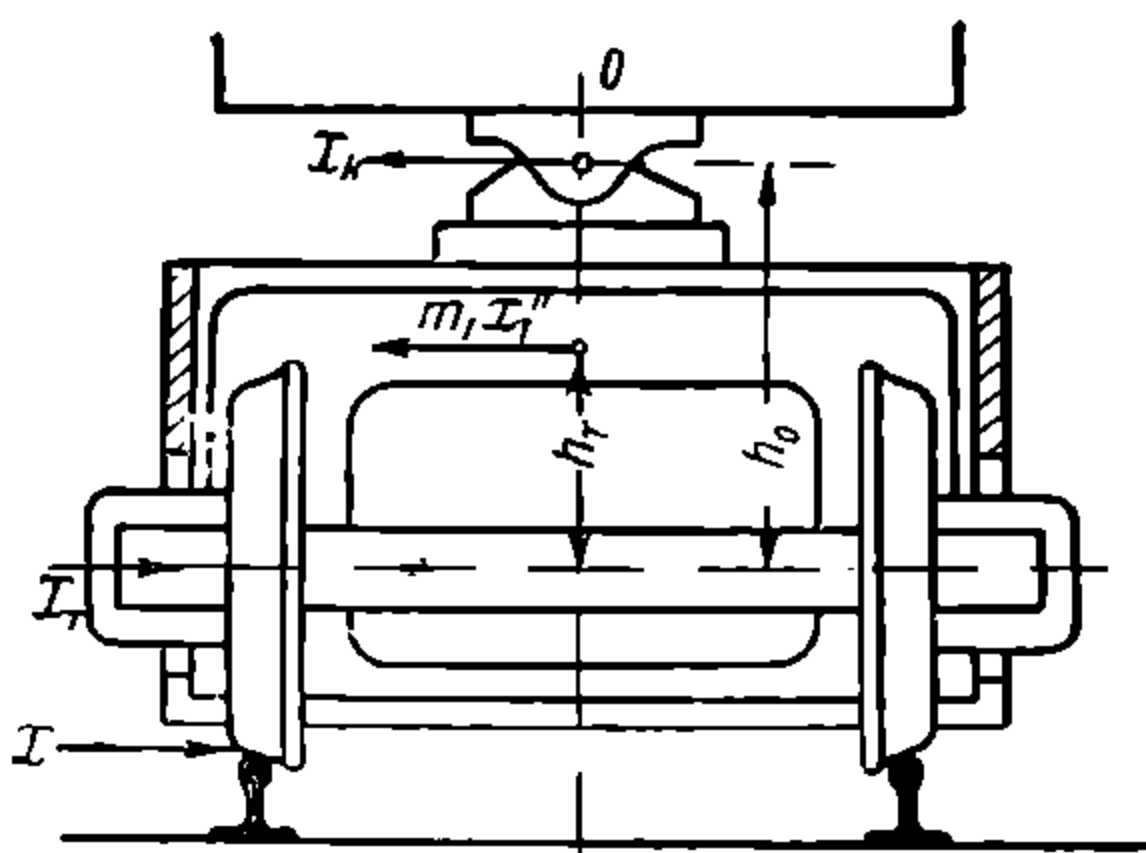
или

$$m_k x''_к h = \alpha_k 2 \sum ж y_k^2 + I_k \alpha''_к. \quad (413)$$

Не трудно видеть, что между ускорениями поперечного перемещения тележек и кузова существует следующая зависимость:

$$x''_т = x''_к + \alpha''_к h, \quad (414)$$

где h — попрежнему расстояние между центром тяжести кузова и центром шаровой опоры. Чем выше расположен центр тяжести кузова и ниже его ось вращения, тем меньше будет $x''_к$, т. е. поступательное ускорение поперечного перемещения кузова, а следовательно и усилие X_k .



Фиг. 209.

Если мы пренебрежем моментом от изменения прогиба боковых опорных рессор электровоза, то уравнение (413) переписывается в виде:

$$m_k x_k'' h = I_k a_k''. \quad (415)$$

Отсюда находим величину a_k'' :

$$a_k'' = \frac{m_k}{I_k} x_k'' h.$$

Подставляя эту величину a_k'' в уравнение (414), получим:

$$x_k'' = x_T'' - a_k'' h = x_T'' - \frac{m_k}{I_k} x_k'' h^2$$

или

$$x_k'' = \frac{x_T''}{1 + \frac{m_k h^2}{I_k}}. \quad (416)$$

И наконец горизонтальное усилие X_k , приложенное к шаровой опоре, найдется равным:

$$X_k = m_k x_k'' = \frac{m_k x_T''}{1 + \frac{m_k h^2}{I_k}}. \quad (417)$$

То усилие X , которое действует на внешнее колесо при входе его в кривую и вызывает поворачивание электровоза, равно:

$$X = m_n x_n'' + m_T x_T'' + m_k x_k'' = m_n x_n'' + m_T x_T'' + X_k, \quad (418)$$

где m_T — масса тележки; x_T — ее ускорение при поперечном перемещении; m_n — масса оси и деталей, непосредственно действующих на верхнее строение; x_n'' — ускорение этих масс при поперечном перемещении.

Так как одновременно с поперечным перемещением массы тележки происходит также поперечное вращение ее с угловым ускорением a_T'' , то имеем:

$$x_n'' = x_T'' + a_T'' h_T, \quad (419)$$

где h_T — расстояние центра вращения массы m_T (который мы примем расположенным в центре тяжести тележки) относительно точки приложения усилия, передающегося через буксы и вызывающего поперечное перемещение кузова.

Усилие это обозначим через X_T ; величина его найдется из уравнения:

$$X_T = m_T x_T'' + X_k. \quad (420)$$

С другой стороны, под влиянием момента $X_k h_0$, образующегося при передаче усилия X_k тележкой от осей через буксы на шаровую пяту, и момента от усилия, перемещающего тележку поперек и равного $m_T x_T''$, происходит поворачивание наддрессорного строения тележки (полярный момент инерции которого обозначим через I_T) с ускорением a_T'' и одновременно изменение прогиба осевых рессор; обозначая угол наклона наддрессорного строения тележки по отношению к осям ее через a_T , реактивный момент от изменения прогиба осевых рессор при расстоянии между рессорами одной и той же оси 2 у найдем равным:

$$k' a_T = 2 \sum y^2 a_T ж.$$

Примем условно, для упрощения, что поворот наддрессорного строения тележки происходит около продольной оси, проходящей через центр тяжести

ее; тогда уравнение моментов сил, действующих на надрессорное строение тележки, напишется в виде:

$$X_k h_0 + m_T x_T'' h_T = I_T a_T'' + k' a_T. \quad (421)$$

Если мы пренебрежем влиянием момента от реакции осевых рессор, то получим:

$$a_T'' = \frac{X_k h_0 + m_T x_T'' h_T}{I_T}.$$

Подставляя найденную величину a_T'' в уравнение (419), получим:

$$x_n'' = x_T'' + \frac{X_k h_0 + m_T x_T'' h_T}{I_T} \cdot h_T = x_T'' + \frac{m_k x_T'' h_0 h_T}{I_T \left(1 + \frac{m_k}{I_k} h^2\right)} + \frac{m_T x_T'' h_T^2}{I_T},$$

откуда

$$x_T'' = \frac{x_n''}{1 + \frac{m_k h_0 h_T}{I_T \left(1 + \frac{m_k}{I_k} h^2\right)} + \frac{m_T h_T^2}{I_T}}.$$

Усилие, действующее на внешнее колесо от рельса при входе в кривую из уравнения (418) найдем равным:

$$X = m_n x_n'' + \left(m_T + \frac{m_k}{1 + \frac{m_k}{I_k} h^2}\right) \cdot \frac{x_n''}{1 + \frac{m_k h_0 h_T}{I_T \left(1 + \frac{m_k}{I_k} h^2\right)} + \frac{m_T h_T^2}{I_T}}. \quad (422)$$

§ 31. Изменение нагрузок колес в кривой

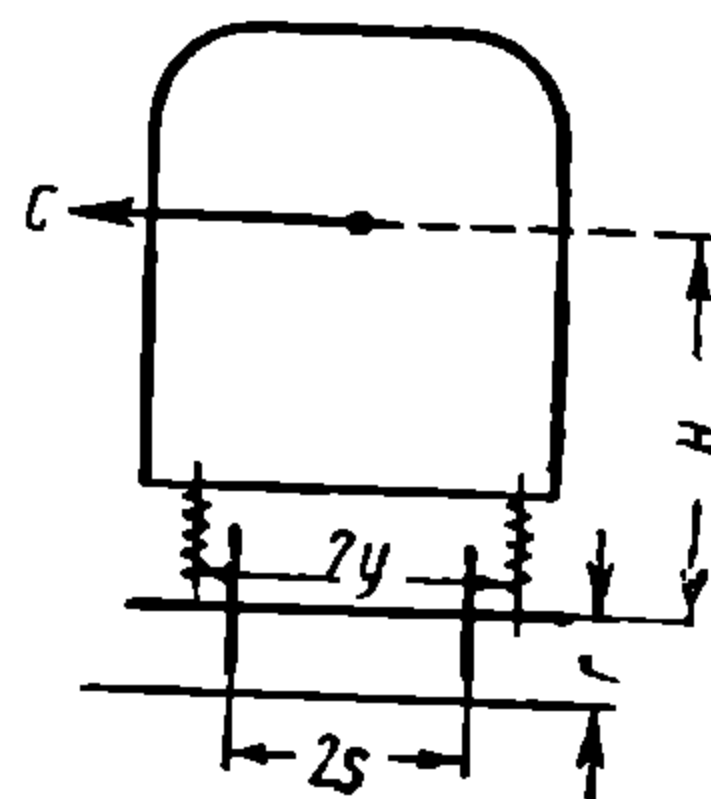
Мы выше отмечали, что статическая нагрузка колес не сохраняется во время движения, и выяснили влияние неровностей пути как случайного характера, так и вследствие изменения профиля или возвышения внешнего рельса при входе в кривую. Эти неровности пути, как мы видели, вызывают, с одной стороны, перераспределение нагрузок между осями (характер которого зависит всецело от рессорного подвешивания электровоза), а с другой стороны—эти неровности пути легко вызывают продольные или поперечные колебания, процесс развития и период которых также зависят от принятого рессорного подвешивания. При движении в кривых появляются новые причины, вызывающие изменения нагрузок между колесами; главнейшими из них являются:

- а) неуравновешенность центробежной силы, развивающейся при движении в кривых, возвышением внешнего рельса;
- б) жирокопическое влияние вращающихся масс;
- в) вертикальный момент, образуемый боковым усилием в опорных точках колес с рельсом и усилием, действующим от рамы на ось через буксы.

а) Влияние центробежной силы

Изучая рессорное подвешивание в отношении поперечных колебаний, мы уже отметили влияние центробежной силы (и частично уравновешивающего ее возвышения внешнего рельса) на опрокидывание экипажа, а также на перегрузку внешних колес. Эта перегрузка зависит также от поперечного сбалансирования осей; так, поперек сбалансированные оси не получают изменения нагрузок от поперечного наклона надрессорного строения, поэтому ни зарессоренная нагрузка, ни давление в опорных точках колес поперек сбалансированных осей не меняются.

Изменение нагрузок колес будет зависеть от расстояния между шейками. Пусть (фиг. 210) все оси, участвующие в поперечном колебании тележки, т. е. не сбалансированные поперек, имеют или внешние или внутренние шейки и одинаковую жесткость рессор; неуравновешенная возвышением внешнего рельса часть центробежной силы равна:



Фиг. 210.

$$C = \frac{P}{g} \left(\frac{v^2}{R} - \frac{hg}{2s} \right), \quad (423)$$

и расстояние ее над центром осей равно H . Тогда, обозначая расстояние между шейками или между серединами рессор через $2y$ и беря момент неуравновешенной части центробежной силы C и искомого изменения нагрузки на внешнюю шейку ΔQ , получим:

$$CH - \Delta Q \cdot 2y \cdot n = 0$$

или

$$\Delta Q = \frac{CH}{2yn}, \quad (424)$$

где n — число осей, участвующих в поперечном колебании.

Точно так же, беря момент внешних сил относительно точки B (опорной точки внутреннего колеса на рельс) и обозначая расстояние между опорными точками колес на рельсе через $2s$ и радиус колеса— r , получим изменение нагрузок опорных точек колес равным:

$$\Delta P = \frac{C(H+r)}{2sn} \quad (425)$$

Если общий зарессоренный вес, приходящийся на оси, равен $2Q$, а незарессоренный $2P$, то нагрузку на внешнюю и внутреннюю шейку найдем равной:

$$Q' = Q + \Delta Q = Q + \frac{CH}{2yn} \quad (426)$$

и

$$Q'' = Q - \Delta Q = Q - \frac{CH}{2yn} \quad (426')$$

А нагрузку на внешнюю и внутреннюю опорные точки колес на рельсе найдем равной:

$$P' = P + \Delta P = P + \frac{C(H+r)}{2sn} \quad (427)$$

и

$$P'' = P - \Delta P = P - \frac{C(H+r)}{2sn}. \quad (427')$$

Из уравнений (426) и (426') следует, что та же величина C неуравновешенной части центробежной силы при внешних шейках вызывает меньшее изменение нагрузок на шейки, чем при внутренних шейках.

Если электровоз имеет часть внешних шеек (например у движущих осей) и часть внутренних (например у бегунковых осей, участвующих в поперечном колебании), то при определении изменения нагрузок колес поступают следующим образом. Предположим, что под влиянием момента от неуравновешенной части центробежной силы надрессорное строение наклонилось на угол ψ ; тогда при расстоянии между внешними шейками $2y_1$ и внутренними шейками $2y_2$ и жесткости рессор этих осей \mathcal{K}_1 и \mathcal{K}_2 деформация рессор у внешних шеек будет ψy_1 и у внутренних— ψy_2 , и уравнение моментов напишется в виде:

$$CH - 2n_1\psi\mathcal{K}_1y_1^2 - 2n_2\psi\mathcal{K}_2y_2^2 = 0,$$

где n_1 и n_2 — число осей с внешними и внутренними шейками, участвующих в поперечном колебании.

Из этого уравнения находим угол:

$$\psi = \frac{CH}{2n_1\mathcal{K}_1y_1^2 + 2n_2\mathcal{K}_2y_2^2}, \quad (428)$$

а также изменение зарессоренных нагрузок на колесо с внешними шейками:

$$\Delta Q_1 = \psi y_1 \mathcal{K}_1 = \frac{CH y_1 \mathcal{K}_1}{2n_1\mathcal{K}_1y_1^2 + 2n_2\mathcal{K}_2y_2^2} \quad (429)$$

и с внутренними шейками:

$$\Delta Q_2 = \psi y_2 \mathcal{K}_2 = \frac{CH y_2 \mathcal{K}_2}{2n_1\mathcal{K}_1y_1^2 + 2n_2\mathcal{K}_2y_2^2}. \quad (429')$$

А сами нагрузки на шейку будут равны при внешних шейках:

$$Q_1' = Q_1 + \frac{CH y_1 \mathcal{K}_1}{2n_1\mathcal{K}_1y_1^2 + 2n_2\mathcal{K}_2y_2^2} \quad (430)$$

для внешних колес и

$$Q_1'' = Q_1 - \frac{CHy_1\mathcal{M}_1}{2n_1\mathcal{M}_1y_1^2 + 2n_2\mathcal{M}_2y_2^2} \quad (430')$$

для внутренних колес.

Соответственно для внешних и внутренних колес при внутренних шейках:

$$Q_2' = Q_2 + \frac{CHy_2\mathcal{M}_2}{2n_1\mathcal{M}_1y_1^2 + 2n_2\mathcal{M}_2y_2^2} \quad (431)$$

и

$$Q_2'' = Q_2 - \frac{CHy_2\mathcal{M}_2}{2n_1\mathcal{M}_1y_1^2 + 2n_2\mathcal{M}_2y_2^2}, \quad (431')$$

где $2Q_1$ и $2Q_2$ — нагрузки на оси с внешними и внутренними шейками.

Зная нагрузки на шейки Q_1' и Q_1'' , легко определим давления в опорных точках колес P' и P''

Пусть (фиг. 211) незарессоренный вес, приходящийся на одну ось, $2P - 2Q = 2p$ или p на колесо; тогда зарессоренная нагрузка $2Q$ будет передаваться на опорную точку колес (внешнего колеса) в виде величины:

$$\frac{Q_1'(y_1 + s) - Q_1''(y_1 - s)}{2s} \quad (432)$$

в случае внешней шейки и

$$\frac{Q_2'(y_2 + s) + Q_2''(s - y_2)}{2s} \quad (432')$$

в случае внутренней шейки.

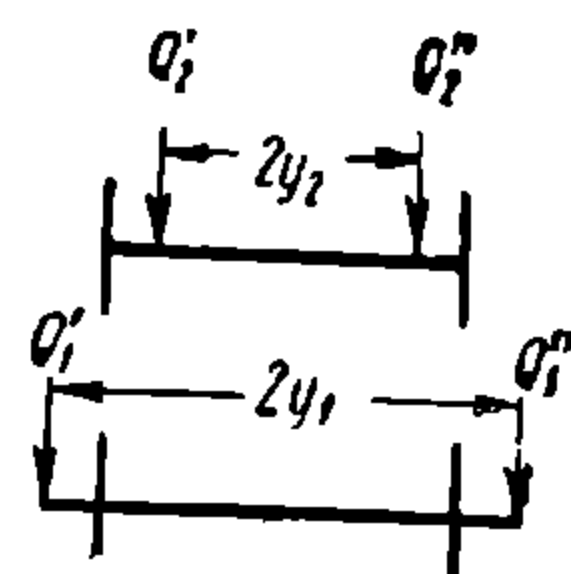
Полное давление на опорную точку внешнего и внутреннего колеса, с учетом незарессоренных масс, будет:

при внешних шейках:

$$\left. \begin{aligned} P_1' &= p + \frac{Q_1'(y_1 + s) - Q_1''(y_1 - s)}{2s} \\ P_1'' &= 2P_1 - P_1', \end{aligned} \right\} \quad (433)$$

а при внутренних шейках:

$$\left. \begin{aligned} P_2' &= p + \frac{Q_2'(y_2 + s) + Q_2''(s - y_2)}{2s} \\ P_2'' &= 2P_2 - P_2' \end{aligned} \right\} \quad (433')$$



Фиг. 211.

б) Жироскопическое влияние вращающихся масс электровоза

При движении в кривых к центробежной силе экипажа, вызывающей перегрузку внешних колес и разгрузку внутренних, прибавляется влияние жироскопического момента, также вызывающего перегрузку внешнего колеса и разгрузку внутреннего. Действительно, если наблюдать за движением колесной пары из центра кривой, то при указанном на фиг. 212 стрелкой направлении движения колесо вращается по часовой стрелке, сама же ось кроме того поворачивается около средней точки, так что внешнее колесо движется слева направо, а внутреннее — справа налево; поэтому жироскопический момент будет перегружать внешнее колесо и разгружать внутреннее. Жироскопический момент выражается, как известно, следующей формулой:

$$M = I \omega \omega', \quad (434)$$

где I — момент инерции колесной пары, ω — угловая скорость вращения оси около своей средней линии и ω' — угловая скорость вращения колесной пары около средней точки O .

Если обозначим скорость движения электровоза через v , то

$$\omega = \frac{v}{r},$$

где r — радиус колеса, и

$$\omega' = \frac{v}{R},$$

где R — радиус кривой.

Например электровоз движется со скоростью $v = 120 \text{ км/час} = 33,3 \text{ м/сек}$ по кривой $R = 600 \text{ м}$ и момент инерции колесной пары при $r = 1000 \text{ мм}$ равен $I = 200 \text{ кгм} \cdot \text{сек}^2$.

Тогда жирокопический момент будет равен:

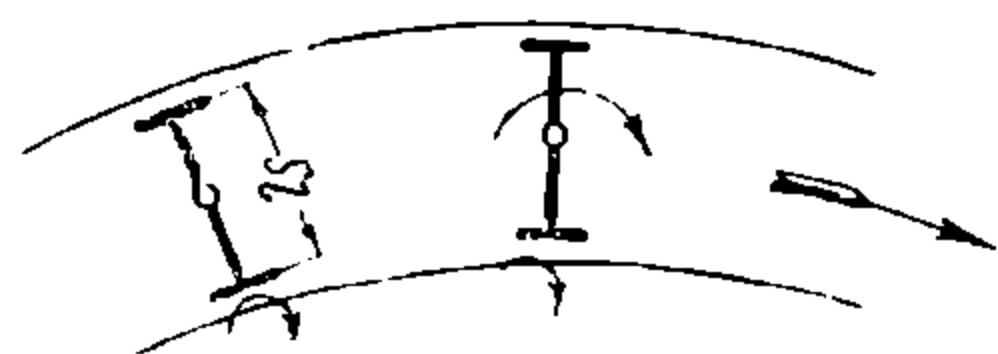
$$M = I \omega \omega' = 200 \cdot \frac{33,3}{1} \cdot \frac{33,3}{600} = 370 \text{ кгм.}$$

При расстоянии между опорными точками колес $2s = 1,6 \text{ м}$ изменение нагрузок получим равным:

$$\Delta P = \frac{370}{1,6} = 231 \text{ кг.}$$

На электровозах имеются кроме того большие вращающиеся массы в виде якорей моторов.

Определим, в какой мере может сказаться жирокопическое действие колесных пар и вращающейся массы моторов при перекосе их при входе в кривую благодаря возвышению наружного рельса. Пусть (фиг. 213) электровоз движется в кривой, удаляясь от читателя; тогда благодаря подъему внешнего рельса колесная пара, вращаясь по часовой стрелке (если смотреть из центра кривой), будет иметь одновременное опускание внутреннего



Фиг. 212.

колеса и поднятие внешнего; в силу этого под влиянием жирокопического момента внешнее колесо будет стремиться двигаться вперед по направлению движения электровоза, а внутреннее колесо — назад, т. е. это будет способствовать вращению экипажа в кривой и даст уменьшение бокового усилия направляющего колеса. Жирокопический момент найдется по формуле:

$$M = I \omega \omega'',$$

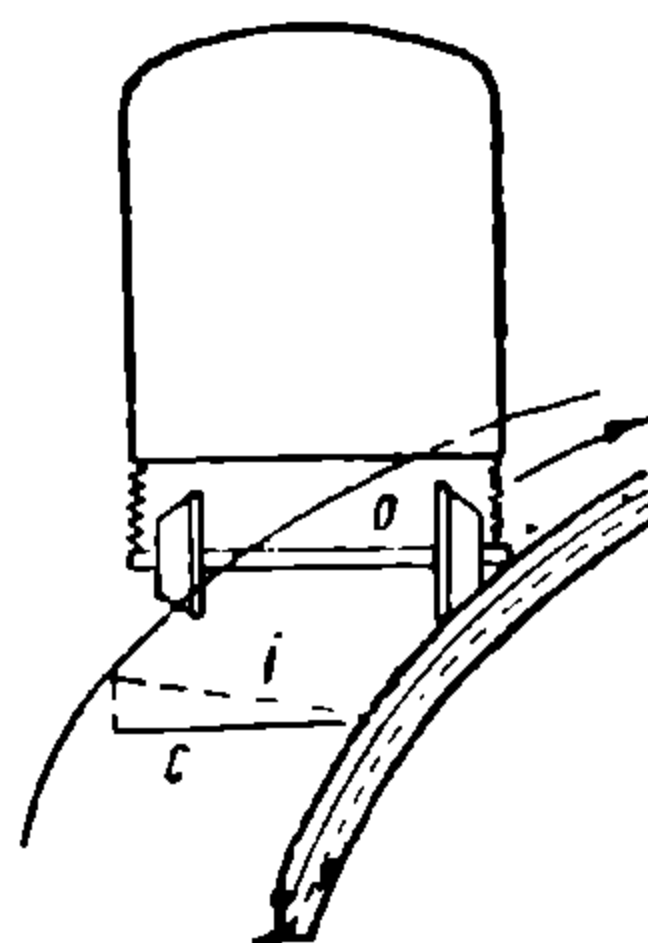
где попрежнему I — момент инерции вращающейся массы; ω — угловая скорость вращения колеса, равная $\omega = \frac{v}{r}$ (где v — скорость движения электровоза и r — радиус колеса), и ω'' — угловая скорость вращения колесной пары в вертикальной плоскости при поднятии внешнего колеса на возвышение. Если обозначим через $i = \tan \alpha$ крутизну подъема внешнего рельса, то при скорости движения электровоза v вертикальное поднятие внешнего колеса будет происходить со скоростью vi ; при расстоянии между точками опоры колес на рельсах $2s$ найдем:

$$\omega'' = \frac{vi}{2s}.$$

Таким образом, жирокопический момент будет равен:

$$M = I \omega \omega'' = I \frac{v}{r} \cdot \frac{vi}{2s} = I \frac{i}{2sr} v^2. \quad (435)$$

Моторы, усилия от коих передаются на движущие оси при помощи шатунов, имеют то же направление вращения, что и движущие колеса; поэтому они облегчают вписывание в кривую. При передаче же усилий при помощи зубчатых колес вращение моторов происходит в противоположном направлении колес на направлении, поэтому жирокопический момент их вызывает увеличение бокового усилия направляющего колеса.



Фиг. 213.

Если в паровозной технике жirosкопическое влияние вращающихся масс не имеет практического значения, то в электровозах с моторами с большими скоростями (в случае зубчатой передачи) и с тихоходными моторами (при шатунной передаче) благодаря большому моменту инерции вращающихся частей электромоторов этот вопрос представляет большой интерес¹.

Для упрощения мы в последующих расчетах применительно к электровозам, движущимся в кривых, не будем принимать во внимание момент, необходимый для поворачивания всего электровоза в кривой, а будем рассматривать лишь жirosкопическое влияние вращающихся около поперечных осей масс электровоза; при чем все массы с одной стороны сведем к некоторой воображаемой массе с моментом инерции, равным $\sum I$. Исследуем, какой из типов электровозов имеет наибольший импульс вращающихся масс, т. е. $I\omega$. В данном случае вращающимися массами являются: якоря моторов, скаты и детали передачи, как то: отбойный вал, шатуны с противовесами и т. п. Полярный момент инерции колес и якорей моторов выразился бы третьей степенью диаметра, если бы последние представляли собой идеальный полый цилиндр, и четвертой степенью в случае массивного цилиндра; для наших подсчетов оказывается вполне достаточным считать, что полярные моменты инерции колес и якорей моторов пропорциональны диаметру их в степени 3,6.

В случае электровозов без зубчатой передачи угловые скорости вращения якорей моторов и скатов обратно пропорциональны диаметру движущих колес, а в случае зубчатой передачи с передаточным числом $\varepsilon < 1$ угловые скорости якорей моторов обратно пропорциональны величине εD .

Мощность мотора пропорциональна произведению из угловой скорости якоря и крутящего момента; последний, однако, приблизительно пропорционален квадрату диаметра якоря d или, другими словами, мощность мотора пропорциональна величине $\frac{d^2}{\varepsilon D}$.

Импульс сил вращающихся масс электровоза, при некоторой постоянной скорости и мощности, пропорционален:

- а) для ведущих колес—величине $\frac{D^{3,6}}{D} = D^{2,6}$;
- б) для якорей моторов—величине $\frac{d^{3,6}}{\varepsilon D}$ или, принимая во внимание, что при одинаковой мощности член $\frac{d^2}{\varepsilon D}$ является величиной постоянной, импульс сил пропорционален величине $d^{1,6}$;
- в) для вращающихся частей передаточного механизма, момент инерции коих можно считать независимым от диаметра движущих колес, импульс сил пропорционален величине $\frac{1}{D}$;
- г) для бегунков, при принятых выше условиях, импульс сил—величина постоянная.

Из сказанного следует: 1) импульс сил вращающихся масс электровоза возрастает с увеличением диаметра движущих колес, 2) независимо от числа моторов, у двух электровозов одинаковой мощности импульс сил якорей моторов пропорционален 1,6 степени диаметра якоря.

В случае зубчатой передачи якорь мотора и движущая ось вращаются в противоположных направлениях, почему жirosкопическое их действие частично уравнивается; кроме того, как вытекает из ранее изложенного, моторы в случае зубчатой передачи ($\varepsilon < 1$), несмотря на их большую скорость, при прочих одинаковых условиях, как то: мощность и скорость электровоза, диаметр движущих колес, имеют меньший импульс, чем моторы, непосредственно связанные с движущими осями.

¹ Glasers Annalen 1902, стр. 86. Доклад Виттфельда в Verein für Eisenbahnkunde «Известия Берлинского о-ва математиков». Засед. 24. 2. 1904 г. Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen, 1910, стр. 144, и Schwerpunktlage und Kreiselwirkung bei Elektrischen Lokomotiven.

Таким образом, электровозы с одним или двумя моторами большой мощности и с малым числом оборотов (передача при помощи шатунов) имеют наибольший импульс сил вращающихся масс.

Рассмотрим импульсы сил двух электровозов:

а) электровоза с одним мотором 1 200 л. с. и одним отбойным валом (две движущие оси и три поддерживающие) и

б) электровоза с двумя моторами, расположенными на раме, общей мощностью $2 \times 1\,100$ л. с., с двумя отбойными валами (три движущие оси и две двухосные тележки).

Диаметр движущих колес в обоих случаях 2 000 мм, а поддерживающих—1 000 мм.

Для обоих электровозов имеем следующие моменты инерции масс с относительным вращением:

Моменты инерции / масс с относительным вращением на электровозе

Таблица 47

	Электровоз 2—2—1	Электровоз 2—3—2
	(с 1 мотором)	(с 2 моторами)
Якоря моторов (200 об/мин)	550	950
Движущие оси	$207 \times 2 = 414$	$207 \times 3 = 621$
Бегунки:		
а) действительные моменты инерции	$16,7 \times 3 = 50$	$16,7 \times 4 = 67$
б) приведенные к двойной угловой скорости	100	134
Шатуны и спарники	12	20
Итого	1 076	1 725

Импульс сил для обоих электровозов найдем по формуле:

$$A = \omega \sum I = \frac{V}{3,6 \frac{D}{2}} \sum I \tag{436}$$

равным: $A_a = 300 V$ и $A_b = 480 V$ (мкг сек), из коих в первом случае приходится 52%, а во втором—56% на массы, лежащие на рессорах.

Пусть электровоз въезжает в кривую со скоростью $V=125$ км/час; возвышение наружного рельса происходит постепенно с уклоном $i=1/300$; угловая скорость поворота электровоза около горизонтальной продольной оси будет равна:

$$\omega'' = \frac{Vi}{3,6 \cdot 2s} = \frac{125}{300 \cdot 3,6 \cdot 1,5} = 0,077 \text{ сек}^{-1},$$

что дает импульс сил для обоих электровозов:

$$A_a = 300 \cdot 125 = 37\,500 \text{ мкг сек}$$

и

$$A_b = 480 \cdot 125 = 60\,000 \text{ мкг сек}$$

и пары сил, вызывающие изменения нагрузки рессор:

$$K_a = A_a \cdot \omega'' = 0,077 \cdot 37\,500 = 2\,890 \text{ мкг},$$

$$K_b = A_b \cdot \omega'' = 0,077 \cdot 60\,000 = 4\,620 \text{ мкг}.$$

НТБ
ДНУЖТ

Эти пары сил при входе в кривую перегружают наружный рельс и при выходе из кривой разгружают наружный рельс.

Рассмотрим теперь жирокопическое действие вращающихся масс электровоза при движении в кривой благодаря повороту самого электровоза около вертикальной оси.

Угловая скорость этого вращения равна:

$$\omega' = \frac{V}{3,6 \frac{D}{2}}.$$

При радиусе кривой $R = 250$ м и скорости $V = 60$ км/час получим:

$$\omega' = \frac{60}{3,6 \cdot 250} = 0,0667 \text{ сек}^{-1},$$

откуда дополнительный момент найдем равным:

$$K = \omega' A = 0,0667 A$$

или для обоих рассматриваемых электровозов:

$$K_a = 0,0667 \cdot 300 \cdot 60 = 1200 \text{ кгм},$$

$$K_b = 0,0667 \cdot 480 \cdot 60 = 1920 \text{ кгм},$$

что вызывает изменение нагрузки на все оси

$$\Delta a = \frac{K_a}{2s} = \frac{1200}{1,524} = \pm 800 \text{ кг}$$

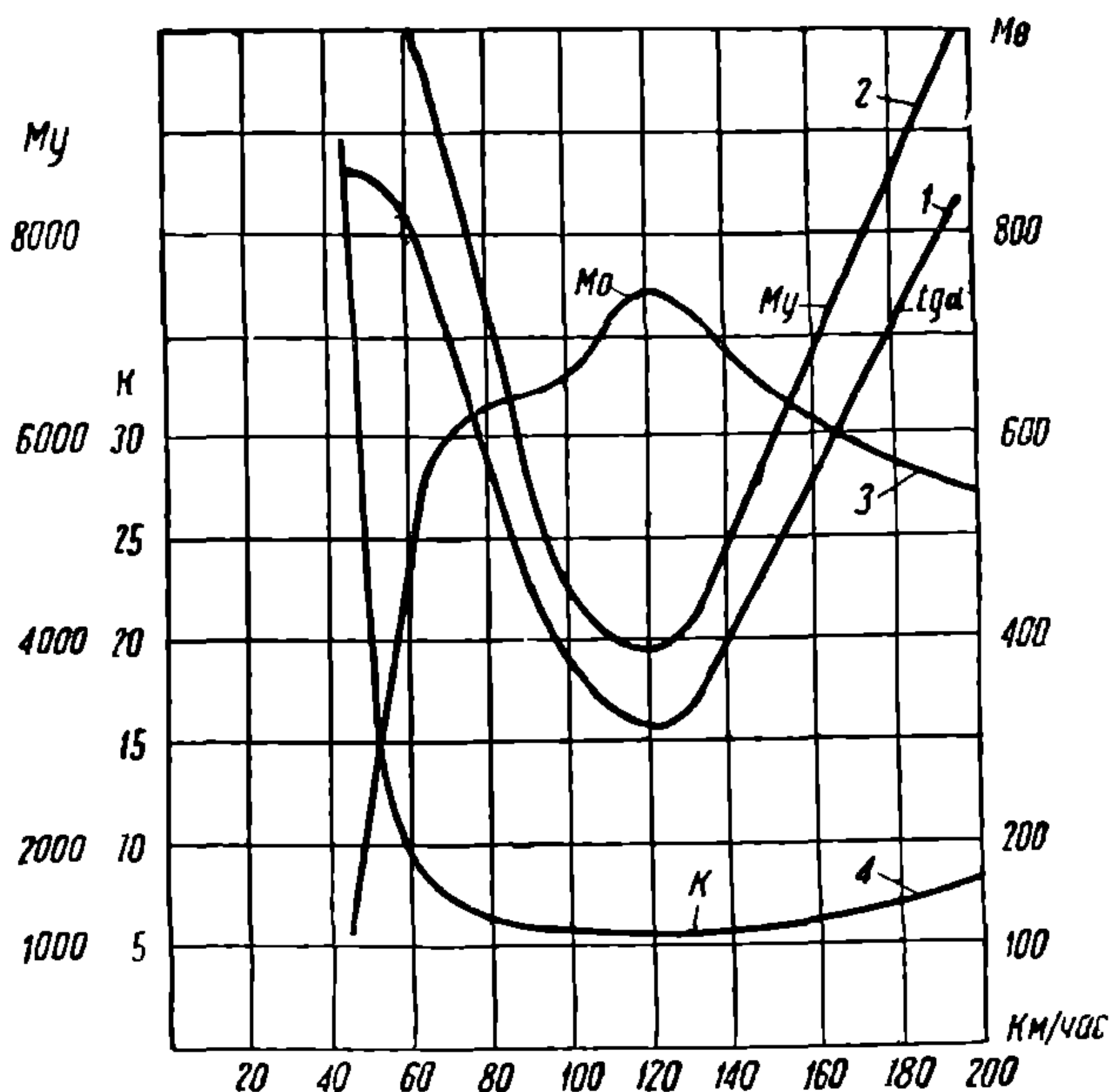
и

$$\Delta b = \frac{K_b}{2s} = \frac{1920}{1,524} = \pm 1280 \text{ кг},$$

где $2s$ — ширина колеи.

Найденные дополнительные моменты от жирокопического действия вращающихся масс увеличивают, вместе с действием центробежной силы, опрокидывающий момент электровоза в кривых и должны быть учтены при проверках на опрокидывание в кривых.

Следует иметь в виду, что наибольшая опасность от опрокидывания будет зависеть от радиуса кривой и соответствующей этому радиусу наибольшей допускаемой скорости. Часто уменьшение скорости с уменьшением радиуса настолько велико по предписаниям ж.-д. управлений, что наибольшая опасность опрокидывания оказывается не при малых радиусах, а при некоторых промежуточных. Сказанное в полной мере относится например к германским ж. д. На фиг. 214 кривая 1 изображает возвышение наружного рельса, а кривая 2 — соответствующий этому возвышению момент M_y , препятствующий опрокидыванию электровоза. Сумма моментов: опрокидывающего M_0 от центробежной силы и жирокопического действия вращающихся масс приведена в виде кривой 3. Коэффициент устойчивости K , выражающий отношение моментов $M_y : M_0$, дан в виде кривой 4.



Фиг. 214.

в) Влияние бокового усилия Y_1 на изменения нагрузок колес

Боковое усилие Y_1 , получаемое направляющим внешним колесом от внешнего рельса (за вычетом сопротивления для поперечного перемещения самой направляющей оси вследствие трения в опорных точках, равного $P_1' + P_1''$), где P_1' и P_1'' — нагрузка обоих колес в опорных точках), передается далее на раму, вызывая поворот всего электровоза в кривой.

Это усилие передается на высоте осевых подшипников; вследствие этого получается вертикальный поперечный момент, увеличивающий нагрузку внешнего колеса направляющей оси и разгрузку внутреннего колеса.

Рама, получая под влиянием поперечного усилия от направляющего колеса поперечное смещение, увлекает за собой внутрь кривой остальные скаты, которые в свою очередь при преодолении их поперечной слагающей силы трения на уровне головок рельсов дают через буксы на раму на высоте указанных букс.

Скаты, лежащие впереди точки вращения экипажа, передвигаются внутрь кривой, а скаты, находящиеся позади этой точки, передвигаются в обратном направлении; в вертикальной плоскости каждого ската действует некоторый момент, увеличивающий нагрузку внутренней опорной точки скатов, находящихся впереди точки вращения экипажа, уменьшая нагрузку внешней опорной точки; и, наоборот, нагрузка внешних опорных точек скатов, находящихся позади точки вращения экипажа, увеличивается за счет уменьшения таковой у внутренних.

Пусть нагрузки опорных точек $\overline{P_1'}$, $\overline{P_1''}$, $\overline{P_2'}$, $\overline{P_2''}$, $\overline{P_3'}$, $\overline{P_3''}$ и т. д. неравные, вообще говоря, статическим нагрузкам, благодаря действию в кривых двух выше разобранных причин изменяются под влиянием передачи поперечных усилий на высоте, равной радиусу колеса r , в P_1' , P_1'' , P_2' , P_2'' , P_3' , P_3'' и т. д., где нижние цифры указывают номер оси, а верхние значки указывают наружную (') и внутреннюю (') опорную точку. Для того чтобы найти нагрузку от момента в вертикальной плоскости, обозначим силу, с которой подшипник действует на заплечик шейки, через Y' . Эта сила Y' должна, как указывалось выше, для ненаправляющих осей, расположенных на расстоянии x от точки поворота, преодолевать слагающую полной силы трения, возбуждаемой в данный момент опорными точками данного ската. Следовательно,

$$Y' = G' + G'',$$

где G' и G'' определяются формулами:

$$G' = P' f \frac{x}{\sqrt{x^2 + s^2}} \quad \text{и} \quad G'' = P'' f \frac{x}{\sqrt{x^2 + s^2}}$$

в том случае, когда оси не развивают силы тяги. В том случае, когда оси развивают силу тяги, величины G' и G'' равны¹:

$$G' = -P' f \frac{x \Omega}{\sqrt{(x \Omega)^2 + \left[(R + s) \Omega - \omega r \right]^2}} = -k' P',$$

где коэффициент k' равен:

$$k' = f \frac{x \Omega}{\sqrt{(x \Omega)^2 + \left[(R + s) \Omega - \omega r \right]^2}}$$

и для внутреннего колеса:

$$G'' = -P'' f \frac{x \Omega}{\sqrt{(x \Omega)^2 + \left[(R + s) \Omega - \omega r \right]^2}} = -k'' P''.$$

Таким образом получим для некоторой оси:

$$Y_i' = k_i' P_i' + k_i'' P_i''. \quad (437)$$

Точка приложения этой силы, как указывалось выше, находится на высоте подшипника, т. е. r от уровня головок рельса. Приравнявая величину верти-

¹ Сопротивление, получающееся вследствие конусности бандажей, мы, как и прежде, не учитываем.

кального момента этой силы моменту, вызываемому изменением Δ'' в нагрузках опорных точек, получим:

$$2\Delta'' s = Y_i' r,$$

откуда

$$\Delta'' = \frac{Y_i' r}{2s},$$

где $2s$ есть попрежнему расстояние между опорными точками колес.

Далее, подставляя значение Y_i' из формулы (437), получим:

$$\Delta_i'' = \frac{r}{2s} (k_i' P_i' + k_i'' P_i'').$$

Так как P_i' и P_i'' — окончательные нагрузки — равны нагрузкам \bar{P}_i' и \bar{P}_i'' , получающимся, вообще говоря, после перераспределения нагрузок колес под влиянием различных причин и увеличенным на величину Δ_i'' (перегрузки от третьей причины), то имеем:

$$P_i'' = \bar{P}_i'' + \Delta_i'' = \bar{P}_i'' + \frac{r}{s} (k_i' P_i' + k_i'' P_i'');$$

принимая во внимание, что $P_i' + P_i'' = Q_i$, где Q_i — нагрузка на оси, то, подставляя в предыдущее уравнение $P_i' = Q_i - P_i''$, получим:

$$P_i'' = \bar{P}_i'' + \frac{r}{2s} [k_i' (Q_i - P_i'') + k_i'' \cdot P_i''],$$

откуда

$$P_i'' = \frac{\bar{P}_i'' + \frac{r}{2s} k_i' Q_i}{1 + \frac{r}{2s} (k_i' - k_i'')}. \quad (438)$$

Окончательную нагрузку для наружной опорной точки получим:

$$P_i' = Q_i - P_i'' = Q_i - \frac{\bar{P}_i'' + \frac{r}{2s} k_i' Q_i}{1 + \frac{r}{2s} (k_i' - k_i'')} = \frac{\bar{P}_i'' - \frac{r}{2s} k_i Q}{1 + \frac{r}{2s} (k_i' - k_i'')}, \quad (439)$$

помня, что $\bar{P}_i' + P_i'' = Q_i$; что касается горизонтальной силы Y_1 — действия на ружного рельса на реборду направляющего колеса, то часть ее $G_1' + G_1'' = k_1' P_1' + k_1'' P_1''$ тратится на преодоление поперечной слагающей силы трения опорных точек первой оси; при чем эти силы вместе с силой Y_1 лежат в одной плоскости на уровне головок рельсов, остальная же сила $Y_1 - (k_1' P_1' + k_1'' P_1'')$, преодолевающая силу сопротивления остальных осей поперечному перемещению, составляет с последней силой, приложенной на высоте r от головок рельсов, пару $[Y_1 - k_1' P_1' + k_1'' P_1''] r$, которая будет вызывать перегрузку наружной опорной точки за счет разгрузки внутренней. Обозначая эту перегрузку через Δ_1'' , получим уравнение:

$$[Y_1 - (k_1' P_1' + k_1'' P_1'')] r = 2 \Delta_1'' s;$$

точно таким же путем, как и в предыдущем случае, мы можем определить окончательные нагрузки опорных точек первой оси.

§ 32. Изменение нагрузок осей при развитии электровозом силы тяги

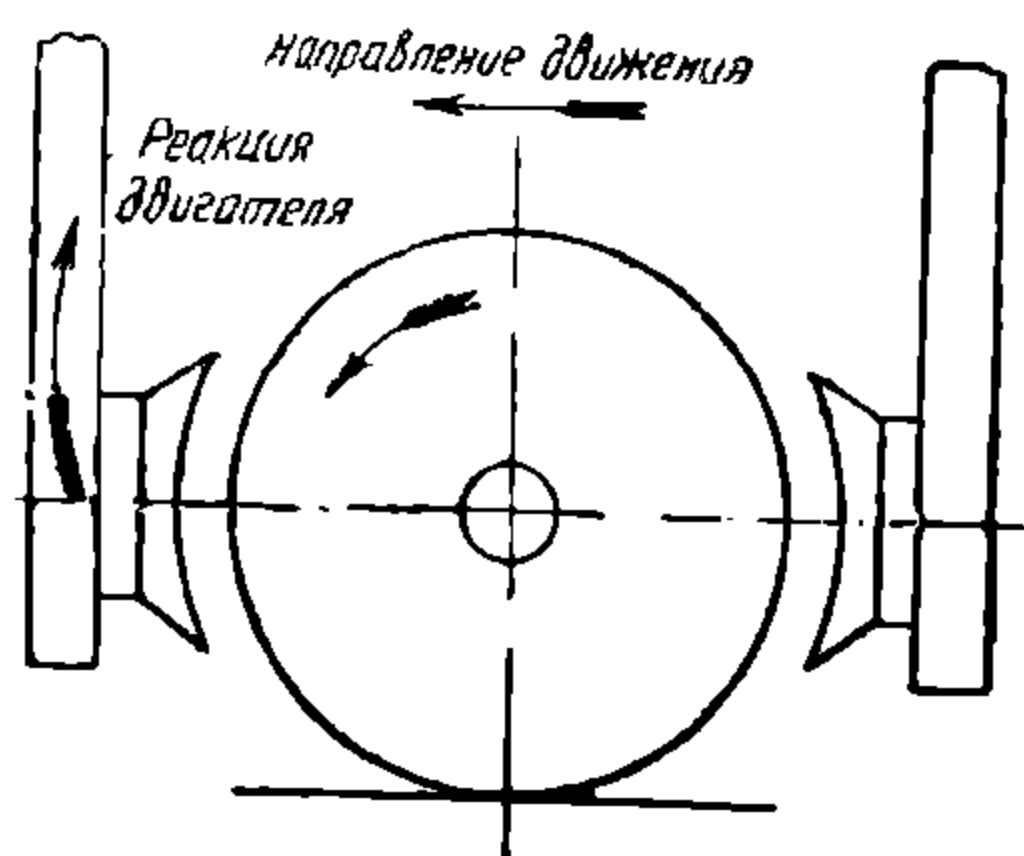
Изменение нагрузок осей при развитии электровозом силы тяги вызывается тем, что сила тяги F_k приложена на ободу колес, а сопротивление поезда на крюке W — на некоторой высоте H от головки рельсов (на высоте крюка или автосцепки). Вследствие этого образуется пара сил с моментом $M = F_k \cdot H$, который стремится повернуть электровоз около поперечной оси и дает измене-

ние в нагрузках осей электровоза ΔP , уменьшая нагрузку на передние оси и увеличивая таковую на задние.

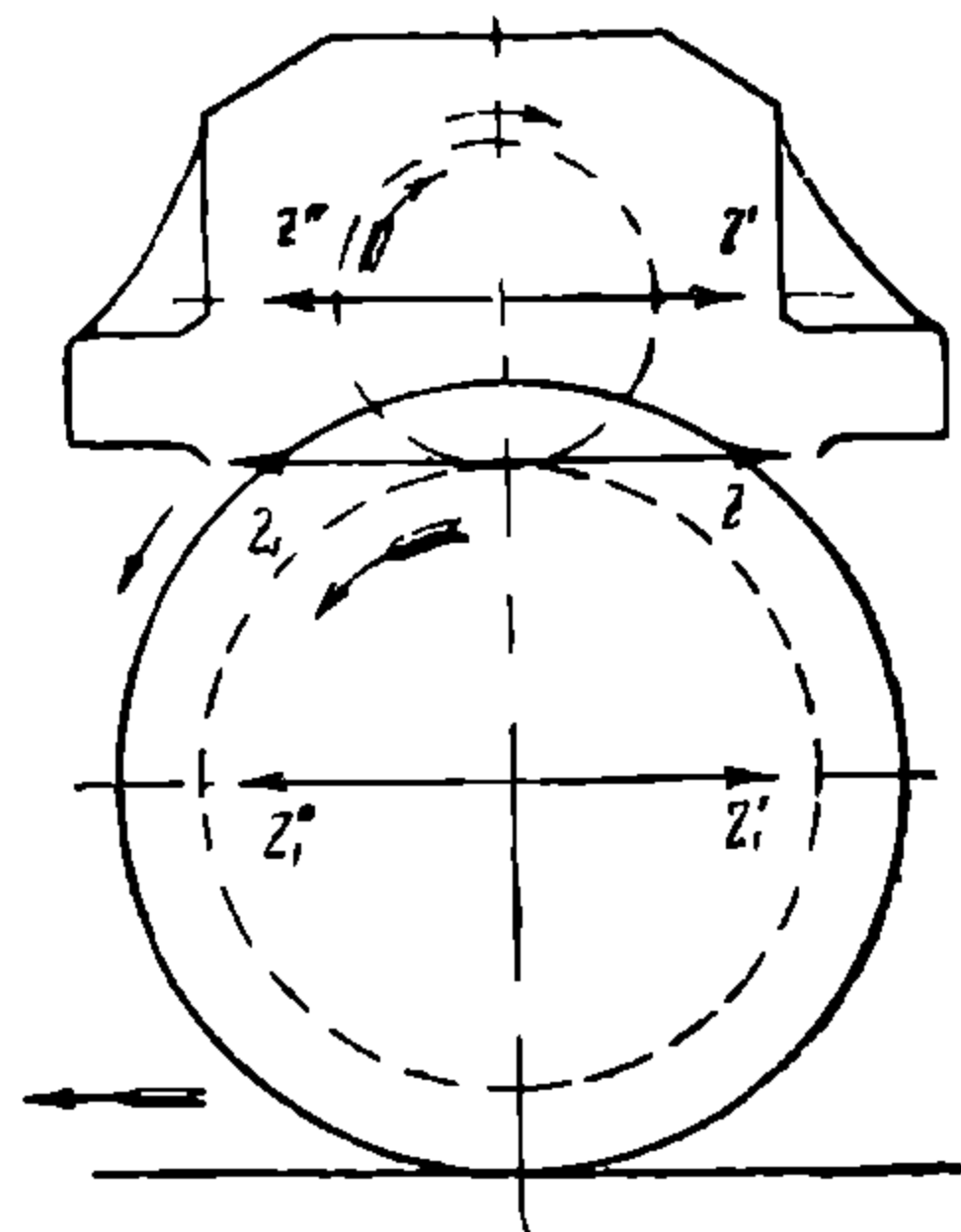
Рассмотрим, каким образом складывается момент $M = F_k H$. Тяговое усилие передается на надрессорное строение через буксу на челюсти в буксовых вырезах рамы на высоте $\frac{D_k}{2}$ (радиуса движущего колеса), а реакция в виде сопротивления поезда приложена на высоте H сцепных приборов, образуя момент $M_1 = F_k \cdot \left(H - \frac{D_k}{2} \right)$, стремящийся поднимать перед электровоза; кроме момента M_1 на надрессорное строение передается от движущей оси также вращающий момент, равный $M_2 = F_k \cdot \frac{D_k}{2}$, что и дает в сумме общий момент, действующий на надрессорное строение, равный $M = M_1 + M_2 = F_k \left(H - \frac{D_k}{2} \right) + F_k \frac{D_k}{2} = F_k H$.

Рассмотрим, каким образом получается реактивный момент M_2 от моторов.

В случае электровозов с якорями, непосредственно насаженными на движущую ось, при развитии якорем некоторого крутящего момента M_m при движении электровоза по направлению, указанному на фиг. 215 стрелкой, вращающий момент мотора будет направлен против часовой стрелки.



Фиг. 215.



Фиг. 216.

Реактивный момент корпуса мотора или, в данном случае, полюсов, укрепленных на раме электровоза, будет направлен в противоположную сторону, т. е. будет стремиться поднимать перед электровоза и опускать задний по ходу конца его.

В случае моторов, насаженных на полую ось или передающих свое усилие через полую ось при помощи рессор (Вестингауза, Сешерона, АЕГ) или системой подвесок (передача Шкода-Верке, Бухли и т. д.), имеет место также реактивный момент вследствие передачи вращающего усилия на движущие оси от мотора.

Действительно, при направлении движения, указанном на фиг. 216, на шестеренку мотора передается реактивная сила Z от большого зубчатого колеса. В центр шестеренки прикладываем две силы Z' и Z'' , равные Z и противоположно направленные. Пара сил ZZ'' , момент которой равен $M' = Zr$ (где r — радиус малого зубчатого колеса), представляет собой реактивный момент мотора на надрессорное строение, стремящийся наклонить перед электровоза вниз, и кроме того на надрессорное строение действует сила Z' . На большое зубчатое колесо передается усилие $Z_1 = Z$. Эту силу переносим в центр большого зубчатого колеса, прибавляя две противоположно направленные и равные по абсолютной величине силы $Z_1' = Z_1'' = Z_1 = Z$. Пара сил $Z_1 Z_1'$ с моментом, равным $M_k = Z_1 R = ZR$ (где R — радиус большого зубчатого колеса), создает вращающий момент движущих колес и силу тяги на ободе колес, равную F_k .

Если диаметр движущих колес D_k , то имеем (пренебрегая механическими потерями в передаче):

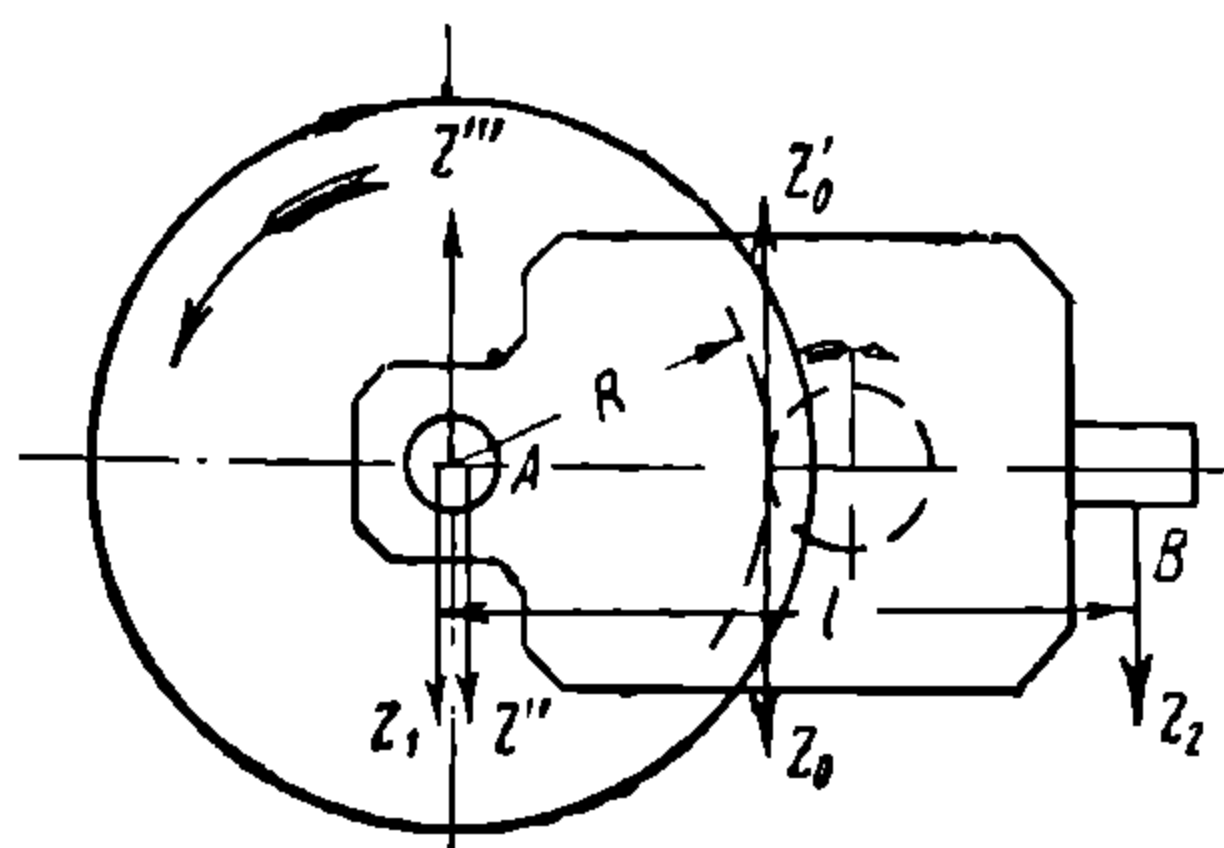
$$M_k = ZR = \frac{F_k D_k}{2}. \quad (440)$$

Сила Z_1'' передается на буксовые челюсти и образует с силой Z' пару с моментом $M'' = Z_1''(R + r) = Z(R + r)$, стремящимся поднять перед электровоза вверх. Таким образом, на надрессорное строение действует от каждого мотора реактивный момент:

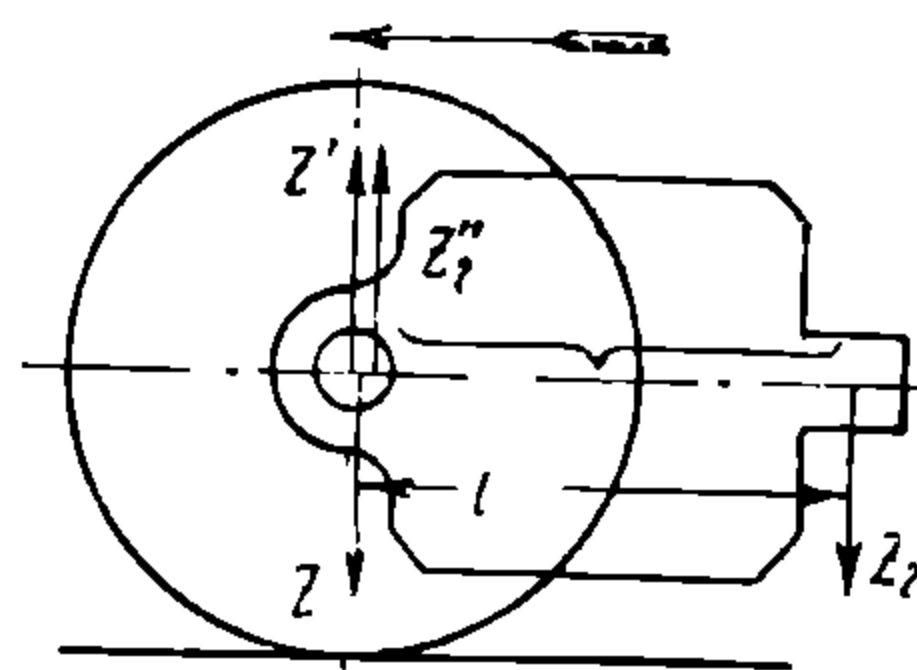
$$M_2 = M'' - M' = Z(R + r) - Zr = ZR = \frac{F_k D_k}{2}. \quad (441)$$

Так же, как и в случае моторов, непосредственно насаженных на ось, он стремится поднимать перед электровоза.

При трамвайной подвеске мотора реакция под влиянием развиваемого мотором вращающего момента $\frac{F_k D_k}{2}$ найдется следующим образом.



Фиг. 217.



Фиг. 218.

Шестеренка мотора (фиг. 217) передает на большое зубчатое колесо усилие Z_0' ; вследствие реакции большого зубчатого колеса мотор испытывает усилие Z_0 , направленное сверху вниз, которое передает на опорные точки мотора A (на ось) и B (в точке подвешивания мотора к надрессорному строению) усилия, обратно пропорциональные расстоянию силы Z_0 до опор. Если обозначим расстояние между опорами A и B через l и радиус большого зубчатого колеса через R , то усилие на опоре B будет равно:

$$Z_2 = \frac{Z_0 R}{l},$$

а усилие в моторноосевых подшипниках:

$$Z_1 = Z_0 \frac{(l - R)}{l}.$$

Кроме того через большое зубчатое колесо передается на ось, в месте запрессовки его, усилие Z_0' .

Приложим к центру колес две равные и противоположно направленные силы Z'' и Z''' , по абсолютной величине равные силе Z_0' . Пара сил $Z_0' Z''$ вызывает вращение движущего колеса; кроме того остается усилие $Z''' = Z_0'$, направленное противоположно ранее найденному усилию Z_1 в моторноосевых подшипниках.

Общее усилие на ось будет равно:

$$Z' = Z''' - Z_1 = -Z_0 + \frac{Z_0(l - R)}{l} = -\frac{Z_0 R}{l} \quad (442)$$

т.е. равно по абсолютной величине Z_2 —реакции мотора в точке подвешивания его к надрессорному строению, но противоположно по направлению. При чем, если мотор расположен позади своей оси в отношении движения электровоза, то первая сила Z' направлена вверх и уменьшает незарессоренную нагрузку оси,

вторая же сила Z_2 будет направлена вниз и будет увеличивать зарессоренный вес электровоза. При подвеске мотора впереди оси направление сил Z' и Z_2 будет обратное рассмотренному.

Мы однако можем в точке A над осью к надрессорному строению (фиг. 218) приложить две равные силы Z_2'' и Z , действующие в противоположных направлениях.

Таким образом, влияние моторов с подвеской трамвайного типа даст:

1) вращающий момент пары сил $Z_2''Z_2$, равный:

$$M = Z_2 l = \frac{Z_0 R}{l} l = Z_0 R, \quad (442')$$

стремящийся поднять перед электровоза (надрессорное строение), т. е. так же, как и при других способах передачи усилий от мотора движущим осям;

2) силы Z и Z' , из коих одна действует вертикально непосредственно на движущую ось, вызывая изменение ее незарессоренной нагрузки, а другая (ей равная, но противоположно направленная) вызывает изменение зарессоренной нагрузки оси.

Если пренебрежем потерями от большого зубчатого колеса до обода движущих колес, то можем принять:

$$Z_0 R = \frac{F_k D_k}{2}$$

или

$$Z_0 = \frac{F_k D_k}{2R}.$$

Подставляя значение Z_0 из этого уравнения в уравнения (442) и (442'), реакцию от трамвайной подвески на надрессорное строение получим:

а) в виде момента:

$$M_2 = Z_0 R = \frac{F_k D_k}{2},$$

б) в виде силы, действующей на надрессорное строение:

$$Z = \frac{F_k D_k}{2l},$$

(443)

и действующей непосредственно на ось:

$$Z' = \frac{F_k D_k}{2l}. \quad (443')$$

При изменении направления движения силы Z и Z' изменят свое направление.

§ 33. Коэффициент использования сцепного веса

Появляющийся при движении электровоза под действием усилия тяги на ободах колес момент $M = F_k \cdot H$ вызывает перераспределение нагрузок между осями: одни оси разгружаются за счет перегрузки других. Величина этих изменений нагрузок зависит от ряда причин. Мы рассмотрим здесь главные: влияние расположения моторов, высоты сцепных приборов, высоты сочленения тележек (где таковое имеется) и игры в сочленении, системы рессорного подвешивания.

Изменение нагрузок осей влияет на величину той максимальной силы тяги, которую электровоз может развить по сцеплению; таким образом, используемый сцепной вес может оказаться менее статического сцепного веса. Отношение используемого сцепного веса P_u к статическому сцепному весу (давление оси на рельс) P_k носит название коэффициента использования сцепного веса, т. е.

$$\eta = \frac{P_u}{P_k}. \quad (444)$$

В случае группового привода с соединением всех движущих осей спарниками и отсутствия бегунковых осей общий сцепной вес не меняется, так как, хотя и имеется неодинаковое давление сцепных осей на рельсы, однако разгруженная ось не может начать боксовать, поскольку она связана спарниками с другими осями. В результате мы имеем не одинаковую силу тяги, развиваемую отдельными осями, но полное использование сцепного веса. Если же электровоз снабжен бегунковыми тележками, то при соответствующем рессорном подвешивании может оказаться, что при развитии электровозом силы тяги общая нагрузка бегунковых осей увеличивается за счет сцепных и, таким образом, часть сцепного веса теряется. Если наибольшее уменьшение сцепного веса какой-либо оси благодаря передаче части нагрузки сцепных осей на бегунковые обозначим через ΔP , то коэффициент использования сцепного веса будет:

$$\eta = \frac{P_u}{P_k} = \frac{P_k - \Delta P}{P_k} = 1 - \frac{\Delta P}{P_k}. \quad (445)$$

Если все движущие оси связаны при помощи спарников в несколько групп, то опасность в смысле боксования будет представлять наиболее разгруженная группа, независимо однако от распределения нагрузок между отдельными осями в пределах этой группы. Пусть имеем для отдельных групп осей статический сцепной вес P_k', P_k'', P_k''' и т. д., а суммарное уменьшение нагрузок на сцепные оси этих групп, соответственно, $\Delta P', \Delta P'', \Delta P'''$ и т. д. Та группа, для которой отношение $\frac{P_k - \Delta P}{P_k}$ будет наименьшим, и определит общий коэффициент использования сцепного веса электровоза, т. е.

$$\eta = \min \frac{P_k - \Delta P}{P_k}.$$

Напомним, что на разгрузку отдельных групп осей может оказывать влияние наличие бегунковых осей, которые могут получить добавочную динамическую нагрузку за счет сцепных осей.

В случае индивидуального привода и одинаковой нагрузки на движущие оси возможность боксования будет определяться наиболее разгруженной осью. Пусть уменьшение нагрузки ее будет $\Delta \bar{P}$, статическая нагрузка на нее будет \bar{P}_k ; тогда общий коэффициент использования сцепного веса электровоза будет:

$$\eta = \frac{\bar{P}_k - \Delta \bar{P}}{\bar{P}_k}.$$

При неодинаковой статической нагрузке на движущие оси электровоза (что может быть намеренно запроектировано для лучшего использования общего сцепного веса) общий коэффициент использования сцепного веса электровоза будет равен отношению используемого сцепного веса к статическому сцепному весу той оси, у которой это отношение наименьшее, т. е.

$$\eta = \min \frac{P_k - \Delta P}{P_k}.$$

Мы уже отметили, что коэффициент использования сцепного веса зависит от развиваемой электровозом силы тяги; при чем для большинства электровозов динамическое изменение нагрузок, а следовательно и коэффициент использования сцепного веса у одного и того же электровоза пропорциональны развиваемой им силе тяги. Поэтому для сравнения различных конструкций электровозов в отношении коэффициента использования сцепного веса расчеты следует вести для электровозов одинаковой мощности и скорости при одной и той же силе тяги, а при различной мощности—при одном и том же коэффициенте сцепления.

Действительно, если в выражении коэффициента использования сцепного веса

$$\eta = \frac{P_k - \Delta P}{P_k}$$

вместо ΔP (уменьшения сцепного веса) подставим его выражение kF_k (где k — коэффициент пропорциональности изменения сцепного веса и развиваемой силы тяги), то получим:

$$\eta = \frac{P_k - kF_k}{P_k} \quad (446)$$

Коэффициент k и будет характеризовать конструкцию электровоза в отношении использования сцепного веса.

При развитии электровозом силы тяги F_k ему приходится реализовать некоторый физический коэффициент сцепления между бандажами и рельсами, равный φ , т. е. тот, который соответствует используемому в данный момент сцепному весу P_u ; таким образом $F_k = \varphi P_u$, и уравнение (446) окончательно напишется в виде:

$$\eta = \frac{P_k - kF_k}{P_k} = 1 - \frac{k\varphi P_u}{P_k} = 1 - k\varphi\eta,$$

откуда

$$\eta = \frac{1}{1 + k\varphi}. \quad (447)$$

Для электровозов, у которых изменение нагрузок не пропорционально силе тяги (например сочлененные электровозы с подвешиванием каждой тележки минимум в двух поперечных плоскостях и с вертикальной игрой в сочленении), изменение нагрузок может быть выражено в общей форме следующим уравнением:

$$\Delta P = \alpha F_k + \beta, \quad (448)$$

и характеристика электровоза в отношении использования его сцепного веса будет определяться коэффициентом:

$$k = \frac{\Delta P}{F_k} = \alpha + \frac{\beta}{F_k} \quad (449)$$

Коэффициент использования сцепного веса напишется для этого случая в виде:

$$\eta = \frac{P_k - \alpha F_k - \beta}{P_k},$$

но, так как

$$F_k = \varphi P_u,$$

то, подставляя величину F_k , получим:

$$\eta = 1 - \alpha\varphi \frac{P_u}{P_k} - \frac{\beta}{P_k} = 1 - \alpha\varphi\eta - \frac{\beta}{P_k},$$

откуда находим:

$$\eta = \frac{1 - \frac{\beta}{P_k}}{1 + \alpha\varphi}. \quad (450)$$

Пользуясь этим выражением для η , мы преобразуем выражение для характеристики конструкции электровоза в отношении использования сцепного веса

$$k = \alpha + \frac{\beta}{F_k};$$

подставив вместо $F_k = \varphi\eta P_k$, получим:

$$k = \alpha + \frac{\beta}{\varphi\eta P_k} = \alpha + \frac{\beta}{\varphi P_k \cdot \frac{1 - \frac{\beta}{P_k}}{1 + \alpha\varphi}}$$

Окончательно имеем:

$$k = \alpha + \frac{\beta(1 + \alpha\varphi)}{\varphi(P_k - \beta)} \quad (451)$$

Таким образом, для того чтобы определить коэффициент k , характеризующий конструкцию электровоза в отношении использования сцепного веса, достаточно определить разгрузку осей ΔP для некоторой силы тяги F_k и, выразив ΔP для наиболее разгруженной оси в функции F_k , определить $k = \frac{\Delta P}{F_k}$, если ΔP пропорционально F_k , или определить коэффициенты α и β из выражения $\Delta P = \alpha F_k + \beta$ и подставить их в уравнение (451).

§ 34. Методы определения изменения нагрузок от силы тяги электровоза

В том случае, когда надрессорное строение электровоза подвешено в трех или четырех точках (в двух поперечных плоскостях), изменение нагрузок на оси легко может быть определено с помощью двух основных уравнений статики.

Пусть имеем электровоз с пятью движущимися осями, при чем передние две оси I и II сбалансированы в одну группу, а остальные три оси — в другую группу; таким образом, получим подвешивание в четырех точках и в двух поперечных плоскостях (фиг. 219). Рессоры первых двух осей, сбалансированные между собой, заменим фиктивной рессорой с коэффициентом жесткости \mathcal{K}' , а рессоры остальных осей, образующих вторую группу, — фиктивной рессорой с жесткостью \mathcal{K}'' ¹.

Обозначим изменение нагрузок фиктивных рессор под влиянием момента от силы тяги $M = 5FH$ и под влиянием силы Z (реакция моторов в случае трамвайной подвески) через $\Delta P'$ и $\Delta P''$.

Считаем, что эти силы увеличивают нагрузку осей; поэтому реакции рессор, которые мы рассматриваем вместо отброшенных осей, будут направлены вверх.

Беря момент относительно произвольной точки от силы тяги и сил Z , например относительно средней оси, и приравняв его моменту от изменения нагрузок рессор, получим:

$$M + \sum Zz = \Delta P'y_1 + \Delta P''y_2, \quad (452)$$

где z — расстояние осей до точки моментов (в рассматриваемом случае — до средней оси) и y_1 и y_2 —

расстояние фиктивных рессор до той же точки. Уравнение вертикальных проекций внешних сил напишется в виде:

$$\sum Z = \Delta P' + \Delta P''$$

Если надрессорное строение подвешено более чем в двух (фиг. 220) поперечных плоскостях, нахождение изменения нагрузок на оси становится статически неопределимой задачей, и приходится при составлении дополнительных уравнений пользоваться условиями пропорциональности нагрузок деформациям

¹ Это мы вправе делать независимо от жесткости отдельных рессор, поскольку мы не связываем изменение нагрузок рессор с величиной прогиба фиктивной рессоры.

рессор. Пусть ранее рассмотренный электровоз подвешен в шести точках, т. е. по две крайние оси сбалансированы, а рессоры средней оси свободны. Заменяя сбалансированные рессоры фиктивными, мы получим три неизвестных: изменение усилий фиктивных рессор $\Delta P'$ и $\Delta P''$ и средней несбалансированной рессоры ΔP_3 ; тогда основные уравнения статики напишутся, по аналогии с предыдущим случаем, в виде:

$$M + \sum Zz = \Delta P'y' + \Delta P''y'' + \Delta P_3y_3$$

(если попрежнему момент M будем брать относительно средней оси, то $y_3 = 0$)
и

$$\sum Z = \Delta P' + \Delta P'' + \Delta P_3.$$

Пусть под влиянием сил Z (от реакции моторов) и под влиянием момента M (от силы тяги) надрессорное строение заняло положение $O'O'$, так что фиктивные рессоры получают прогибы f' и f'' , а третья свободная рессора — f_3 .

Не трудно видеть, что

$$\frac{f' + f''}{f_3 + f''} = \frac{y' + y''}{y''}. \quad (453)$$

Обозначив коэффициент жесткости фиктивных и средней свободной рессор соответственно через \mathcal{K}' , \mathcal{K}'' и \mathcal{K}_3 , можем написать:

$$\Delta P' = \mathcal{K}'f'; \quad \Delta P'' = \mathcal{K}''f'' \quad \text{и} \quad \Delta P_3 = \mathcal{K}_3f_3.$$

После подстановки в уравнение (453) получим:

$$\frac{\frac{\Delta P'}{\mathcal{K}'} + \frac{\Delta P''}{\mathcal{K}''}}{\frac{\Delta P_3}{\mathcal{K}_3} + \frac{\Delta P''}{\mathcal{K}''}} = \frac{y' + y''}{y''}. \quad (454)$$

Это и есть третье, недостающее, уравнение для определения неизвестных $\Delta P'$, $\Delta P''$ и ΔP_3 .

В том случае, когда все оси имеют одинаковую жесткость рессор, т. е. при $\mathcal{K}' = \mathcal{K}'' = 2\mathcal{K}$, уравнение (454) получит более простой вид:

$$\frac{\Delta P' + \Delta P''}{2\Delta P_3 + \Delta P''} = \frac{y' + y''}{y''}. \quad (455)$$

При вычислениях по приведенным формулам, с заменой сбалансированных рессор фиктивными, необходимо помнить следующее.

1) Раз найденное положение фиктивной рессоры сохраняется при всех изменениях нагрузок на эти рессоры, поскольку эти изменения благодаря связи рессор балансирами остаются пропорциональными самим нагрузкам на рессоры.

2) Величина изменения нагрузок на сбалансированные рессоры будет равна произведению жесткости фиктивной рессоры на прогиб ее. Жесткость фиктивной рессоры понимается как жесткость такой рессоры, которая при опускании рамы на величину, соответствующую статической нагрузке ее, совершает ту же работу, что и отдельные рессоры вместе. Если обозначим нагрузку сбалансированных рессор через P_1, P_2, P_3, \dots и гибкость их (т. е. прогиб, соответствующий нагрузке, равной единице) через g_1, g_2, g_3, \dots то вышеуказанное условие переписывается в виде:

$$P_1 (P_1 g_1) + P_2 (P_2 g_2) + P_3 (P_3 g_3) + \dots = P_r (P_r g_r),$$

где выражения в скобках обозначают прогибы рессор, а P_r — нагрузку фиктивной рессоры;

отсюда гибкость фиктивной рессоры:

$$g_r = \frac{\sum (P^2 g)}{P_r^2} = \frac{\sum (P^2 g)}{(\sum P)^2}, \quad (456)$$

а жесткость фиктивной рессоры:

$$ж_r = \frac{(\sum P)^2}{\sum \left(\frac{P^2}{ж} \right)}. \quad (457)$$

Расстояние же фиктивной рессоры a_r до некоторой точки найдется равным:

$$a_r = \frac{\sum P a_i}{\sum P},$$

где a_i —расстояние сбалансированных осей до той же точки.

В частном случае, когда имеется n сбалансированных рессор с одинаковой нагрузкой и одинаковой жесткостью, формула (457) получает вид:

$$ж_r = \frac{(\sum P)^2}{\sum \frac{P^2}{ж}} = \frac{n^2 P^2}{\frac{n P^2}{ж}} = ж n, \quad (457')$$

т. е. жесткость фиктивной рессоры равна сумме жесткости всех сбалансированных рессор.

В том случае, когда имеются сочлененные движущие тележки, отдельно рассматривается каждая движущая тележка, и для каждой из них составляются, как указано было выше, основные уравнения равновесия. В эти уравнения вводится однако новое неизвестное—вертикальное усилие, действующее в сочленении тележек, если конструкция сочленения такова, что может передавать вертикальные усилия с одной тележки на другую.

Пусть например имеем электровоз с двумя двухосными тележками и передачей усилий через тележечные рамы, как показано на фиг. 221, и пусть упругие приборы располагаются на высоте H от головки рельса. Момент от силы тяги, действующий на переднюю тележку, найдется равным:

$$M_1 = 2FH'$$

и на заднюю тележку:

$$M_2 = 2F(2H - H').$$

Обозначим изменение нагрузок на рессоры осей I, II, III и IV через ΔP_1 , ΔP_2 , ΔP_3 и ΔP_4 . Все эти силы (условимся так считать) увеличивают нагрузку на рессоры, поэтому реакции рессор, которые мы рассматриваем взамен отброшенных осей, будут направлены вверх. Реакции моторов с трамвайной подвеской, действующих на надрессорное строение, обозначим через Z , при чем примем, что моторы расположены к середине электровоза, поэтому силы Z будут направлены вниз у передней тележки и вверх у задней.

Для I тележки:

а) сумма вертикальных сил:

$$-\Delta P_1 - \Delta P_2 + 2Z - S_1 = 0; \quad (458)$$

б) уравнение моментов:

$$\Delta P_1 \cdot a + \Delta P_2 \cdot b - Za - Zb + M_1 = 0. \quad (459)$$

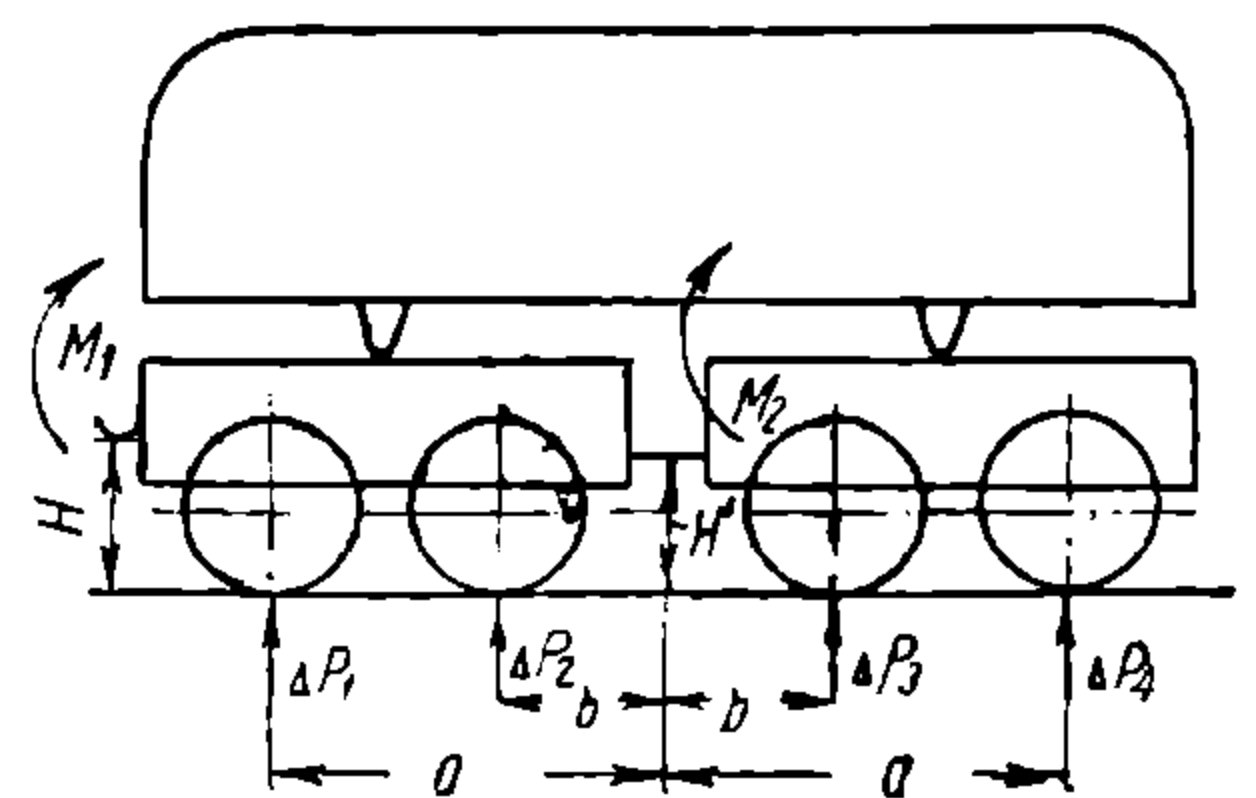
Мы принимаем, что сила S_1 —воздействие задней тележки через сочленение на переднюю тележку направлена вверх, тогда при рассмотрении задней тележки влияние передней тележки S_2 будет направлено вниз.

Для II тележки точно так же напишем:

$$-\Delta P_3 - \Delta P_4 - 2Z + S_2 = 0 \quad (460)$$

и

$$-\Delta P_4 \cdot a - \Delta P_3 \cdot b - Za - Zb + M_2 = 0 \quad (461)$$



Фиг. 221.

и далее $|S_1| = |S_2|$ (как две равные силы в одной точке, действующие противоположно). Недостающее уравнение составляем из условий деформации рессор, при чем примем в общем случае, что имеется зазор в сочленении.

Рамы займут положение, изображенное на фиг. 222. Мы допускаем, что под всеми осями рельсы получили дополнительную нагрузку, т. е. примем положительные прогибы f ; тогда знак минус (—) у неизвестной силы ΔP будет соответствовать уменьшению прогиба рессоры, т. е. ее разгрузке.

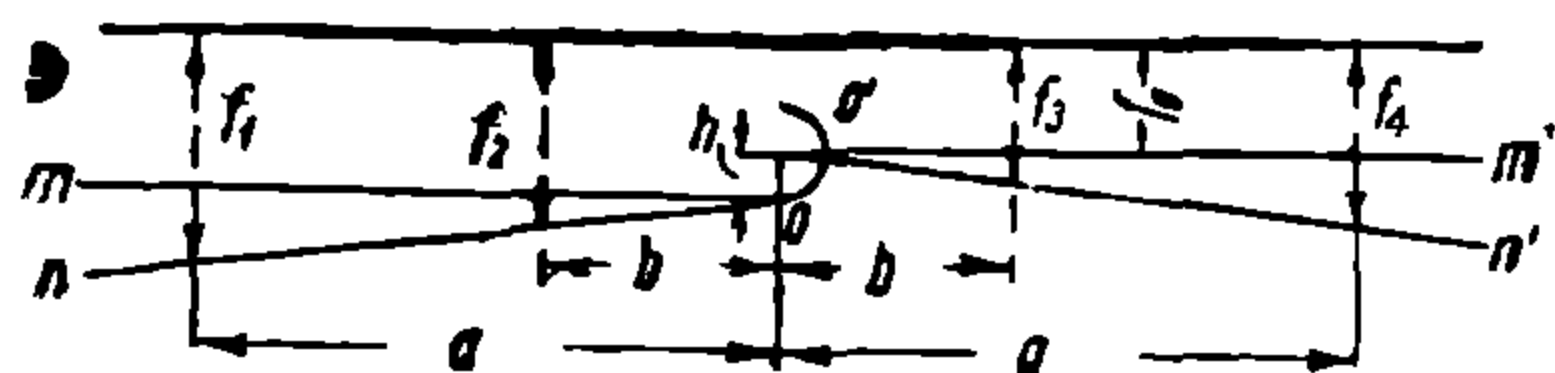
Пусть f_1, f_2, f_3, f_4 — прогибы рессор четырех осей, f_0 — перемещение центра сочленения и h — зазор в сочленении. Не трудно видеть, что если зазор в сочленении тележек h (вверх и вниз, считая от среднего положения), то наибольшее относительное смещение концов тележек по вертикали может быть h .

Из треугольника mno имеем:

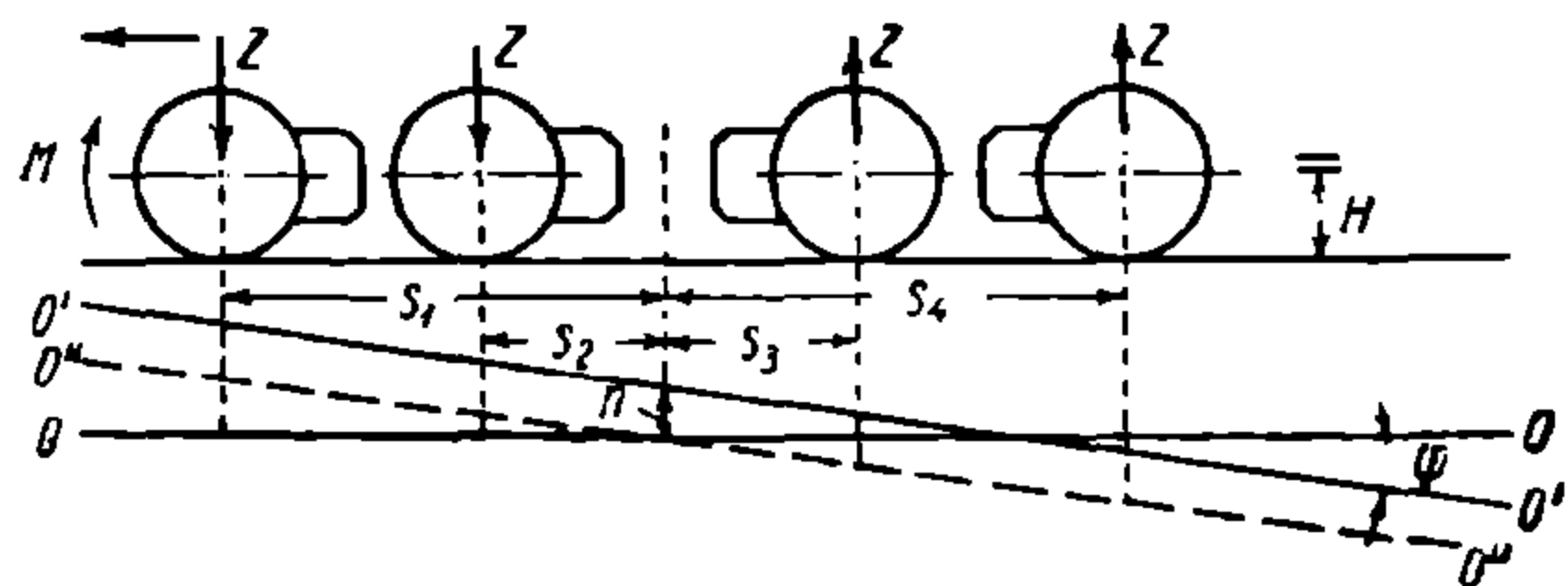
$$\frac{f_1 - f_0 - h}{f_2 - f_0 - h} = \frac{a}{b}$$

а из треугольника $m'n'o'$ имеем:

$$\frac{f_4 - f_0}{f_3 - f_0} = \frac{a}{b}.$$



Фиг. 222.



Фиг. 223.

Приравнивая эти уравнения и исключая f_0 , получим:

$$f_0 (a - b) = -f_1 b + f_2 a - h (a - b)$$

и

$$f_0 (a - b) = f_3 a - f_4 b,$$

откуда

$$-f_1 b + f_2 a - f_3 a + f_4 b - h (a - b) = 0. \quad (462)$$

Полагая жесткость всех рессор одинаковой и равной \mathcal{K} и умножив на \mathcal{K} уравнение (462) после подстановки $\mathcal{K}f_1 = \Delta P_1$, $\mathcal{K}f_2 = \Delta P_2$, $\mathcal{K}f_3 = \Delta P_3$ и $\mathcal{K}f_4 = \Delta P_4$, получим:

$$-\Delta P_1 b + \Delta P_2 a - \Delta P_3 a + \Delta P_4 b - \mathcal{K}h (a - b) = 0. \quad (462')$$

Это и есть недостающее уравнение.

Решение системы уравнений дает возможность определить изменения зарессоренных нагрузок осей ΔP . Если жесткость рессор не одинакова, то в уравнение (462) придется подставить вместо прогибов рессор равные им величины $\frac{\Delta P}{\mathcal{K}}$, и уравнение (462) напишется в виде:

$$-\frac{\Delta P_1}{\mathcal{K}_1} b + \frac{\Delta P_2}{\mathcal{K}_2} a - \frac{\Delta P_3}{\mathcal{K}_3} a + \frac{\Delta P_4}{\mathcal{K}_4} b - h (a - b) = 0, \quad (463)$$

которое совместно с уравнениями (458), (459), (460) и (461) позволит найти неизвестные величины изменения нагрузок ΔP . Вместо прогиба отдельных рессор за параметры, определяющие положение надрессорного строения, можно взять наклон его на угол φ и одновременный подъем или опускание его на величину n , что при большом числе отдельных несбалансированных рессор упрощает нахождение изменения зарессоренных нагрузок на оси.

Пусть благодаря действию момента M от силы тяги продольная ось электровоза повернется на угол φ (Фиг. 223) и поднимется на величину n .

Возьмем для примера четырехосный электровоз с расстоянием осей от центра тяжести наддрессорного строения s_1, s_2, s_3 и s_4 ; дополнительный прогиб рессор от наклона продольной оси электровоза на угол φ будет соответственно равен $-\varphi s_1, -\varphi s_2, +\varphi s_3$ и $+\varphi s_4$; вследствие же одновременного подъема оси на величину n дополнительный прогиб рессор будет:

$$-s_1\varphi - n; -s_2\varphi - n; s_3\varphi - n; s_4\varphi - n.$$

Если обозначим жесткость рессор через $\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2, \mathcal{K}_3$ и \mathcal{K}_4 , то дополнительная нагрузка на оси получится равной:

$$\Delta P_1 = \mathcal{K}_1(-\varphi s_1 - n); \quad \Delta P_2 = \mathcal{K}_2(-\varphi s_2 - n); \quad \Delta P_3 = \mathcal{K}_3(\varphi s_3 - n); \\ \Delta P_4 = \mathcal{K}_4(\varphi s_4 - n).$$

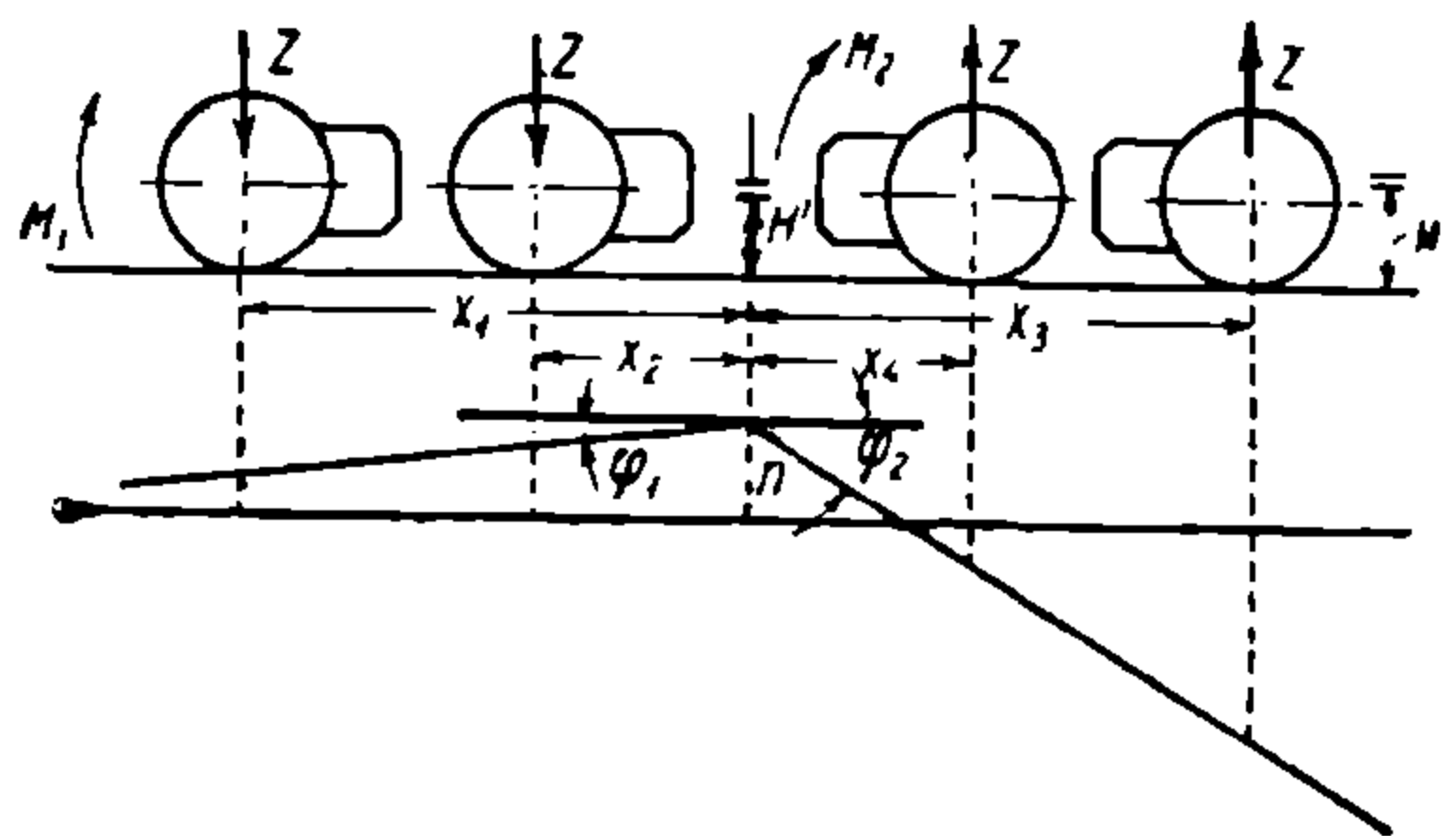
Здесь индексы обозначают порядковый номер осей. Приравняв алгебраическую сумму дополнительных нагрузок нулю, а момент $M = F_k H$, получим:

$$\mathcal{K}_1(-\varphi s_1 - n) + \mathcal{K}_2(-\varphi s_2 - n) + \mathcal{K}_3(\varphi s_3 - n) + \mathcal{K}_4(\varphi s_4 - n) = 0; \quad (464)$$

$$\mathcal{K}_1(-\varphi s_1 - n)s_1 + \mathcal{K}_2(-\varphi s_2 - n)s_2 - \mathcal{K}_3(\varphi s_3 - n)s_3 - \mathcal{K}_4(\varphi s_4 - n)s_4 = F_k H. \quad (465)$$

Не трудно видеть, что при симметричном расположении осей и моторов как в смысле расстояния от центра вращения наддрессорного строения, так и в отношении жесткости рессор $n = 0$.

В случае электровоза на двух движущих тележках параметрами, определяющими положение наддрессорного строения обеих тележек, могут быть выбраны углы наклона обеих тележек φ_1 и φ_2 и изменение высоты сочленения n . На фиг. 224 показано наклонное положение тележек после деформации рессор под действием силы тяги. Абсолютные величины прогиба рессор для первой тележки найдутся равными $n - \varphi_1 x_i$, где x_i — расстояние рассматриваемой оси до сочленения, и для второй тележки $\varphi_2 x_i - n$. При принятом нами положении тележек и направлении движения рессоры передней тележки разгружаются, а задней перегружаются.



Фиг. 224.

Обозначим попрежнему моменты от силы тяги, действующие на первую и вторую тележки, соответственно через M_1 и M_2 и реакции моторов (в случае трамвайного типа подвески их) через Z — действующее на наддрессорное строение и через Z' — действующее непосредственно на ось; тогда при расстоянии осей до сочленения, равном x_1, x_2, x_3 и x_4 , и указанном положении моторов уравнения моментов относительно сочленения для первой и второй тележек напишутся в виде:

$$M_1 - \sum x_i Z - \sum (n - \varphi_1 x_i) \mathcal{K}_i x_i = 0 \quad (466)$$

и

$$M_2 - \sum x_i Z - \sum (\varphi_2 x_i - n) \mathcal{K}_i x_i = 0. \quad (467)$$

Уравнение неизменности суммы давлений колес в опорных точках на рельсах напишется в виде:

$$\sum (n - \varphi_1 x_i) \mathcal{K}_i - \sum (\varphi_2 x_i - n) \mathcal{K}_i + \sum Z' = 0. \quad (468)$$

Таким образом, для случая электровоза с двумя движущими тележками мы имеем три уравнения, которые позволяют определить неизвестные величины φ_1, φ_2 и n , а по этим величинам найдутся изменения нагрузки на движущие оси по формуле, которая напишется в общем виде для некоторой оси:

$$\Delta P_i = (n - \varphi_1 x_i) \mathcal{K}_i \pm Z'.$$

Слагаемое Z' , учитывающее влияние реакции непосредственно на ось, берется со знаком плюс (+) или минус (—) в зависимости от направления силы.

Для того чтобы облегчить расчеты, можно рассмотрение сил, вызывающих изменения нагрузок на оси, как то: силы тяги F_k , реакции моторов Z и Z' , а также вызываемых ими изменений нагрузок ΔP , заменить рассмотрением коэффициентов, выражающих отношение этих сил к давлению осей на рельсы P , а именно: $F_k = \gamma P$ и $\Delta P = \vartheta P$; тогда момент сил от сопротивления поезда и силы тяги (при высоте крюка над головкой рельсов H) выразится:

$$M_1 = m\gamma PH,$$

где m — число движущих осей, а момент от сил Z — реакций моторов на наддресорное строение через поперечные балки — выразится в виде:

$$M_2 = \sum \gamma P \beta s,$$

где β — отношение $\frac{r}{s}$, r — радиус движущих колес и s — расстояние сил Z до некоторой произвольной точки, которую условимся брать у последней оси.

Пусть под влиянием этих двух моментов продольная ось наддресорного строения переместилась у последней движущей оси вниз на величину h и повернулась на угол φ ; тогда дополнительные нагрузки на оси выразятся в общем виде:

$$\Delta P = \vartheta P = \varkappa (h + s\nu),$$

где $\nu = \operatorname{tg} \varphi$, и основные уравнения равновесия выразятся в следующем виде:

$$h \sum \varkappa + \nu \sum s \varkappa + \gamma P \sum \beta = 0$$

и

$$h \sum s \varkappa + \nu \sum s^2 \varkappa + \gamma P (\sum \beta s + mH) = 0, \quad (469)$$

откуда

$$h = -\gamma \frac{P}{N} [\sum s^2 \varkappa \sum \beta - \sum s \varkappa (\sum \beta s + mH)] \quad (469')$$

и

$$\operatorname{tg} \varphi = \nu = \frac{\gamma P}{N} [\sum s \varkappa \sum \beta - \sum \varkappa (\sum \beta s + mH)], \quad (470)$$

где

$$N = \sum s^2 \varkappa \sum \varkappa - (\sum s \varkappa)^2$$

и наконец

$$\Delta P = \vartheta P = -\frac{\gamma P \varkappa}{N} [(\sum s^2 \varkappa - s \sum s \varkappa) \sum \beta - (\sum \beta s + mH) \cdot (\sum s \varkappa - s \sum \varkappa)], \quad (471)$$

откуда легко находим коэффициент ϑ изменения нагрузок. Здесь нет необходимости брать жесткость рессор, а можно ввести отношение их жесткостей.

Эта формула выведена для случая, когда оси между собой не связаны балансирами. Если же часть осей связана балансирами, то необходимо определять гибкость так называемой фиктивной рессоры, т. е. такой, которая заменяет действие сбалансированных рессор, по ранее приведенной формуле:

$$g_r = \frac{\sum (P^2 g)}{(\sum P)^2}. \quad (472)$$

Так как в большинстве случаев несколько осей (движущих) имеют одинаковую нагрузку и только поддерживающие оси менее нагружены, удобно оперировать не с нагрузками на ось, а с отношением этих нагрузок α , приняв одинаковую нагрузку движущих осей ($\alpha = 1$) (см. Lindner, Gewichtsverlegung und Ausnutzung des Reibungsgewichtes bei elektrischen Lokomotiven mit Einzelsantrieb, изд. VDI, 1930)¹. Тогда уравнение (472) перепишется в виде:

¹ Русский перевод этой статьи можно найти в журнале „Локомотивостроение“ № 4 за 1934 г.

$$g_r = \frac{\sum \alpha^2 g}{(\sum \alpha)^2}$$

или

$$ж_r = \frac{(\sum \alpha)^2}{\sum \frac{\alpha^2}{ж}} = \frac{(\sum \alpha)^2}{\sum \alpha^2 g}, \quad (473)$$

а расстояние этой фиктивной рессоры от какой-нибудь точки найдем по формуле:

$$s_r = \frac{\sum P s}{P_r} = \frac{\sum \alpha s}{\sum \alpha}. \quad (474)$$

Таким образом, найденное выше уравнение (471) вполне применимо и для случая экипажа с рессорами, связанными балансирами, при чем в этих формулах под величинами $ж$ и s , входящими под знак суммы \sum , следует понимать не только жесткость и расстояние до точки момента не связанных балансирами рессор, но и вводить такие же аналогичные величины для фиктивных рессор, заменяющих связанные балансирами системы рессор; при чем для изменения нагрузок осей будем иметь в общем виде:

$$\vartheta_1 = -\sum \alpha \gamma \frac{ж}{N} [(\sum s_r^2 ж_r - s_r \sum s_r ж_r) \sum \beta - (\sum \beta s + mH)(\sum s_r ж_r - s_r \sum ж_r)], \quad (475)$$

для других же связанных балансирами осей имеем:

$$\vartheta_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \vartheta_1, \quad \vartheta_3 = \frac{\alpha_3}{\alpha_1} \vartheta_1 \text{ и т. д.}, \quad (475')$$

при чем

$$N = \sum s_r^2 ж_r \sum ж_r - (\sum ж_r s_r)^2 \quad (476)$$

По определенным по формуле (471) изменениям зарессоренных нагрузок на оси можно легко определить общее изменение давления оси на рельсы ε , прибавляя реакцию от подвесного мотора, передающуюся непосредственно на ось (усилие $\gamma\beta$); таким образом

$$\varepsilon = \vartheta + \beta\gamma.$$

Формула (471) может быть значительно упрощена, если все моменты относить не к последней оси, а к центру качания наддрессорного строения; в таком случае

$$\sum s ж = 0$$

и

$$\vartheta = -\frac{\alpha}{\sum \alpha} \gamma ж_r \left[\frac{\sum \beta}{\sum ж_r} + \frac{(\sum \beta s + mH) s_r}{\sum s_r^2 ж_r} \right]. \quad (477)$$

Центр качания наддрессорного строения определяется следующим образом: пусть жесткость фиктивной рессоры группы связанных балансирами рессор будет $ж_r$ и остальных не связанных балансирами рессор будет $ж_i$, а расстояние их до некоторой произвольной точки, например до последней оси, будет s_i и s_r ; тогда расстояние ξ центра качания наддрессорного строения до последней оси будет:

$$\xi = \frac{\sum ж_i s_i + ж_r s_r}{\sum ж_i + ж_r}. \quad (478)$$

В общем виде это уравнение переписывается следующим образом:

$$\xi = \frac{\sum \mathcal{K}' s}{\sum \mathcal{K}'},$$

где под \mathcal{K}' подразумевается жесткость как отдельных рессор, так и фиктивных для связанных балансирами осей.

Для получения статически определимой системы все оси разбивают на две группы и в пределах каждой группы рессоры соединяют балансирами. В таком случае выбирают точку моментов в воображаемой точке опоры одной системы, т. е. для расчетов будем иметь $s_2 = 0$ и $s_1 = d$, где d — расстояние между воображаемыми опорами обеих сбалансированных систем. Для расчета перегрузок будем иметь:

$$\vartheta_1 = - \frac{\alpha}{\sum \alpha} \gamma \frac{\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2 d}{N} (\sum \beta s + m H), \quad (479)$$

где

$$N = s_1^2 \mathcal{K}_1 (\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2) - (s_1 \mathcal{K}_1)^2 = d^2 \mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2.$$

Таким образом

$$\vartheta_I = - \frac{\alpha \gamma}{\sum \alpha d} \left(\sum_{II} \beta s + m H \right), \quad (480)$$

где $\sum_{II} \beta s$ распространяется на другую систему сбалансированных рессор.

Если все рессоры имеют одинаковую жесткость и связаны равноплечими балансирами, то уравнение (480) переписывается в виде:

$$\vartheta_I = - \frac{\gamma}{k_1 d} \left(\sum_{II} \beta s + m H \right) \quad (480')$$

и по аналогии с ним:

$$\vartheta_{II} = + \frac{\gamma}{k_2 d} \left(\sum_I \beta s + m H \right), \quad (480'')$$

где k — число связанных рессор в системе, а сумма $\sum \beta s$ берется только в отношении моторов, не принадлежащих к рассматриваемой сбалансированной системе.

В случае передачи полрой осью с моторами, расположенными на рамах, и при непосредственной насадке якорей на движущую ось в приведенные формулы подставляется $\sum \beta = 0$.

При расчете перегрузок осей электровозов, имеющих две движущие тележки, поступают следующим образом: вычисляют перегрузки осей для каждой тележки по приведенным формулам, при чем влияние одной тележки на другую учитывают как влияние дополнительной рессоры с некоторым коэффициентом \mathcal{K}_a ; если тележки жестко сцеплены (американский способ), то коэффициент жесткости этой условной рессоры \mathcal{K}_a полагают равным бесконечности (∞); если же между тележками имеется упругое соединение с жесткостью \mathcal{K} и так как концы тележек могут перемещаться вверх и вниз, то \mathcal{K}_a надо полагать равным:

$$\mathcal{K}_a = 2\mathcal{K}.$$

Когда кузов по своей длине опирается не только на центральные опоры тележек M , но на две дополнительные пружинящие опоры, то в уравнение перегрузок осей также вводится влияние этих рессор, принимая тогда $\mathcal{K}_a = 2\mathcal{K}_\delta$, где $2\mathcal{K}_\delta$ — коэффициент жесткости обеих пружинящих опор одной тележ-

ки. Изменение зарессоренных нагрузок осей находится в таком случае из уравнения момента относительно рессоры \mathcal{M}_a по формуле:

$$\vartheta' = \frac{\alpha}{\sum a} \gamma \frac{\mathcal{M}_r}{N} \left\{ \left(\sum \beta s + mH \right) \cdot \left[\sum \mathcal{M}_r s_r - s_r \left(\sum \mathcal{M}_r + \mathcal{M}_a \right) \right] - \sum \beta \left(\sum s_r^2 \mathcal{M}_r - s_r \sum s_r \mathcal{M}_r \right) \right\} \quad (481)$$

и

$$N = \left(\sum \mathcal{M}_r + \mathcal{M}_a \right) \sum s_r^2 \mathcal{M}_r - \left(\sum s_r \mathcal{M}_r \right)^2 \quad (482)$$

Изменение нагрузки междутележной рессоры найдем по аналогии с уравнениями (481) и (482) из уравнения:

$$\vartheta' = \frac{\gamma \mathcal{M}_a}{N} \left[\left(\sum \beta s + mH \right) \sum \mathcal{M}_r s_r - \sum \beta \sum s_r^2 \mathcal{M}_r \right] \quad (483)$$

и давление на жесткую опору при жестком по вертикали сочленении тележек найдем, подставляя $\mathcal{M}_a = \infty$ в выражение для ϑ' и N . Если сочленение тележек произведено не на высоте упряжных приборов, то имеет место дополнительный момент $M' = ke$, и дополнительные изменения нагрузок, вызываемые этим моментом для обеих тележек, найдутся из уравнений:

$$\vartheta'' = \frac{\alpha}{\sum a} \gamma \frac{\mathcal{M}_r}{N} \left(\sum s_r \mathcal{M}_r - s_r \sum \mathcal{M}_r \right) me$$

и

$$N = \sum s_r^2 \mathcal{M}_r \sum \mathcal{M}_r - \left(\sum s_r \mathcal{M}_r \right)^2,$$

где m — число движущих осей одной тележки.

Совокупность влияния этого момента и момента, зависящего от $\sum \beta s + mh$, выразится в виде:

$$\vartheta = \vartheta' + \vartheta'',$$

и далее

$$\varepsilon = \vartheta + \gamma \beta.$$

В заключение мы должны отметить, что метод нахождения изменения нагрузок рессор путем определения положения надрессорного строения (введением параметров φ — угла наклона и n — вертикального перемещения надрессорного строения) является универсальным и дает особенно эффективное решение при применении в случаях большого числа точек подвешивания надрессорного строения.

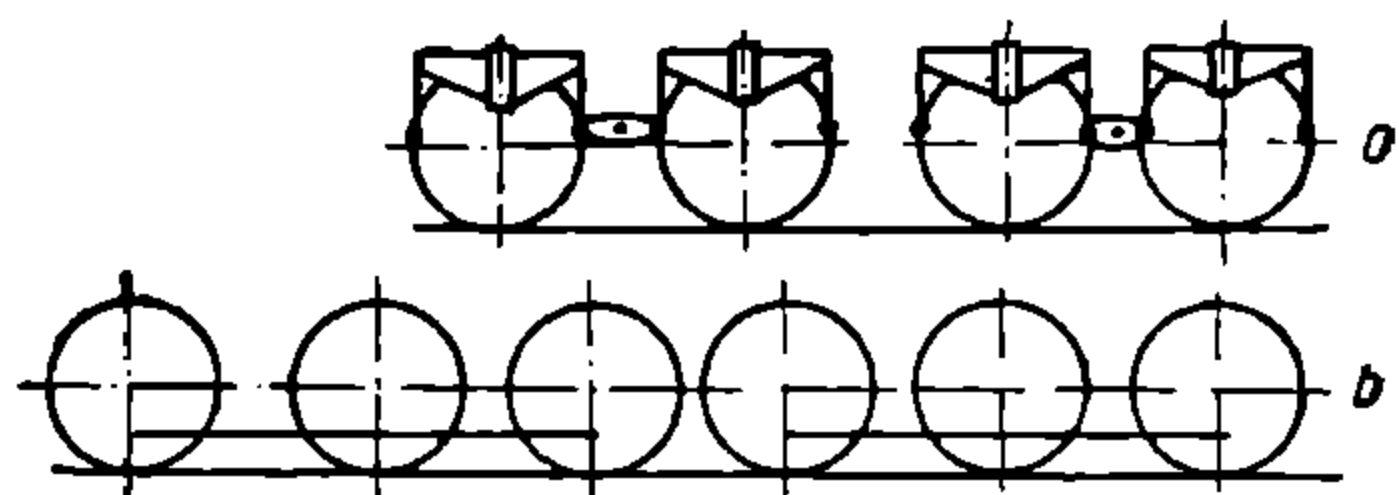
Если надрессорное строение электровоза подвешено в трех поперечных плоскостях или каждая движущая тележка имеет по две плоскости подвешивания и передачу усилий через сочленение, то наряду с этим методом может быть также применен метод прогибов рессор. При статически неопределимых системах, т. е. при подвеске электровоза в двух поперечных плоскостях, можно обойтись без учета деформаций рессор, подставляя в основные уравнения равновесия надрессорного строения изменение нагрузок рессор в виде неизвестных величин. Это относится также и к случаю подвески в трех поперечных плоскостях, но при условии полной симметрии как в отношении нагрузок осей, их расположения, так и в отношении рессорного подвешивания и расположения моторов, так как при этих условиях изменения нагрузок рессор у симметрично расположенных осей будут равны по абсолютной величине, но противоположны по знаку.

Для электровозов, кузов которых располагается на двух движущих тележках, можно применить в качестве неизвестных изменения нагрузок на рессоры, не прибегая к определению деформаций их в том случае, если общее число поперечных плоскостей подвешивания обеих тележек не более трех, поскольку в этом случае можно составить два уравнения моментов для каждой тележки относительно сочленения тележки и одно общее уравнение вертикальных добавочных сил, изменяющих положение надрессорного строения.

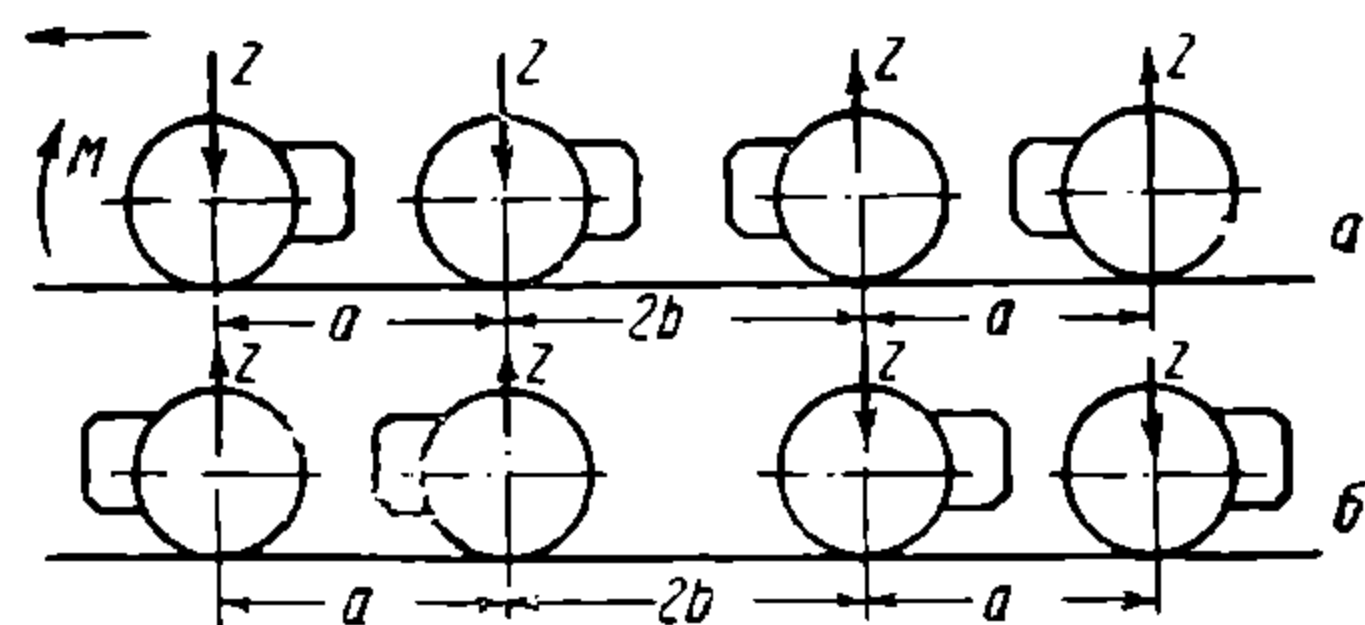
§ 35. Влияние рессорного подвешивания на использование сцепного веса электровоза

Сущность происходящих явлений при перераспределении нагрузок между осями при движении электровоза позволяет, не производя подробных подсчетов, наметить наиболее удачные в этом отношении конструкции электровозов.

Рассмотрим сначала электровоз без поддерживающих осей. Момент $M = F_k H$ всегда разгружает передние оси за счет перегрузки задних, при чем крайние оси испытывают тем большие изменения нагрузок, чем дальше они расположены от середины электровоза. Если мы соединим оси балансирами, как показано на фиг. 225, то изменение нагрузок осей распределится равномерно на все связанные балансирами оси и даст наилучшее использование сцепного веса. Когда электровоз снабжен моторами с подвеской трамвайного типа, то вопрос распределения нагрузок между осями тесно связан с расположением моторов. Так как электровоз должен ходить одинаково хорошо в обе стороны, то несимметричное расположение тяговых моторов не рекомендуется, так как, если это и дает преимущество при езде в одном направлении, то значительно ухудшает движение в противоположную сторону. При симметричном расположении моторов могут быть два варианта:



Фиг. 225.



Фиг. 226.

1) моторы располагаются внутрь (фиг. 226, а) или

2) моторы располагаются наружу — к концам электровоза (фиг. 226, б).

Пусть имеем четырехосный экипаж ходовой формулы 0D0 с расстоянием между крайними осями a и между средними $2b$.

Момент от сил Z будет равен $M_z = Z(2a + 4b)$, где реакция мотора $Z = \frac{F_k D_k}{2l}$, при чем для тяговых моторов можно в среднем считать:

$$\frac{D_k}{2l} = 0,6;$$

тогда:

$$M_z = F_k \cdot 0,6 \cdot 2(a + 2b) = 1,2F_k(a + 2b).$$

Момент же от действия силы тяги $M = 4F_k H$. Оба момента действуют в противоположных направлениях, и разность их вызовет наклон наддрессорного строения на угол φ_0 , вследствие чего изменение зарессоренных нагрузок на оси будет:

для крайних осей

$$\Delta P_1' = -\Delta P_4' = \mathcal{J}\varphi_0(a + b) \quad (484)$$

и для средних осей

$$\Delta P_2' = -\Delta P_3' = \mathcal{J}\varphi_0 b, \quad (485)$$

где \mathcal{J} — жесткость рессор, которую мы принимаем одинаковой для всех осей.

Приравняв разность моментов M и M_z моменту от реакции осевых рессор, получим:

$$M_z - M = \Delta P_1'(2a + 2b) + \Delta P_2'2b$$

или, подставляя величины моментов M и M_z и учитывая, что по уравнениям (484) и (485):

$$\frac{\Delta P_1'}{\Delta P_2'} = \frac{a + b}{b} \quad \text{или} \quad \Delta P_2' = \frac{\Delta P_1' b}{a + b},$$

получим:

$$1,2F_k(a+2b) - 4HF_k = \Delta P_1' \left(2a + 2b + \frac{2b^2}{a+b} \right)$$

или

$$(1,2a + 2,4b - 4H) F_k = \Delta P_1' 2 \left(a + b + \frac{b^2}{a+b} \right),$$

откуда наибольшее увеличение зарессоренной нагрузки первой оси найдется равным:

$$\Delta P_1' = \frac{1,2a + 2,4b - 4H}{2 \left(a + b + \frac{b^2}{a+b} \right)} \cdot F_k.$$

Кроме того на переднюю ось действует непосредственно сила $Z' = 0,6F_k$ от трамвайной подвески, разгружающая эту ось. Таким образом, общая разгрузка первой оси будет:

$$\Delta P_1 = \left[0,6 - \frac{1,2a + 2,4b - 4H}{2 \left(a + b + \frac{b^2}{a+b} \right)} \right] F_k;$$

при $H = 1,05$ м и расстоянии между крайними осями $a = 2$ м и между средними $2b = 2,8$ м получим:

$$\Delta P_1 = 0,404 F_k.$$

Не трудно видеть что для получения большего коэффициента использования сцепного веса пришлось бы раздвигать оси.

В том случае, когда моторы расположены носиками к концам электровоза (наружу), реакция мотора Z' вызовет увеличение незарессоренной нагрузки передних осей и уменьшение задних; силы же Z , действующие на надрессорное строение, создадут момент M_z , действующий в том же направлении, что и момент $M = 4F_k H$.

Уравнение моментов для этого случая напишется в виде:

$$M_z + M = \Delta P_1' (2a + 2b) + \Delta P_2' \cdot 2b.$$

Численная величина момента M_z будет та же, что и в первом случае, и кроме того мы получим то же самое соотношение изменения нагрузок:

$$\frac{\Delta P_1'}{\Delta P_2'} = \frac{a+b}{b}$$

Таким образом, зарессоренная разгрузка первой оси будет равна:

$$\Delta P_1' = \frac{[1,2(a+2b) + 4H] F_k}{2 \left(a + b + \frac{b^2}{a+b} \right)}. \quad (486)$$

При том же расстоянии между осями $a = 2$ м и $2b = 2,8$ м мы получим:

$$\Delta P_1' = 1,25 F_k.$$

В действительности при этом расположении моторов расстояние между средними осями может быть уменьшено до $2b = 1,4$ м при $a = 2$ м; тогда

$$\Delta P_1' = \frac{[1,2(2 + 0,7 \cdot 2) + 4H] F_k}{2 \left(2 + 0,7 + \frac{0,7^2}{2 + 0,7} \right)} = 1,44 F_k,$$

а учитывая увеличение незарессоренной нагрузки на величину $Z' = 0,6 F_k$, общую разгрузку передней оси получим:

$$\Delta P_1 = 1,25 F_k - 0,6 F_k = 0,65 F_k \text{ и до } \Delta P_1 = 1,44 F_k - 0,6 F_k = 0,84 F_k,$$

т. е. значительно выше, чем в первом случае. Вследствие этого, а также из соображений не допускать на первую ось большого незарессоренного давления предпочитают расположение моторов по фиг. 226, а.

Если по краям электровоза имеются поддерживающие оси, то, устраивая все движущие оси сбалансированными и не связывая с ними поддерживающие оси, мы можем заставить бегунки полностью воспринимать на себя моменты, стремящиеся наклонить продольную ось электровоза. Если в этом случае применена система передачи усилий от мотора, которая сама по себе не даст дополнительных незарессоренных нагрузок на ось (например при передаче полой осью), то движущие оси не будут испытывать изменения нагрузок. При применении в этом случае моторов с подвеской трамвайного типа необходимо располагать моторы симметрично относительно середины; тогда при четном числе движущих осей вертикальная проекция сил Z , действующих на наддрессорное строение, равна нулю, т. е. сбалансированные движущие оси не будут иметь никакого изменения зарессоренной нагрузки, но изменение незарессоренной нагрузки на движущие оси, вызванное трамвайной подвеской, будет служить причиной, снижающей использование сцепного веса.

Если передний бегунок получает по условиям безопасности движения недопустимо большую разгрузку $\vartheta = \varepsilon = -\frac{m\gamma H}{l}$, несмотря на достаточно большое l — расстояние между передним и задним бегунком, приходится связывать бегунки с движущими осями. В таком случае часть разгрузки от действия моментов передается движущим осям, а именно: первая движущая ось получит разгрузку, равную:

$$\varepsilon_2 = \vartheta_2 + \beta_2 \gamma = \vartheta_1 \frac{a_2}{a_1} + \beta_2 \gamma = -\frac{m\gamma H a_2}{l a_1} + \beta_2 \gamma. \quad (487)$$

при чем $\varepsilon = 0$ при

$$\beta_2 = +\frac{mH}{l} \cdot \frac{a_2}{a_1}. \quad (488)$$

Это требует расположения моторов впереди своей оси и определенного соотношения между β_2 , a_2 , a_1 , mH и l , удовлетворяющего уравнению (488).

Когда электровоз имеет нечетное число движущих осей $(2k+1)$ и не снабжен бегунками, то для лучшего использования сцепного веса при работе в обоих направлениях необходимо, чтобы на средней оси не было изменения нагрузок. Если электровоз имеет моторы, расположенные на раме с передачей вращающего момента через полую ось, то необходимо, чтобы средняя ось не была связана балансирами с крайними осями, а остальные оси связываются в две группы балансирами. Если при этом все балансиры равноплечие ($a_1 = a_2 = a_3 = \dots = 1$) и рессоры всех осей одинаковой жесткости ($\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_2 = \mathcal{K}_3 = \dots = \mathcal{K}$), тогда, имея в виду, что в данном случае $\sum \beta = 0$, получим для средней оси, принимая ее за точку моментов:

$$\varepsilon_{cp} = \vartheta_{cp} = \gamma \frac{mH \sum s}{n \sum ks^2 - (\sum s)^2}. \quad (489)$$

Для того чтобы это выражение давало нуль, необходимо и достаточно, чтобы $\sum s = 0$, т. е. чтобы средняя ось находилась в центре рессорного подвешивания.

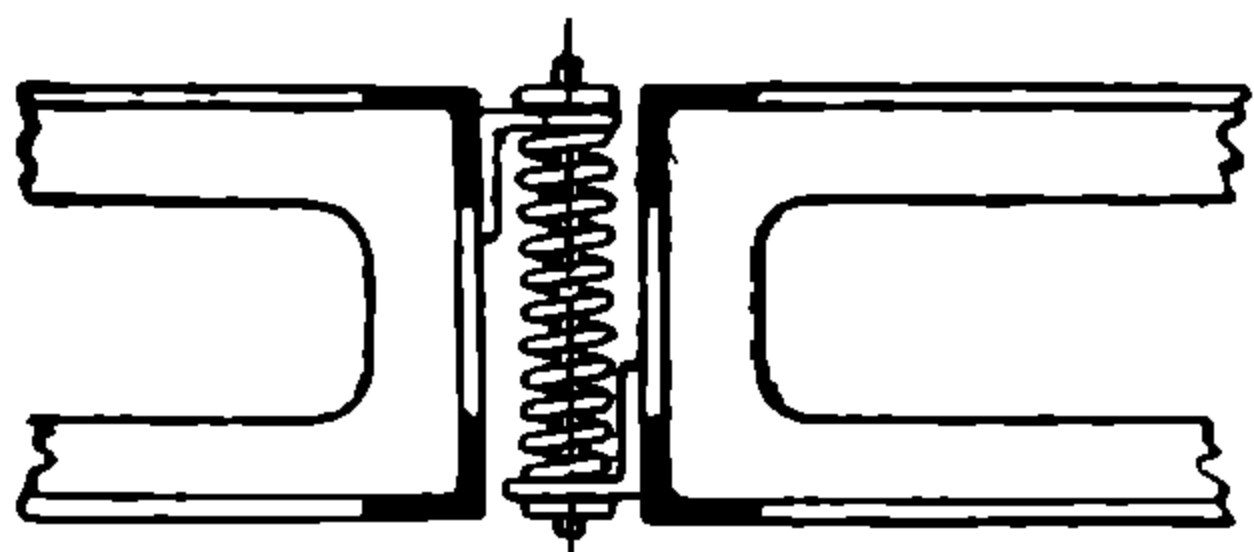
При большом количестве осей (5 и более) разница в изменении нагрузок осей при несвязанной балансирами средней оси и при сбалансировании всех осей в две группы невелика, почему предпочитают применять последнюю систему как статически определимую. Когда электровоз снабжен моторами с подвеской трамвайного типа, применяют сбалансирование всех осей в две системы, при чем мотор средней оси подвешивается внутрь к балансиру.

Если с одной стороны электровоза расположены бегунки, то при небольшом количестве движущих осей последние связываются между собой балансирами, оставляя рессоры бегунка несвязанными. При большом количестве движущих осей приходится бегунок связывать балансирами хотя бы с одной движущей осью в одну систему, а все остальные оси между собой в другую систему с тем, чтобы сохранить более или менее одинаковое число осей в каждой системе, обеспечивающее исправную работу балансиров.

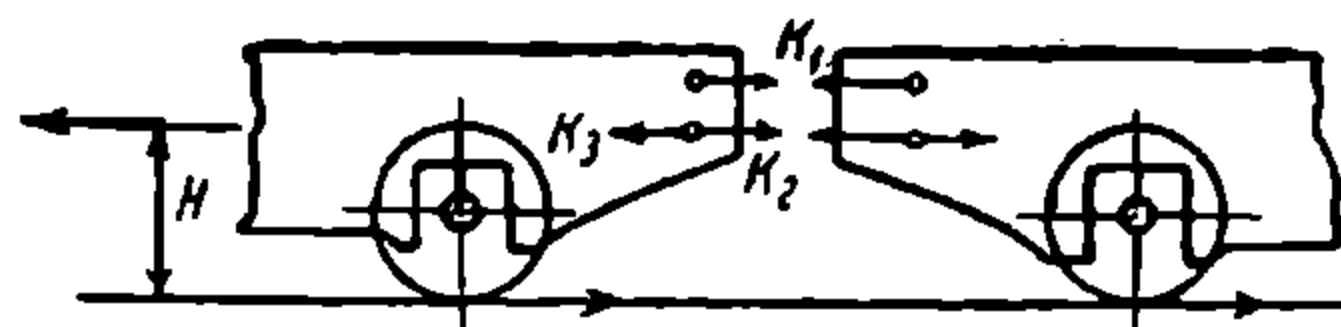
Для того чтобы решить вопрос, каким образом следует располагать моторы с трамвайной подвеской, рекомендуется производить подсчеты разгрузки осей для различных вариантов подвески; эти подсчеты и выявят наиболее целесообразный способ подвески с точки зрения лучшего использования сцепного веса.

У электровозов с отдельными движущими тележками большое влияние на величину разгрузки осей оказывает способ соединения тележек между собой. Если это соединение допускает свободную игру во всех направлениях, то коэффициент использования сцепного веса для всего электровоза будет тот же, что и для отдельной тележки; последняя же имеет относительно малую базу, поэтому изменение нагрузок осей от момента $F_k H$ будет велико. Если кроме центральной опоры тележек предвидеть по концам скользящие пружинящие опоры, то тележки будут в известных пределах в зависимости от жесткости рессор в опорных подушках стеснены в своем перемещении в вертикальной плоскости, и условия работы будут приближаться к тому случаю, когда оси жестко располагаются в одной раме электровоза.

В США распространено жесткое сочленение тележек, допускающее только вращение одной тележки относительно другой в горизонтальной плоскости и установку в вертикальной плоскости одной тележки под углом относительно



Фиг. 227.



Фиг. 228.

другой. Относительные же перемещения их в вертикальной плоскости предусмотрены всего лишь на 7—10 мм с тем, чтобы только частые мелкие дрожания не передавать с одной тележки на другую, а все усилия, вызывающие вращение продольной оси тележки в вертикальной плоскости, таким образом, будут полностью передаваться с одной тележки на другую.

Можно отметить также упругую в вертикальном направлении передачу усилий с одной тележки на другую присоединением их в этом направлении при помощи рессор, как показано на фиг. 227.

Высота сочленения тележек оказывает также влияние на изменение нагрузок между осями. Пусть (фиг. 228) через сочленение тележек передается усилие K_1 , при чем сочленение располагается выше сцепки электровоза на величину e . Прикладываем к концу тележки две равные и противоположно направленные силы K_2 и K_3 , равные по абсолютной величине силе K_1 , в уровне сцепки. Влияние сочленения тележек выше уровня нормальных сцепных приборов, которыми электровоз сцепляется с вагонами, оценивается моментом $K_1 e$ как на передней, так и задней тележке, при чем этот момент, как это нетрудно видеть, вызывает дополнительную нагрузку средних осей электровоза за счет разгрузки крайних.

§ 36. Исследование коэффициента использования сцепного веса различных электровозов

В предыдущем параграфе мы привели общие соображения, позволяющие наметить наиболее удачное расположение моторов в отношении использования сцепного веса электровоза. Здесь мы приведем более подробное исследование изменения нагрузок на оси электровозов наиболее распространенных ходовых формул.

А. ЭЛЕКТРОВОЗ ТИПА $B_0—B_0$

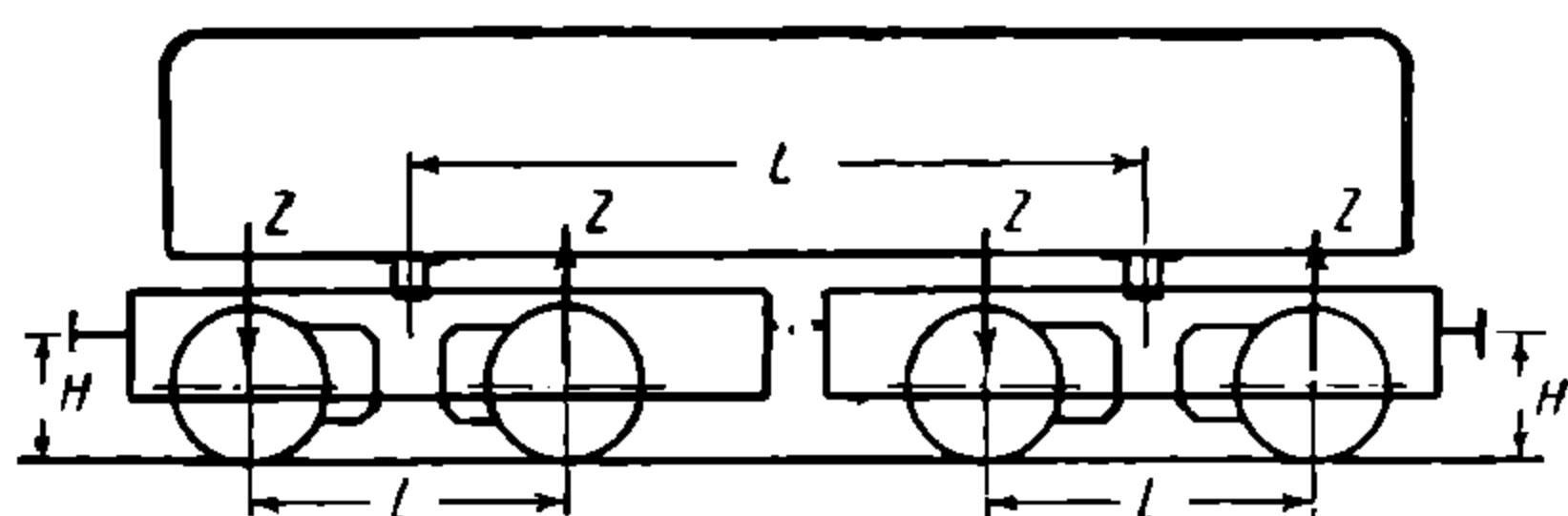
а) Электровоз ходовой формулы $B_0—B_0$ с несочлененными тележками, с упряжными приборами на тележечных рамах и передачей усилий с тележки на тележку через кузовную раму

Пусть моторы располагаются во внутрь тележки (фиг. 229). В этом случае на надрессорное строение будет действовать сила Z , направленная вниз над первой осью и вверх над второй осью в каждой тележке, а незарессоренная нагрузка Z' , передающаяся непосредственно на ось, будет иметь противоположное направление. Момент от зарессоренных нагрузок, действующих на надрессорное строение:

$$M_z = Zl.$$

Кроме того на надрессорное строение тележки действует сила тяги, развиваемая на ободу движущих колес, которая передается на кузов на высоте H' (на высоте шкворневой опоры) в виде момента M_1 ; этот момент равен у передней тележки:

$$M_1 = 2F_k H'.$$



Фиг. 229.

Таким образом общий момент, действующий на надрессорное строение передней тележки, будет:

$$M = M_z - M_1 = Zl - 2F_k H'$$

Изменение нагрузок на оси этой тележки найдется равным:

$$\Delta P' = \frac{M}{l} = Z - \frac{2F_k H'}{l} \quad (490)$$

при чем передняя ось разгружается на эту величину, задняя перегружается. Если учесть незарессоренные изменения нагрузок от реакции мотора Z' , то общее изменение нагрузок на оси передней тележки найдется равным:

$$\Delta P_1 = Z - Z' - \frac{2F_k H'}{l} = -\frac{2F_k H'}{l} \quad (491)$$

и точно так же

$$\Delta P_2 = \frac{2F_k H'}{l}. \quad (491')$$

В дальнейшем знак плюс (+) будет означать увеличение нагрузки оси и знак минус (—) — разгрузку оси.

На заднюю тележку действует момент от силы тяги, развивающийся в опорных точках колес этой тележки и передающийся непосредственно на крюк на высоте H , а также момент от силы тяги $2F_k$, которая от первой тележки передается через кузов второй тележке на высоте H' и через последнюю на крюк на высоте H ; этот момент равен $2F_k (H - H')$. Общий момент, действующий на надрессорное строение второй тележки, с учетом реакций мотора (сил Z) получим равным:

$$M = 2F_k H + 2F_k (H - H') - Zl = 2F_k (2H - H') - Zl.$$

Вызываемые этим моментом изменения нагрузок на оси задней тележки выразятся уравнением:

$$\Delta P'' = -\frac{M}{l} = Z - \frac{2F_k (2H - H')}{l}.$$

Общее изменение нагрузок с учетом непосредственно действующих на ось реакций моторов Z' получим для обеих осей задней тележки равным:

$$\Delta P_3 = -\frac{2F_k (2H - H')}{l} \quad (492)$$

и

$$\Delta P_4 = +\frac{2F_k (2H - H')}{l}. \quad (492')$$

Наивыгоднейшее использование сцепного веса для рассматриваемого типа электровоза будет иметь место в том случае, когда разгрузка передних осей обеих тележек будет одинакова, т. е. при

$$\Delta P_1 = \Delta P_3$$

или при

$$\frac{2F_k H'}{l} = \frac{2F_k (2H - H')}{l},$$

что даст $H = H'$. Таким образом, в случае несочлененных тележек и расположения упругих приборов на рамах тележек для наивыгоднейшего использования сцепного веса электровоза шкворни тележек следует располагать на высоте упругих приборов.

б) Электровоз $B_0 - B_0$ с несочлененными тележками и упругими приборами, расположенными на кузовной раме

Тяговое усилие, развиваемое в опорных точках колес, передается каждой тележкой через шкворень, расположенный на высоте H' , кузовной раме, на которой укреплены сцепные приборы на высоте H над головкой рельса (фиг. 230). На надрессорное строение каждой тележки действует момент от силы тяги, равный:

$$M_1 = 2F_k H'.$$

Реакция мотора в виде усилия Z , передающегося на надрессорное строение, вызывает изменение нагрузки на ось, которое полностью компенсируется реакцией мотора, действующей непосредственно (неподдрессоренно) на ось; таким образом, перераспределение нагрузок между осями одной тележки будет иметь место только от момента M_1 , и передняя ось каждой тележки разгрузится на величину:

$$\Delta P'_1 = \frac{M_1}{l} = \frac{2F_k H'}{l};$$

задняя перегрузится на ту же величину. Кроме того здесь имеет место перераспределение нагрузок между тележками вследствие того, что тяговое усилие на раму кузова передается через шкворни тележек на высоте H' , а сопротивление поезда приложено на высоте упругих приборов H . Обозначив расстояние между шкворнями через L , это изменение нагрузок на тележки найдем равным:

$$T = \frac{4F_k (H - H')}{L}.$$

Эта нагрузка снимается с передней тележки и передается на заднюю. Таким образом, оси передней тележки разгрузятся на величину:

$$\frac{T}{2} = \frac{2F_k (H - H')}{L};$$

оси задней тележки получают такую же дополнительную нагрузку.

Общее изменение нагрузок на оси выразится следующим образом (соответственно для четырех осей электровоза):

$$\Delta P_1 = -\frac{2F_k H'}{l} - \frac{2F_k (H - H')}{L} = -2F_k \left[\frac{H}{L} + \frac{H' (L - l)}{lL} \right]; \quad (493)$$

$$\Delta P_2 = \frac{2F_k H'}{l} - \frac{2F_k (H - H')}{L} = 2F_k \left[-\frac{H}{L} + \frac{H' (L + l)}{lL} \right]; \quad (493')$$

$$\Delta P_3 = -\frac{2F_k H'}{l} + \frac{2F_k (H - H')}{L} = -2F_k \left[\frac{H}{L} + \frac{H' (l + L)}{lL} \right]; \quad (493'')$$

$$\Delta P_4 = \frac{2F_k H'}{l} + \frac{2F_k (H - H')}{L} = 2F_k \left[\frac{H}{L} + \frac{H' (L - l)}{lL} \right]. \quad (493''')$$

Наибольшей разгрузке подвергается передняя ось передней тележки, поэтому следует стремиться к возможно меньшей разгрузке ее. С этой целью следует уменьшать H' , т. е. опускать возможно ниже шкворневые опоры.

в) Электровоз $B_0 + B_0$ с сочлененными тележками и упряжными приборами на рамах тележки

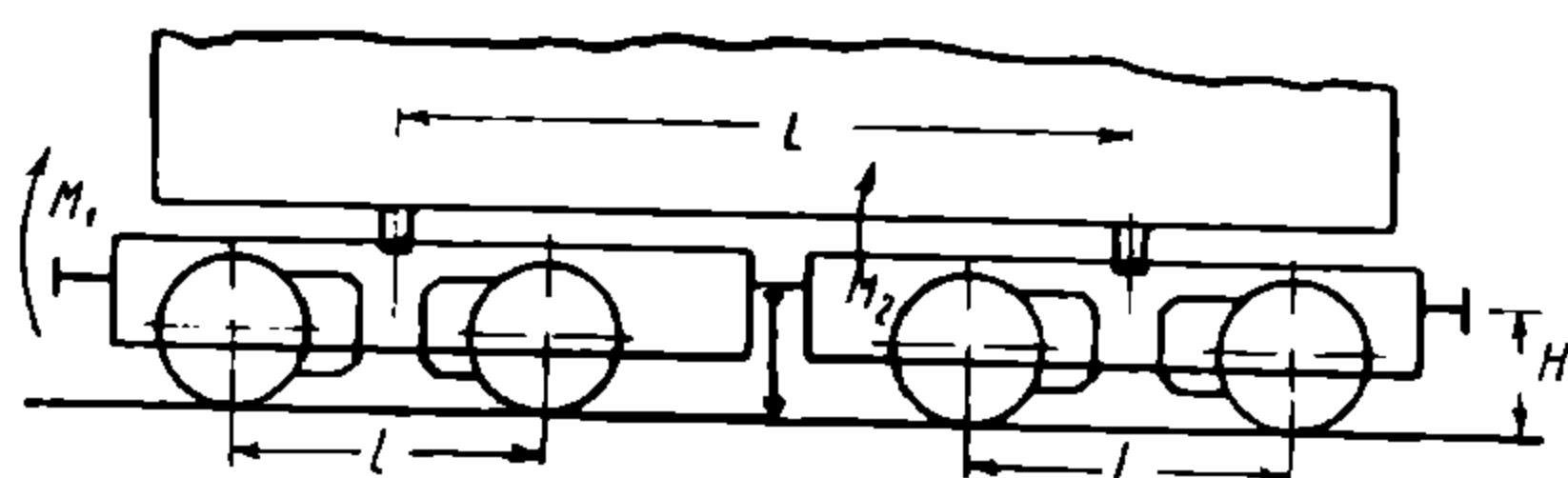
Пусть сочленение может передавать только горизонтальные усилия; тогда при высоте сочленения H' момент от силы тяги, действующий на переднюю тележку, будет (фиг. 231):

$$M_1 = 2F_k H',$$

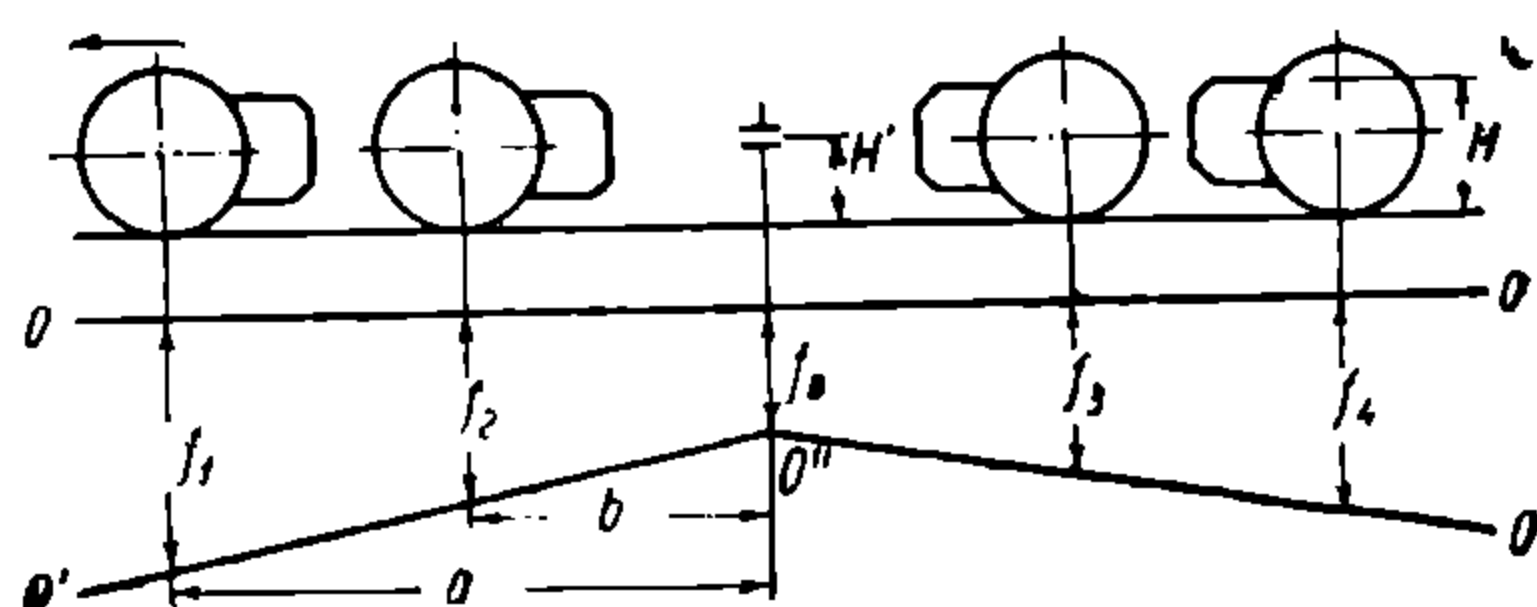
а на заднюю тележку:

$$M_2 = 2F_k H + 2F_k (H - H') = 2F_k (2H - H').$$

Реакция мотора, действующая на надрессорное строение, в отношении изменения нагрузки на ось полностью компенсируется реакцией мотора, действующей непосредственно на ось; таким образом, изменение нагрузок на оси



Фиг. 231.



Фиг. 232.

происходит только под влиянием указанных выше моментов M_1 и M_2 . Соответственно для четырех осей получим следующие изменения нагрузок:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_1 &= -\frac{M_1}{l} = -\frac{2F_k H'}{l}; & \Delta P_2 &= \frac{2F_k H'}{l} \\ \Delta P_3 &= -\frac{M_2}{l} = -\frac{2F_k (2H - H')}{l}; & \Delta P_4 &= \frac{M_2}{l} = \frac{2F_k (2H - H')}{l}. \end{aligned} \right\} \quad (494)$$

При $H' < H$ наибольшей разгрузке подвергается передняя ось второй тележки, а при $H' > H$ — передняя ось первой тележки; наивыгоднейшее использование сцепного веса будет при $H = H'$, когда

$$\Delta P_1 = \Delta P_3 = -\frac{2F_k H}{l} \quad (495)$$

Пусть теперь у сочлененного электровоза *моторы располагаются носиками к сочленению и сочленение передает кроме горизонтальных усилий также и вертикальные*. Предположим, что под влиянием тех же моментов M_1 и M_2 тележки займут такое положение, когда сочленение опустится на f_0 (фиг. 232), и их продольные оси будут направлены по $O'O''O'$. Здесь силы реакции моторов, действующие на надрессорное строение тележек, Z не компенсируются реакцией моторов Z' , действующих незарессоренно непосредственно на ось, и их влияние мы должны подсчитать вместе с влиянием моментов от силы тяги M_1 и M_2 .

Обозначая расстояние крайних осей до сочленения тележек через a и средних через b , изменения прогиба рессор осей через f_1, f_2, f_3, f_4 и опускание сочленения через f_0 (мы предполагаем, что все рессоры получили дополнительный прогиб, тогда оси получают увеличение нагрузки, и поэтому знак минус будет обозначать разгрузку осей); далее, обозначая коэффициент жесткости рессор, который мы примем одинаковым для всех осей, через k , уравнения

моментов, действующих на наддрессорное строение первой и второй тележек, напишем в виде:

$$2F_k H' + \Delta P_1' a + \Delta P_2' b - Z(a + b) = 0 \quad (496)$$

и

$$2F_k (2H - H') - \Delta P_3' b - \Delta P_4' a - Z(a + b) = 0. \quad (497)$$

Поскольку общая сумма нагрузок осей не меняется, имеем:

$$\Delta P_1' + \Delta P_2' + \Delta P_3' + \Delta P_4' = 0. \quad (498)$$

Из фиг. 232 мы можем вывести следующее соотношение между прогибами рессор:

$$\frac{f_1 - f_0}{f_2 - f_0} = \frac{f_4 - f_0}{f_3 - f_0} = \frac{a}{b},$$

откуда

$$-f_1 b + f_2 a - f_3 a + f_4 b = 0.$$

Умножив это уравнение на \mathcal{K} , получим:

$$-f_1 b \mathcal{K} + f_2 a \mathcal{K} - f_3 a \mathcal{K} + f_4 b \mathcal{K} = 0. \quad (499)$$

Но так как прогибы рессор, умноженные на жесткости рессор, дают изменения зарессоренных нагрузок на оси, т. е. $f_1 \mathcal{K} = \Delta P_1'$, $f_2 \mathcal{K} = \Delta P_2'$ и т. д., то уравнение (499) перепишется в виде:

$$-\Delta P_1' b + \Delta P_2' a - \Delta P_3' a + \Delta P_4' b = 0. \quad (500)$$

Из четырех уравнений (496), (497), (498) и (500) определяем изменения зарессоренных нагрузок на оси:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_1' &= \frac{2F_k(H-H')}{a-b} - \frac{2aF_k H}{a^2+b^2} + \frac{Za(a+b)}{a^2+b^2}; \\ \Delta P_2' &= -\frac{2F_k(H-H')}{a-b} - \frac{2bF_k H}{a^2+b^2} + \frac{Zb(a+b)}{a^2+b^2}; \\ \Delta P_3' &= -\frac{2F_k(H-H')}{a-b} + \frac{2bF_k H}{a^2+b^2} - \frac{Zb(a+b)}{a^2+b^2}; \\ \Delta P_4' &= \frac{2F_k(H-H')}{a-b} + \frac{2aF_k H}{a^2+b^2} - \frac{Za(a+b)}{a^2+b^2}. \end{aligned} \right\} \quad (501)$$

Кроме того на оси действуют непосредственно от мотора незарессоренные усилия:

$$Z' = Z.$$

Таким образом, полное изменение нагрузок на оси будет равно:

$$\Delta P_1 = \Delta P_1' - Z' = \frac{2F_k(H-H')}{a-b} - \frac{2F_k H a}{a^2+b^2} + \frac{Zb(a-b)}{a^2+b^2}, \quad (502)$$

$$\Delta P_2 = \Delta P_2' - Z' = -\frac{2F_k(H-H')}{a-b} - \frac{2F_k H b}{a^2+b^2} - \frac{Za(a-b)}{a^2+b^2}, \quad (503)$$

$$\Delta P_3 = \Delta P_3' - Z' = -\frac{2F_k(H-H')}{a-b} + \frac{2F_k H b}{a^2+b^2} + \frac{Za(a-b)}{a^2+b^2}, \quad (504)$$

$$\Delta P_4 = \Delta P_4' - Z' = \frac{2F_k(H-H')}{a-b} + \frac{2F_k H a}{a^2+b^2} - \frac{Zb(a-b)}{a^2+b^2}. \quad (505)$$

Поскольку $a > b$, последние члены $\frac{Za(a-b)}{a^2+b^2}$ и $\frac{Zb(a-b)}{a^2+b^2}$ имеют положи-

тельную величину; следовательно наибольшей разгрузке подвергается вторая ось. Для того чтобы эту разгрузку уменьшить, т. е. получить максимальный коэффициент использования сцепного веса, необходимо иметь по крайней мере

$H = H'$, т. е. сочленение на высоте упругих приборов. В этом случае будем иметь:

$$\Delta P_1 = - \frac{2F_k H a}{a^2 + b^2} + \frac{Zb(a - b)}{a^2 + b^2}, \tag{502'}$$

$$\Delta P_2 = - \frac{2F_k H b}{a^2 + b^2} - \frac{Za(a - b)}{a^2 + b^2}, \tag{503'}$$

$$\Delta P_3 = \frac{2F_k H b}{a^2 + b^2} + \frac{Za(a - b)}{a^2 + b^2}, \tag{504'}$$

$$\Delta P_4 = \frac{2F_k H a}{a^2 + b^2} - \frac{Zb(a - b)}{a^2 + b^2}. \tag{505'}$$

Теоретически наивыгоднейшая высота сочленения получится в том случае, если $\Delta P_1 = \Delta P_2$, что из уравнений (502) и (503) дает:

$$\begin{aligned} \frac{2F_k (H - H')}{a - b} - \frac{2F_k H a}{a^2 + b^2} + \frac{Zb(a - b)}{a^2 + b^2} = - \frac{2F_k (H - H')}{a - b} - \\ - \frac{2F_k H b}{a^2 + b^2} - \frac{Za(a - b)}{a^2 + b^2}, \end{aligned}$$

откуда находим наивыгоднейшую высоту сочленения H' :

$$H' = \left[1 - \frac{(a - b)^2}{2(a^2 + b^2)} \right] H + \frac{Z(a^2 - b^2)(a - b)}{4F_k(a^2 + b^2)} \tag{506}$$

или, учитывая, что

$$Z = \frac{F_k D_k}{2l},$$

получим:

$$H' = \left[1 - \frac{(a - b)^2}{2(a^2 + b^2)} \right] H + \frac{D_k}{8l} \cdot \frac{(a^2 - b^2)(a - b)}{a^2 + b^2}. \tag{506'}$$

Отсюда мы видим, что наивыгоднейшая высота сочленения может быть установлена независимо от силы тяги, развиваемой электровозом.

Для частного случая, при $F_k = 4,5 \text{ т}$, $b = 2 \text{ м}$, $a = 4,5 \text{ м}$, $Z = 2,4 \text{ т}$ наивыгоднейшая высота сочленения:

$$\begin{aligned} H' &= \left[1 - \frac{(4,5 - 2)^2}{2(4,5^2 + 2^2)} \right] H + \frac{2,4}{4 \cdot 4,5} \cdot \frac{(4,5^2 - 2^2)(4,5 - 2)}{4,5^2 + 2^2} = \\ &= 0,872H + 0,222 = 1,138 \text{ м}. \end{aligned}$$

Для силы тяги $F_k = 4,5 \text{ т}$ получим следующие величины изменения нагрузок при различной высоте сочленения, подсчитанные по формулам (502)–(505) для $H' = 1\,050 \text{ мм}$ и $H' = 1\,138 \text{ мм}$ (табл. 48):

Таблица 48
Изменение нагрузок осей электровоза $B_0 + B_0$ при рессорном подвешивании (по фиг. 232)

F_k Сила тяги в кг	H	Изменение нагрузок на оси ΔP				Коэффициент использования сцепного веса η при $P = 20 \text{ т}$
		I	II	III	IV	
4 500	1 050 наивыгодн.	– 1 255	– 1 890	+ 1 890	+ 1 255	90,5%
4 500	1 138	– 1 572	– 1 572	+ 1 572	+ 1 572	92,1%

Рассмотрим теперь тот же электровоз, но с зазором в сочленении (фиг. 233). Для этого случая мы имеем те же уравнения моментов [см. уравнения (496) и (497)]:

$$2F_k H' + \Delta P_1' a + \Delta P_2' b - Z(a + b) = 0$$

и

$$2F_k (2H - H') - \Delta P_3' b - \Delta P_4' a - Z(a + b) = 0$$

и уравнение

$$\Delta P_1' + \Delta P_2' + \Delta P_3' + \Delta P_4' = 0$$

[см. уравнение (498)].

Пусть наддрессорное строение обеих тележек займет положение, изображенное на фиг. 233.

Из фиг. 233 мы можем вывести следующее соотношение между прогибами рессор в случае зазора в сочленении, равного h в каждую сторону:

$$\frac{f_1 - f_0 - h}{f_2 - f_0 - h} = \frac{f_4 - f_0}{f_3 - f_0} = \frac{a}{b},$$

откуда

$$-f_1 b + f_2 a - f_3 a + f_4 b - h(a - b) = 0.$$

Умножая все уравнения на общий коэффициент жесткости рессор \mathcal{K} и заменяя $f_1 \mathcal{K} = \Delta P_1'$; $f_2 \mathcal{K} = \Delta P_2'$ и т. д., получим:

$$-\Delta P_1' b + \Delta P_2' a - \Delta P_3' a + \Delta P_4' b - \mathcal{K}h(a - b) = 0. \quad (507)$$

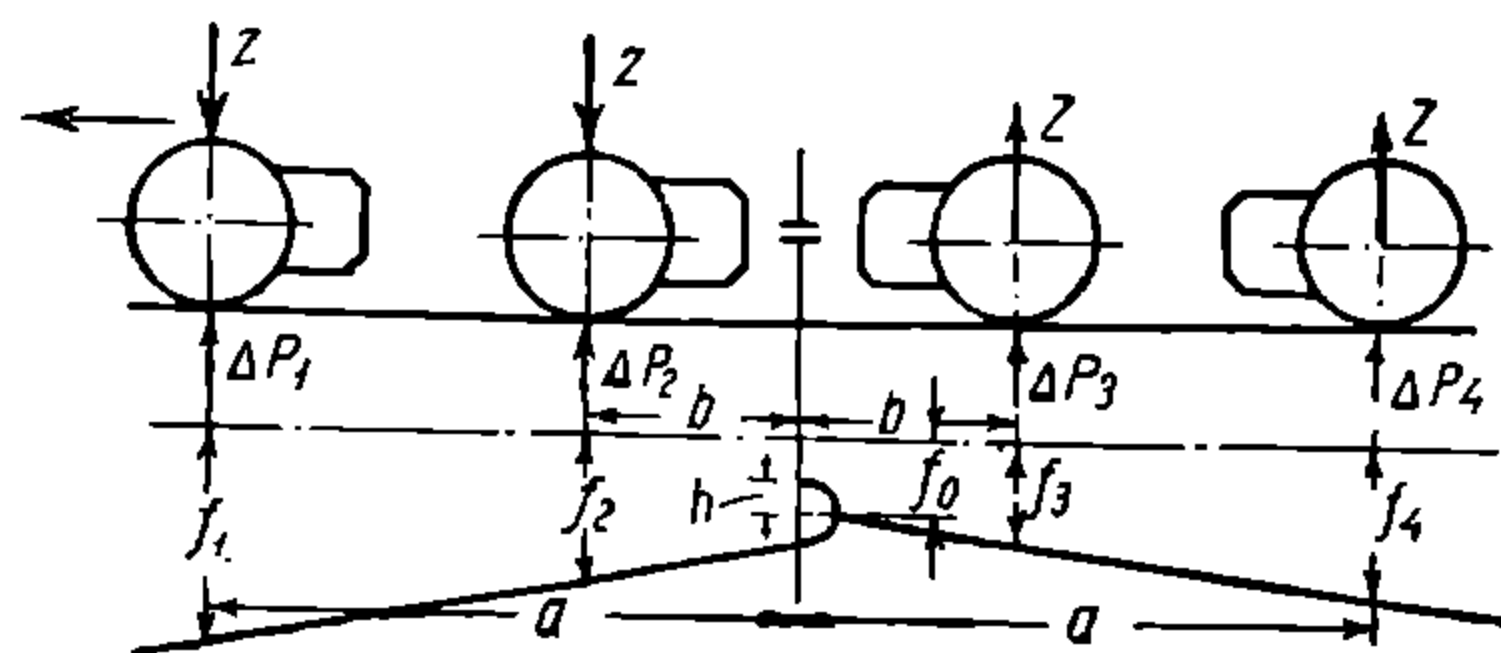
Решение уравнений (496), (497), (498) и (507) дает:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_1' &= \frac{2F_k (H - H')}{a - b} - \frac{2aF_k H}{a^2 + b^2} + \frac{Za(a + b)}{a^2 + b^2} - \frac{h\mathcal{K}b(a - b)}{2(a^2 + b^2)}; \\ \Delta P_2' &= -\frac{2F_k (H - H')}{a - b} - \frac{2bF_k H}{a^2 + b^2} + \frac{Zb(a + b)}{a^2 + b^2} + \frac{h\mathcal{K}a(a - b)}{2(a^2 + b^2)}; \\ \Delta P_3' &= -\frac{2F_k (H - H')}{a - b} + \frac{2bF_k H}{a^2 + b^2} - \frac{Zb(a + b)}{a^2 + b^2} - \frac{h\mathcal{K}a(a - b)}{2(a^2 + b^2)}; \\ \Delta P_4' &= \frac{2F_k (H - H')}{a - b} + \frac{2aF_k H}{a^2 + b^2} - \frac{Za(a + b)}{a^2 + b^2} + \frac{h\mathcal{K}b(a - b)}{2(a^2 + b^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (508)$$

Учитывая незарессоренную нагрузку на ось $Z' = -Z$, получим:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_1 &= \frac{2F_k (H - H')}{a - b} - \frac{2F_k H a}{a^2 + b^2} + \frac{Zb(a - b)}{a^2 + b^2} - \frac{h\mathcal{K}b(a - b)}{2(a^2 + b^2)}; \\ \Delta P_2 &= -\frac{2F_k (H - H')}{a - b} - \frac{2F_k H b}{a^2 + b^2} - \frac{Za(a - b)}{a^2 + b^2} + \frac{h\mathcal{K}a(a - b)}{2(a^2 + b^2)}; \\ \Delta P_3 &= -\frac{2F_k (H - H')}{a - b} + \frac{2F_k H b}{a^2 + b^2} + \frac{Za(a - b)}{a^2 + b^2} - \frac{h\mathcal{K}a(a - b)}{2(a^2 + b^2)}; \\ \Delta P_4 &= \frac{2F_k (H - H')}{a - b} + \frac{2F_k H a}{a^2 + b^2} - \frac{Zb(a - b)}{a^2 + b^2} + \frac{h\mathcal{K}b(a - b)}{2(a^2 + b^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (509)$$

Наивыгоднейшее использование сцепного веса будет иметь место при $\Delta P_1 = \Delta P_2$, т. е. при:



Фиг. 233.

$$\frac{2F_k (H - H')}{a - b} - \frac{2F_k H a}{a^2 + b^2} + \frac{Zb(a - b)}{a^2 + b^2} - \frac{h\mathcal{M}b(a - b)}{2(a^2 + b^2)} =$$

$$= -\frac{2F_k (H - H')}{a - b} - \frac{2F_k H b}{a^2 + b^2} - \frac{Za(a - b)}{a^2 + b^2} + \frac{h\mathcal{M}a(a - b)}{2(a^2 + b^2)},$$

откуда

$$H' = H - \frac{(a - b)^2}{2(a^2 + b^2)} \cdot H + \frac{a - b}{4F_k} \cdot \frac{Z(a^2 - b^2)}{a^2 + b^2} - \frac{h\mathcal{M}(a^2 - b^2)(a - b)}{2(a^2 + b^2) \cdot 4F_k}.$$

Величина Z пропорциональна силе тяги, а именно:

$$Z = \frac{F_k D_k}{2l}$$

Подставляя значение Z в это уравнение, мы получим:

$$H' = H - \frac{(a - b)^2}{2(a^2 + b^2)} \cdot H + \frac{a - b}{4} \cdot \frac{D_k}{2l} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} - \frac{h\mathcal{M}(a^2 - b^2)(a - b)}{8F_k(a^2 + b^2)}. \quad (510)$$

Из этого уравнения видно, что наивыгоднейшая высота сочленения может быть найдена только для определенной величины силы тяги.

Для ранее рассмотренного электровоза при $a = 4,5$ м, $b = 2$ м, $\mathcal{M} = 200$ кг/мм и $h = 10$ мм наивыгоднейшая высота сочленения получится равной:

$$H' = H - \frac{(4,5 - 2)^2}{2(4,5^2 + 2^2)} \cdot H + \frac{4,5 - 2}{4} \cdot \frac{1,2}{2 \cdot 1,13} \cdot \frac{4,5^2 - 2^2}{4,5^2 + 2^2} - \frac{h}{F_k} \cdot \frac{200(4,5^2 - 2^2)(4,5 - 2)}{8 \cdot (4,5^2 + 2^2)} =$$

$$= 0,872H + 0,222 - \frac{h}{F_k} 0,0419 = 1,138 - \frac{h}{F_k} \cdot 0,0419,$$

где h выражено в миллиметрах и F_k — в тоннах.

Ниже приведена табл. 49 разгрузок осей при различной высоте сочленения и при силе тяги $F_k = 4,5$ т для электровоза с игрой в сочленении $h = 10$ мм.

Таблица 49

Коэффициент использования сцепного веса электровоза $B^0 + B_0$ (по фиг. 233)

Сила тяги F_k в кг	h	Высота сочленения H'	Изменение нагрузок				Коэффициент использования сцепного веса η при $P = 20$ т
			ΔP_1	ΔP_2	ΔP_3	ΔP_4	
4 500	10	0,900 наивыгодн.	— 921	— 1 967	887	2 001	90,1%
4 500	10	1,045	— 1 444	— 1 444	+ 1 444	+ 1 444	92,8%
4 500	10	1,200	— 2 001	— 887	+ 1 967	+ 921	90,0%

Если все движущие оси каждой тележки сбалансировать, то тележки окажутся неустойчивыми, и под кузовом придется ставить добавочные боковые упругие опоры, как показано на фиг. 234.

Моменты от силы тяги F_k , действующие на каждую тележку, будут равны:

$$M_1 = 2F_k H' \text{ и } M_2 = 2F_k (2H - H').$$

Кроме того на надрессорное строение у первой тележки действуют усилия от реакции мотора Z , направленные вниз, а у второй тележки — направленные вверх.

Обозначим изменение нагрузок упругих опор под влиянием сил Z через R'_1 и R'_2 , а для неупругих опор — через S'_1 и S'_2 (принятое направление их показано на фиг. 235).

Благодаря соединению рессор балансирами изменения зарессоренных нагрузок на оси у каждой тележки будут одинаковы, а у обеих тележек равны по абсолютной величине и противоположны по знаку.

Момент внешних сил каждой тележки по отношению к сочленению дает следующие уравнения:

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} S'_1 s - R'_1 r + Z(a + b) - \Delta P'(a + b) &= 0 \\ S'_2 s - R'_2 r - \Delta P'(a + b) + Z(a + b) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (511)$$

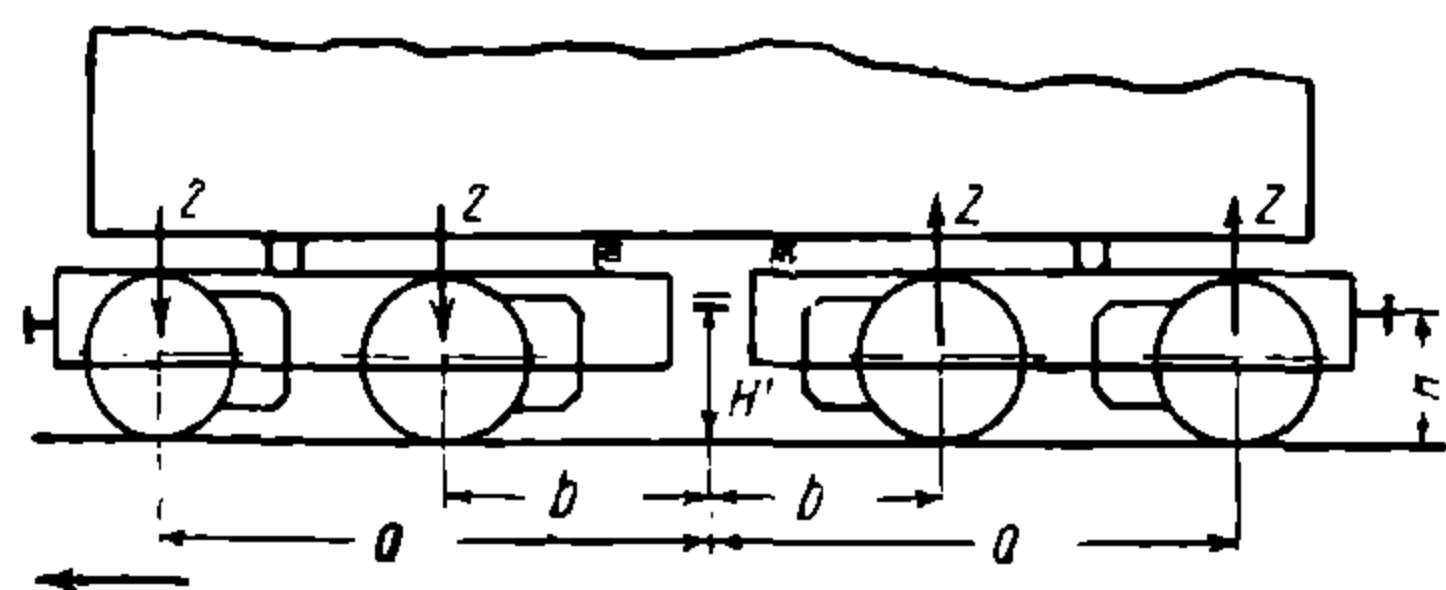
где s и r — расстояния неупругой и упругой опоры до сочленения, a и b — расстояния крайней и средней осей до сочленения и $\Delta P'$ — изменение нагрузок на оси, вызванное силами Z . Кроме того мы имеем уравнения проекций сил на вертикальную ось:

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} S'_1 - R'_1 + 2Z - 2\Delta P' - T &= 0 \\ S'_2 - R'_2 - 2Z + 2\Delta P' + T &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (512)$$

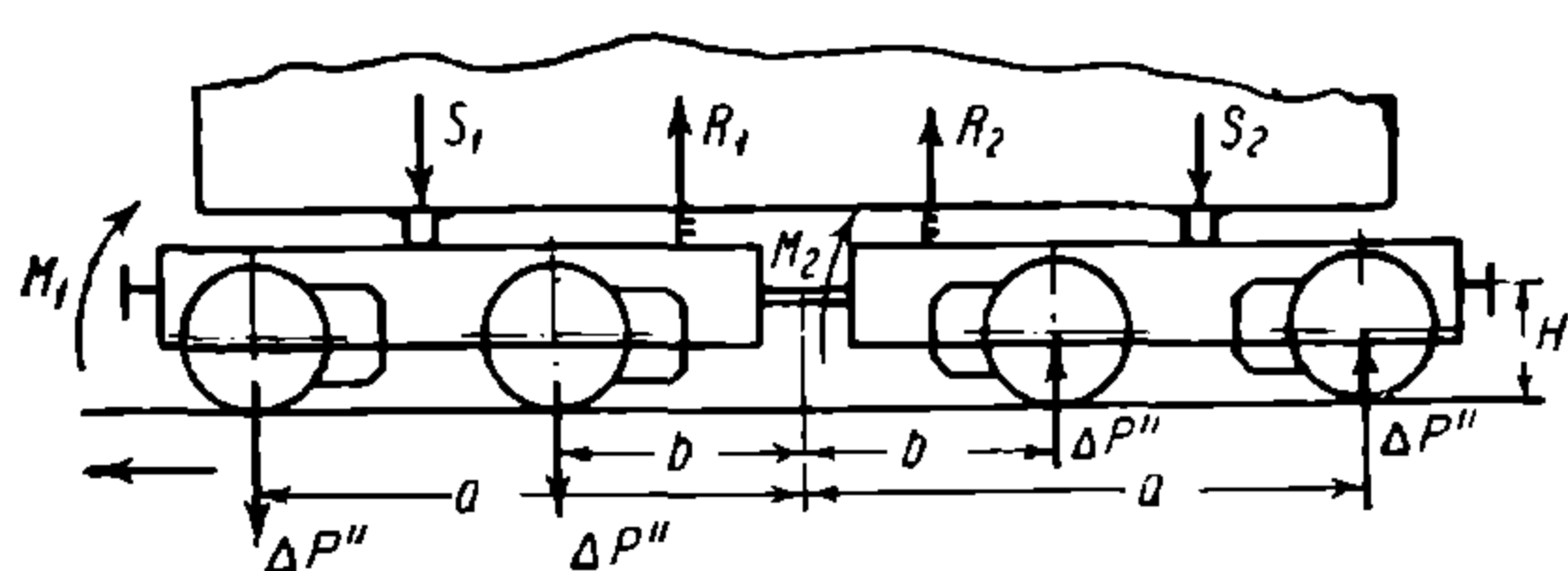
где T — усилие в сочленении.

Оба уравнения дают:

$$S'_1 + S'_2 = R'_1 + R'_2. \quad (513)$$



Фиг. 234.



Фиг. 235.

Если в вертикальном направлении сочленение не имеет зазора, то деформации рессор упругих опор будут одинаковы, а следовательно и $R'_1 = R'_2$; при этом условии также и $S'_1 = S'_2$. Тогда из уравнений (511) и (512) находим:

$$\Delta P' = Z.$$

Другими словами, от реакции мотора Z , действующей на надрессорное строение, оси получают изменение зарессоренных нагрузок, равное усилию Z , и так как одновременно действует непосредственно на ось реакция мотора Z' в противоположном направлении, то от совокупного действия зарессоренной и незарессоренной реакций мотора с трамвайной подвеской ось не меняет своей нагрузки; остается выяснить лишь влияние моментов:

$$M_1 = 2F_k H' \text{ и } M_2 = 2F_k (2H - H'),$$

действующих соответственно на переднюю и заднюю тележки (фиг. 235).

Обозначим изменение нагрузок осей, вызванное действием моментов M_1 и M_2 , через $\Delta P''$; у осей каждой тележки они будут одинаковы и противоположны на разных тележках, так как сумма изменений зарессоренных нагрузок должна быть равна нулю. Здесь мы также можем считать равными изменения реакции опор под влиянием моментов M_1 и M_2 :

$$R_1'' = R_2'' = R'' \text{ и } S_1'' = S_2'' = S''.$$

Принятое направление этих сил и реакций рельса от изменения нагрузки осей показано на фиг. 235.

Тогда уравнения моментов для каждой тележки относительно сочленения напишутся в виде:

$$M_1 - \Delta P''(a + b) - S''s + R''r = 0 \quad (514)$$

и

$$M_2 - \Delta P''(a + b) + S''s - R''r = 0, \quad (515)$$

откуда находим:

$$2 \Delta P'' (a + b) = M_1 + M_2,$$

или, заменяя M_1 и M_2 их значениями, получим:

$$\Delta P'' = \frac{2 F_k H}{a + b}$$

Таким образом, изменение нагрузок при рассматриваемом рессорном подвешивании не зависит от высоты сочленения.

Для нахождения реакции опор из тех же уравнений (514) и (515) имеем:

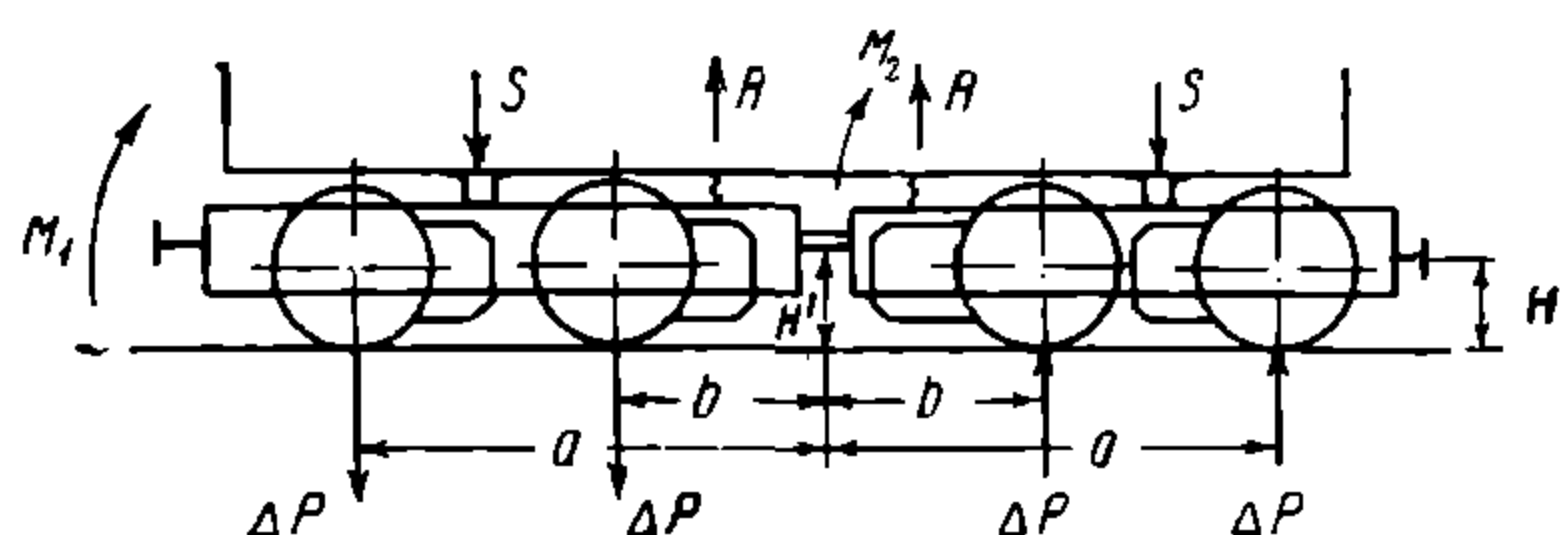
$$S'' s - R'' r = \frac{M_1 - M_2}{2}$$

или, поскольку $|S''| = |R''|$, имеем:

$$S'' = R'' = \frac{M_1 - M_2}{2(s - r)}.$$

Определим разгрузку осей ранее рассмотренного электровоза, у которого $a = 4,5$ м и $b = 2$ м при силе тяги $F_k = 4,5$ т:

$$\Delta P'' = \frac{2 F_k H}{a + b} = \frac{2 \cdot 4,5}{4,5 + 2} 1,05 = 1,454 \text{ т.}$$



Фиг. 236.

При нагрузке на ось в 22 т это дает коэффициент использования сцепного веса:

$$\eta = \frac{20 - 1,454}{20} 100 = 92,7\%.$$

Не трудно показать, что при сбалансированных рессорах смешанное расположение моторов, т. е. у одних осей, спереди, а у других сзади оси, дает малый

коэффициент использования сцепного веса. Действительно, вследствие того, что оси сбалансированы, изменение зарессоренной нагрузки осей одной тележки будет одинаково, а на осях разных тележек изменения их нагрузок будут иметь различный знак, но будут равны по абсолютной величине; однако так как на оси также непосредственно действует от мотора усилие Z' , то разгрузка осей будет не меньше, чем на величину Z' .

Определим для этого случая изменение зарессоренных нагрузок ΔP от одновременного действия моментов M_1 и M_2 и сил Z , образующих пару сил с плечом $(a - b)$ (фиг. 236).

Обозначая попрежнему изменение нагрузок упругих опор через $R_1 = R_2 = R$ и неупругих через $S_1 = S_2 = S$ и их расстояние до сочленения через r и s , уравнения моментов обеих тележек относительно сочленения напомним в виде:

$$M_1 - Z(a - b) - \Delta P'(a + b) - Ss + Rr = 0 \quad (516)$$

и

$$M_2 - Z(a - b) - \Delta P'(a + b) + Ss - Rr = 0, \quad (517)$$

откуда

$$\Delta P' = \frac{M_1 + M_2}{2(a + b)} - Z \frac{(a - b)}{2(a + b)} = \frac{2 F_k H}{a + b} - \frac{Z}{2} \frac{a - b}{a + b}. \quad (518)$$

Для рассматриваемого электровоза изменение зарессоренных нагрузок при $a = 4,5$ м, $b = 2$ м и $F_k = 4,5$ т будет равно:

$$\Delta P' = \frac{2 \cdot 4,5 \cdot 1,05}{4,5 + 2} - \frac{2,4(4,5 - 2)}{2(4,5 + 2)} = 0,99 \text{ т.}$$

К этой разгрузке прибавляется разгрузка усилием $Z' = 2,4$ т, непосредственно действующим на ось; таким образом, изменения нагрузок выразятся величинами, данными на табл. 50.

Изменение нагрузок осей электровоза $B_0 + B_0$ (по фиг. 236)

№ о с е й	1	2	3	4	Коэффициент использо- вания сцепного веса η
Изменение зарессоренных нагрузок .	— 990	— 990	+ 990	+ 990	—
Изменение незарессоренных нагруз- зок .	—2 400	+2 400	—2 400	+2 400	—
Общее изменение нагрузок .	—3 390	+1 410	—1 410	+3 390	83,5%

Исследование различного расположения моторов и рессорного подвешивания электровозов с двумя двухосными движущими тележками дает нам основания установить следующее.

При расположении моторов носиками к шкворневой балке коэффициент использования сцепного веса получается очень низким как при несочлененных тележках с упряжными приборами на тележечных рамах с передачей усилий между тележками через кузов, так и при сочлененных тележках, передающих усилие с тележки на тележку через сочленение без участия кузова. В обоих случаях теоретически наибольший коэффициент использования сцепного веса получается соответственно разгрузке оси, равной наивыгоднейшему значению $\Delta P = \frac{2 F_k H}{l}$, где l — база тележки; однако в первом случае это имеет место при условии расположения шкворня на высоте упряжных приборов, а во втором случае — при расположении сочленения на высоте упряжных приборов. Практически, если принять базу тележки $l = 2,7$ м (минимальная по расположению моторов ДПЭ 340), то разгрузка оси при $F_k = 4,5$ т будет равна:

$$\Delta P = \frac{2 \cdot 4,5 \cdot 1,05}{2,7} = 3,5 \text{ т},$$

что при нагрузке на ось $P = 20$ т дает коэффициент использования сцепного веса:

$$\eta = \frac{20 - 3,5}{20} \cdot 100 = 82,5\%.$$

В том случае, когда упряжные приборы располагаются на кузове, коэффициент использования сцепного веса зависит не только от высоты шкворня H' и от базы тележки l , но и от расстояния между шкворнями L , и тогда для увеличения коэффициента использования сцепного веса необходимо опускать шкворневую опору возможно ниже.

Пусть у электровоза с диаметром колес $D_k = 1\,200$ м пята находится на высоте упряжных приборов.

Примем базу тележки $l = 2,7$ м, а расстояние между шкворнями $L = 6,3$ м. Тогда наибольшая разгрузка оси будет равна:

$$\Delta P = -2 F_k \left[\frac{H}{L} + \frac{H' (L - l)}{l L} \right] = -2 \cdot 4,5 \left[\frac{1,05}{6,3} + \frac{1,05 (6,3 - 2,7)}{2,7 \cdot 6,3} \right] = -3,5 \text{ т},$$

что дает коэффициент использования сцепного веса:

$$\eta = \frac{20 - 3,5}{20} \cdot 100 = 82,5\%.$$

При расположении пяты на высоте колесных центров ($H' = 0,6 \text{ м}$) максимальную разгрузку оси найдем равной:

$$\Delta P = -2 \cdot 4,5 \left[\frac{1,05}{6,3} + \frac{0,6(6,3 - 2,7)}{2,7 \cdot 6,3} \right] = -2,63 \text{ т}$$

и

$$\eta = \frac{20 - 2,63}{20} \cdot 100 = 86,8\%$$

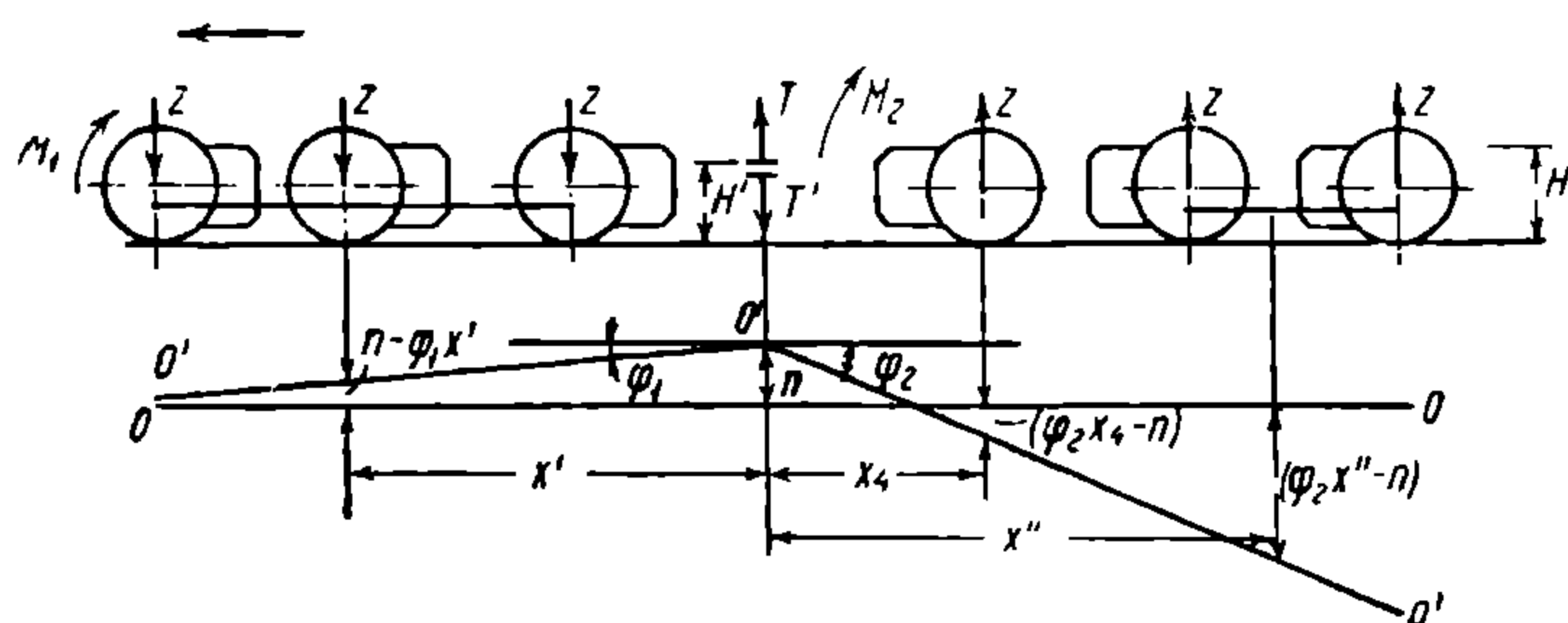
В том случае, когда моторы располагаются своими носиками к сочленению, коэффициент использования сцепного веса получается значительно выше, а именно: при несбалансированных осях и отсутствии игры в сочленении при наивыгоднейшей высоте сочленения $\eta = 92,1\%$ и при наличии игры в сочленении $\eta = 92,8\%$. Игра в сочленении позволяет уменьшить усилие, передаваемое задней тележкой на переднюю; при этом улучшается использование сцепного веса. При сбалансировании же осей и применении кроме центральной опоры также боковых упругих опор коэффициент использования сцепного веса не зависит от высоты сочленения и равен $\eta = 93,1\%$.

Применение же при этом рессорном подвешивании расположения обоих моторов носиком к шкворневой балке дает $\eta = 83,5\%$.

Б. ЭЛЕКТРОВОЗ ТИПА $C_0 + C_0$

а) Рассмотрим несимметричный тип подвешивания электровоза, изображенный на фиг. 237, у которого все три оси передней тележки сбалансированы, а у задней тележки сбалансированы две оси V и VI .

Вместо трех рессор сбалансированных осей передней тележки будем рассматривать одну фиктивную рессору с коэффициентом жесткости $\mathcal{K}' = \mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_3$,



Фиг. 237.

расстояние которой до сочленения обозначим через x' ; коэффициент жесткости оси IV и ее расстояние до сочленения обозначим соответственно через \mathcal{K}_4 и x_4 , наконец коэффициент жесткости фиктивной рессоры, заменяющей рессоры осей V и VI , и расстояние ее до сочленения обозначим соответственно через

$\mathcal{K}'' = \mathcal{K}_5 + \mathcal{K}_6$ и x'' . Предположим, что продольные оси обеих тележек под влиянием момента:

$$M_1 = 3 F_k H', \quad (519)$$

действующего на переднюю тележку, и момента:

$$M_2 = 3 F_k (2H - H'), \quad (520)$$

действующего на заднюю тележку, займут положение $O' O'' O'$. Обозначим углы наклона продольной оси передней и задней тележек соответственно через φ_1 и φ_2 и поднятие сочленения тележек — через n .

Абсолютные величины изменения нагрузок $\Delta P'$ на фиктивную рессору передней тележки, ΔP_4 — на рессору четвертой оси и $\Delta P''$ — на фиктивную рессору задней тележки мы сможем выразить следующим образом:

$$\Delta P' = \mathcal{K}' (n - \varphi x'),$$

$$\Delta P_4 = \mathcal{K}_4 (\varphi_2 x_4 - n)$$

и

$$\Delta P'' = \mathcal{K}'' (x'' \varphi_2 - n).$$

Направление действия усилий $\Delta P'$, ΔP_4 и $\Delta P''$ определяется из принятого нами положения продольных осей обеих тележек, а именно: оси передней тележки разгружаются, а задней—перегружаются; поэтому, если при определении изменений нагрузок получим отрицательные величины, это будет обозначать, что усилие действует в обратном направлении по отношению к принятому нами.

Уравнение моментов всех внешних сил, действующих на надрессорное строение передней тележки, относительно сочленения напишется в виде:

$$M_1 - \mathcal{K}'(n - \varphi_1 x')x' = 0 \quad (521)$$

и задней тележки в виде:

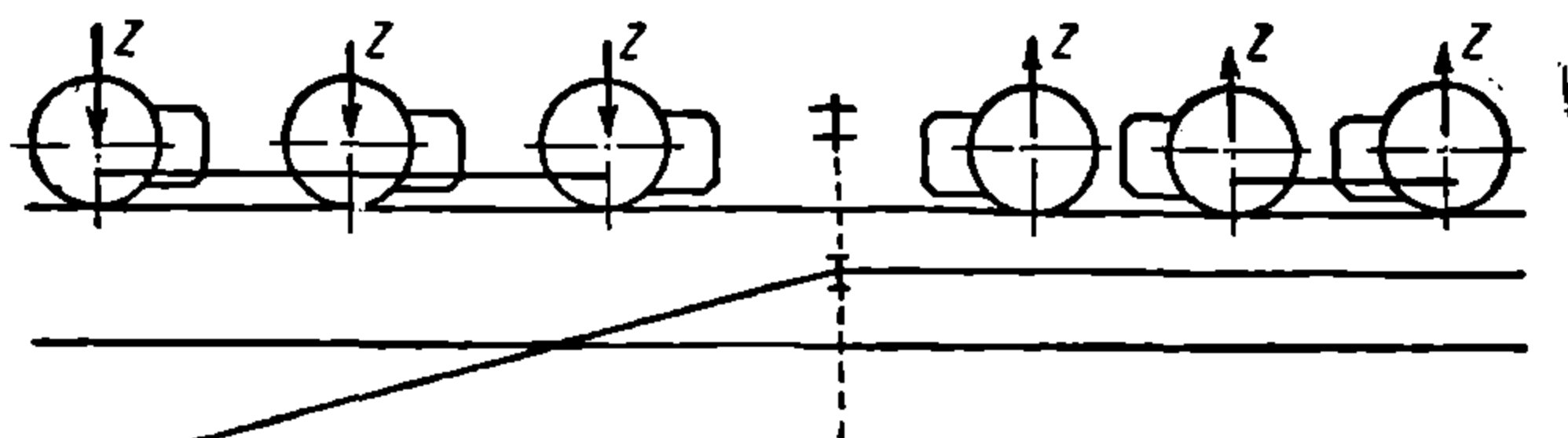
$$M_2 - \mathcal{K}_4(x_4 \varphi_2 - n)x_4 - \mathcal{K}''(x'' \varphi_2 - n)x'' = 0. \quad (522)$$

Поскольку сумма изменений всех зарессоренных нагрузок осей равна нулю, мы получим новое уравнение:

$$\Delta P' - \Delta P_4 - \Delta P'' = 0$$

или

$$\mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') - \mathcal{K}_4(\varphi_2 x_4 - n) - \mathcal{K}''(\varphi_2 x'' - n) = 0. \quad (523)$$



Фиг. 238.

Кроме моментов M_1 и M_2 на надрессорное строение действуют силы Z от реакции моторов с трамвайной подвеской. Положение передней тележки от действия этих сил Z определится положением задней тележки: последняя под действием сил Z поднимется вверх и увлечет за собой задний конец передней тележки (положение обеих тележек показано на фиг. 238). Эти усилия вызовут увеличение нагрузок осей передней тележки и разгрузку осей задней тележки на величину Z , т. е. как раз будут компенсировать силы Z' —влияние незарессоренной реакции мотора с трамвайной подвеской, действующей непосредственно на ось. Таким образом, общее динамическое воздействие сведется

для рассматриваемого типа рессорного подвешивания к действию одних лишь моментов M_1 и M_2 .

Подставив значение моментов M_1 и M_2 из уравнений (519) и (520) в уравнения (521) и (522) и кроме того подставив величину жесткости рессор \mathcal{K} и расстояние осей до сочленения x , мы определим неизвестные величины φ_1 , φ_2 и

n , которые характеризуют положение тележки в вертикальной плоскости и позволяют найти динамическое изменение нагрузок на оси.

Рассмотрим теперь ту же самую подвеску электровоза, но при движении электровоза в обратном направлении, т. е. тележкой с двумя точками подвешивания позади. Предположим, что под влиянием моментов от силы тяги:

$$M_1 = 3 F_k H' \text{ и } M_2 = 3 F_k (2H - H')$$

продольные оси займут, как и в предыдущем случае, положение, показанное на фиг. 239. Тогда при тех же обозначениях, что мы имеем в предыдущем случае, основные уравнения моментов относительно сочленения тележек и вертикальных проекций внешних сил напишутся в следующем виде:

$$M_1 - \mathcal{K}'(n - \varphi_1 x')x' - \mathcal{K}_3(n - \varphi_1 x_3)x_3 = 0, \quad (524)$$

$$M_2 - \mathcal{K}''(x'' \varphi_2 - n)x'' = 0 \quad (525)$$

и

$$\mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') + \mathcal{K}_3(n - \varphi_1 x_3) - \mathcal{K}''(x'' \varphi_2 - n) = 0. \quad (526)$$

Под влиянием сил Z (реакций моторов с трамвайной подвеской) на над-рессорное строение задняя тележка (с безразличным равновесием) будет занимать положение, зависящее исключительно от положения устойчивой передней тележки.

Не трудно видеть, что, как и в предыдущем случае, поскольку одна из тележек имеет безразличное равновесие, через сочленение тележек не будет передаваться никакого усилия от сил Z , и поэтому влияние на нагрузку осей реакции моторов на надрессорное строение всецело будет компенсироваться реакцией подвески моторов, действующей непосредственно на оси. Таким образом, динамическое изменение нагрузок на оси всецело определяется действием моментов от силы тяги M_1 и M_2 .

Определим динамические нагрузки осей электровоза при $F_k = 4,5 \text{ т}$ с расстоянием между осями 2 м и от сочленения до ближайшей оси также 2 м , с жесткостью рессор $\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_2 = \mathcal{K}_3 = \mathcal{K}_4 = \mathcal{K}_5 = \mathcal{K}_6 = 2 \text{ т/см}$.

Здесь под \mathcal{K} мы понимаем суммарную жесткость на одну ось, т. е. двух рессор. Подставляя эти значения в формулы (521) и (522) для случая езды тележкой с подвеской в двух точках вперед, получим:

$$M_1 - \mathcal{K}'(n - \varphi_1 x')x' = M_1 - 6(n - 4\varphi_1)4 = 0,$$

откуда

$$M_1 = 24n - 96\varphi_1;$$

$$M_2 - \mathcal{K}_4(\varphi_2 x_4 - n)x_4 - \mathcal{K}''(x''\varphi_2 - n)x'' = M_2 - 2(2\varphi_2 - n)2 - 4(5\varphi_2 - n)5 = 0$$

или

$$M_2 + 24n - 108\varphi_2 = 0,$$

откуда

$$M_2 = 108\varphi_2 - 24n.$$

Для определения моментов примем высоту упряжного крюка $H = 1,05 \text{ м}$, а высоту сочленения $H' = 0,7 \text{ м}$; тогда

$$M_1 = 3F_k H' = 3 \cdot 4,5 \cdot 0,7 = 9,45 \text{ тм}$$

и

$$M_2 = 3F_k(2H - H') = 3 \cdot 4,5(2 \cdot 1,0 - 0,7) = 17,55 \text{ тм}.$$

Подставляя эти величины в ранее найденные уравнения, получим:

$$24n - 96\varphi_1 = 9,45 \quad (527)$$

и

$$24n - 108\varphi_2 = -17,55; \quad (528)$$

наконец уравнение (523) переписывается в виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') - \mathcal{K}_4(\varphi_2 x_4 - n) - \mathcal{K}''(x''\varphi_2 - n) &= \\ = 6(n - 4\varphi_1) - 2(2\varphi_2 - n) - 4(5\varphi_2 - n) &= 0 \end{aligned}$$

или

$$n - 2\varphi_1 - 2\varphi_2 = 0. \quad (529)$$

Совместное решение уравнений (527), (528) и (529) дает:

$$n = 2,306 \text{ см};$$

$$\varphi_1 = 0,478$$

и

$$\varphi_2 = 0,675.$$

Изменение нагрузок на оси:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = \frac{\mathcal{K}'(n - \varphi_1 x')}{3} = \frac{6(2,306 - 4 \cdot 0,478)}{3} = 0,788 \text{ т};$$

$$\Delta P_4 = \mathcal{K}_4(\varphi_2 x_4 - n) = 2(2 \cdot 0,675 - 2,306) = -1,912 \text{ т};$$

$$\Delta P_5 = \Delta P_6 = \frac{4(5\varphi_2 - n)}{2} = \frac{4(5 \cdot 0,675 - 2,306)}{2} = 2,138 \text{ т}.$$

По этим формулам мы определяем абсолютные величины изменений усилий, передающихся от наддрессорного строения движущим осям; отрицательное значение, полученное для ΔP_4 , показывает, что эта ось не перегружается, как мы приняли, а разгружается.

Таким образом, имеем разгрузку первых четырех осей и перегрузку двух последних осей.

Для случая езды в обратном направлении мы подставляем принятые величины жесткости рессор и расстояний между осями в уравнения (524) и (525), а именно:

$$\begin{aligned} M_1 - \mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') x' - \mathcal{K}_3(n - \varphi_1 x_3) x_3 = \\ = M_1 - 4(n - 5\varphi_1) 5 - 2(n - 2\varphi_1) 2 = 0, \end{aligned}$$

откуда

$$M_1 - 24n + 108\varphi_1 = 0 \quad (530)$$

и далее

$$M_2 - \mathcal{K}''(\varphi_2 x'' - n) x'' = 0$$

или

$$M_2 - 6(4\varphi_2 - n) 4 = 0,$$

что дает:

$$M_2 + 24n - 96\varphi_2 = 0. \quad (531)$$

Наконец уравнение (526) переписывается в виде:

$$\mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') + \mathcal{K}_3(n - \varphi_1 x_3) - \mathcal{K}''(\varphi_2 x'' - n) = 0$$

или

$$4(n - 5\varphi_1) + 2(n - 2\varphi_1) - 6(4\varphi_2 - n) = 0,$$

что дает:

$$12n - 24\varphi_1 - 24\varphi_2 = 0. \quad (532)$$

Для той же высоты сочленения $H' = 0,7$ м мы будем иметь:

$$M_1 = 9,45 \text{ тм}$$

и

$$M_2 = 17,55 \text{ тм}.$$

Подставляя значения M_1 и M_2 в уравнения (530) и (531), получим:

$$9,45 - 24n + 108\varphi_1 = 0, \quad (530')$$

$$17,55 + 24n - 96\varphi_2 = 0. \quad (531')$$

Решая совместно уравнения (530'), (531') и (532), получим:

$$\varphi_1 = 0,675; \quad \varphi_2 = 1,040; \quad n = 3,430.$$

Таким образом, изменение зарессоренных нагрузок на оси от действия моментов M_1 и M_2 найдем равным:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \frac{P'}{2} = \frac{4}{2}(n - 5\varphi_1) = 2(3,430 - 5 \cdot 0,675) = 0,110 \text{ т},$$

$$\Delta P_3 = 2(n - 2\varphi_1) = 2(3,430 - 2 \cdot 0,675) = 4,160 \text{ т},$$

$$\Delta P_4 = \Delta P_5 = \Delta P_6 = \frac{P''}{3} = \frac{\mathcal{K}''}{3}(\varphi_2 x'' - n) = \frac{6}{3}(1,040 \cdot 4 - 3,430) = 1,460 \text{ т}.$$

Это и будет окончательное изменение нагрузок на оси, поскольку, как мы выше отметили, силы Z реакции трамвайной подвески, действующие непосредственно на ось и на наддрессорное строение, взаимно компенсируются.

Изменения нагрузок для рассмотренного типа подвески электровоза в обоих направлениях показаны на табл. 51.

Изменение нагрузок на оси электровоза $C_0 + C_0$ (по фиг. 237 и 239)

№ осей	1	2	3	4	5	6
Езда тележкой с двумя точками подвеса впереди						
Изменение нагрузок от моментов M_1 и M_2 .	-0,788	-0,788	-0,788	-1,912	+2,138	+2,138
Езда тележкой с двумя точками подвеса позади						
Изменение нагрузок от моментов M_1 и M_2 .	-0,110	-0,110	-4,160	+1,460	+1,460	+1,460

Из этой таблицы следует, что наибольшей разгрузке подвержена третья по направлению движения ось при езде тележкой с двумя точками подвеса позади. Коэффициент использования сцепного веса в этом случае будет:

$$\eta = \frac{20 - 4,160}{20} \cdot 100 = 79,2\%.$$

При езде же в обратном направлении будем иметь:

$$\eta = \frac{20 - 1,912}{20} \cdot 100 = 9,04\%.$$

Величина коэффициента использования сцепного веса для рассматриваемого типа рессорного подвешивания зависит от высоты сочленения тележки H' . Не трудно найти наивыгоднейшую величину H' . Для езды тележкой с двумя точками подвеса впереди наименьшая величина разгрузки будет в том случае, когда все передние четыре оси разгрузятся на одну и ту же величину, т. е. при

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = \Delta P_4 = A.$$

Обозначим изменение нагрузок сбалансированных осей $\Delta P_5 = \Delta P_6$ через B ; тогда вышеприведенные основные уравнения (521), (522) и (523) переписутся в виде:

$$M_1 - 3Ax' = 0; \quad (521')$$

$$M_2 + Ax_4 - Bx'' = 0 \quad (522')$$

и

$$3A + A - B = 0. \quad (523')$$

Совместное решение уравнений (521'), (522') и (523') дает:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{3x'}{4x'' - x_4}.$$

Или, подставляя выражение моментов M_1 и M_2 , получим:

$$\frac{3F_k H'}{3F_k (2H - H')} = \frac{3x'}{4x'' - x_4},$$

откуда найдем:

$$\frac{H'}{H} = \frac{6x'}{4x'' - x_4 + 3x'}. \quad (533)$$

Таким образом, высота сочленения тележек зависит от расстояния между осями.

Для случая, когда $x' = 4$ м, $x'' = 5$ м и $x_4 = 2$ м, получим наивыгоднейшее отношение:

$$\frac{H'}{H} = \frac{6 \cdot 4}{4 \cdot 5 - 2 + 3 \cdot 4} = 0,8.$$

Для движения в обратном направлении, т. е. тележкой с двумя точками подвеса позади, наивыгоднейшее использование сцепного веса будет при равенстве разгрузок всех трех передних осей, т. е. при:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = A'.$$

Обозначим изменение нагрузок осей второй по ходу электровоза тележки через B' . По подстановке в уравнения (524), (525) и (526) получим:

$$M_1 - 2A'x'' - A'x_3 = 0, \quad (524')$$

$$M_2 - B'x'' = 0, \quad (525')$$

$$2A' + A' - B' = 0. \quad (526')$$

Совместное решение этих уравнений дает:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{2x' + x_3}{3x''}$$

или, подставляя значения M_1 и M_2 , получим:

$$\frac{3F_k H'}{3F_k (2H - H')} = \frac{2x' + x_3}{3x''},$$

откуда окончательно получим наивыгоднейшее соотношение:

$$\frac{H'}{H} = \frac{4x' + 2x_3}{3x'' + 2x' + x_3}. \quad (534)$$

При $x' = 5$ м; $x_3 = 2$ м и $x'' = 4$ м получим:

$$\frac{H'}{H} = 1,$$

т. е. сочленение должно ставиться на той же высоте, что и упряжные приборы.

Изменение нагрузок на оси при $\frac{H'}{H} = 0,8$ при движении тележкой с двумя точками подвеса вперед (т. е. наивыгоднейшим концом для этой высоты сочленения) найдем из уравнений (521'), (522') и (523'), в которых

$$M_1 = 3F_k H' = 3 \cdot 4,5 \cdot 0,8 = 10,8 \text{ тм.}$$

Имеем:

$$M_1 - 3Ax' = 0$$

или

$$A = \frac{M_1}{3x'},$$

откуда разгрузка осей будет:

$$A = \frac{10,8}{12} = 0,900 \text{ т}$$

и коэффициент использования сцепного веса:

$$\eta = \frac{20 - 0,900}{20} \cdot 100 = 95,5\%.$$

Найдем изменение нагрузок на оси при движении в обратном направлении при той же высоте сочленения $H' = 0,8H \approx 0,8$ м.

Обозначим изменение нагрузок двух передних сбалансированных осей через $A_{1,2}$, третьей оси—через A_3 и сбалансированных трех осей второй по ходу электровоза тележки через A_{4-6} .

Составляя основные уравнения равновесия, найдем:

$$M_1 - 2A_{1,2}x' - A_3x_3 = 0$$

или

$$10,8 - 2A_{1,2} \cdot 5 - 2A_3 = 0.$$

Далее

$$M_2 - 3A_{4-6} \cdot x'' = 0$$

или

$$16,2 - 3A_{4-6} \cdot 4 = 0$$

и наконец

$$2A_{1,2} + A_3 - 3A_{4-6} = 0,$$

откуда находим:

$$A_{1,2} = 0,450 \text{ m};$$

$$A_3 = 3,15 \text{ m}$$

и

$$A_{4-6} = 1,35 \text{ m},$$

и коэффициент использования сцепного веса:

$$\eta = \frac{20 - 3,15}{20} \cdot 100 = 84,2\%.$$

Для этого направления движения разгрузка третьей оси получается большой, так как $H' = 0,8H$ еще недостаточно.

Мы ранее нашли [формула (534)], что при движении тележкой с двумя точками подвеса позади для наилучшего использования сцепного веса необходимо, чтобы $H' = H$.

При

$$\frac{H'}{H} = 1$$

или

$$M_1 = M_2 = 3F_k H = 3 \cdot 4,5 = 13,5 \text{ тм}$$

мы получим для направления движения вперед тележкой с двумя точками подвеса:

$$A_{1-3} = \frac{M_1}{3x'} = \frac{13,5}{12} = 1,125 \text{ m},$$

и коэффициент использования сцепного веса:

$$\eta = \frac{20 - 1,125}{20} \cdot 100 = 94,4\%.$$

Для обратного хода, т. е. когда тележка с двумя точками подвеса окажется впереди, уравнения внешних сил напишутся в виде:

$$M_1 - 3A_{1-3} \cdot x' = 0$$

или

$$13,5 - 12A_{1-3} = 0$$

и

$$M_2 - A_4 x_4 - 2A_{5-6} \cdot x'' = 0$$

или

$$13,5 - 2A_4 - 10A_{5-6} = 0$$

и

$$3A_{1-3} - A_4 - 2A_{5-6} = 0.$$

Откуда находим:

$$A_{1-3} = 1,125 \text{ m};$$

$$A_4 = 1,125 \text{ m}$$

и

$$A_{5-6} = 1,125 \text{ m},$$

и коэффициент использования сцепного веса:

$$\eta = \frac{20 - 1,125}{20} \cdot 100 = 94,4\%.$$

У электровозов серии Сс имеем $x_3 = x_4 = 1,9$ м и расстояние между осями по 2,1 м; поэтому соответственно для обоих направлений движения получим наивыгоднейшее соотношение $\frac{H'}{H}$:

а) для движения в одном направлении:

$$\frac{H'}{H} = \frac{6x'}{4x'' - x_4 + 3x'} = \frac{6 \cdot 4,0}{4 \cdot 5,05 - 1,9 + 3 \cdot 4,0} = 0,792;$$

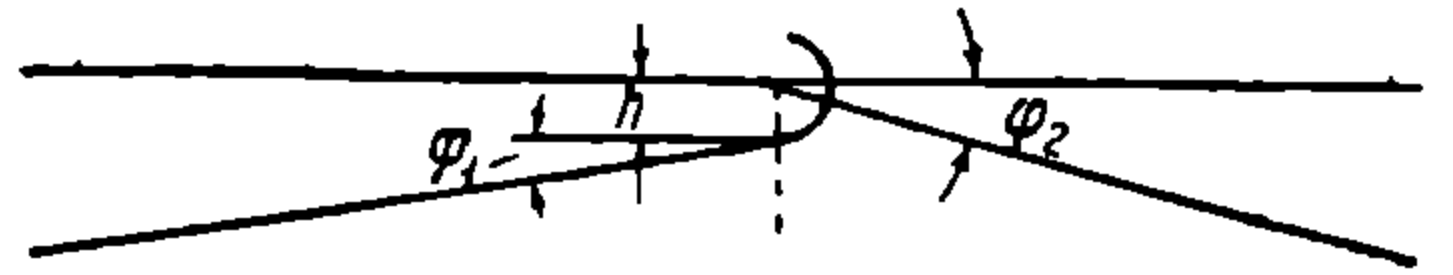
б) для другого направления движения:

$$\frac{H'}{H} = \frac{4x' + 2x_3}{3x'' + 2x' + x_3} = \frac{4 \cdot 5,05 + 2 \cdot 1,9}{3 \cdot 4,0 + 2 \cdot 5,05 + 1,9} = 1.$$

При высоте упряжных приборов $H = 1,05$ м наивыгоднейшая высота сочленения электровоза серии Сс будет $H' = 0,832$ м; в действительности она равна 0,780 м, что дает высокий коэффициент использования сцепного веса при езде тележкой с двумя точками подвеса вперед.

б) Рассмотрим теперь влияние зазора в сочленении тележек сначала при езде тележкой с тремя сбалансированными осями вперед и затем при езде той же тележкой позади.

Величину зазора обозначим через h . Положение продольных осей обеих тележек изображено на фиг. 240. Для первого случая, т. е. езды тележкой с подвеской в двух точках вперед, основные уравнения по аналогии с уравнениями (521), (522) и (523) напишутся в виде:



$$M_1 - \mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') x' = 0, \quad (535)$$

Фиг. 240.

$$M_2 - \mathcal{K}_4(\varphi_2 x_4 - n - h) x_4 - \mathcal{K}''(\varphi_2 x'' - n - h) x'' = 0 \quad (536)$$

и

$$\mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') - \mathcal{K}_4(\varphi_2 x_4 - n - h) - \mathcal{K}''(\varphi_2 x'' - n - h) = 0. \quad (537)$$

Для второго случая—при езде тележкой с четырьмя точками подвеса вперед—те же уравнения по аналогии с уравнениями (524), (525) и (526) напишутся в виде:

$$M_1 - \mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') x' - \mathcal{K}_3(n - \varphi_1 x_3) x_3 = 0, \quad (538)$$

$$M_2 - \mathcal{K}''(\varphi_2 x'' - n - h) x'' = 0 \quad (539)$$

и

$$\mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') + \mathcal{K}_3(n - \varphi_1 x_3) - \mathcal{K}''(\varphi_2 x'' - n - h) = 0. \quad (540)$$

Переходя теперь к влиянию зазора h на изменение нагрузок на оси от действия сил Z (реакций моторов) на надрессорное строение, мы должны отметить, что сам по себе зазор h не влияет на положение тележки с четырьмя точками подвеса, поэтому зазор скажется лишь на величине наклона тележки с двумя точками подвеса; однако само рессорное подвешивание этой тележки не вызывает дополнительных усилий в сочленении; поэтому в конечном результате зазор не влияет на динамическое изменение нагрузок, вызванное силами Z —реакции трамвайной подвески моторов.

Для того чтобы учесть влияние игры в сочленении тележек, подставим в уравнения (535)—(540) те же самые значения жесткостей рессор и расстояний осей от сочленения, что и в предыдущем случае, и кроме того примем игру в сочленении $h = \pm 15$ мм; тогда получим:

$$M_1 - 6(n - 4\varphi_1) 4 = 0$$

или

$$M_1 - 24n + 96\varphi_1 = 0, \quad (535')$$

$$M_2 - 2(2\varphi_2 - n - 1,5) 2 - 4(5\varphi_2 - n - 1,5) \cdot 5 = 0$$

или

$$M_2 - 108\varphi_2 + 24n + 36 = 0 \quad (536')$$

и наконец

$$6n - 24\varphi_1 - 2(2\varphi_1 - n - 1,5) - 4(5\varphi_1 - n - 1,5) = 0,$$

откуда

$$12n - 24\varphi_1 - 24\varphi_2 + 9 = 0. \quad (537')$$

Решая совместно уравнения (535'), (536') и (537'), получим:

$$\varphi_1 = 0,103,$$

$$\varphi_2 = 0,675$$

и

$$n = 0,806;$$

откуда изменение нагрузок на оси получим равным:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = \frac{6}{3} (n - 4\varphi_1) = \frac{6}{3} (0,806 - 4 \cdot 0,103) = 0,788 \text{ т};$$

$$\Delta P_4 = 2(24\varphi_2 - n - 1,5) = 2(2 \cdot 0,675 - 0,806 - 1,5) = -1,912 \text{ т};$$

$$\Delta P_5 = \Delta P_6 = \frac{4}{2} (5\varphi_2 - n - 1,5) = \frac{4}{2} (5 \cdot 0,675 - 0,806 - 1,5) = 2,138 \text{ т}.$$

Для движения в обратном направлении получим:

$$M_1 - 4(n - 5\varphi_1) \cdot 5 - 2(n - 2\varphi_1) \cdot 2 = 0$$

или

$$M_1 - 24n + 108\varphi_1 = 0; \quad (538')$$

$$M_2 - 6(4\varphi_2 - n - 1,5) \cdot 4 = 0$$

или

$$M_2 - 96\varphi_2 + 24n + 36 = 0 \quad (539')$$

и наконец

$$4(n - 5\varphi_1) + 2(n - 2\varphi_1) - 6(4\varphi_2 - n - 1,5) = 0 \quad (540')$$

или

$$12n - 24\varphi_1 - 24\varphi_2 + 9 = 0.$$

Для этого случая получаем:

$$\varphi_1 = 0,675; \quad \varphi_2 = 1,415 \quad \text{и} \quad n = 3,430$$

и соответственно:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \frac{4}{2} (n - 5\varphi_1) = \frac{4}{2} (3,430 - 5 \cdot 0,675) = 0,110 \text{ т};$$

$$\Delta P_3 = 2(n - 2\varphi_1) = 2(3,430 - 2 \cdot 0,675) = 4,160 \text{ т};$$

$$\Delta P_4 = \Delta P_5 = \Delta P_6 = \frac{6}{3} (4\varphi_2 - n - 1,5) = \frac{6}{3} (4 \cdot 1,415 - 3,430 - 1,5) = 1,460 \text{ т}.$$

Сравнивая изменение нагрузок при отсутствии зазора в сочленении и при наличии его, мы видим, что эти изменения нагрузок одинаковы в обоих случаях. Для того чтобы уяснить себе причину этого, исследуем положение тележек в обоих случаях. При езде тележкой с тремя сбалансированными осями вперед:

а) при отсутствии зазора в сочленении мы имеем:

$$\varphi_1 = 0,478; \quad \varphi_2 = 0,675 \quad \text{и} \quad n = 2,306;$$

б) при наличии зазора:

$$\varphi_1 = 0,103; \quad \varphi_2 = 0,675 \quad \text{и} \quad n = 0,806.$$

Для обратного хода мы имеем:

а) при отсутствии зазора:

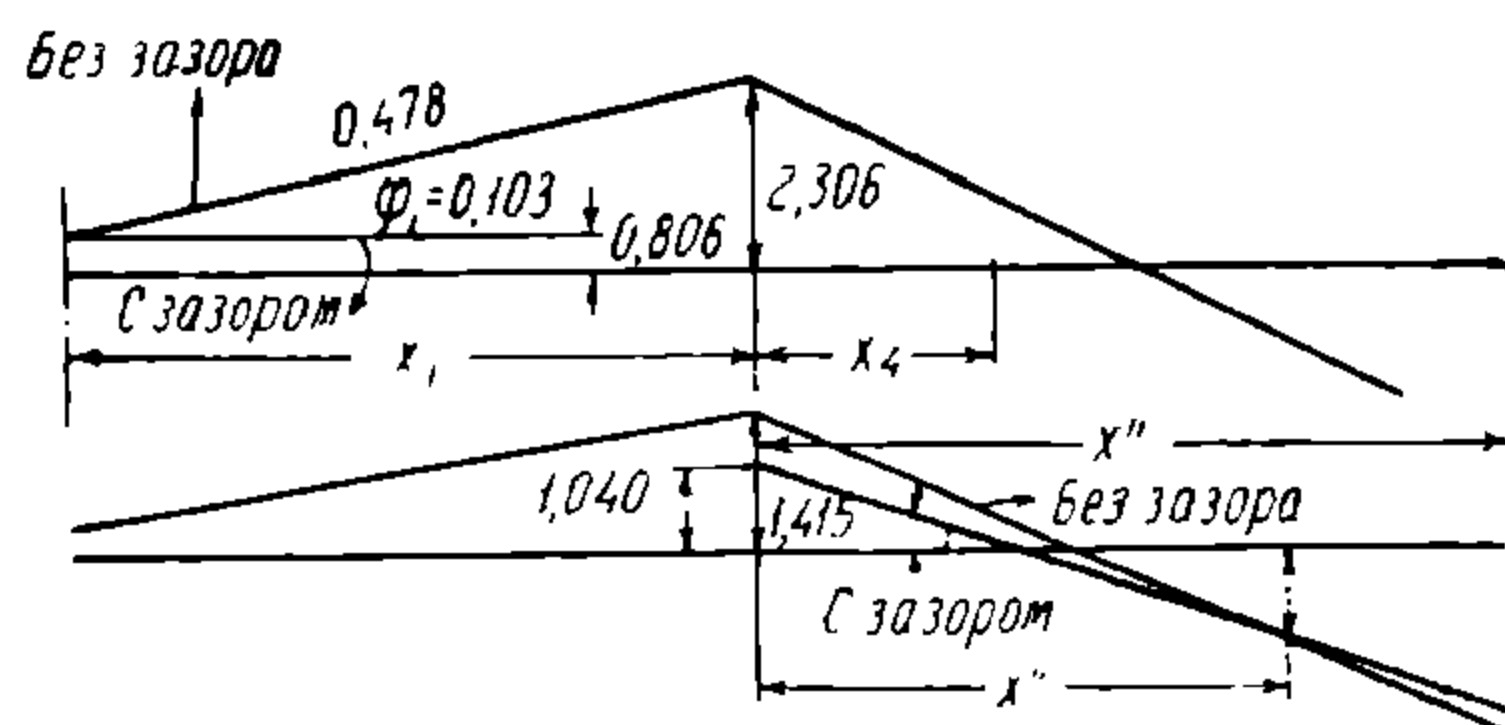
$$\varphi_1 = 0,675; \quad \varphi_2 = 1,040 \quad \text{и} \quad n = 3,430$$

и б) при наличии зазора:

$$\varphi_1 = 0,675; \quad \varphi_2 = 1,415 \quad \text{и} \quad n = 3,430.$$

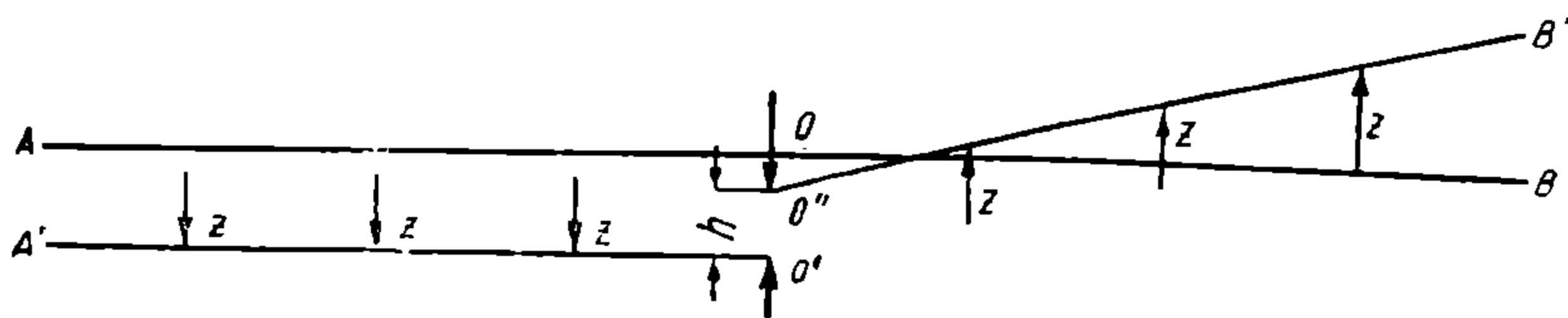
На фиг. 241 нанесены продольные оси тележек для обоих случаев при движении вперед и назад. Тележка с четырьмя точками подвеса занимает всегда одно и то же положение независимо от того, имеется ли зазор в сочленении или нет. Наклон тележки с двумя точками подвеса будет тем меньше, чем больше зазор в сочленении. Однако изменение прогиба фиктивной рессоры, т. е. заменяющей три сбалансированные рессоры, остается одним и тем же как при наличии зазора, так и при его отсутствии. Таким образом, изменения нагрузок на оси у обеих тележек остаются теми же самыми независимо от величины зазора.

Здесь однако ничего неожиданного нет. Действительно, тележка с двумя точками подвеса сама по себе неустойчива, поэтому ее опрокидывающий момент уравнивается усилием другой тележки в междутележечном сочленении. Это усилие определяется исключительно моментом силы тяги, действующим на тележку с двумя точками подвеса, и не зависит, таким образом, от зазора в сочленении. На тележку с четырьмя точками подвеса действует кроме указанного усилия также момент от силы тяги, и под влиянием указанного усилия и момента, также не зависящих от зазора, тележка займет положение, не зависящее от зазора в сочленении.



Фиг. 241.

Пусть далее под влиянием действующего на надрессорное строение усилия надрессорное строение обеих тележек займет положение, показанное на фиг. 241а, где учтено также влияние зазора в сочленении, равного $\pm h$. Положение тележки с одной поперечной плоскостью подвешивания определяется исключительно положением конца сочленения с другой тележкой. При трех осях с одинаковым коэффициентом жесткости $ж$ осевых рессор тележка с двумя поперечными плоскостями подвешивания опустится под влиянием сил Z на величину $\frac{Z}{ж}$. Под действием тех же сил Z , но направленных в противоположную сторону, надрессорное строение другой тележки стремится получить



Фиг. 241а.

поступательное перемещение $\frac{Z}{ж}$ в противоположном первой тележке направлении; но так как конец ее связан сочленением с первой тележкой, то одновременно она получает наклон, который благодаря подвешиванию этой тележки в одной плоскости не вызовет никаких изменений усилий осевых рессор. Таким образом, зазор в сочленении определит больший или меньший наклон надрессорного строения тележки с одной поперечной плоскостью подвешивания за счет наклона балансира, но без всякого влияния на изменение нагрузок на оси.

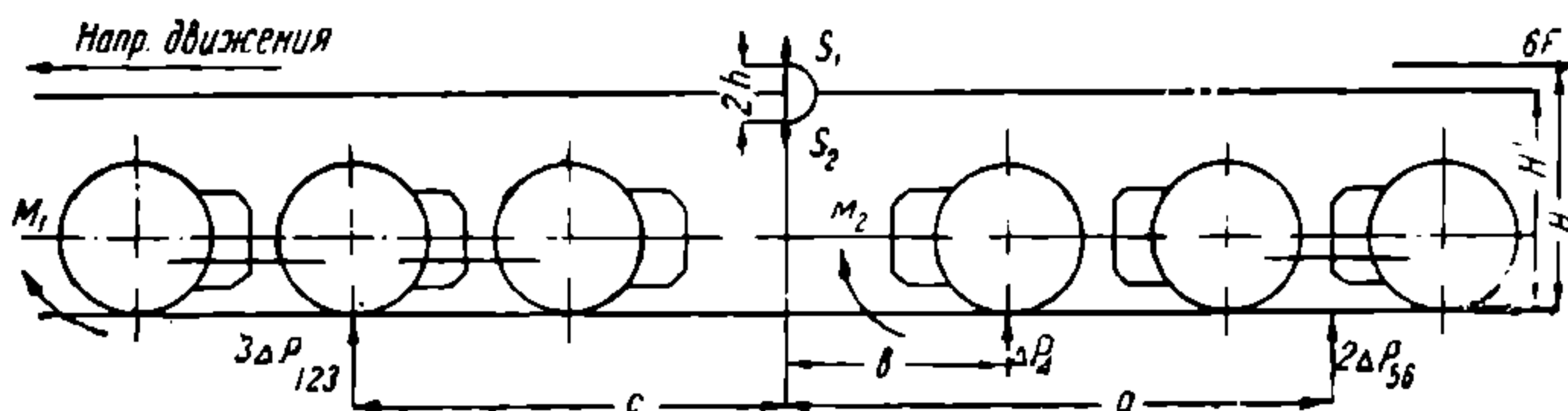
Все выведенные особенности несимметричного подвешивания можно проследить и на основании нижеприведенных общих формул, которые мы сможем вывести без учета деформации рессор, поскольку это упрощение возможно благодаря подвешиванию надрессорного строения обеих тележек всего в трех поперечных плоскостях, при чем уравнения эти выведем с одновременным учетом действия сил Z на надрессорное строение. Рассмотрим сначала случай дви-

жения тележкой с двумя точками подвеса вперед. Моменты, действующие от силы тяги на первую и вторую тележки, равны $M_1 = 3F_k H'$ и $M_2 = 3F_k (2H - H')$.

Обозначим усилие в сочленении через S , при чем это усилие, обозначаемое через S_1 (от второй тележки на первую), направлено вверх, а реакция S_2 (от первой тележки на вторую) — вниз (фиг. 242). Далее обозначим изменения зарессоренных нагрузок каждой из трех осей первой тележки через ΔP_{123} (поскольку эти оси сбалансированы, изменения нагрузок всех трех осей будут всегда равны между собой, т. е. $\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = \Delta P_{123}$); изменение нагрузок четвертой оси обозначим через ΔP_4 и пятой и шестой сбалансированных осей через $\Delta P_5 = \Delta P_6 = \Delta P_{56}$.

Для упрощения подсчетов мы принимаем, что все оси получают дополнительную нагрузку; поэтому, если при подсчетах получим знак минус (—), то он будет обозначать разгрузку оси. Напишем отдельно для каждой тележки уравнения проекций внешних сил, а также уравнения моментов относительно сочленения тележки:

$$\left. \begin{aligned} -3\Delta P_{123} - S_1 &= 0; \\ 3\Delta P_{123} \cdot c + M_1 &= 0; \\ -2\Delta P_{56} - \Delta P_4 + S_2 &= 0; \\ -2\Delta P_{56} \cdot a - \Delta P_4 b + M_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (541)$$



Фиг. 242.

Откуда мы находим:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{123} &= -\frac{M_1}{3c}; \\ \Delta P_4 &= -\frac{M_2 \cdot c - M_1 a}{c(a-b)}; \\ \Delta P_{56} &= \frac{M_2 c - M_1 b}{2c(a-b)}; \\ S_1 = S_2 &= \frac{M_1}{c}. \end{aligned} \right\} \quad (542)$$

Заменяя выражение моментов M_1 и M_2 их значениями, получим:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{123} &= -F_k \cdot \frac{H'}{c}; \\ \Delta P_4 &= -3F_k \cdot \frac{2Hc - H'(a+c)}{c(a-b)}; \\ \Delta P_{56} &= 3F_k \cdot \frac{2Hc - H'(b+c)}{2c(a-b)}; \\ S_1 = S_2 &= 3F_k \cdot \frac{H'}{c} \end{aligned} \right\} \quad (543)$$

Наивыгоднейшее использование сцепного веса будет иметь место при $\Delta P_{123} = \Delta P_4$, т. е. при

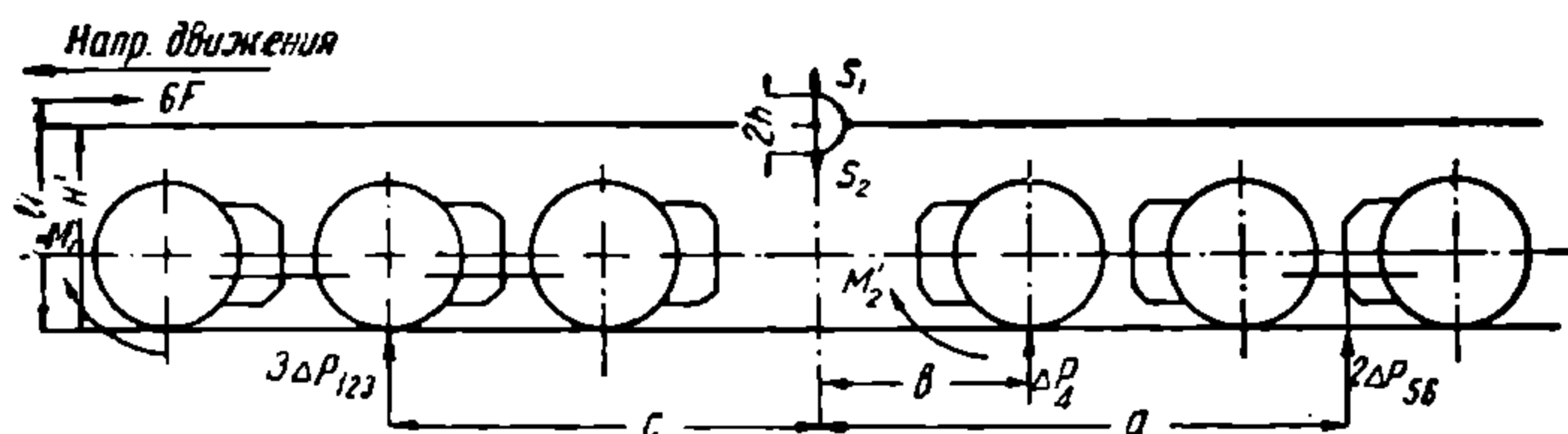
$$F_k \cdot \frac{H'}{c} = 3F_k \cdot \frac{2Hc - H'(a+c)}{c(a-b)}$$

или при

$$H' = H \cdot \frac{6c}{4a - b + 3c}. \quad (544)$$

Заметим, что если тележка с двумя точками подвешивания находится впереди и производит толкание, направление сил будет, как указано на фиг. 243, и для случая толкания уравнения равновесия напишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} -3\Delta P_{123} - S_1 &= 0; \\ 3\Delta P_{123} \cdot c + M_1' &= 0; \\ -2\Delta P_{56} - \Delta P_4 + S_2 &= 0; \\ -2\Delta P_{56} \cdot a - \Delta P_4 b + M_2' &= 0; \\ S_1 &= S_2, \end{aligned}$$



Фиг. 243.

откуда мы получим:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{123} &= -\frac{M_1'}{3c} = -F_k \cdot \frac{2H - H'}{c}, \\ \Delta P_4 &= -\frac{M_2' \cdot c - M_1' \cdot a}{c(a-b)} = -3F_k \cdot \frac{H'(a+c) - 2Ha}{c(a-b)}, \\ \Delta P_{56} &= \frac{M_2' \cdot c - M_1' \cdot b}{2c(a-b)} = 3F_k \cdot \frac{H'(c+b) - 2Hb}{2c(a-b)}, \\ S_1 = S_2 &= 3F_k \cdot \frac{2H - H'}{c}. \end{aligned} \right\} \quad (545)$$

Наивыгоднейшее использование сцепного веса при толкании мы получим при $\Delta P_{123} = \Delta P_4$, т. е. при

$$-F_k \cdot \frac{2H - H'}{c} = -3F_k \cdot \frac{H'(a+c) - 2Ha}{c(a-b)}$$

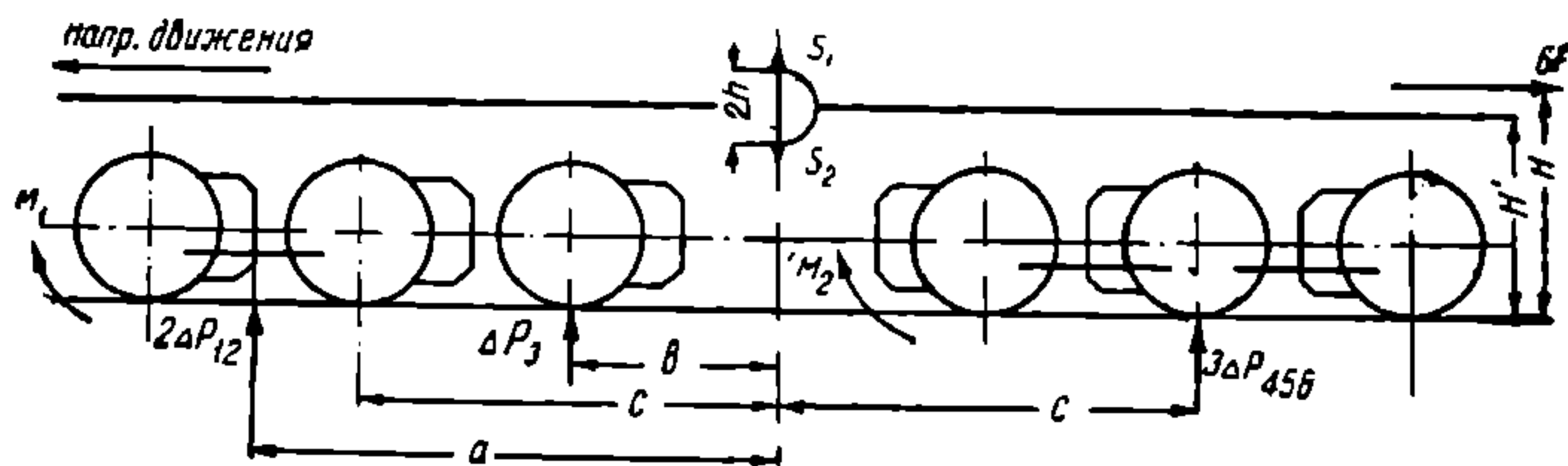
или при

$$H' = 2H \cdot \frac{4a - b}{4a - b + 3c}. \quad (546)$$

При $a = 5$, $b = 2$ и $c = 4$ (когда наивыгоднейшее значение H' для тяги электровоза во главе поезда получилось равным $H' = 0,8H$) для подталкивания мы получим наивыгоднейшее H' :

$$H' = 2H \cdot \frac{4 \cdot 5 - 2}{4 \cdot 5 - 2 + 3 \cdot 4} = 1,2H.$$

Для движения электровоза вперед тележкой с подвешиванием в двух поперечных плоскостях (трех или четырех точках) мы будем иметь направле-



Фиг. 244.

ние сил, показанное на фиг. 244, и основные уравнения равновесия для каждой тележки напишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} -2\Delta P_{12} - \Delta P_3 - S_1 &= 0, \\ 2\Delta P_{12} \cdot a + \Delta P_3 \cdot b + M_1 &= 0, \\ -3\Delta P_{456} + S_2 &= 0, \\ -3\Delta P_{456} \cdot c + M_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (547)$$

откуда получим:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{12} &= \frac{M_2 \cdot b - M_1 \cdot c}{2c(a-b)}; \\ \Delta P_3 &= -\frac{M_2 \cdot a - M_1 \cdot c}{c(a-b)}; \\ \Delta P_{456} &= \frac{M_2}{3c} \quad \text{и} \quad S_1 = S_2 = \frac{M_2}{c} \end{aligned} \right\} \quad (548)$$

или, подставив значение M_1 и M_2 , получим окончательно:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{12} &= 3F_k \cdot \frac{2Hb - H'(b+c)}{2c(a-b)}; \\ \Delta P_3 &= -3F_k \cdot \frac{2Ha - H'(a+c)}{c(a-b)}; \\ \Delta P_{456} &= F_k \cdot \frac{2H - H'}{c}; \\ S_1 = S_2 &= 3F_k \cdot \frac{2H - H'}{c}. \end{aligned} \right\} \quad (549)$$

Наивыгоднейшее использование сцепного веса при движении электровоза вперед тележкой с подвешиванием в двух поперечных плоскостях будет при $\Delta P_{12} = \Delta P_3$, т. е. при

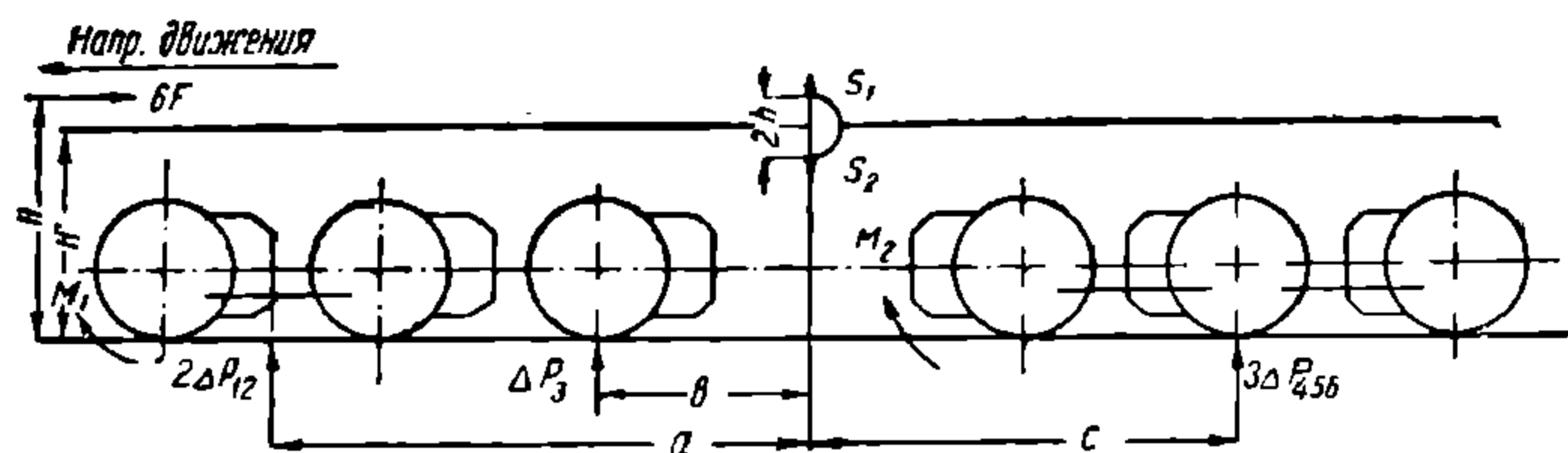
$$\frac{2Hb - H'(b+c)}{2c(a-b)} = -\frac{2Ha - H'(a+c)}{c(a-b)},$$

откуда находим:

$$H' = \frac{4a + 2b}{2a + b + 3c} H.$$

Не трудно видеть, что мы получим ту же, ранее выведенную формулу (534):

$$H' = \frac{4x' + 2x_3}{2x' + x_3 + 3x''} H.$$



Фиг. 245.

При толкании той же тележкой вперед будем иметь направление сил, показанное на фиг. 245, и основные уравнения:

$$\left. \begin{aligned} -2\Delta P_1 - \Delta P_3 - S_1 &= 0, \\ 2\Delta P_{12} \cdot a + \Delta P_3 \cdot b + M_1' &= 0, \\ -3\Delta P_{456} + S_2 &= 0, \\ -3\Delta P_{456} \cdot c + M_2' &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (550)$$

откуда окончательно получим:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{12} &= 3F_k \cdot \frac{H'(b+c) - 2Hc}{2c(a-b)}; \\ \Delta P_3 &= -3F_k \cdot \frac{H'(a+c) - 2Hc}{c(a-b)}; \\ \Delta P_{456} &= F_k \cdot \frac{H'}{c}; \\ S_1 &= S_2 = 3F_k \cdot \frac{H'}{c}. \end{aligned} \right\} \quad (551)$$

Для наивыгоднейшего использования сцепного веса при толкании тележкой с двумя поперечными плоскостями подвешивания вперед необходимо иметь $\Delta P_{12} = \Delta P_3$, т. е.:

$$\frac{H'(b+c) - 2Hc}{2c(a-b)} = -\frac{H'(a+c) - 2Hc}{c(a-b)}$$

или

$$H' = H \cdot \frac{6c}{2a+b+3c}. \quad (552)$$

При $a = 5$ м, $c = 4$ м и $b = 2$ м мы будем иметь наивыгоднейшее значение H' для тяги:

$$H' = \frac{4 \cdot 5 + 2 \cdot 2}{2 \cdot 5 + 2 + 3 \cdot 4} H = H$$

и наивыгоднейшее значение H' для толкания:

$$H' = \frac{6c}{2a+b+3c} = \frac{6 \cdot 4}{2 \cdot 5 + 2 + 3 \cdot 4} H = H.$$

Таким образом при движении тележкой с двумя поперечными плоскостями подвешивания вперед наивыгоднейшая высота сочленения как при тяге, так и при толкании $H' = H$; зато при движении в обратном направлении наивыгоднейшим значением H' при тяге будет $H' < H$, а при толкании $H' > H$.

Рассмотрим случай, когда три оси одной тележки сбалансированы между собой, а все три оси другой тележки свободны (фиг. 246).

В этом случае в формулах (521) и (522) вместо фиктивной рессоры второй тележки, заменяющей рессоры последних двух осей,

мы должны рассматривать действительные оси, поскольку они не связаны балансирами между собой, и указанные формулы получат следующий вид:

$$M_1 - \mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') x' = 0; \quad (553)$$

$$M_2 - \mathcal{K}_4(\varphi_2 x_4 - n) x_4 - \mathcal{K}_5(\varphi_2 x_5 - n) x_5 - \mathcal{K}_6(\varphi_2 x_6 - n) x_6 = 0. \quad (554)$$

Уравнение же (523) проекций внешних сил напишется в виде:

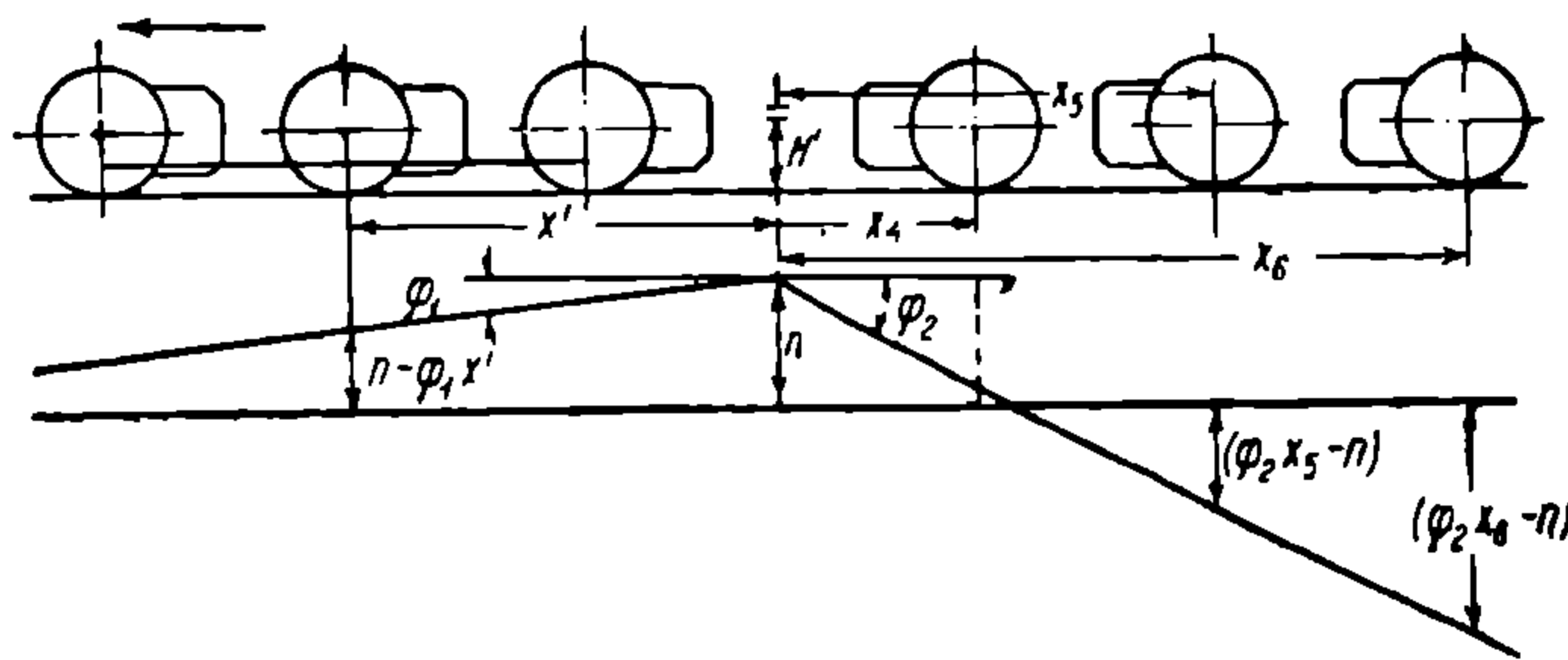
$$\mathcal{K}'(n - \varphi_1 x') - \mathcal{K}_4(\varphi_2 x_4 - n) - \mathcal{K}_5(\varphi_2 x_5 - n) - \mathcal{K}_6(\varphi_2 x_6 - n) = 0. \quad (555)$$

При езде несбалансированной тележкой вперед необходимо тем же самым образом изменить формулы (524), (525) и (526), которые в этом случае переписутся в следующем виде:

$$M_1 - \mathcal{K}_1(n - \varphi_1 x_1) x_1 - \mathcal{K}_2(n - \varphi_1 x_2) x_2 - \mathcal{K}_3(n - \varphi_1 x_3) x_3 = 0; \quad (556)$$

$$M_2 - \mathcal{K}''(\varphi_2 x'' - n) x'' = 0; \quad (557)$$

$$\mathcal{K}_1(n - \varphi_1 x_1) + \mathcal{K}_2(n - \varphi_1 x_2) + \mathcal{K}_3(n - \varphi_1 x_3) - \mathcal{K}''(\varphi_2 x'' - n) = 0. \quad (558)$$



Фиг. 246.

Для тех же расстояний между осями и до сочленения, что и в случае ранее рассмотренной рессорной подвески электровоза, и при $ж' = 6 \text{ м/см}$, $ж_4 = ж_5 = ж_6 = 2 \text{ м/см}$, после подстановки в формулы (553), (554) и (555) получим:

$$M_1 - 6(n - 4\varphi_1) \cdot 4 = 0 \quad \text{или} \quad M_1 - 24n + 96\varphi_1 = 0;$$

$$M_2 - 2(2\varphi_2 - n)2 - 2(4\varphi_2 - n)4 - 2(6\varphi_2 - n)6 = 0$$

или

$$M_2 - 112\varphi_2 + 24n = 0$$

и наконец

$$6(n - 4\varphi_1) - 2(2\varphi_2 - n) - 2(4\varphi_2 - n) - 2(6\varphi_2 - n) = 0$$

или

$$12n - 24\varphi_1 - 24\varphi_2 = 0.$$

Совместное решение этих уравнений для моментов $M_1 = 9,45 \text{ тм}$ и $M_2 = 17,55 \text{ тм}$ дает:

$$\varphi_1 = 0,309; \quad \varphi_2 = 0,506 \quad \text{и} \quad n = 1,630,$$

откуда получим:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = \frac{6(n - 4\varphi_1)}{3} = \frac{6}{3}(1,630 - 4 \cdot 0,309) = 0,788 \text{ т};$$

$$\Delta P_4 = 2(2\varphi_2 - n) = 2(2 \cdot 0,506 - 1,630) = -1,236 \text{ т};$$

$$\Delta P_5 = 2(4\varphi_2 - n) = 2(4 \cdot 0,506 - 1,630) = 0,788 \text{ т};$$

$$\Delta P_6 = 2(6\varphi_2 - n) = 2(6 \cdot 0,506 - 1,630) = 2,812 \text{ т}.$$

Для получения изменения нагрузок при движении в обратную сторону, пользуясь формулами (556), (557) и (558), получим:

$$M_1 - 2(n - 6\varphi_1)6 - 2(n - 4\varphi_1)4 - 2(n - 2\varphi_1)2 = 0$$

или

$$M_1 - 24n + 112\varphi_1 = 0$$

и

$$M_2 - 6(4\varphi_2 - n)4 = 0$$

или

$$M_2 - 96\varphi_2 + 24n = 0$$

и наконец

$$2(n - 6\varphi_1) + 2(n - 4\varphi_1) + 2(n - 2\varphi_1) - 6(4\varphi_2 - n) = 0$$

или

$$12n - 24\varphi_1 - 24\varphi_2 = 0.$$

Для тех же моментов $M_1 = 9,45 \text{ тм}$ и $M_2 = 17,55 \text{ тм}$, решая совместно полученные уравнения, получим:

$$\varphi_1 = 0,506; \quad \varphi_2 = 0,872 \quad \text{и} \quad n = 2,756,$$

откуда найдем изменение нагрузок на оси:

$$\Delta P_1 = 2(n - 6\varphi_1) = 2(2,756 - 6 \cdot 0,506) = -0,560 \text{ т};$$

$$\Delta P_2 = 2(n - 4\varphi_1) = 2(2,756 - 4 \cdot 0,506) = 1,464 \text{ т};$$

$$\Delta P_3 = 2(n - 2\varphi_1) = 2(2,756 - 2 \cdot 0,506) = 3,488 \text{ т};$$

$$\Delta P_4 = \Delta P_5 = \Delta P_6 = \frac{6}{3}(4\varphi_2 - n) = 2(4 \cdot 0,872 - 2,756) = 1,464 \text{ т}.$$

При составлении основных уравнений равновесия мы приняли, что все оси передней тележки разгружаются, а задней—перегружаются; полученные для некоторых осей отрицательные величины для ΔP показывают, что эти оси имеют характер изменения нагрузки, противоположный тому, который мы приняли, т. е. например в первом случае (при движении сбалансированной тележкой вперед) четвертая ось разгружается, а во втором случае (движе-

ние со сбалансированной тележкой позади) первая ось перегружается. Изменение нагрузок на оси при движении электровоза в обоих направлениях дано на табл. 52.

Т а б л и ц а 52

Изменение нагрузок на оси электровоза $C_0 + C_0$ (по фиг. 246)

№ осей по направлению движения	1	2	3	4	5	6
	Езда сбалансированной тележкой вперед					
Изменение нагрузок на оси .	—0,788	—0,788	—0,788	—1,236	0,788	2,812
	Езда сбалансированной тележкой позади					
Изменение нагрузок на оси .	0,560	—1,464	—3,488	1,464	1,464	1,464

Как и в первом случае (т. е. как и у электровоза $C_0 + C_0$ с рессорным подвешиванием одной тележки в двух точках, а другой в четырех), наибольшей разгрузке подвергается при езде в обоих направлениях четвертая ось.

Коэффициент пользования сцепного веса при езде сбалансированной тележкой вперед равен:

$$\eta = \frac{20 - 1,236}{20} \cdot 100 = 93,8\%,$$

а при езде со сбалансированной тележкой позади:

$$\eta = \frac{20 - 3,488}{20} \cdot 100 = 82,6\%,$$

т. е. несколько выше, чем у ранее рассмотренного электровоза $C_0 + C_0$ с тележками, имеющими одна две, а другая четыре или три точки подвешивания (табл. 51).

Коэффициент использования сцепного веса и в рассматриваемом случае может быть повышен при соответствующей высоте сочленения тележки. Наибольший коэффициент использования сцепного веса для движения со сбалансированной тележкой позади будет тогда, когда разгружаются на одну и ту же величину все три оси передней тележки. Обозначим разгрузку каждой из них через A . Перегрузка трех сбалансированных осей второй тележки должна быть по абсолютной величине равна A — разгрузке осей передней тележки. Основные уравнения равновесия напишутся в виде:

$$M_1 = 3Ax', \tag{559}$$

$$M_2 = 3Ax'', \tag{560}$$

где x' и x'' — расстояние центра рессорного подвешивания передней и задней тележек до сочленения тележек. Из уравнений (559) и (560) находим:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{x'}{x''}.$$

При $x' = x''$, т. е. при симметричных, в отношении расположения осей тележках, получим условие наивыгоднейшего использования сцепного веса в виде:

$$M_1 = M_2 \text{ или } 3F_k \cdot H' = 3F_k (2H - H') \text{ или } H = H'. \tag{561}$$

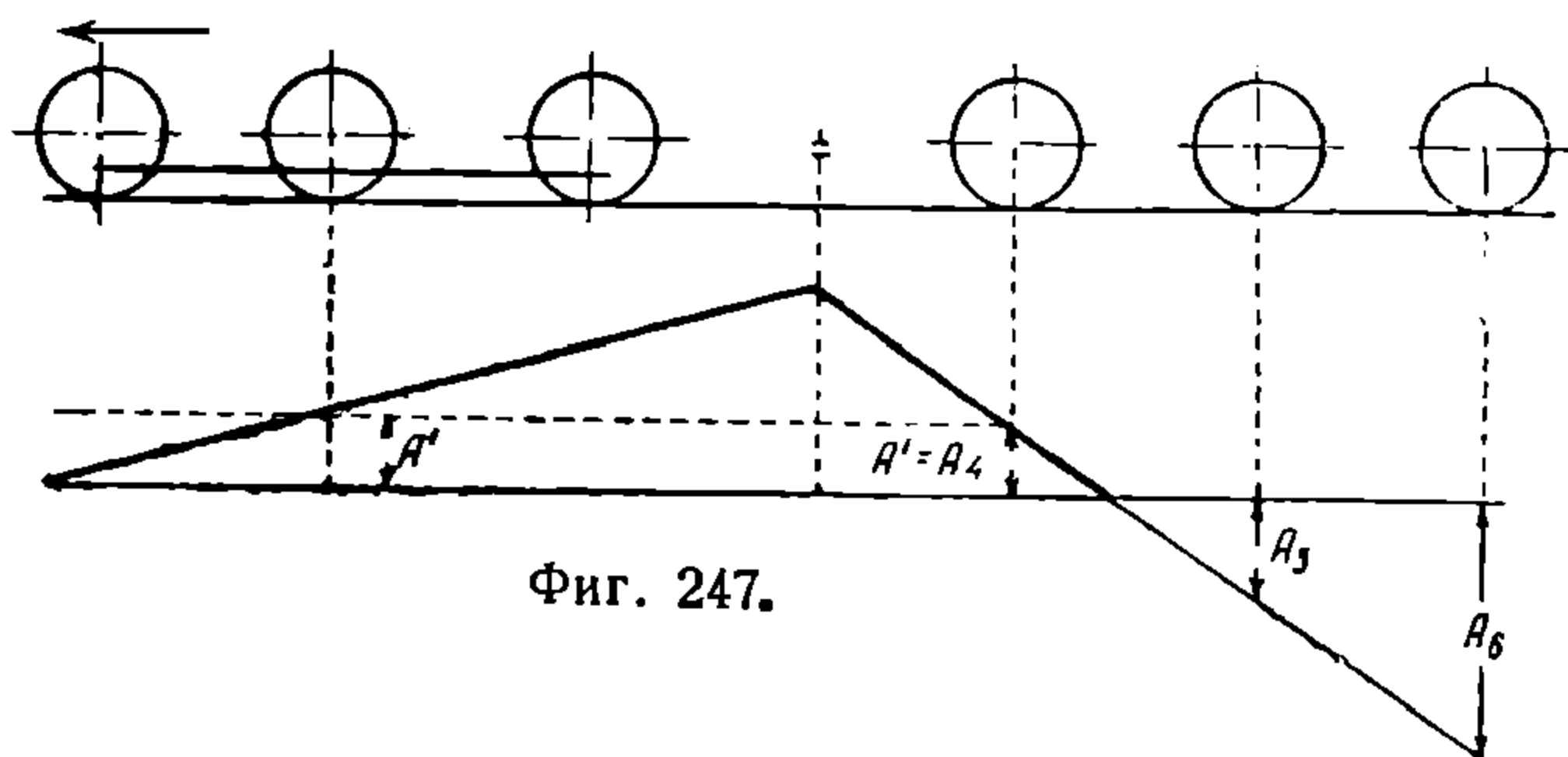
В этом случае разгрузка осей передней тележки найдется из уравнения (559) подстановкой $M_1 = 3F_k H' = 3 \cdot 4,5 \cdot 1 = 13,5 \text{ тм}$ и $x' = 4 \text{ м}$, что дает $3A \cdot 4 = 13,5$, откуда

$$A = \frac{13,5}{12} = 1,125 \text{ т.}$$

Таким образом, коэффициент использования сцепного веса равен:

$$\eta = \frac{20 - 1,125}{20} \cdot 100 = 94,4\%.$$

Для движения в обратном направлении, т. е. тележкой с двумя точками подвеса впереди, наивыгоднейшее использование сцепного веса будет в том случае, если все оси передней тележки и передняя ось задней тележки разгружаются на одну и ту же величину A' . Обозначим перегрузку остальных двух осей через A_5 и A_6 . Основные уравнения равновесия напишутся в виде (фиг. 247):



Фиг. 247.

$$3A' \cdot x' = M_1$$

или

$$12A' = M_1 \quad (562)$$

и далее

$$M_2 + A'x_4 - A_5x_5 - A_6x_6 = 0,$$

откуда

$$M_2 + 2A' - 4A_5 - 6A_6 = 0 \quad (563)$$

и наконец

$$3A' + A' - A_5 - A_6 = 0. \quad (564)$$

Недостающее четвертое уравнение (для нахождения четырех неизвестных изменений нагрузок A' , A_4 , A_5 и A_6) найдем из условия пропорциональности изменения нагрузок осей, расположенных в жесткой раме. Из фиг. 247 находим, что продольная ось второй тележки повернулась в вертикальной плоскости около точки Ω , расположенной между передними осями этой тележки на расстоянии:

$$\frac{(x_5 - x_4) A'}{A' + A_5} \quad \text{и} \quad \frac{(x_5 - x_4) A_5}{A' + A_5};$$

таким образом, расстояние задней оси b задней тележки до точки Ω будет равно величине:

$$x_6 - x_5 + \frac{(x_5 - x_4) A_5}{A' + A_5},$$

и мы можем написать следующую пропорцию:

$$A' : A_6 = \frac{(x_5 - x_4) A'}{A' + A_5} \cdot \frac{(x_6 - x_5)(A' + A_5) + (x_5 - x_4) A_5}{A' + A_5},$$

откуда

$$A_6 = \frac{A'(x_6 - x_5) + A_5(x_6 - x_4)}{x_5 - x_4}. \quad (565)$$

Для рассматриваемого электровоза $x_6 - x_5 = 2$ м; $x_6 - x_4 = 4$ м и $x_5 - x_4 = 2$ м; таким образом

$$A_6 = A' + 2A_5.$$

Совместное решение уравнений (562)—(565) дает:

$$\frac{M_1}{M_2} = 0,6 \quad \text{или} \quad \frac{H'}{2H - H'} = 0,6,$$

откуда

$$\frac{H'}{H} = 0,75.$$

Таким образом, находим:

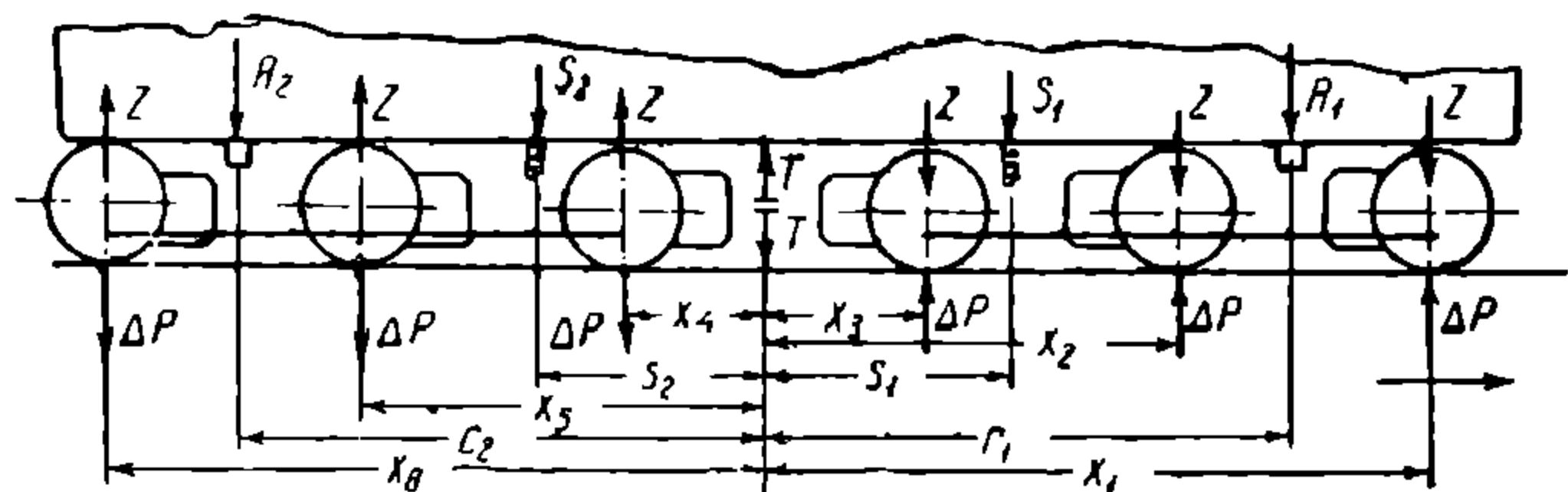
$$A' = \frac{M_1}{12} = \frac{3F_k \cdot H'}{12} = \frac{3 \cdot 4,5 \cdot 0,75}{12} = 0,844 \text{ т.}$$

Коэффициент использования сцепного веса:

$$\eta = \frac{20 - 0,844}{20} \cdot 100 = 95,8\%.$$

Еще раз следует подчеркнуть, что при расположении всех моторов на каждой тележке в одну сторону влияние сил Z от реакции трамвайной подвески на надрессорное строение и сил Z' , действующих непосредственно на оси, при одной сплошь сбалансированной тележке взаимно компенсируется, почему нами в расчет и не принималось.

в) Рассмотрим динамическую разгрузку осей электровоза $C_0 + C_0$ при подвешивании каждой тележки в двух точках, т. е. при сбалансировании всех трех осей каждой тележки. Поскольку такие тележки имеют безразличное равновесие, необходимо дать опору кузову на каждую тележку в двух поперечных плоскостях; так например на сурамских электровозах Броун-Бовери серии C_{II} применены для каждой тележки одна центральная шаровая опора (жесткая) и две боковых опоры (пружинные); эта конструкция дает тележкам устойчивое положение в вертикальном направлении даже при сбалансировании всех осей у каждой тележки вместе.



Фиг. 248.

Схематически описанное рессорное подвешивание изображено на фиг. 248. Как и в предыдущем случае, на тележки действуют моменты от силы тяги $M_1 = 3F_k H'$ и $M_2 = 3F_k (2H - H')$.

Кроме того на надрессорное строение действуют реакции моторов Z : у передней тележки вниз, а у задней — вверх. Рассмотрим отдельно влияние моментов M_1 и M_2 на изменение нагрузок на оси и отдельно влияние сил Z .

Влияние сил Z . Обозначим изменение нагрузок неупругих опор через R_1 , R_2 и упругих через S_1 и S_2 . Благодаря соединению всех рессор балансирами изменения нагрузок одинаковы у всех осей. Обозначим далее реакцию в сочленении тележек через T . Принятое направление этих сил показано на фиг. 248.

Моменты всех сил для первой тележки относительно сочленения дают (фиг. 248):

$$S_1 s_1 + R_1 r_1 + Z(x_1 + x_2 + x_3) - \Delta P(x_1 + x_2 + x_3) = 0, \quad (566)$$

где s_1 и r_1 — расстояния сил S_1 и R_1 до сочленения, а x_1 , x_2 и x_3 — расстояния осей до сочленения.

Проекция всех сил на вертикальную ось дает:

$$S_1 + R_1 + 3Z - 3\Delta P - T = 0, \quad (567)$$

где ΔP — изменение нагрузок на оси. На фиг. 248 показано направление реакции рельсов, вызванной от изменения нагрузки на оси ΔP .

Для второй тележки получим аналогично:

$$R_2 r_2 + S_2 s_2 + \Delta P(x_4 + x_5 + x_6) - Z(x_4 + x_5 + x_6) = 0 \quad (568)$$

и далее

$$R_2 + S_2 + 3\Delta P - 3Z + T = 0. \quad (569)$$

Поскольку в вертикальном направлении нет относительного перемещения тележек, упругие опоры будут иметь всегда одинаковое изменение нагрузок, т. е. $S_1 = S_2$, следовательно и $R_1 = R_2$, поскольку центр тяжести кузова не изменяет своего положения. Кроме того имеем в виду, что в случае симметричного электровоза в отношении разбивки осей на обеих тележках:

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_4 + x_5 + x_6 = \xi.$$

Уравнения (566) и (568) дают нам после подстановки ξ :

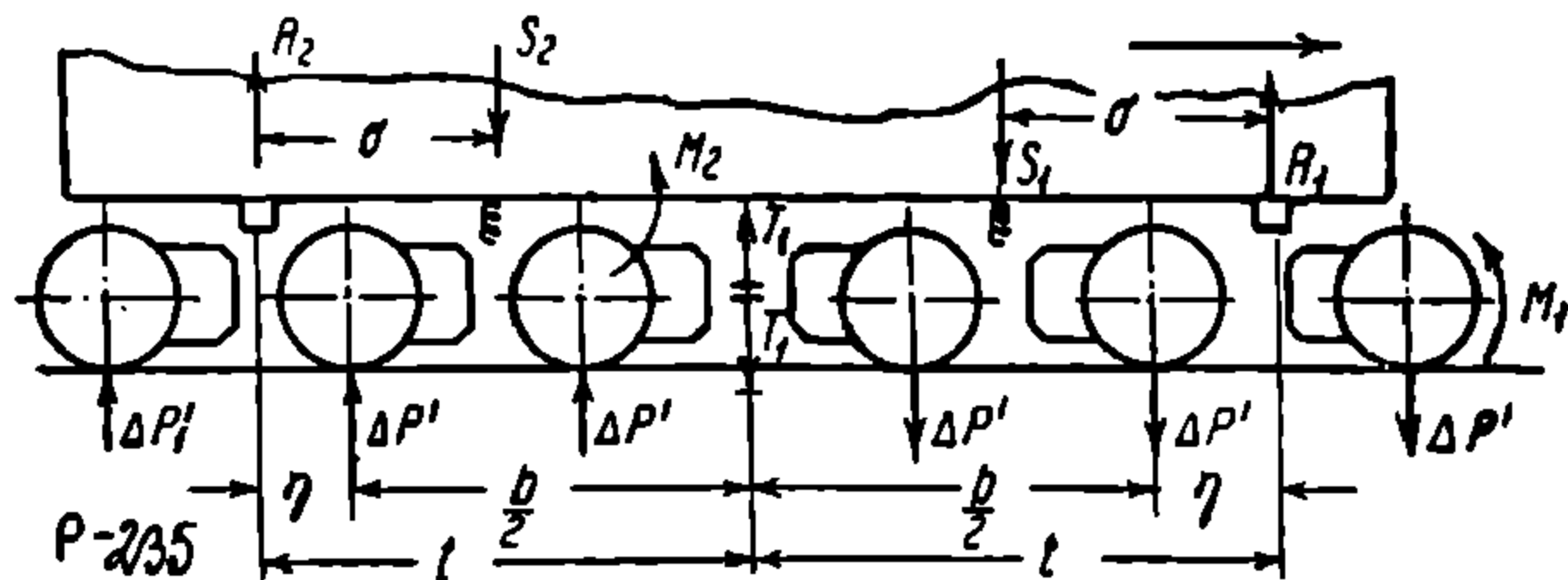
$$R_1 r_1 + S_1 s_1 + Z\xi - \Delta P \xi = R_2 r_2 + S_2 s_2 + \Delta P \xi - Z\xi$$

или

$$\Delta P = Z.$$

Таким образом, влияние сил Z —реакций моторов на наддрессорное строение—дает на каждую движущую ось передней тележки дополнительную зарессоренную нагрузку Z и уменьшает зарессоренную нагрузку каждой оси задней тележки на одну и ту же величину $\Delta P = Z$.

Это изменение зарессоренных нагрузок от сил Z по направлению противоположно изменению незарессоренных нагрузок. Другими словами, сила Z (реакция моторов), действующая на наддрессорное строение, и усилия от реакции мотора, действующие непосредственно на оси, в конечном итоге взаимно компенсируются в отношении нагрузок колес на рельсы, и динамическое изменение нагрузок вызывается исключительно действием моментов M_1 и M_2 .



Фиг. 249.

жесткой и упругой опорой каждой тележки—через σ ; расстояние жесткой опоры до средней оси тележки— η , а до сочленения— t (фиг. 249). Пусть под влиянием моментов M_1 и M_2 обе тележки подымутся своим сочленением вверх; при этом, если в сочленении нет игры, наклон продольных осей тележек к горизонту будет одинаков; следовательно, при одинаковой жесткости пружин упругих опор они получают одинаковую нагрузку, т. е. $S_1 = S_2$, а следовательно и $R_1 = R_2$. Уравнение вертикальных проекций внешних сил каждой тележки напишется в виде:

$$-R_1 + S_1 + 3\Delta P' - T_1 = 0$$

и

$$-R_2 + S_2 - 3\Delta P' + T_1 = 0,$$

откуда находим:

$$T_1 = 3\Delta P'. \quad (570)$$

Уравнения моментов внешних сил относительно жестких опор напишутся в виде:

$$M_1 + S_1 \sigma - T_1 t + 3\Delta P' \eta = 0$$

и

$$M_2 - S_2 \sigma - T_1 t + 3\Delta P' \eta = 0,$$

откуда находим:

$$S_1 = S_2 = \frac{M_2 - M_1}{2\sigma}. \quad (571)$$

Изменение нагрузок на оси $\Delta P'$, вызванное действием моментов M_1 и M_2 , найдется равным:

$$\Delta P' = \frac{M_1 + M_2}{6(t - \eta)}. \quad (572)$$

Подставляя выражение моментов M_1 и M_2 в эту формулу, находим:

$$\Delta P' = \frac{F_k \cdot H}{t - \eta}.$$

Эта формула показывает, что изменение нагрузок при рассматриваемой подвеске в двух точках каждой тележки электровоза $C_0 + C_0$ не зависит от высоты сочленения тележек. Кроме того из формулы:

$$\Delta P' = \frac{F_k H}{t - \eta} \quad \text{или} \quad 3\Delta P' = \frac{6F_k H}{2(t - \eta)}$$

следует, что с точки зрения изменения нагрузок, в случае тележек с двумя точками подвеса, каждая тележка может быть заменена одной осью, а весь шестиосный экипаж — двухосным экипажем с расстоянием между осями $b = 2(t - \eta)$, т. е. равным расстоянию между средними осями обеих тележек. Действительно, если рессоры сбалансированных осей заменить фиктивными, то для двухосного экипажа при общей силе тяги $6F_k$ изменение нагрузок на фиктивную ось будет равно $\frac{6F_k \cdot H}{2(t - \eta)}$, а на каждую действительную ось будет равно $\frac{1}{3}$ найденной нагрузки, или

$$\Delta P' = \frac{1}{3} \cdot \frac{6F_k \cdot H}{2(t - \eta)} = \frac{F_k \cdot H}{t - \eta},$$

т. е. равно найденной выше величине.

Усилие, действующее в сочленении, равно:

$$T_1 = 3\Delta P' = \frac{6F_k H}{2(t - \eta)} = \frac{6F_k H}{b} = \frac{M_1 + M_2}{b}, \quad (573)$$

т. е. равно изменению усилия на фиктивную ось, заменяющую три сбалансированные оси тележки, и не зависит от разности моментов M_1 и M_2 или от соотношения высоты упряжных приборов H и высоты сочленения тележек H' .

Не трудно видеть, что дополнительное усилие упругих опор, равное:

$$S_1 = S_2 = \frac{M_2 - M_1}{2\sigma}, \quad (574)$$

обусловлено лишь неравенством моментов M_1 и M_2 , и если сделать $M_1 = M_2$ (чего можно достичь тем, что сочленение H' расположить на высоте упряжного прибора электровоза H , т. е. сделать $H' = H$), то при развитии тележками силы тяги и моментов M_1 и M_2 продольные оси обеих тележек сохраняют горизонтальное положение, а пружинные опоры не получают добавочных усилий.

Для сравнения этого типа рессорного подвешивания электровоза $C_0 + C_0$ с ранее разобранными определим изменения нагрузок на оси для тех же условий: $F_k = 4,5 \text{ т}$; $H = 1 \text{ м}$ и расстояния между осями по 2 м, что дает величину $(t - \eta)$ — расстояние до средней оси — равным $t - \eta = 4 \text{ м}$.

Таким образом

$$\Delta P' = \frac{F_k \cdot H}{t - \eta} = \frac{4,5 \cdot 1}{4} = 1,125 \text{ т},$$

что дает коэффициент использования сцепного веса независимо от высоты сочленения равным:

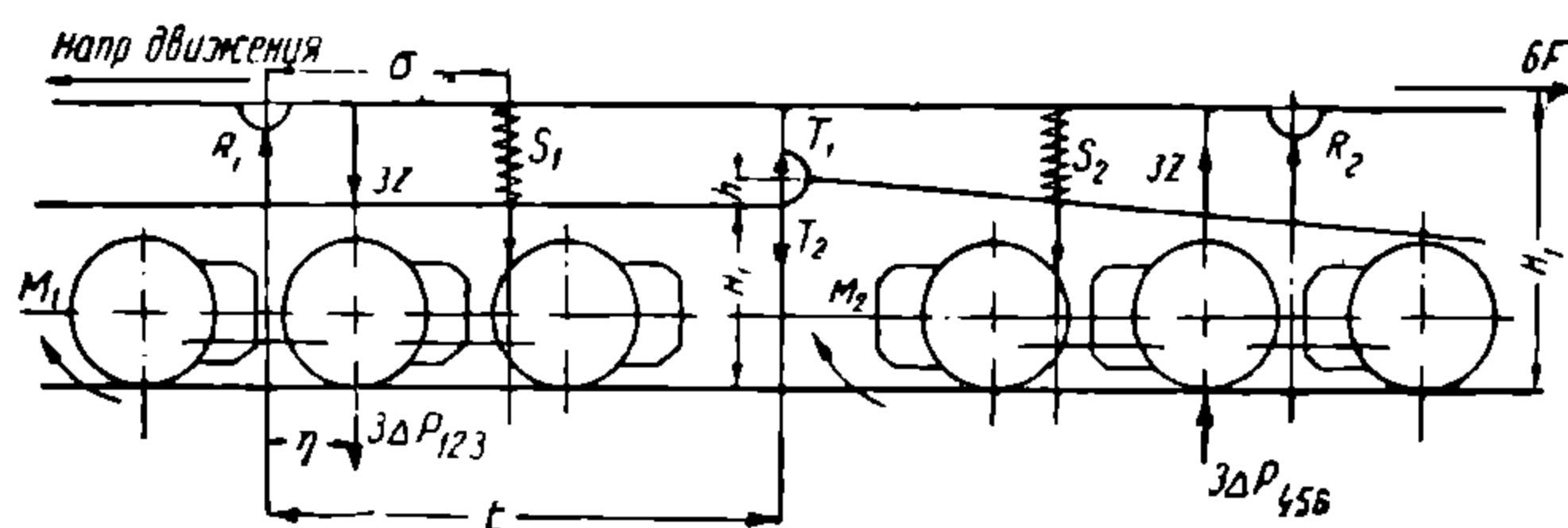
$$\eta = \frac{20 - 1,125}{20} \cdot 100 = 94,4\%.$$

г) Выясним теперь влияние игры в сочленении на изменение нагрузок осей при рассмотренном подвешивании обеих тележек — каждой в одной поперечной плоскости. В этом случае усилия в обеих упругих опорах будут не одинаковы вследствие зазора h в сочленении (фиг. 250). Так как разность прогибов рессор обеих опор будет равна $\frac{h\sigma}{t}$, то при жесткости рессор этих опор \mathcal{K}_0 разность их нагрузок составит $\frac{\mathcal{K}_0 h \sigma}{t}$ и следовательно:

$$S_2 = S_1 + \frac{\mathcal{K}_0 h \sigma}{t}. \quad (575)$$

Кроме того, как и в предыдущем случае, мы принимаем, что все оси первой тележки получают дополнительную зарессоренную перегрузку по ΔP , а все оси второй — такую же разгрузку. Если получится отрицательная величина ΔP , то это будет обозначать разгрузку для первой тележки и перегрузку осей для второй.

Одновременно мы учитываем и действие сил Z на надрессорное строение. Направление сил показано на фиг. 250.



Фиг. 250.

Основные уравнения равновесия для обеих тележек напишутся в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} S_1 + S_2 - R_1 - R_2 &= 0; \\ S_1 \sigma + S_2 (2t - \sigma) - R_2 \cdot 2t &= 0; \\ S_1 - R_1 + 3Z + 3\Delta P_{123} - T_1 &= 0; \\ S_1 \sigma + 3Z\eta + 3\Delta P\eta - T_1 t + M_1 &= 0; \\ S_2 - R_2 - 3Z - 3\Delta P_{456} + T_2 &= 0; \\ -S_2 \sigma + 3Z\eta + 3\Delta P\eta - T_2 t + M_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (576)$$

Совместное решение для этих уравнений дает:

для передней тележки

$$\Delta P_{123} = -\frac{M_2 + M_1}{6(t - \eta)};$$

для задней тележки

$$\Delta P_{456} = \frac{M_2 + M_1}{6(t - \eta)}.$$

(577)

Далее

$$T_1 = \frac{M_2 + M_1}{2(t - \eta)} - \frac{h\kappa_0 \sigma^2}{2t^2}; \quad (578)$$

$$S_1 = \frac{M_2 - M_1}{2\sigma} - \frac{h\kappa_0 \sigma}{2t};$$

$$S_2 = \frac{M_2 - M_1}{2\sigma} + \frac{h\kappa_0 \sigma}{2t};$$

$$R_1 = \frac{M_2 - M_1}{2\sigma} - \frac{h\kappa_0 (t - \sigma) \sigma}{2t^2};$$

$$R_2 = \frac{M_2 - M_1}{2\sigma} + \frac{h\kappa_0 (t - \sigma) \sigma}{2t^2}.$$

(579)

После подстановки значений M_1 и M_2 получим:

$$S_1 = \frac{3F_k (H - H')}{\sigma} - \frac{h\kappa_0 \sigma}{2t};$$

$$S_2 = \frac{3F_k (H - H')}{\sigma} + \frac{h\kappa_0 \sigma}{2t};$$

$$R_1 = \frac{3F_k (H - H')}{\sigma} - \frac{h\kappa_0 (t - \sigma) \sigma}{2t^2};$$

$$R_2 = \frac{3F_k (H - H')}{\sigma} + \frac{h\kappa_0 (t - \sigma) \sigma}{2t^2}.$$

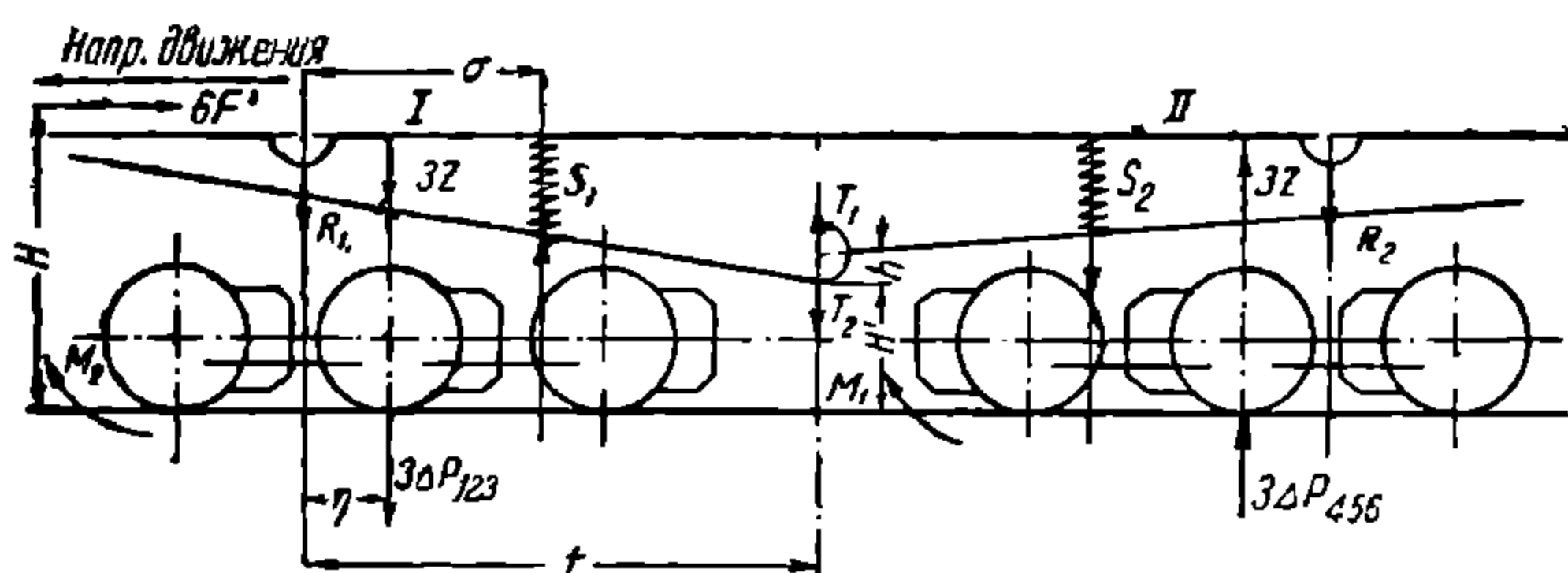
(580)

Этими формулами учитывается влияние зазора в сочленении на изменение усилий в опорах, но на величину нагрузок на оси ΔP зазор в сочленении не оказывает влияния.

В том случае, когда имеет место толкание, мы будем иметь усилия, показанные на фиг. 251, и основные уравнения равновесия напишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} -S_1 - S_2 + R_1 + R_2 &= 0; \\ -S_1\sigma - S_2(2t - \sigma) + R_2 2t &= 0; \\ -S_1 + R_1 + 3Z + 3\Delta P_{123} - T_1 &= 0; \\ -S_1\sigma + 3Z\eta + 3\Delta P_{123}\eta - T_1 t + M_1' &= 0; \\ -S_2 + R_2 - 3Z - 3\Delta P_{456} + T_2 &= 0; \\ S_2\sigma + 3Z\eta + 3\Delta P_{456}\eta - T_2 t + M_2' &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (581)$$

$$S_2 = S_1 + \frac{h\kappa_0\sigma}{t},$$



Фиг. 251.

или после подстановки выражений для M_1' и M_2' получим окончательно:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{3F_k(H - H')}{\sigma} + \frac{h\kappa_0\sigma}{2t}; \\ S_2 &= \frac{3F_k(H - H')}{\sigma} - \frac{h\kappa_0\sigma}{2t}; \\ R_1 &= \frac{3F_k(H - H')}{\sigma} + \frac{h\kappa_0(t - \sigma)\sigma}{2t^2}; \\ R_2 &= \frac{3F_k(H - H')}{\sigma} - \frac{h\kappa_0(t - \sigma)\sigma}{2t^2}. \end{aligned} \right\} \quad (582)$$

В этом случае (толкание) величина зазора также влияет на перераспределение нагрузок между опорами, но не на величину разгрузки осей, каковая остается той же самой, что и при тяге.

д) Рассмотрим динамическую разгрузку осей электровоза $C_0 + C_0$ с рессорным подвешиванием, изображенным на фиг. 252, когда у каждой тележки сбалансированы попарно по две крайние оси, а оси, расположенные у сочленения, свободны. При этом сделаем численный пример для тех же условий, что и в предыдущих случаях, а затем выведем общие формулы с учетом влияния зазора в сочленении. При указанном на чертеже направлении движения трамвайная подвеска вызывает у передней тележки уменьшение незарессоренных нагрузок, а у задней тележки—увеличение незарессоренных нагрузок, и кроме того на раму передней тележки действуют силы Z , направленные вниз, а на раму второй тележки те же силы действуют вверх. На переднюю тележку действует вертикальный момент $M_1 = 3F_k H'$, а на заднюю тележку—момент $M_2 = 3F_k(2H - H')$, где H' —попрежнему высота сочленения и H —высота упряжных приборов электровоза; направление этих моментов таково, что они стремятся поднять передний по ходу электровоза конец тележки. Пусть под влиянием этих моментов оси тележек займут положения, показанные на фиг. 252, т.е. передняя тележка получит наклон φ_1 , а задняя — φ_2 ; далее будем

считать, что зазор в сочленении отсутствует, и, таким образом, внутренние концы обеих тележек подымутся на высоту n . Вместо двух крайних рессор, связанных балансирами, мы будем рассматривать одну фиктивную рессору, жесткость которой равна сумме жесткостей заменяемых рессор, т. е. у передней тележки $\mathcal{K}' = \mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2$ и у задней $\mathcal{K}'' = \mathcal{K}_5 + \mathcal{K}_6$. Изменение нагрузок осей под влиянием моментов M_1 и M_2 мы можем выразить в зависимости от жесткости рессор и от их прогиба (приняв, что электровоз займет положение, показанное на фиг. 252) следующим образом:

для сбалансированных рессор осей I и II: $\mathcal{K}'(n - x'\varphi_1)$;

для оси III: $\mathcal{K}_3(n - \varphi_1 x_3)$;

для оси IV: $\mathcal{K}_4(x_4\varphi_2 - n)$;

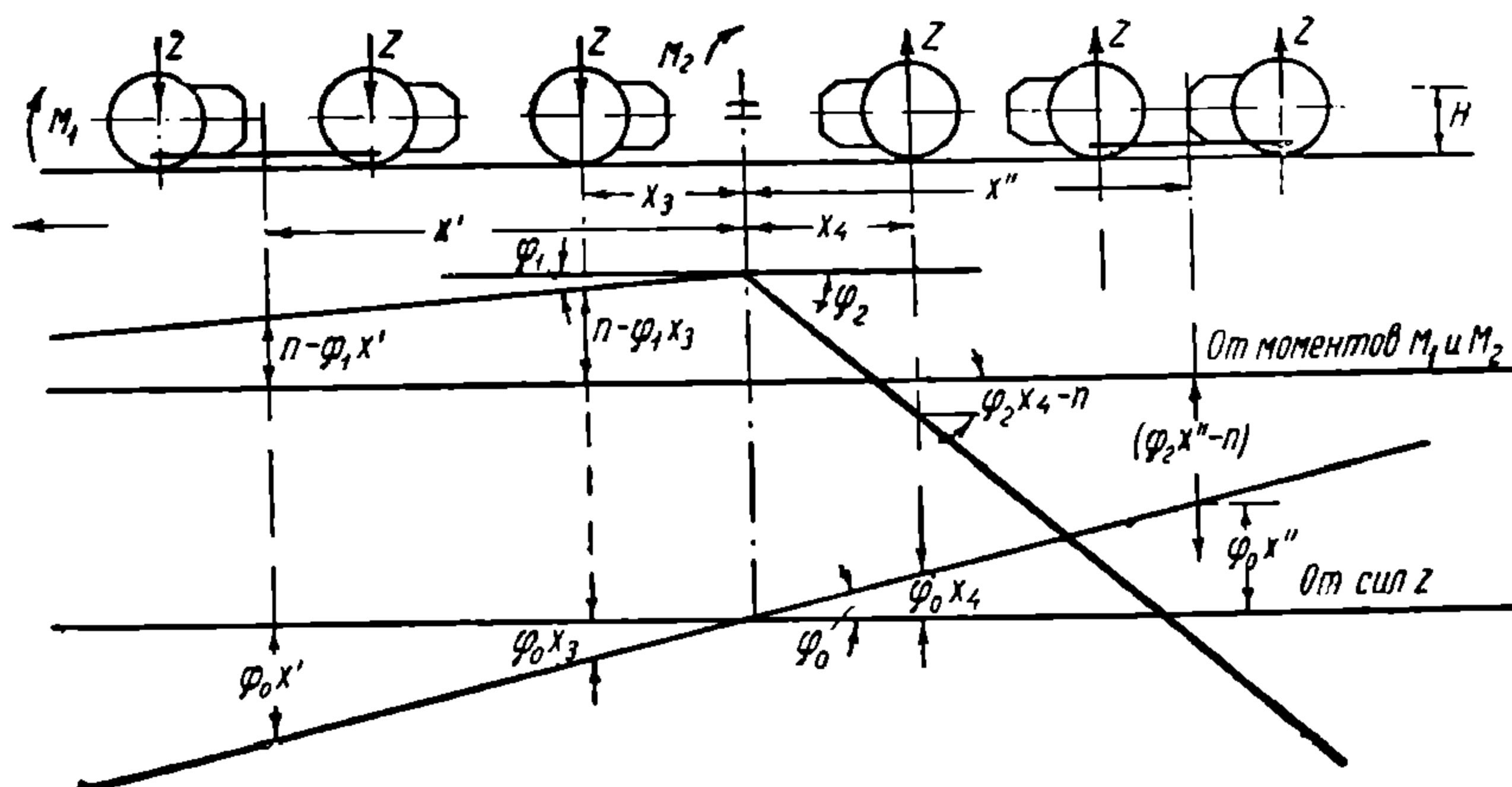
для сбалансированных рессор осей V и VI: $\mathcal{K}''(x''\varphi_2 - n)$.

Тогда уравнения моментов относительно сочленения для каждой тележки напишутся в виде:

$$M_1 - \mathcal{K}'(n - x'\varphi_1)x' - \mathcal{K}_3(n - x_3\varphi_1)x_3 = 0 \quad (583)$$

и

$$M_2 - \mathcal{K}_4(x_4\varphi_2 - n)x_4 - \mathcal{K}''(x''\varphi_2 - n)x'' = 0. \quad (584)$$



Фиг. 252.

Уравнение проекций всех изменений нагрузок рессор напишется в виде:

$$\mathcal{K}'(n - x'\varphi_1) + \mathcal{K}_3(n - x_3\varphi_1) - \mathcal{K}_4(x_4\varphi_2 - n) - \mathcal{K}''(x''\varphi_2 - n) = 0. \quad (585)$$

Совместное решение этих уравнений дает неизвестные φ_1 , φ_2 и n и позволяет найти изменения зарессоренных нагрузок на оси от моментов M_1 и M_2 .

Под влиянием силы Z передняя тележка даст осадку рессор на величину:

$$\delta = \frac{Z}{\mathcal{K}}.$$

У второй тележки, наоборот, рессоры выпрямились бы на ту же величину, если бы имела место игра в сочленении тележек на величину не менее δ . При меньшей игре или при отсутствии ее просадки рессор одной тележки и выпрямление их у другой неизбежно вызовут передачу усилий через сочленение от одной тележки на другую. Не трудно видеть, что (фиг. 252) ввиду полной симметричности действий сил Z относительно сочленения тележек продольные оси тележек от действия сил Z получают одинаковый наклон φ_0 в вертикальной плоскости. Уравнение моментов сил Z относительно сочленения для одной тележки (безразлично—передней или задней) напишется в виде:

$$M_Z = \sum (Zx).$$

Приравнявая этот момент моменту изменений зарессоренных нагрузок на оси от наклона наддрессорного строения тележек под углом φ_0 , получим:

$$M_Z = \sum (Zx) = x'^2 \mathcal{K}'\varphi_0 + x_3^2 \mathcal{K}_3\varphi_0. \quad (586)$$

Отсюда найдем угол наклона тележки φ_0 , вызванного силами Z (реакции моторов на наддрессорное строение), и соответствующие изменения зарессоренной нагрузки на оси: на фиктивные оси, заменяющие сбалансированные оси I и II , а также V и VI :

$$\overline{\Delta P'} = x' \varphi_0 \mathcal{K}'$$

и

$$\overline{\Delta P''} = x'' \varphi_0 \mathcal{K}''$$

и на несбалансированные оси

$$\overline{\Delta P_3} = x_3 \mathcal{K}_3 \varphi_0$$

и

$$\overline{\Delta P_4} = x_4 \mathcal{K}_4 \varphi_0.$$

Для частного случая, при $x' = x'' = 5 \text{ м}$ и $x_3 = x_4 = 2 \text{ м}$, жесткости рессор:

$$\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_2 = \mathcal{K}_3 = \mathcal{K}_4 = \mathcal{K}_5 = \mathcal{K}_6 = \mathcal{K} = 2 \text{ т/см}$$

и соответственно

$$\mathcal{K}' = \mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 = 4 \text{ т/см}$$

и

$$\mathcal{K}'' = \mathcal{K}_5 + \mathcal{K}_6 = 4 \text{ т/см},$$

а также при

$$M_1 = 3F_k H' = 3 \cdot 4,5 \cdot 0,7 = 9,45 \text{ тм}$$

и

$$M_2 = 3 \cdot 4,5 (2 \cdot 1 - 0,7) = 17,55 \text{ тм}$$

получим уравнение моментов для первой тележки:

$$M_1 - \mathcal{K}' (n - x' \varphi_1) x' - \mathcal{K}_3 (n - x_3 \varphi_1) x_3 = 0$$

или

$$9,45 - 24n + 108\varphi_1 = 0$$

и для второй тележки:

$$M_2 - \mathcal{K}_4 (x_4 \varphi_2 - n) - \mathcal{K}'' (x'' \varphi_2 - n) = 0$$

или

$$17,55 - 108\varphi_2 + 24n = 0.$$

Уравнение вертикальных проекций сил напишется в виде:

$$4(n - 5\varphi_1) + 2(\varphi_1 + n) + 2(n - 2\varphi_2) + 4(n - 5\varphi_2) = 0$$

или

$$6n - 12\varphi_1 - 12\varphi_2 = 0.$$

Решение этих уравнений дает:

$$n = 1,35; \quad \varphi_1 = 0,212 \quad \text{и} \quad \varphi_2 = 0,462.$$

Таким образом, получаем:

$$\Delta P_1' = \Delta P_2' = (n - x' \varphi_1) \mathcal{K}_1 = (1,35 - 5 \cdot 0,212) 2 = 0,575 \text{ т},$$

$$\Delta P_3' = (n - x_3 \varphi_1) \mathcal{K}_3 = (1,35 - 2 \cdot 0,212) 2 = 1,850 \text{ т},$$

$$\Delta P_4' = (\varphi_2 x_4 - n) \mathcal{K}_4 = (2 \cdot 0,462 - 1,35) 2 = -0,850 \text{ т},$$

$$\Delta P_5' = \Delta P_6' = (\varphi_2 x'' - n) \mathcal{K}_5 = (5 \cdot 0,462 - 1,35) 2 = 1,925 \text{ т}.$$

Влияние сил Z найдем из уравнения (586):

$$M_Z = \sum (Zx) = \mathcal{K}' x'^2 \varphi_0 + \mathcal{K}_3 x_3^2 \varphi_0.$$

Подставив в это уравнение:

$$Z = \frac{F_k D_k}{2l} = 2,4 \text{ т},$$

получим:

$$M_Z = 3 \cdot 2,4 \cdot 4 = 28,8 = 4 \cdot 5^2 \cdot \varphi_0 + 2 \cdot 2^2 \cdot \varphi_0$$

или

$$108\varphi_0 = 28,8,$$

откуда

$$\varphi_0 = 0,268.$$

Изменение нагрузок сбалансированных осей от сил Z найдется равным:

$$\Delta P_1'' = \Delta P_2'' = -\Delta P_5'' = -\Delta P_6'' = \frac{1}{2} \mathcal{K}' \varphi_0 x' = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,268 \cdot 5 = 2,680 \text{ т}$$

и средних осей:

$$\Delta P_3'' = -\Delta P_4'' = \mathcal{K}_3 \varphi_0 x_0 = 2 \cdot 0,268 \cdot 2 = 1,072 \text{ т}.$$

Кроме того на оси передается непосредственно реактивное усилие от трамвайной подвески двигателя в виде усилия $Z' = 2,4 \text{ т}$, уменьшающее нагрузку осей передней тележки и увеличивающее нагрузку осей задней тележки. Общее изменение нагрузок осей дано на табл. 53.

Таблица 53

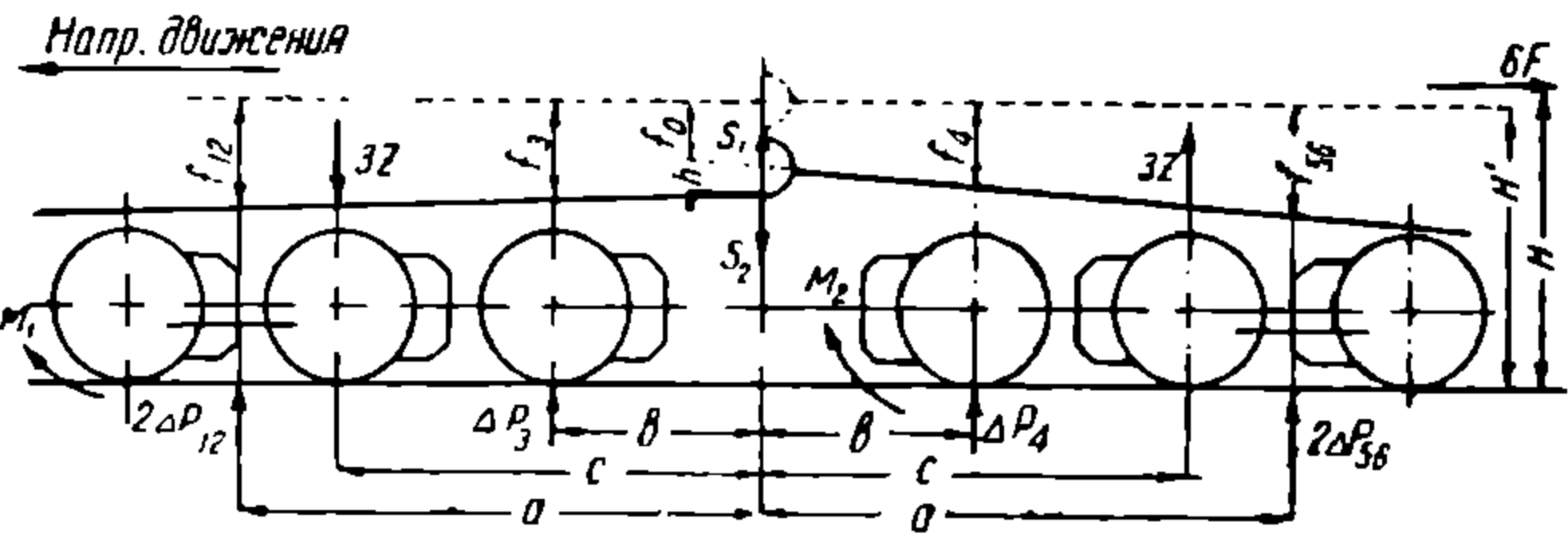
Изменение нагрузок осей электровоза $C_0 + C_0$ с подвешиванием электровоза в двух поперечных плоскостях на каждой тележке

Наименование осей	I, II	III	IV	V, VI
Изменение незарессоренных нагрузок	— 2 400	— 2 400	2 400	2 400
Изменение зарессоренных нагрузок от моментов M_1 и M_2 .	— 0,575	— 1 850	— 850	1 925
То же от сил Z .	2,680	1 072	— 1 072	— 2 680
Общее изменение нагрузок.	— 0,295	— 3,178	0,478	1,645

Коэффициент использования сцепного веса:

$$\eta = \frac{20 - 3,178}{20} \cdot 100 = 84,1\%.$$

Наивыгоднейшую высоту сочленения будет легко вывести, пользуясь общими уравнениями, которые мы выведем с учетом зазора в сочленении.



Фиг. 253.

Пусть под влиянием моментов M_1 и M_2 и сил Z , действующих на наддрессорное строение, последнее заняло положение, изображенное на фиг. 253, когда фиктивная рессора, заменяющая две крайние рессоры первой тележки, с жесткостью $\mathcal{K}' = \mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 = 2\mathcal{K}$ получила прогиб f_{12} , а фиктивная рессора, заменяющая

рессоры V и VI осей, той же жесткости получила прогиб f_{56} , рессоры же осей III и IV получили прогибы f_3 и f_4 . Кроме того примем, что жесткости рессор одинаковы и тележки совершенно одинаковы в отношении расположения осей. Обозначим расстояние равнодействующей сил $3Z$ каждой тележки до сочленения через c (на фиг. 253 сила $3Z$ показана расположенной над средней осью; это однако необязательно и это будет иметь место только при одинаковой нагрузке на оси).

Основные уравнения равновесия для этого случая напишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} -2\Delta P_{12} - \Delta P_3 - S_1 + 3Z &= 0; & 2\Delta P_{12} \cdot a + \Delta P_3 b + M_1 - 3Zc &= 0; \\ -2\Delta P_{56} - \Delta P_4 + S_2 - 3Z &= 0; & -2\Delta P_{56} \cdot a - \Delta P_4 \cdot b + M_2 - 3Zc &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (587)$$

Мы предполагаем, что все оси получили перегрузки; поэтому те оси, для которых мы получим отрицательные величины перегрузок, будут в действительности разгружаться.

Недостающее уравнение мы получим из соотношения прогибов рессор:

$$\frac{f_{12} - f_0 - h}{f_3 - f_0 - h} = \frac{f_{56} - f_0}{f_4 - f_0} = \frac{a}{b}$$

или, исключая f_0 , получим:

$$-f_{12} \cdot b + f_3 \cdot a - f_4 \cdot a + f_{56} \cdot b - h(a - b) = 0. \quad (588)$$

Умножая все члены этого уравнения на общую жесткость рессор \mathcal{J} и заменяя

$$f_{12} \cdot \mathcal{J} = \Delta P_{12}; \quad f_3 \cdot \mathcal{J} = \Delta P_3; \quad f_4 \cdot \mathcal{J} = \Delta P_4 \quad \text{и} \quad f_{56} \cdot \mathcal{J} = \Delta P_{56},$$

мы получим:

$$-\Delta P_{12} \cdot b + \Delta P_3 \cdot a - \Delta P_4 \cdot a + \Delta P_{56} \cdot b - h(a - b)\mathcal{J} = 0. \quad (589)$$

Совместное решение уравнений (587), (588) и (589) с подстановкой:

$$M_1 = 3F_k H' \quad \text{и} \quad M_2 = 3F_k \cdot (2H - H')$$

и с учетом силы Z' , непосредственно действующей на ось, дает:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{12} &= \frac{3F_k (H - H')}{2(a - b)} - \frac{6F_k Ha - 6Zca + bh\mathcal{J}(a - b)}{2(2a^2 + b^2)} - Z'; \\ \Delta P_3 &= -\frac{3F_k (H - H')}{a - b} - \frac{3F_k Hb - 3Zcb - ah\mathcal{J}(a - b)}{2a^2 + b^2} - Z'; \\ \Delta P_4 &= -\frac{3F_k (H - H')}{a - b} + \frac{3F_k Hb - 3Zcb - ah\mathcal{J} \cdot (a - b)}{2a^2 + b^2} + Z'; \\ \Delta P_{56} &= \frac{3F_k (H - H')}{2(a - b)} + \frac{6F_k Ha - 6Zca + bh\mathcal{J}(a - b)}{2(2a^2 + b^2)} + Z'; \\ S_1 = S_2 &= \frac{3F_k H(2a + b) - 3Zc(2a + b) - h\mathcal{J}(a - b)^2}{2a^2 + b^2} + 3Z. \end{aligned} \right\} \quad (590)$$

Поскольку обе тележки имеют по две поперечные плоскости подвешивания, они могут работать независимо друг от друга при условии достаточного зазора h , величину которого мы определим, приравняв S нулю; получим:

$$h_{\max} = \frac{3F_k H(2a + b) - 3Zc(2a + b) + 3Z(2a^2 + b^2)}{\mathcal{J}(a - b)^2}. \quad (591)$$

Чем меньше h , тем большее влияние будет оказывать одна тележка на другую.

Высокое использование сцепного веса будет иметь место в том случае, когда разгрузка всех трех осей будет одинакова, т. е. при $\Delta P_{12} = \Delta P_3$, что дает:

$$\begin{aligned} &\frac{3F_k (H - H')}{2(a - b)} - \frac{6F_k Ha - 6Zca + bh\mathcal{J}(a - b)}{2(2a^2 + b^2)} - Z' = \\ &= -\frac{3F_k (H - H')}{a - b} - \frac{3F_k Hb - 3Zcb - ah\mathcal{J}(a - b)}{2a^2 + b^2} - Z', \end{aligned}$$

откуда

$$H' = H - \frac{2H(a - b)^2}{3(2a^2 + b^2)} + \frac{2Zc(a - b)^2}{3F_k(2a^2 - b^2)} - \frac{h\mathcal{J}(2a + b)(a - b)^2}{9F_k \cdot (2a^2 + b^2)}. \quad (592)$$

Величина H' , подсчитанная по этой формуле, дана на табл. 54 для различной силы тяги F_k и различной высоты сочленения. Интересно отметить, что при $h = 0$ величина H' не зависит от силы тяги; при $h \neq 0$ высота сочленения, дающая высокое использование сцепного веса, падает с увеличением h и с уменьшением F_k .

Наивыгоднейшая высота сочленения при тяге для электровоза $C_0 + C_0$ (по фиг. 253)

F_k в кг	$h=0$	$h=15$ мм	$h=30$ мм
4 500	1,173 м	1,007 м	0,840 м
5 000	1,173 »	1,023 »	0,873 »
6 000	1,173 »	1,046 »	0,923 »

Ниже на табл. 55 приведены изменения нагрузок на оси при наивыгоднейшей высоте сочленения для различной силы тяги и определен коэффициент использования сцепного веса.

Из этой таблицы видно, что при $h=0$ и наивыгоднейшей высоте сочленения $H'=1,173$ м коэффициент использования сцепного веса при силе тяги $F_k=4 500$ кг, т. е. при той же, при которой мы производили сравнение других электровозов, получился равным $\eta=94,2\%$.

Таблица 55

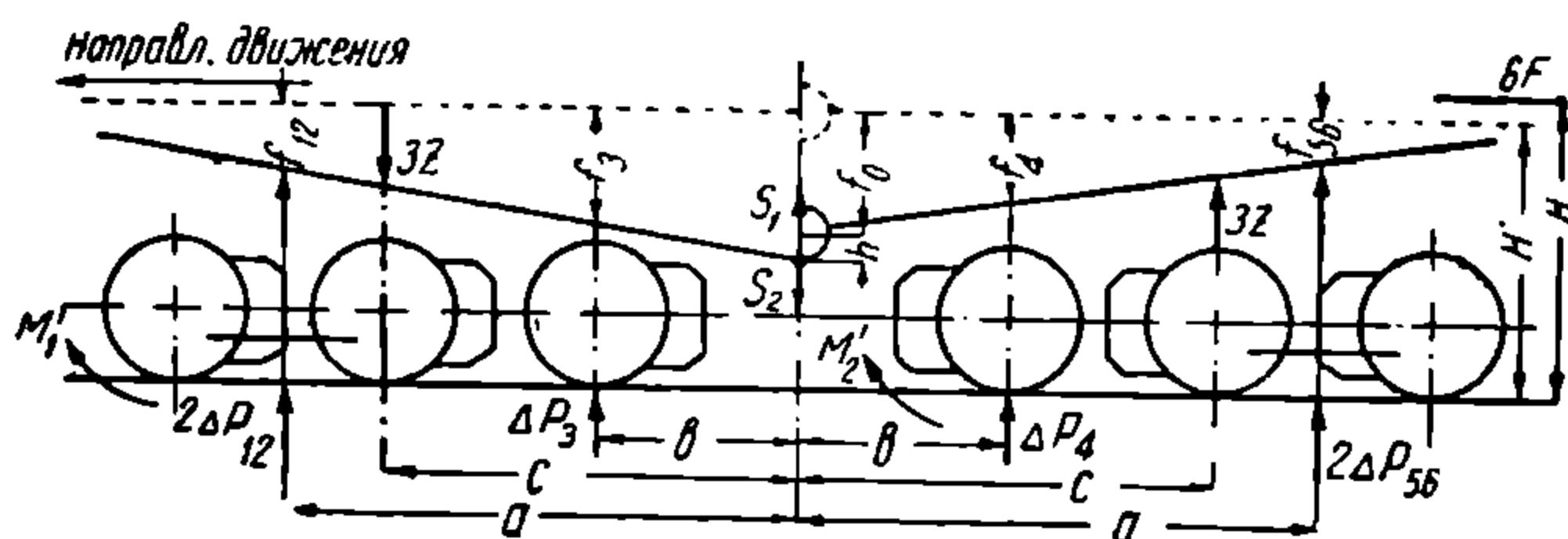
Разгрузка осей и коэффициент использования сцепного веса электровоза $C_0 + C_0$ при наивыгоднейшей высоте сочленения и при $h=0$

Сила тяги в кг	H' в м	№ о с е й				η
		I,	III	IV	V, VI	
$F_k=4 500$	1,173	—1 275	—1 275	2 378	724	93,6%
$F_k=5 000$	1,173	—1 429	—1 429	2 642	822	92,9%
$F_k=6 000$	1,173	—1 700	—1 700	3 170	965	91,5%

С увеличением зазора в сочленении коэффициент использования сцепного веса несколько возрастает; однако зазор свыше ± 5 мм является нежелательным, так как влечет за собой удары в сочленении; поэтому воспользоваться более высоким коэффициентом использования сцепного веса за счет зазора в сочленении не представляется возможным.

Направление сил при толкании показано на фиг. 254. Основные уравнения будут:

$$\left. \begin{aligned} -2\Delta P_{12} - \Delta P_3 - S_1 + 3Z &= 0; & 2\Delta P_{12} \cdot a + \Delta P_3 \cdot b + M_1' - 3Zc &= 0; \\ -2\Delta P_{56} - \Delta P_4 + S_2 - 3Z &= 0; & -2\Delta P_{56} \cdot a - \Delta P_4 \cdot b + M_2' - 3Zc &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (593)$$



Фиг. 254.

Кроме того, как и в предыдущем случае, составляем дополнительное уравнение:

$$\frac{f_0 + h - f_{12}}{f_0 + h - f_3} = \frac{f_0 - f_{56}}{f_0 - f_4} = \frac{a}{b}$$

или, исключая f_0 :

$$-f_{12} \cdot b + f_3 \cdot a - f_4 \cdot a - f_{56} \cdot b - h(a - b) = 0.$$

(594)

Умножая это уравнение на общий коэффициент жесткости рессор $ж$ и заменяя $f_{12} \cdot ж = \Delta P_{12}$; $f_3 \cdot ж = \Delta P_3$ и т. д., получим дополнительное уравнение:

$$- \Delta P_{12} \cdot b + \Delta P_3 \cdot a - \Delta P_4 \cdot a - \Delta P_{56} \cdot b - hж(a - b) = 0.$$

(595)

Решение этих уравнений дает:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{12} &= - \frac{3F_k \cdot (H - H')}{2(a - b)} - \frac{6F_k \cdot Ha - 6Zca + bhж(a - b)}{2(2a^2 + b^2)} - Z'; \\ \Delta P_3 &= \frac{3F_k (H - H')}{a - b} - \frac{3F_k \cdot Hb - 3Zcb - ahж(a - b)}{2a^2 + b^2} - Z'; \\ \Delta P_4 &= \frac{3F_k (H - H')}{a - b} + \frac{3F_k Hb - 3Zcb - ahж(a - b)}{2a^2 + b^2} + Z'; \\ \Delta P_{56} &= - \frac{3F_k (H - H')}{2(a - b)} + \frac{6HF_k \cdot a - 6Zca + bhж(a - b)}{2(2a^2 + b^2)} + Z'; \\ S_1 = S_2 &= \frac{3F_k H (2a + b) - 3Zc (2a + b) - hж(a - b)^2}{2a^2 + b^2} + 3Z' \end{aligned} \right\}$$

(596)

Как и в предыдущем случае, мы будем иметь наивыгоднейшее использование сцепного веса при $\Delta P_{12} = \Delta P_3$, т. е. при

$$\begin{aligned} & - \frac{3F_k (H - H')}{2(a - b)} - \frac{6F_k Ha - 6Zca + bhж(a - b)}{2(2a^2 + b^2)} - Z' = \\ & = \frac{3F_k (H - H')}{a - b} - \frac{3F_k \cdot Hb - 3Zcb - ahж(a - b)}{2a^2 + b^2} - Z', \end{aligned}$$

(597)

откуда находим наивыгоднейшую высоту сочленения при толкании:

$$H' = H + \frac{2H(a - b)^2}{3(2a^2 + b^2)} - \frac{2Zc(a - b)^2}{3F_k(2a^2 + b^2)} + \frac{hж(2a + b)(a - b)^2}{9F_k(2a^2 + b^2)}.$$

(598)

Результаты подсчетов по этой формуле приведены на табл. 56.

Таблица 56

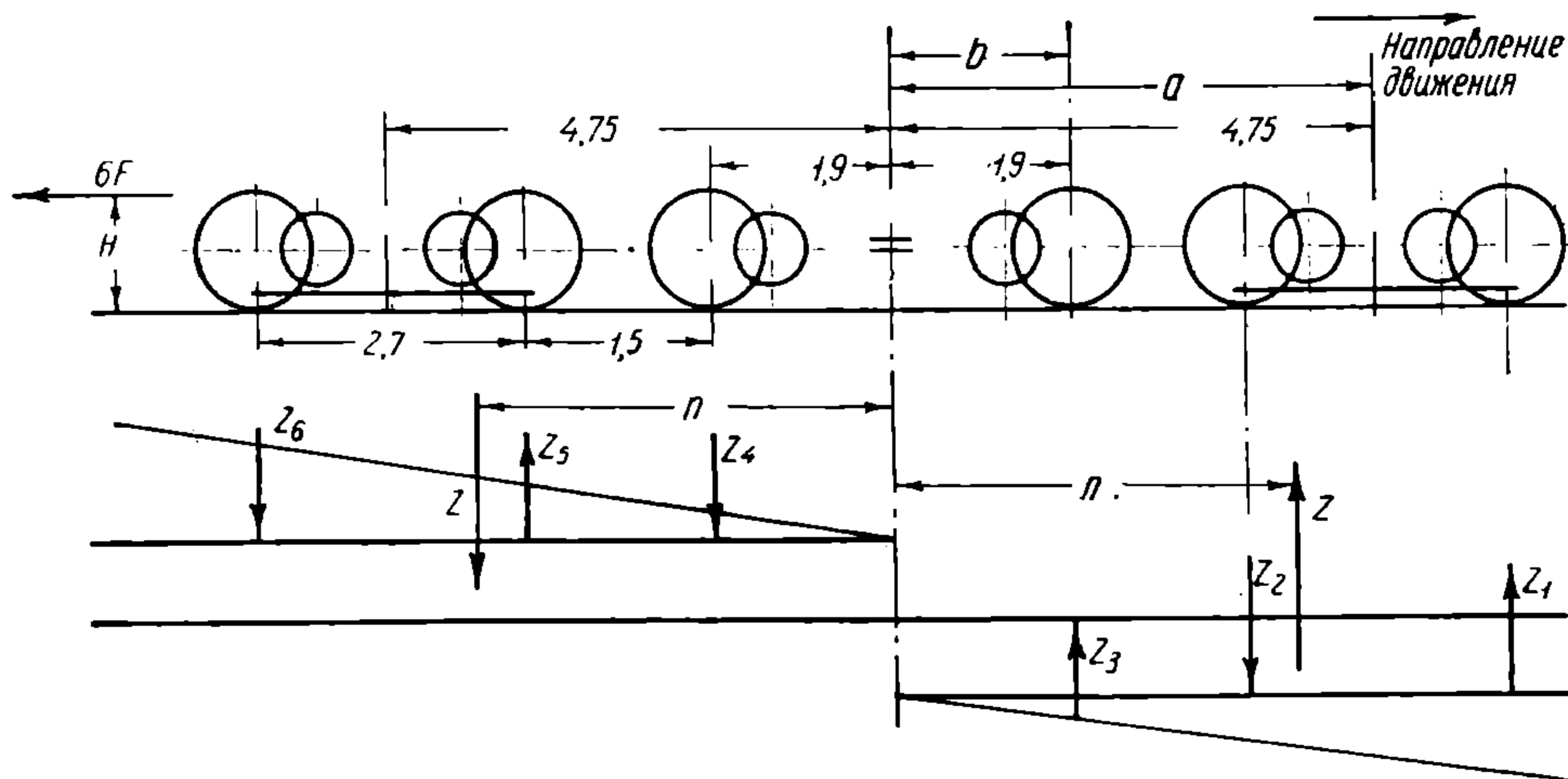
Наивыгоднейшая высота сочленения при толкании для электровоза $C_0 + C_0$

F_k в кг	Высота сочленения при			Примечание
	$h=0$	$h=15 \text{ мм}$	$h=30 \text{ мм}$	
4500	0,927 м	1,093 м	1,260 м	
5000	0.927	1,077 »	1,227 »	
6000 .	0,927 »	1,052 »	1,177 »	

Из этой таблицы видим, что, так же как и при тяге, при толкании наивыгоднейшая высота сочленения при отсутствии зазора ($h = 0$) получается независимой от силы тяги; при $h \neq 0$ для каждого значения силы тяги имеется своя наивыгоднейшая высота сочленения, при чем наивыгоднейшая высота сочленения при тяге и при толкании различна, и электровоз с хорошо подобранной высотой сочленения для тяги будет иметь плохое использование сцепного веса при толкании, и обратно.

Мы рассмотрели использование сцепного веса электровоза $C_0 + C_0$ с различным рессорным подвешиванием при расположении моторов носиками к сочленению. Рассмотрим теперь использование сцепного веса электровоза $C_0 + C_0$ при смешанном расположении моторов, т. е. когда часть моторов располагается носиками к сочленению, а часть — к концу. Здесь мы остановимся на двух типах электровозов, у которых:

а) у двух крайних осей каждой тележки моторы располагаются между этими осями, у средних осей (III и IV) — к сочленению (фиг. 255 и 256);

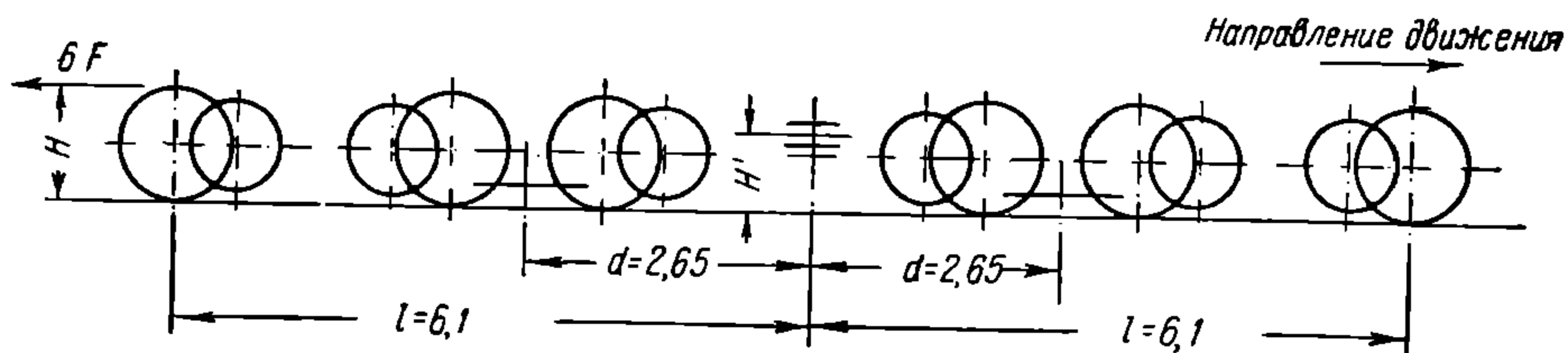


Фиг. 255.

б) у двух крайних осей каждой тележки (I и II; V и VI) моторы располагаются к сочленению, у средних же осей (III и IV) — к концам электровоза, так что моторы осей II и III и IV и V оказываются расположенными рядом между этими осями (фиг. 257).

Для первого случая расположения моторов расчет производится для двух видов рессорного подвешивания:

1) рессоры I и II, V и VI осей сопряжены между собой балансирами, а рессоры III и IV осей независимы (фиг. 255);



Фиг. 256.

2) рессоры II и III, IV и V осей сопряжены между собой балансирами, а рессоры I и VI осей независимы (фиг. 256).

1-й случай. Крайние оси электровоза сбалансированы попарно. Определим сначала изменение нагрузок осей от действия моментов M_1 и M_2 , при чем для упрощения примем, что зазор в сочленении отсутствует; мы можем воспользоваться формулами (590), выведенными для одностороннего расположения моторов, положив в них $Z = 0$ и $Z' = 0$; тогда изменение нагрузок на оси от действия моментов M_1 и M_2 определится равным:

$$\Delta P_{12} = 3F_k \left[\frac{H - H'}{2(a - b)} - \frac{Ha}{2a^2 + b^2} \right]; \quad (599)$$

$$\Delta P_3 = -3F_k \left[\frac{H-H'}{a-b} + \frac{Hb}{2a^2+b^2} \right]; \quad (600)$$

$$\Delta P_4 = -3F_k \left[\frac{H-H'}{a-b} - \frac{Hb}{2a^2+b^2} \right]; \quad (601)$$

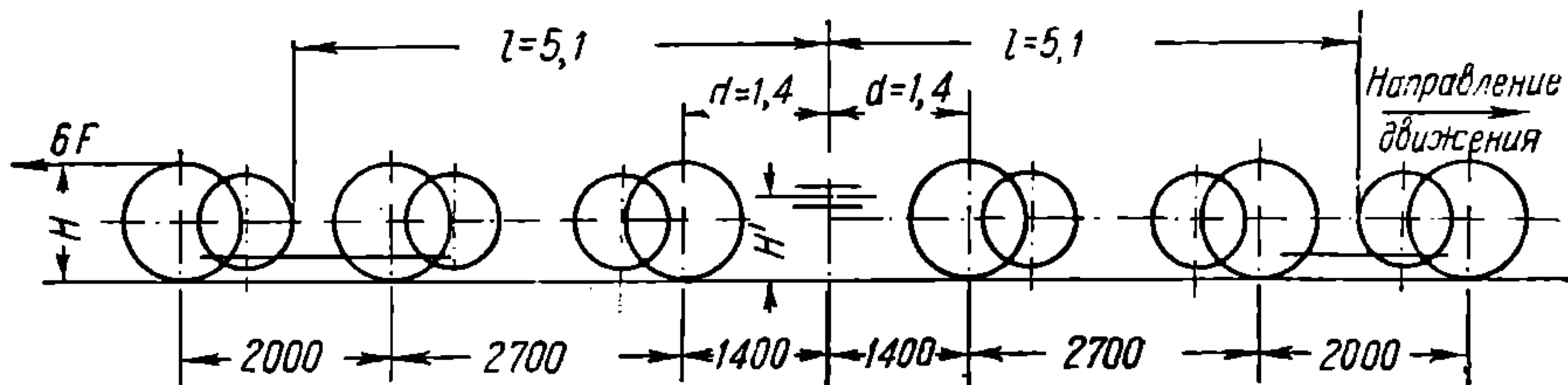
$$\Delta P_{56} = 3F_k \left[\frac{H-H'}{2(a-b)} + \frac{Ha}{2a^2+b^2} \right]. \quad (602)$$

Найдем теперь изменение нагрузок на оси от реакций моторов Z , действующих на надрессорное строение. Направление этих сил, которое зависит от направления движения и расположения мотора относительно своей оси, показано на фиг. 255.

Вместо отдельных сил каждой тележки будем рассматривать их равнодействующую Z , находящуюся на расстоянии n от сочленения тележки. Расстояние n определяется по формуле:

$$n = \frac{Z_1 x_1 - Z_2 x_2 + Z_3 b}{Z_1 - Z_2 + Z_3},$$

где x_1 и x_2 — расстояния крайних осей до сочленения, и точно такое же выражение n будем иметь для второй тележки (при сделанном нами предположении, что обе тележки одинаковы).



Фиг. 257.

Составим уравнение равновесия, обозначив изменения нагрузок осей под влиянием сил Z через $\Delta P'_{12}$; $\Delta P'_3$; $\Delta P'_4$; $\Delta P'_{56}$. Сумму моментов от изменения нагрузок на оси относительно сочленения тележек приравняем моменту от сил Z ; получим:

$$2\Delta P'_{12} \cdot a + \Delta P'_3 \cdot b = Z \cdot n. \quad (603)$$

Сумму проекций всех сил на вертикальную ось координат приравняем сумме изменений нагрузок на оси:

$$2P'_{12} + P'_3 + T = Z, \quad (604)$$

где T — усилие в сочленении.

Дополнительное уравнение составим из условия деформации рессор:

$$\frac{\Delta P'_{12}}{a} = \frac{\Delta P'_3}{b}. \quad (605)$$

Совместное решение уравнений (603), (604) и (605) дает:

$$\Delta P'_{12} = Z \cdot \frac{na}{2a^2+b^2}; \quad (606)$$

$$\Delta P'_3 = Z \cdot \frac{nb}{2a^2+b^2} \quad (607)$$

и

$$T = Z \cdot \frac{(2a^2+b^2) - n(2a+b)}{2a^2+b^2}. \quad (608)$$

Изменения нагрузок $\Delta P'_{56}$ и $\Delta P'_4$ будут те же по абсолютной величине, что и для P'_{12} и P'_3 , но обратны по знаку.

По выведенным формулам производим подсчет изменения нагрузок осей при силе тяги $F_k = 4,5 \text{ т}$ как от моментов M_1 и M_2 , так и от сил реакций $Z = 2,4 \text{ т}$ и при расстоянии между осями, показанном на фиг. 255. Данные подсчета приведены на табл. 57.

Таблица 57

Разгрузка осей электровоза C_0+C_0 при высоте сочленения $H'=0,825 \text{ м}$ (по фиг. 255)

№ осей	I	II	III	IV	V	VI
Статическая нагрузка на ось в кг	20 000	20 000	20 000	20 000	20 000	20 000
Изменение нагрузки от моментов M_1 и M_2 в кг	— 850	— 850	—1 615	— 500	1 910	1 910
То же от сил реакций моторов Z , действующих на над-рессорное строение в кг	1 070	1 070	425	— 425	—1 070	—1 070
То же от сил реакций моторов Z , действующих непосредственно на ось в кг	—2 300	2 300	—2 300	2 300	—2 300	2 300
Динамическая нагрузка на ось в кг	17 920	22 520	16 510	21 375	18 540	23 140

Таким образом, коэффициент использования сцепного веса будет равен:

$$\eta = \frac{16\,510}{20\,000} \cdot 100 = 82,5\%.$$

2-й случай. Сбалансированы рессоры осей: второй с третьей и четвертой с пятой (фиг. 256). Найдем изменения нагрузок на оси при указанном рессорном подвешивании от влияния моментов M_1 и M_2 и отдельно от сил Z , действующих на надрессорное строение. Формулы для определения изменения нагрузок на оси от действия моментов можем вывести по аналогии с предыдущим случаем:

$$\Delta P_1 = 3F_k \left[\frac{H-H'}{a-b} - \frac{Ha}{2b^2+a^2} \right]; \tag{609}$$

$$\Delta P_{23} = -3F_k \left[\frac{H-H'}{2(a-b)} + \frac{Hb}{2b^2+a^2} \right]; \tag{610}$$

$$\Delta P_{45} = -3F_k \left[\frac{H-H'}{2(a-b)} - \frac{Hb}{2b^2+a^2} \right]; \tag{611}$$

$$\Delta P_6 = 3F_k \left[\frac{H-H'}{a-b} + \frac{Ha}{2b^2+a^2} \right], \tag{612}$$

а изменения нагрузок на оси от действия силы Z :

$$\Delta P_1' = -\Delta P_6' = Z \cdot \frac{an}{a^2+2b^2}; \tag{613}$$

$$\Delta P_{23}' = -\Delta P_{45}' = Z \cdot \frac{bn}{a^2+2b^2}. \tag{614}$$

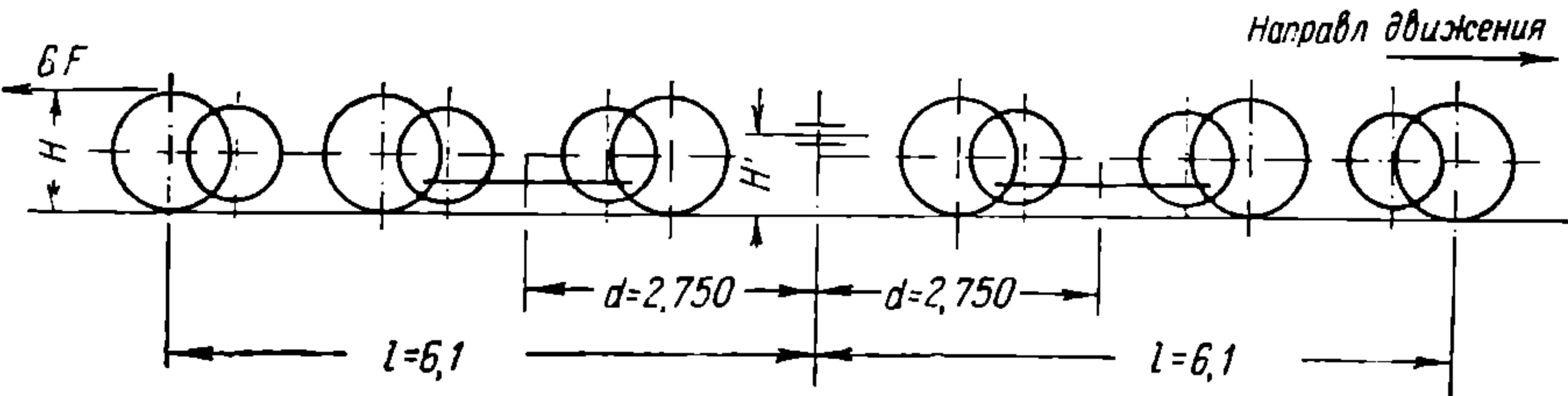
На основании этих формул приведен подсчет изменения нагрузок осей электровоза при силе тяги $F_k = 4,5 \text{ т}$ и при расстоянии между осями, как показано на фиг. 256, при высоте сочленения $H' = 0,825 \text{ м}$. Результаты подсчетов приведены на табл. 58.

№ осей	I	II	III	IV	V	VI
Статическая нагрузка в кг	20 000	20 000	20 000	20 000	20 000	20 000
Изменение нагрузки от моментов M_1 и M_2 в кг	— 790	—1 175	—1 175	290	290	2 560
То же от сил реакций моторов Z , действующих на над-рессорное строение в кг	1 310	568	568	— 568	— 568	—1 310
То же от сил реакций моторов Z , действующих непосредственно на ось в кг	—2 300	2 300	—2 300	2 300	—2 300	2 300
Динамическая нагрузка на ось в кг	18 220	21 693	17 093	22 022	17 422	23 550

Коэффициент использования сцепного веса получится равным:

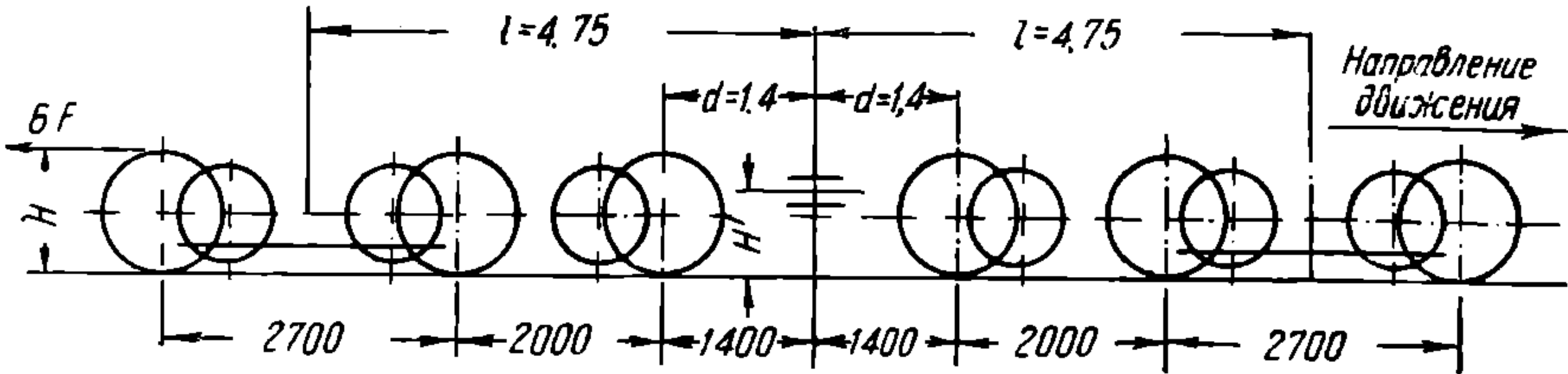
$$\eta = \frac{17\,422}{20\,000} \cdot 100 = 87,1\%.$$

Исследуем использование сцепного веса электровоза $C_0 + C_0$ с расположением моторов согласно фиг. 257 (для случая, когда сбалансированы крайние оси). Не трудно видеть, что в этом случае для определения изменения нагрузок на оси от действия моментов от силы тяги всецело применимы формулы



Фиг. 258.

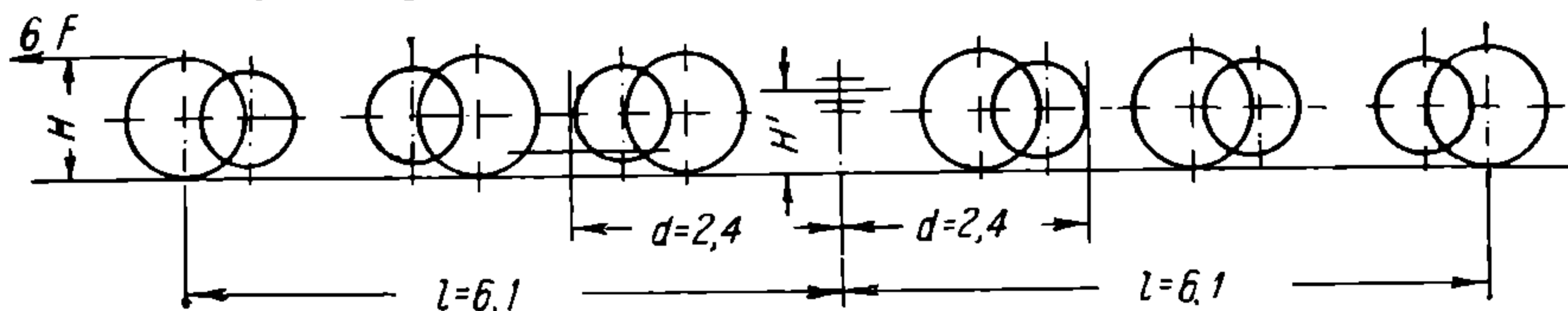
(599)—(602). Влияние же сил Z будет иное, чем мы имели в случае фиг. 255, так как равнодействующая их будет проходить значительно дальше от сочленения тележек, но формулы (603)—(608) остаются в силе.



Фиг. 259.

Схема рессорного подвешивания и расположения моторов согласно фиг. 258. В том случае, когда сбалансированы по две оси, ближайшие к сочленению, для определения влияния моментов M_1 и M_2 на изменение нагрузок на оси можно пользоваться теми же формулами (609)—(612), что в случае фиг. 256, а для определения изменения нагрузок осей от действия силы Z на над-рессорное строение—формулами (603)—(608).

Не трудно видеть, что при расположении моторов и при рессорном подвешивании согласно фиг. 259 расчет можно производить по тем же формулам, что и в случае фиг. 255, а при расположении моторов и рессорном подвешивании согласно фиг. 260 расчет можно производить по тем же формулам, что и в случае фиг. 256.



Фиг. 260.

Подсчеты для электровазона с расположением моторов и расстоянием между осями по фиг. 257—260 при развитии ими силы тяги на ось $F_k = 4,5 \text{ т}$ и при высоте сочленения $H' = 0,825 \text{ м}$ показывают, что коэффициент использования сцепного веса колеблется в пределах от 82,5 (случай, приведенный на фиг. 258) до 85,0% (случай, приведенный на фиг. 260).

Выводы

Несимметричное рессорное подвешивание, принятое на электровазонах C_c , а именно: две точки подвешивания на одной тележке и три (или четыре) точки подвешивания на другой, дает неодинаковое использование сцепного веса электровазона в обоих направлениях движения. Лучшее использование сцепного веса электровазона получается при езде с тележкой с двумя точками подвешивания впереди. При наивыгоднейшей высоте сочленения для этого направления движения $H' = 0,8, H$ — коэффициент использования сцепного веса — получается равным (при $F_k = 4,5 \text{ т}$) $\eta = 95,5\%$; зато при езде в обратном направлении $\eta = 84,2\%$.

Наивыгоднейшая высота сочленения для езды с тележкой с двумя точками подвешивания позади получается равной $H' = H$, и для обоих направлений движения коэффициент использования сцепного веса получается одинаковым и равным $\eta = 94,4\%$.

Рассмотренное выше несимметричное подвешивание обеих тележек требует для высокого использования сцепного веса назначать $H' < H$; это позволяет получить η выше, чем при других системах рессорного подвешивания; но зато при толкании, когда необходимо иметь для хорошего использования сцепного веса $H' > H$, вследствие того, что в действительности $H' < H$, получается сильное снижение η . Зазор в сочленении при этом не меняет коэффициента использования сцепного веса.

Если одна тележка подвешена в одной поперечной плоскости, а другая не имеет балансиров, то наивысший коэффициент использования сцепного веса при движении вперед тележкой с двумя точками подвешивания получается при $H' = H$ равным $\eta = 94,4\%$ и при движении в другом направлении $\eta = 82,6\%$. У электровазона с двумя полностью сбалансированными тележками (т. е. с одной поперечной плоскостью подвешивания каждой тележки) коэффициент использования сцепного веса при всякой высоте сочленения получается равным $\eta = 94,4\%$ и в обоих направлениях одинаковым.

При сбалансировании двух крайних осей каждой тележки наивыгоднейшая высота сочленения H' при отсутствии зазора в сочленении получается больше высоты упряжных приборов H , и это дает коэффициент использования сцепного веса $\eta = 93,6\%$; при зазоре в сочленении наивыгоднейшая высота сочленения уменьшается.

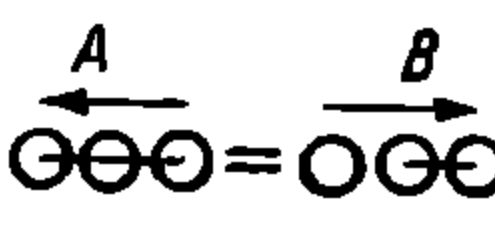
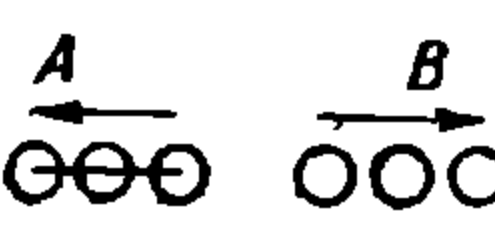


Таким образом при ходовой формуле электровазона $C_0 + C_0$ можно получить для всякого рессорного подвешивания один и тот же коэффициент использования сцепного веса при условии надлежащего выбора высоты сочленения. При несимметричном подвешивании можно получить более высокий коэффициент

использования сцепного веса, но зато при движении в обратном направлении коэффициент использования сцепного веса будет ниже. Поэтому несимметричное рессорное подвешивание оправдывает себя только на горных дорогах, когда необходимо иметь высокий коэффициент использования сцепного веса только в одном направлении.

Смешанное расположение моторов дает вообще более низкий коэффициент использования сцепного веса. Ниже приведена сводная табл. 59 разгрузок осей электровозов ходовой формулы C_0+C_0 при различном рессорном подвешивании и коэффициентов использования сцепного веса их.

Таблица 59

Изменение нагрузок на оси и использование сцепного веса электровоза C_0+C_0 при различном рессорном подвешивании

№ осей Схема рессорного подвешивания	1	2	3	4	5	6	Коэффициент ис- пользования сцеп- ного веса η в %	Наивыгоднейшее H'	η в % при наи- выгоднейшем H'
									
Направление А .	-0,788	-0,788	-0,788	-1,912	2,138	2,138	90,4	$H'=H$	94,4
Направление В .	-0,110	-0,110	-4,160	1,460	1,460	1,460	79,2	$H'=0,8H$	95,5
Та же подвеска, но с зазо- ром в сочленении .	То же, что и в предыдущем случае								
									
Направление А .	-0,788	-0,788	-0,788	-1,236	0,788	2,812	93,8	$H'=H$	94,4
Направление В .	560	-1,464	-3,488	1,464	1,464	1,464	82,6	$H'=0,754H$	95,8
 (для обоих направлений) .	-1,125	-1,125	-1,125	1,125	1,125	1,125	94,4	Не зависит от H	94,4
 (для обоих направлений)	-0,295	-0,295	-3,178	0,478	1,645	1,645	84,1	$H'=1\,173\text{ мм}$	93,6

В. ЭЛЕКТРОВОЗ ТИПА $1C_0+C_01$

Мы рассмотрим для электровозов этой ходовой формулы двойное распо-
ложение моторов: к сочленению и к бегунковой тележке. Для обоих распо-
ложений моторов мы рассмотрим только один случай рессорного подвешива-
ния, а именно: когда бегунковая ось сбалансирована с первой движущей
осью, а две другие оси каждой тележки сбалансированы между собой.

а) Моторы расположены к сочленению и оси каждой тележки сбалансированы
попарно. Прежде всего, пользуясь ранее выведенными формулами, мы опреде-
ляем жесткость фиктивных рессор, заменяющих сбалансированные между со-
бой рессоры бегунка и первой движущей оси и сбалансированные между со-
бой рессоры двух других движущих осей каждой тележки.

Примем далее, что обе движущие тележки электровоза совершенно оди-
наковы как в отношении расположения осей, так и их нагрузок. Обозначим
коэффициент жесткости фиктивных рессор, заменяющих рессоры бегунковой и

Совместное решение уравнений (615) — (619) дает:

$$\begin{aligned}\Delta P_1' &= -\frac{M_1 - M_2}{2m(a-b)} - \frac{a(M_1 + M_2)}{2(ma^2 + nb^2)} + \frac{3Zca}{ma^2 + nb^2} - \frac{nhb(a-b)\kappa_{23}}{2(ma^2 + nb^2)}; \\ \Delta P_{23}' &= \frac{M_1 - M_2}{4(a-b)} - \frac{mb(M_1 + M_2)}{4(ma^2 + nb^2)} + \frac{3Zmcb}{2(ma^2 + nb^2)} + \frac{mhan(a-b)\kappa_{23}}{4(ma^2 + nb^2)}; \\ \Delta_{45}' P &= \frac{M_1 - M_2}{4(a-b)} + \frac{mb(M_1 + M_2)}{4(ma^2 + nb^2)} - \frac{3Zmcb}{2(ma^2 + nb^2)} - \frac{mhan(a-b)\kappa_{23}}{4(ma^2 + nb^2)}; \\ \Delta P_6' &= -\frac{M_1 - M_2}{2m(a-b)} + \frac{a(M_1 + M_2)}{2(ma^2 + nb^2)} - \frac{3Zca}{ma^2 + nb^2} + \frac{nhb(a-b)\kappa_{23}}{2(ma^2 + nb^2)}; \\ S_1 = S_2 &= \frac{(ma + nb)(M_1 + M_2)}{2(ma^2 + nb^2)} - \frac{3Zc(ma + nb)}{ma^2 + nb^2} - \frac{mhn(a-b)^2\kappa_{23}}{2(ma^2 + nb^2)} + 3Z\end{aligned}$$

или, подставляя значения моментов $M_1 = 3F_k H'$ и $M_2 = 3F_k (2H - H')$ и учитывая действие сил $Z' = -Z$ непосредственно на оси, получим:

$$\Delta P_1 = \frac{3F_k \cdot (H - H')}{m(a-b)} - \frac{3F_k \cdot Ha}{ma^2 + nb^2} + \frac{Z(3ca - ma^2 - nb^2)}{ma^2 + nb^2} - \frac{mbh(a-b)\kappa_{23}}{2(ma^2 + nb^2)}; \quad (620')$$

$$\begin{aligned}\Delta P_{23} &= -\frac{3F_k(H - H')}{2(a-b)} - \frac{3F_k \cdot Hmb}{2(ma^2 + nb^2)} + \frac{Z(3mbc - 2ma^2 - 2nb^2)}{2(ma^2 + nb^2)} + \\ &+ \frac{mahn(a-b)\kappa_{23}}{2(ma^2 + nb^2)}; \quad (620'')\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta P_{45} &= -\frac{3F_k(H - H')}{2(a-b)} + \frac{3F_k \cdot Hmb}{2(ma^2 + nb^2)} - \frac{Z(3mbc - 2ma^2 - 2nb^2)}{2(ma^2 + nb^2)} - \\ &- \frac{mahn(a-b)\kappa_{23}}{2(ma^2 + nb^2)}; \quad (620''')\end{aligned}$$

$$\Delta P_6 = \frac{3F_k(H - H')}{m(a-b)} + \frac{3F_k \cdot Ha}{ma^2 + nb^2} - \frac{Z(3ac - ma^2 - nb^2)}{ma^2 + nb^2} + \frac{nhb(a-b)\kappa_{23}}{2(ma^2 + nb^2)}; \quad (620^{IV})$$

$$\begin{aligned}S_1 = S_2 &= \frac{3F_k \cdot H(ma + nb) + Z[3c(ma + nb) - m(ma^2 + nb^2) - 2(ma^2 + nb^2)]}{ma^2 + nb^2} - \\ &- \frac{\frac{h}{2}mn(a-b)^2\kappa_{23}}{ma^2 + nb^2}. \quad (621)\end{aligned}$$

Подставляя численные величины в эти уравнения, легко видеть, что все оси первой тележки разгружаются, а второй перегружаются; таким образом, наивыгоднейшее использование сцепного веса или, что то же, наименьшая разгрузка будет тогда, когда все изменения нагрузок осей одной тележки будут равны между собой, т. е. когда $\Delta P_1 = \Delta P_{23}$. Это дает:

$$\begin{aligned}\frac{3F_k(H - H')}{m(a-b)} - \frac{3F_k Ha}{ma^2 + nb^2} + \frac{Z(3ca - ma^2 - nb^2)}{ma^2 + nb^2} - \frac{mbh(a-b)\kappa_{23}}{2(ma^2 + nb^2)} &= -\frac{3F_k(H - H')}{2(a-b)} - \\ &- \frac{3F_k \cdot Hmb}{2(ma^2 + nb^2)} + \frac{Z(3mbc - 2ma^2 - 2nb^2)}{2(ma^2 + nb^2)} + \frac{mahn(a-b)\kappa_{23}}{2(ma^2 + nb^2)}.\end{aligned}$$

Решая это равенство относительно H' (высоты сочленения), получим, при каких значениях H' и h будет наивыгоднейшее использование сцепного веса:

$$H' = H - \frac{(F_k H - Zc)(2a - nb)(a - b)m}{F_k \cdot (ma^2 + nb)(m + 2)} - \frac{hmn(a-b)^2(ma + nb)\kappa_{23}}{F_k(ma^2 + nb^2)(m + 2)}. \quad (622)$$

Величины изменения давления на бегунковые оси:

$$\Delta P_{01} = \frac{6F_k(H-H')}{2m(a-b)} - \frac{6F_kHa}{2(ma^2+nb^2)} - \frac{3Zca}{ma^2+nb^2} - \frac{hnb(a-b)\mu_{23}}{2(ma^2+nb^2)};$$

$$\Delta P_{06} = \frac{6F_k(H-H')}{2m(a-b)} + \frac{6F_kHa}{2(ma^2+nb^2)} + \frac{3Zca}{ma^2+nb^2} + \frac{hnb(a-b)\mu_{23}}{2(ma^2+nb^2)}.$$

Если приравняем $S_1 = S_2 = 0$, то определим h_{\max} , при котором в сочленении не будет возникать вертикальных сил S_1 и S_2 , т. е. тележки будут работать независимо:

$$h_{\max} = \frac{6F_k \cdot H(ma + nb) - 2Z[3c(ma + nb) - m(ma^2 + nb^2) - 2(ma^2 + nb^2)]}{mn(a-b)\mu_{23}}. \quad (623)$$

б) Моторы расположены в сторону бегунков. Сравнивая схему этого случая с разобранным выше, видим, что вся разница заключается в том, что усилие от мотора, действующее на надрессорное строение, и усилия, действующие непосредственно на ось, изменили свое направление на обратное.

Повторяя все рассуждения, которые приводились в первом случае, для данного расположения моторов можно написать значения ΔP из первого случая, изменив только знак у Z на обратный:

$$\Delta P_1 = \frac{3F_k(H-H')}{m(a-b)} - \frac{3F_k \cdot Ha}{ma^2+nb^2} - \frac{Z(3ca - ma^2 - nb^2)}{ma^2+nb^2} - \frac{hnb(a-b)\mu_{23}}{2(ma^2+nb^2)}; \quad (624')$$

$$\Delta P_{23} = -\frac{3F_k(H-H')}{2(a-b)} - \frac{3F_kHmb}{2(ma^2+nb^2)} - \frac{Z(3mbc - 2ma^2 - 2nb^2)}{2(ma^2+nb^2)} +$$

$$+ \frac{hmba(a-b)\mu_{23}}{2(ma^2+nb^2)}; \quad (624'')$$

$$\Delta P_{45} = -\frac{3F_k(H-H')}{2(a-b)} + \frac{3F_k \cdot Hmb}{2(ma^2+nb^2)} + \frac{Z(3mbc - 2ma^2 - 2nb^2)}{2(ma^2+nb^2)} -$$

$$- \frac{hmba(a-b)\mu_{23}}{2(ma^2+nb^2)}; \quad (624''')$$

$$\Delta P_6 = \frac{3F_k(H-H')}{m(a-b)} + \frac{3F_kHa}{ma^2+nb^2} + \frac{Z(3ac - ma^2 - nb^2)}{ma^2+nb^2} +$$

$$+ \frac{hmb(a-b)\mu_{23}}{2(ma^2+nb^2)}; \quad (624^{IV})$$

$$S_1 = S_2 = \frac{3F_kH(ma + nb) + Z[3c(ma + nb) - m(ma^2 + nb^2) - 2(ma^2 + nb^2)]}{ma^2 + nb^2}$$

$$- \frac{\frac{h}{2} mn(a-b)^2 \mu_{23}}{ma^2 + nb^2}. \quad (625)$$

Далее, приравнявая $S_1 = S_2 = 0$, получим h_{\max} , при котором будем иметь независимую работу тележек:

$$h_{\max} = \frac{6F_kH(ma + nb) + 2Z[3c(ma + nb) - m(ma^2 + nb^2) - 2(ma^2 + nb^2)]}{mn(a-b)^2 \mu_{23}}. \quad (626)$$

Наивыгоднейшая высота сочленения найдется равной:

$$H' = H - \frac{(F_k \cdot H + Zc)(2a - nb)(a - b)m}{F_k(ma^2 + nb^2)(m + 2)} - \frac{hmn(a-b)^2(ma + nb)\mu_{23}}{F_k(ma^2 + nb^2)(m + 2)}. \quad (627)$$

Величина изменения давления на бегунковые оси:

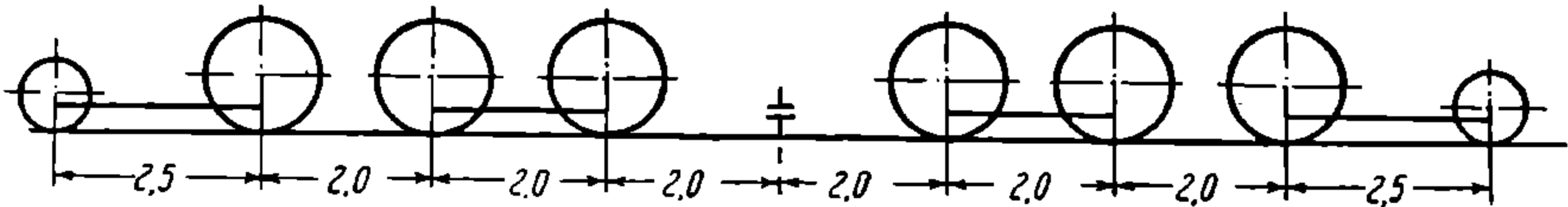
$$\Delta P_{01} = \frac{6F_k(H-H')}{2m(a-b)} - \frac{6F_k \cdot Ha}{2(ma^2+nb^2)} + \frac{3Zca}{ma^2+nb^2} - \frac{hnb(a-b)\mu_{23}}{2(ma^2+nb^2)};$$

$$\Delta P_{06} = \frac{6F_k(H-H')}{2m(a-b)} + \frac{6F_kHa}{2(ma^2+nb^2)} - \frac{3Zca}{ma^2+nb^2} + \frac{hnb(a-b)\mu_{23}}{2(ma^2+nb^2)}; \quad (628)$$

Произведем подсчет разгрузки осей и коэффициента использования сцепного веса электровоза ходовой формулы $1C_0 + C_0$ с расстоянием между осями, как показано на фиг. 262.

Нагрузку на движущие оси примем, как и в предыдущем случае (при электровозе $C_0 + C_0$), равной 20 т , а силу тяги, развиваемую каждой движущей осью, в $4,5\text{ т}$, что соответствует $Z = 2,4\text{ т}$.

Кроме того примем жесткость рессор бегунковой оси 180 кг/мм , а движущих по 200 кг/мм ; соотношение плеч балансиров между бегунковой и движущей осью $\alpha:\beta = 17:13$.



Фиг. 262.

Наивыгоднейшая высота сочленений, подсчитанная по формулам (622) и (627), при расположении моторов к сочленению и в сторону бегунков и при различной величине вертикального зазора в сочленении $h = 0$, $h = 5\text{ мм}$, $h = 15\text{ мм}$ и $h = 30\text{ мм}$ дана на табл. 60.

Таблица 60

Наивыгоднейшая высота сочленения тележек электровоза $1C_0 + C_0$ при различной величине h вертикального зазора в сочленении (по фиг. 261 и 262)

Расположение моторов	Сила тяги F_k в кг	Вертикальный зазор в сочленении			
		$h = 0$	$h = 0,5\text{ см}$	$h = 1,5\text{ см}$	$h = 3\text{ см}$
К сочленению .	4 500	1,292	1,036	0,572	—
	5 000	1,292	1,062	0,598	—
	6 000	1,292	1,101	0,715	0,134
В сторону бегунков .	4 500	0,310	0,300	0,220	—
	5 000	0,310	0,300	—	—
	6 000	0,310	0,300	—	—

Далее имеем:

$$m = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} = \frac{17 + 13}{17} = 1,765$$

и

$$n = \frac{m \cdot \mathcal{M}_{23}}{\mathcal{M}_{01}} = \frac{1,765 \cdot 200}{378} = 0,932.$$

Подсчитанные для различного расположения моторов разгрузки осей электровоза $1C_0 + C_0$ приведены на табл. 61.

Подсчеты показывают, что при отсутствии зазора в сочленении коэффициент использования сцепного веса получается выше при расположении моторов к сочленению; однако при наличии зазора в сочленении коэффициент использования сцепного веса становится одинаковым у электровозов с моторами, расположенным носиками как к бегунковой оси, так и к сочленению. Расположение же моторов носиком к сочленению имеет ряд преимуществ как в смыс-

ле конструктивного выполнения бегунковых тележек, так и в смысле воздействия первой движущей оси на путь, поскольку ее незарессоренный вес уменьшается, в то время как при расположении мотора впереди оси его реакция увеличивает незарессоренный вес оси.

Кроме того следует отметить, что очень распространенное мнение, что бегунковые оси при данной ходовой формуле могут значительно увеличить коэффициент использования сцепного веса, является, как видно из табл. 61, ошибочным.

Таблица 61
Изменение нагрузок на ось электровоза 1C₀+C₀1 (по фиг. 261 и 262)

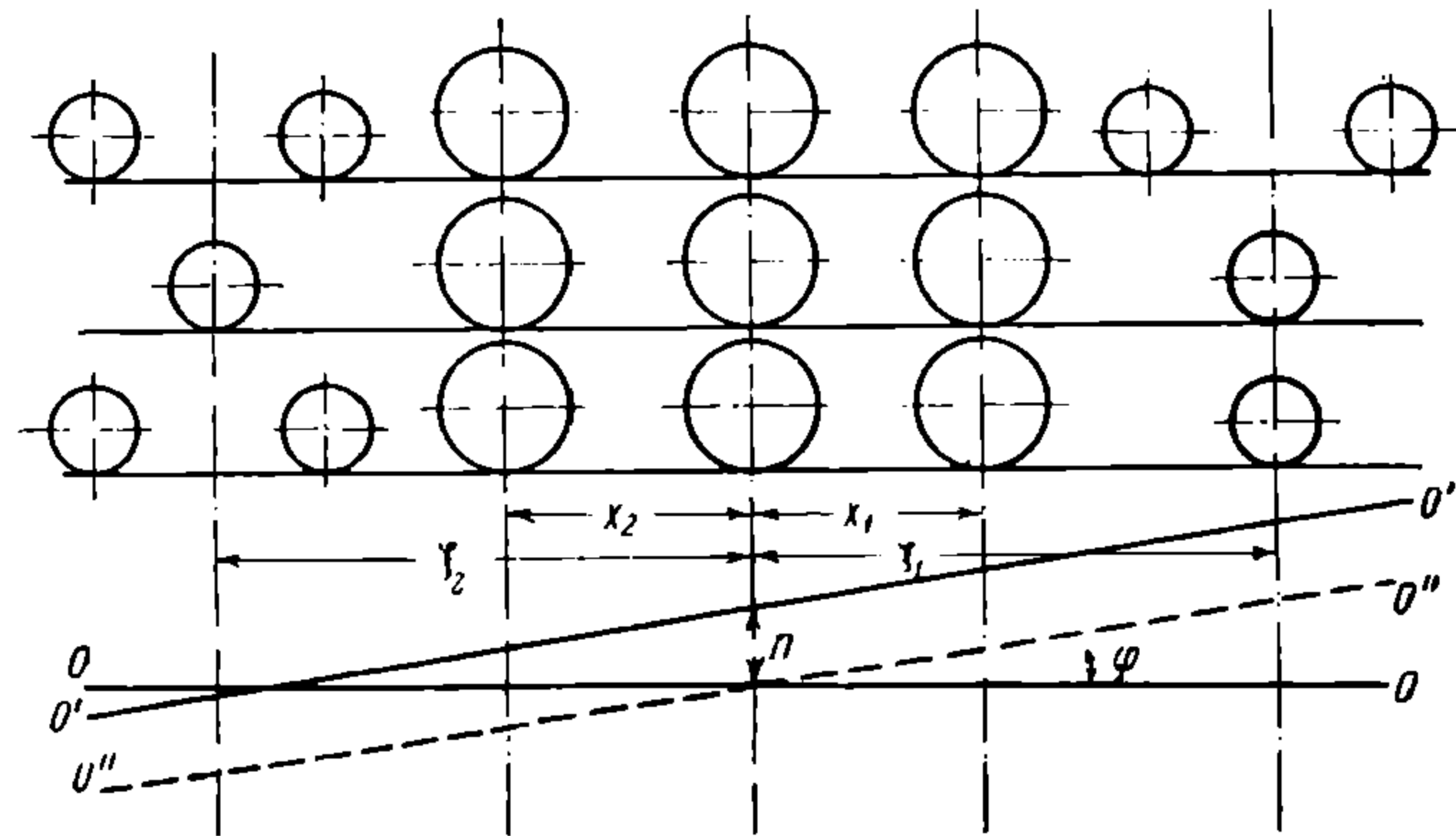
Расположение моторов	$\frac{H'}{B \cdot M}$	ΔP_1	ΔP_2	ΔP_3	ΔP_4	ΔP_5	ΔP_6	Бегунки	
								передний $1P_{01}$	задний $1P_{06}$
К сочленению	1,05	-1 433	-1 760	-1 760	+1 760	+1 760	1 433	-3 176	+ 3 176
В сторону бегунков	1,05	- 855	+1 800	+1 800	-1 800	-1 800	+ 855	-3 176	+ 3 176

Г. ПАССАЖИРСКИЕ ЭЛЕКТРОВОЗЫ

Мы рассмотрим только некоторые типы рессорного подвешивания, наиболее характерные для пассажирских электровозов; при этом мы остановимся на электровозах: а) с тремя движущими осями, при чем ограничимся только случаями моторов с приводом при помощи полой оси, и б) с четырьмя движущими осями с моторами с трамвайной подвеской.

а) Электровозы с тремя движущими осями типа 1C₀1, 2C₀2 и 2C₀1 (фиг. 263)

Обозначим расстояние от средней движущей оси до крайних движущих осей через x_1 и x_2 , а до бегунковых осей или шкворня двухосных тележек соответственно через ξ_1 и ξ_2 .



Фиг. 263.

Пусть под влиянием момента от силы тяги, равного $M = 3F_k H$, ось наддрессорного строения поднялась на высоту n и наклонилась под углом φ к уровню пути, т. е. из положения OO перешла в положение $O'O'$.

Рассмотрим изменение нагрузок на оси для различных случаев рессорного подвешивания.

1-й случай. Движущие оси сбалансированы между собой, бегунковые оси свободны. Вме-

сто рессор трех движущих осей будем рассматривать одну фиктивную с коэффициентом жесткости $\mathcal{K}' = \mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 + \mathcal{K}_3$, где \mathcal{K}_1 , \mathcal{K}_2 и \mathcal{K}_3 — коэффициенты жесткости рессор трех движущих осей, каковые примем одинаковыми, т. е. $\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_2 = \mathcal{K}_3$. Коэффициенты жесткости бегунковых осей одноосных тележек или суммарные двухосных тележек обозначим через \mathcal{K}_a и \mathcal{K}_b — соответственно для передней и задней бегунковых тележек.

Основные уравнения равновесия напишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} M - \mathcal{K}_a (\varphi \xi_1 + n) \xi_1 - \mathcal{K}_b (\varphi \xi_2 - n) \xi_2 &= 0, \\ \mathcal{K}_a (\xi_1 \varphi + n) + \mathcal{K}' n - \mathcal{K}_b (\xi_2 \varphi - n) &= 0, \end{aligned} \right\}$$

и

(629)

откуда

$$n = \frac{\mathcal{K}_b \cdot \xi_2 - \mathcal{K}_a \cdot \xi_1}{\mathcal{K}_a + \mathcal{K}_b - \mathcal{K}'} \cdot \varphi. \quad (630)$$

Из последнего уравнения следует, что при сбалансированных движущихся и при $\mathcal{K}_a \xi_1 = \mathcal{K}_b \xi_2$ величина поднятия наддрессорного строения оказывается равной нулю ($n = 0$). Таким образом, в этом случае движущие оси не меняют своей нагрузки, и момент от силы тяги $M = 3F_k H$ целиком воспринимается бегунковыми осями. Изменение нагрузки на бегунковые тележки для этого случая найдем из уравнений (629) подстановкой ($n = 0$); тогда имеем:

$$M - \mathcal{K}_a \cdot \xi_1^2 \varphi - \mathcal{K}_b \cdot \xi_2^2 \varphi = 0$$

или, так как

$$\mathcal{K}_a \cdot \xi_1 \varphi = \mathcal{K}_b \cdot \xi_2 \varphi = \Delta P_0,$$

то

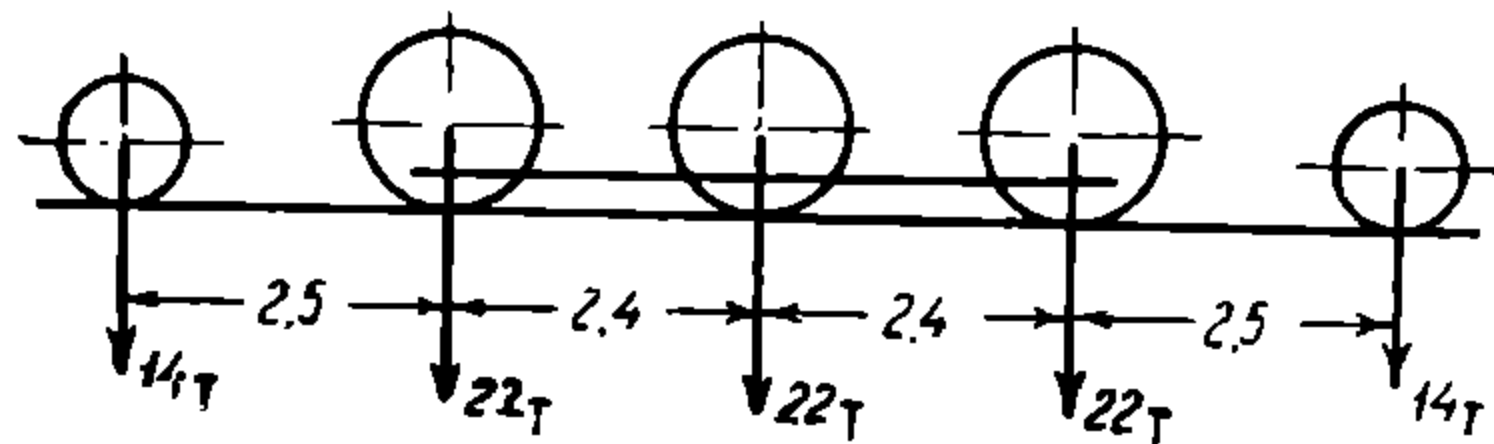
$$M = \Delta P_0 (\xi_1 + \xi_2),$$

откуда

$$\Delta P_0 = \frac{M}{\xi_1 + \xi_2} = \frac{M}{L}, \quad (631)$$

где L — расстояние между шкворнями бегунковых тележек или бегунковыми осями.

Рассмотрим частный случай. Пусть имеем электровоз ходовой формулы 1С₀1 (фиг. 263а) с расстоянием между бегунковыми осями $L = \xi_1 + \xi_2 = 9,8$ м и расстоянием между движущими осями $x_1 = x_2 = 2,4$ м, с нагрузками на движущие оси по 22 т, а на бегунковые по 14 т. При развитии электровозом силы тяги $3F_k$, соответствующей коэффициенту сцепления $\varphi = 0,24$, т. е. равной $3F = 3 \cdot 22 \times 0,24 = 15,84$ т, изменение нагрузок на бегунковые оси получится равным:



Фиг. 263а.

$$\Delta P_0 = \frac{M}{L} = \frac{15,84 \cdot 1,05}{9,8} = 1,7 \text{ т.}$$

2-й случай. Бегунковые оси сбалансированы с ближайшей движущей осью. Здесь могут быть использованы те же уравнения (629), если принять \mathcal{K} — коэффициент жесткости рессоры средней несбалансированной движущей оси; \mathcal{K}_a — коэффициент жесткости фиктивной рессоры, заменяющей рессоры передней движущей оси и рессоры оси бегунковой тележки; ξ_1 — ее расстояние до средней оси; \mathcal{K}_b — коэффициент жесткости фиктивной рессоры, заменяющей рессору задней движущей оси и рессору оси задней бегунковой тележки; ξ_2 — расстояние ее до средней движущей оси.

Наилучшее использование сцепного веса такого электровоза будет в том случае, когда разгрузка движущих осей в обоих направлениях движения одинакова.

Для упрощения расчетов мы вместо равенства изменения нагрузок рессор движущих осей при движении в обоих направлениях примем равенство изменения нагрузок фиктивных рессор, т. е. примем:

$$\mathcal{K}_a \cdot \xi_1 = \mathcal{K}_b \cdot \xi_2.$$

В этом случае мы будем иметь:

$$\Delta P_{01} = \frac{M}{\xi_1 + \xi_2}. \quad (632)$$

Если соотношение плеч балансиоров, распределяющих нагрузку между передней бегунковой тележкой и движущей осью, равно $m:n$, а балансиоров, связывающих рессору задней движущей оси с бегунковой тележкой — $p:q$, то изменения нагрузок передней и задней бегунковых тележек будут:

$$\Delta P' = - \frac{M}{\xi_1 + \xi_2} \cdot \frac{m}{n + m} \quad (633)$$

и

$$\Delta P'' = \frac{M}{\xi_1 + \xi_2} \cdot \frac{p}{p + q}, \quad (633')$$

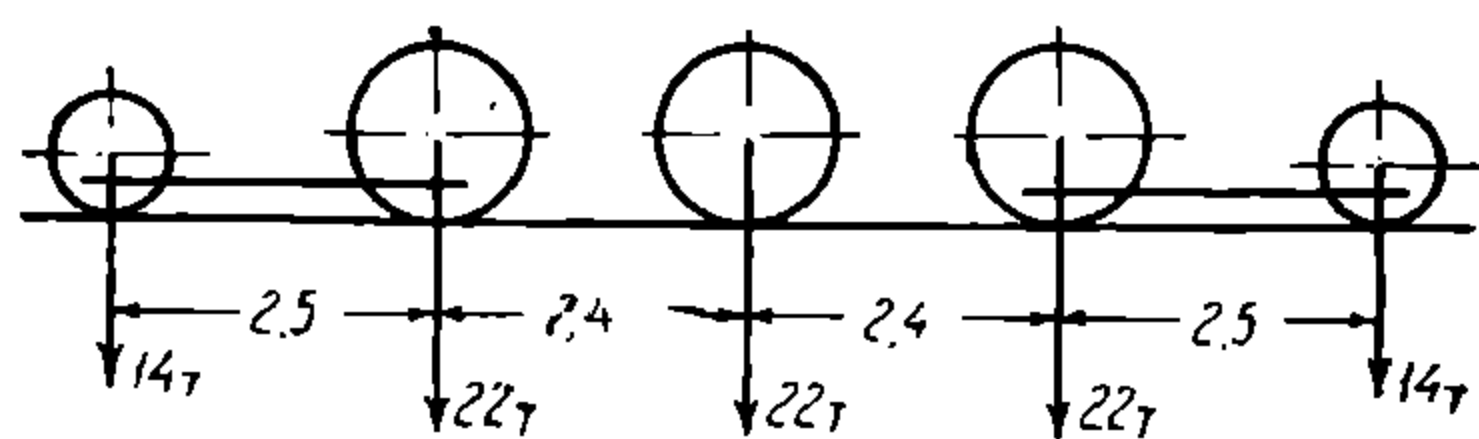
а изменение нагрузок передней и задней движущих осей найдется из уравнений:

$$\Delta P_1 = -\frac{M}{\xi_1 + \xi_2} \cdot \frac{n}{m + n} \quad (634)$$

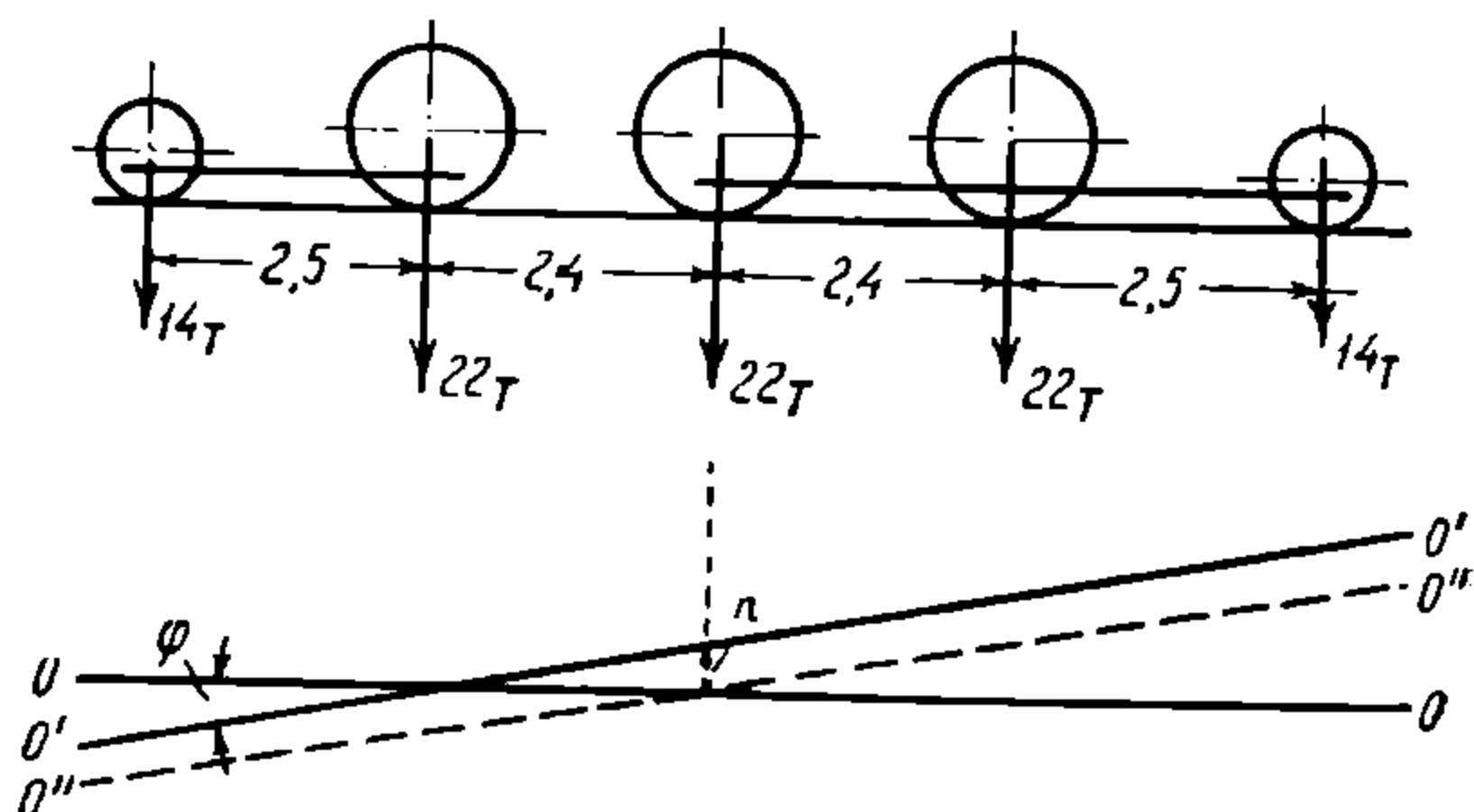
и

$$\Delta P_3 = \frac{M}{\xi_1 + \xi_2} \cdot \frac{q}{q + p}. \quad (634')$$

Для ранее разобранного электро-воза 1С₀1, но со сбалансированными бегунками с ближайшими движущими осями (фиг. 264) расстояние фиктив-



Фиг. 264.



Фиг. 265.

ной рессоры, заменяющей рессоры крайней движущей оси и бегунковой, найдем при зарессоренной нагрузке на бегунковую ось в 13 т и на движущую в 18 т равным:

$$x' = \frac{2,5 \cdot 13}{13 + 18} = 1,05 \text{ м},$$

считая от крайней движущей оси. Таким образом, расстояние между фиктивными рессорами $\xi_1 + \xi_2$ найдется равным:

$$\xi_1 + \xi_2 = 2 \cdot 1,05 + 4,8 = 6,9 \text{ м}.$$

Изменение нагрузок ΔP_{01} на фиктивную рессору от момента $M = 3F_k H = 15,84 \cdot 1,05 = 16,62 \text{ тм}$ найдем из уравнения (632):

$$\Delta P_{01} = \frac{16,62}{6,9} = 2,4 \text{ т}.$$

Отношение плеч балансира, связывающего бегунковую и движущую оси, равно 18:13; таким образом, изменение нагрузок бегунковой оси найдется равным:

$$\Delta P_0 = \frac{\Delta P_{01} \cdot 13}{18 + 13} = \frac{2,4 \cdot 13}{18 + 13} = 1 \text{ т}$$

и первой движущей оси:

$$\Delta P_1 = \frac{\Delta P_{01} \cdot 18}{13 + 18} = \frac{2,4 \cdot 18}{13 + 18} = 1,39 \text{ т}.$$

Таким образом, этот способ рессорного подвешивания—в шести точках (фиг. 264)—дает использование сцепного веса с коэффициентом:

$$\eta = \frac{22 - 1,39}{22} \cdot 100 = 93,75\%,$$

в то время как ранее мы имели $\eta = 1$; однако в данном случае мы имеем меньшую разгрузку переднего бегунка от момента $M = 3F_k \cdot H$, чем в первом случае, а именно: в первом случае мы имели $\Delta P_0 = 1,7 \text{ т}$, а во втором $\Delta P_0 = 1 \text{ т}$.

3-й случай. Поскольку подвеска в шести точках не обеспечивает сохранения проектных нагрузок на оси при просадке отдельных рессор на неровностях

пути, применяется подвеска в четырех точках, т. е. один бегунок вместе с ближайшей движущей осью связываются балансирами в одну группу, а остальные две движущие оси с другим бегунком связываются в другую группу (фиг. 265).

Найдем для этого случая коэффициент использования сцепного веса при той же величине нагрузок на оси, жесткости рессор и расстояния между осями, что и в предыдущем случае. Пусть под влиянием момента $M = 3F_k \cdot H = 3 \cdot 22 \cdot 0,2 \cdot 1,05 = 13,86 \text{ тм}$, ось надрессорного строения из положения OO перешла в положение $O'O'$, т. е. поднялась на высоту n и наклонилась на угол φ . Фиктивная рессора, заменяющая три передних по ходу электровоза рессоры сбалансированных осей, располагается на расстоянии $x_{012} = \frac{13 \cdot 49 + 18 \cdot 2,4}{13 + 2 \cdot 18} = 2,18 \text{ м}$ от средней движущей оси. Если коэффициент жесткости рессор бегунковой и движущей осей примем соответственно 90 и 100 кг/мм, то коэффициент жесткости фиктивной рессоры:

$$j_{012} = \frac{(\sum P)^2}{\sum \left(\frac{P^2}{j} \right)} = \frac{(13 + 2 \cdot 18)^2}{\frac{13^2}{90} + 2 \cdot \frac{18^2}{100}} = 287 \text{ кг/мм}.$$

Коэффициент жесткости фиктивной рессоры, заменяющей заднюю группу рессор сбалансированных осей, равен:

$$j_{30} = \frac{(13 + 18)^2}{\frac{13^2}{90} + \frac{18^2}{100}} = 187,5 \text{ кг/мм},$$

а расстояние ее от средней движущей оси:

$$x_{30} = \frac{13 \cdot 4,9 + 18 \cdot 2,4}{13 + 18} = 3,45 \text{ м}.$$

Уравнение моментов сил относительно средней оси найдется в виде:

$$3F_k H - j_{012} (x_{012} \varphi + n) x_{012} - j_{30} (x_{30} \varphi - n) x_{30} = 0$$

или

$$13,86 - 2,87 (2,18 \varphi + n) 2,18 - 1,875 (3,45 \varphi - n) 3,45 = 0.$$

Уравнение вертикальных проекций сил дает:

$$j_{012} (2,18 \varphi + n) - j_{30} (3,45 \varphi - n) = 0$$

или

$$2,87 (2,18 \varphi + n) - 1,875 (3,45 \varphi - n) = 0.$$

Совместное решение обоих уравнений дает:

$$\varphi = 0,385 \text{ и } n = 0,01865 \text{ см}.$$

Таким образом, изменение нагрузок фиктивных рессор равно:

$$\Delta P_{012} = j_{012} (2,18 \varphi + n) = 2,87 (2,18 \cdot 0,385 + 0,01865) = 2,45 \text{ т}$$

и

$$\Delta P_{30} = j_{30} (3,45 \varphi - n) = 1,875 (3,45 \cdot 0,385 - 0,01865) = 2,45 \text{ т}.$$

Так как по отношению плеч балансиров нагрузка между бегунковыми и движущими осями распределяется в отношении 13:18, то изменения нагрузок бегунковых и движущих осей найдутся равными:

$$\Delta P_0 = \frac{\Delta P_{012} \cdot 13}{13 + 18 + 18} = \frac{2,45 \cdot 13}{49} = 0,650 \text{ т};$$

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \frac{\Delta P_{012} \cdot 18}{13 + 18 + 18} = \frac{2,45 \cdot 18}{49} = 0,900 \text{ т};$$

$$\Delta P_3 = \frac{\Delta P_{30} \cdot 18}{13 + 18} = \frac{2,45 \cdot 18}{31} = 1,422 \text{ т}$$

и

$$\Delta P_{0'} = \frac{\Delta P_{30} \cdot 13}{13 + 18} = \frac{2,45 \cdot 13}{31} = 1,028 \text{ т}.$$

Для передней бегунковой и первой и второй движущих осей это будет разгрузка, для третьей движущей и заднего бегунка—перегрузка. Таким образом, коэффициент использования сцепного веса получится равным:

$$\eta = \frac{22 - 0,9}{22} \cdot 100 = 95,8\%.$$

При обратном движении мы будем иметь тот же момент $M_1 = 3F_k H = 13,86 \text{ тм}$, который, очевидно, при том же расстоянии между фиктивными опорами $x_{012} + x_{30} = 2,18 + 3,45 = 5,63 \text{ м}$ даст то же самое изменение нагрузок фиктивных рессор $\Delta P_0 = 2,45 \text{ т}$, так как вертикальные внешние силы отсутствуют, и поэтому изменения нагрузок на фиктивные рессоры будут равны по абсолютной величине и противоположны по знаку. Из сказанного следует, что при движении в обратном направлении мы будем иметь наибольшую разгрузку первой по ходу движения движущей оси, равную $1,422 \text{ т}$, что даст коэффициент использования сцепного веса:

$$\eta = \frac{22 - 1,422}{22} \cdot 100 = 93,6\%.$$

Таким образом, нечетное число движущих осей при желании получить рессорное подвешивание в двух поперечных плоскостях заставляет иметь несимметричное рессорное подвешивание, и при движении электровоза вперед концом, где связано меньше движущих точек, получается большая разгрузка движущих осей, а следовательно и более низкий коэффициент использования сцепного веса, чем при движении в обратном направлении.

Оставление средней движущей оси при нечетном числе их несбалансированной позволяет повысить коэффициент использования сцепного веса, но при этом получается подвешивание в трех поперечных плоскостях; при четном числе точек подвешивания следует стремиться разбивать при сбалансировании движущие оси в две группы с одинаковым числом движущих осей в группе.

б) Электровозы с моторами с трамвайной подвеской

В том случае, когда у электровозов ходовой формулы $1D_01$ имеем моторы с подвеской трамвайного типа, выбор наиболее удачного с точки зрения использования сцепного веса расположения моторов и сбалансирования отдельных рессор усложняется тем, что помимо влияния момента от силы тяги здесь имеем еще перераспределение нагрузок—незарессоренных и зарессоренных—вследствие реакции трамвайной подвески. При этом уменьшение общей нагрузки на любую движущую ось должно быть минимальным. Приведем несколько основных положений, облегчающих нахождение наивыгоднейшего расположения моторов с трамвайной подвеской при наличии бегунковых осей.

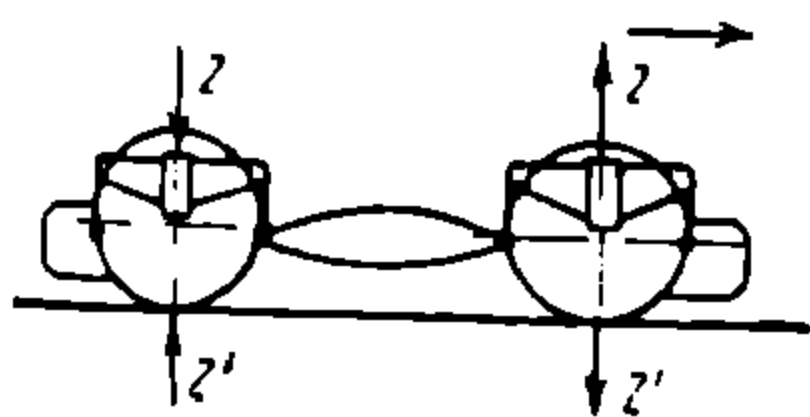
1. Если желательно иметь одинаковые изменения нагрузок движущих осей с моторами с трамвайной подвеской, недостаточно соединить их только равноплечими балансирами, а необходимо, чтобы моторы их были расположены по одну сторону осей. Действительно, пусть у двух сбалансированных осей моторы расположены в разные стороны. При направлении движения, указанном на фиг 266 стрелкой, зарессоренная реакция моторов Z будет направлена вверх у передней оси и вниз у задней; незарессоренные же усилия Z' будут иметь противоположное направление; поэтому, поскольку зарессоренные нагрузки обеих осей благодаря соединению их рессор балансирами будут одинаковы, незарессоренные нагрузки их, а следовательно и давления на рельс будут разниться на $2 Z'$

2. Моторы следует располагать у осей, связанных балансирами с бегунковой осью, впереди своей оси, т. е. к бегунковой оси, при этом не трудно видеть, что влияние момента от силы тяги и от реакции мотора Z на зарессорное строение действует в одну сторону, но незарессоренная нагрузка у движущих осей будет изменяться в противоположном направлении на вели-

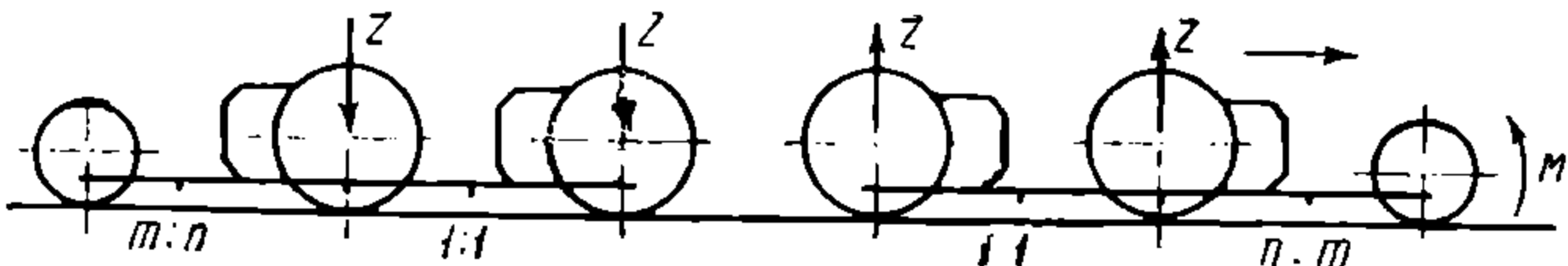
чину Z' При определенном соотношении плеч балансиров, соединяющих бегунковые оси с движущими, можно добиться того, что уменьшение зарессоренной нагрузки под влиянием момента от силы тяги и сил Z будет равно увеличению незарессоренной нагрузки Z' , т. е. будем иметь полное использование сцепного веса.

Таким образом, в случае электровоза с моторами с подвеской трамвайного типа мы движущие оси разбиваем на две группы и соединяем их равноплечими балансирами и кроме того соединяем их с бегунковой осью баланси- ром с отношением плеч $p : q$ Моторы располагаем по направлению к бегунковой оси (фиг. 266а). На надрессорное строение тогда действует момент $M_1=nF_k \cdot H$ от силы тяги электровоза и $M_2=\frac{n}{2}Zb$, где b — расстояние между равнодействующими сил Z , направленных для передних осей вверх и для задних вниз, и n — число движущих осей. Оба момента действуют в одном направлении; таким образом, общий момент будет равен:

$$M = M_1 + M_2 = n \left(F_k H + \frac{b}{2} Z \right).$$



Фиг. 266.



Фиг. 266а.

Обозначим расстояние между фиктивными рессорами через c ; тогда изме- нение нагрузок фиктивных рессор ΔP_{012} найдется из уравнения:

$$M = \Delta P_{012} \cdot c$$

или для случая четырех движущих осей:

$$\Delta P_{012} = \frac{4F_k H + 2Zb}{c} \tag{635}$$

Зарессоренная нагрузка передних осей уменьшается в отношении плеч балансиров, которое обозначим через $m : n$.

Тогда зарессоренная нагрузка движущих осей уменьшается на величину:

$$\Delta P_1' = \Delta P_2' = \frac{\Delta P_{012} \cdot m}{m + n}.$$

В то же время на движущие оси непосредственно действует усилие Z' , вызы- вающее увеличение нагрузок их.

Полное использование сцепного веса будет иметь место при

$$\Delta P_1' = Z$$

или при

$$\frac{(4F_k H + 2Zb)m}{c(m + n)} = Z.$$

Заменяя Z через

$$\frac{F_k D_k}{2l} = Z,$$

получим:

$$\frac{\left(4F_k \cdot H + 2b \frac{F_k D_k}{2l} \right) m}{c(m + n)} = \frac{F_k D_k}{2l}$$

или

$$\frac{8Hl}{D_k} + 2b = \frac{c(m + n)}{m}. \tag{636}$$

Это уравнение показывает, при каком соотношении между c и b возможно получение полного использования сцепного веса.

Отсюда мы сможем определить c — расстояние между фиктивными рессорами—и по нему x_0 —расстояние, на которое надо отставить бегунковые оси от ближайшей движущей, чтобы расстояние между фиктивными рессорами получилось равным найденной величине. Для этого имеем следующее уравнение:

$$c = 2 \frac{P_1 x_1 + \bar{P}_2 x_2 + P_0 (x_0 + x_1)}{P_1 + P_2 + P_0},$$

где \bar{P}_0 , \bar{P}_1 и \bar{P}_2 — зарессоренные нагрузки на оси, а x_1 и x_2 — расстояния движущих осей до середины электровоза.

В действительности расстояние между бегунковой осью и первой движущей получается меньше того, которое должно быть по условиям полного использования сцепного веса. Однако чем ближе будет это расстояние к теоретическому, тем выше будет коэффициент использования сцепного веса электровоза.

§ 37. Использование сцепного веса электровоза в кривых

В предыдущем параграфе мы выяснили перераспределение нагрузок между осями от момента (от пары сил), образуемого силой тяги на ободу колес и сопротивлением поезда, приложенным на сцепке электровоза; кроме того мы отметили, какое влияние на нагрузку осей оказывает трамвайная подвеска моторов, увеличивающая зарессоренную нагрузку осей за счет незарессоренной или, наоборот, в зависимости от расположения мотора по отношению к своей оси. Снижение нагрузок отдельных движущих осей ведет к ухудшению использования сцепного веса электровоза. Помимо этой причины изменения нагрузок осей, поддающейся сравнительно легко определению, часто имеет место изменение нагрузок от случайных причин, как-то: при прохождении неровностей пути и в связи с колебанием надрессорного строения и т. п.

Кроме того, как указывалось в § 31, при движении электровоза в кривых имеет место перераспределение нагрузок между колесами одной и той же оси. Наконец, неодинаковая реализация силы тяги различными колесами в кривой ведет часто к значительному падению силы тяги локомотива в кривых.

Эксплуатационные наблюдения показывают, что при движении по кривым сила тяги по сцеплению падает и особенно сильно с уменьшением радиуса кривой. Интересно отметить, что падение силы тяги по сцеплению наблюдается и у локомотивов, у которых оси спарены между собой, и у электровозов с индивидуальным приводом каждой оси от своего мотора. Далее наблюдения показывают, что потеря силы тяги по сцеплению особенно сильно сказывается при большой жесткой базе локомотива по отношению к радиусу кривой.

Разберем сущность явлений, происходящих при развитии отдельными колесами локомотива силы тяги в кривых, и выявим причины, вызывающие падение силы тяги по сцеплению в кривых.

Напомним прежде всего общеизвестное положение, заключающееся в следующем: если имеем ряд колес, совершенно одинаковое число оборотов коих обеспечивается жесткой связью, то при сообщении вращающего момента этой системе колес силу тяги будут развивать лишь те колеса, окружная скорость вращения $r\omega$ которых не меньше скорости движения локомотива V , т. е. в случае $r\omega \geq V$; когда же $r\omega < V$, колесо не развивает силы тяги и производит тормозящее действие.

Жесткой связью между колесами, обеспечивающей совершенно одинаковое число оборотов, являются спарники у группового привода или сама ось, связывающая жестко оба своих колеса. Представим себе, что локомотив со спаренными осями движется по некоторому прямому участку пути, при чем у одной из осей диаметр колеса по кругу катания меньше, чем у

остальных колес; тогда при большом числе движущих осей и сравнительно небольшой силе тяги для колес с меньшим диаметром круга катания оказывается $r\omega < V$, и эти колеса будут оказывать тормозящее действие. В том случае, когда локомотив будет развивать большую силу тяги при небольшом числе движущих осей, спаренных между собой, число оборотов колес устанавливается по колесам меньшего диаметра, и следовательно колеса с большим диаметром будут несколько проскальзывать вперед, и, таким образом, все колеса будут участвовать в развитии силы тяги.

Когда мы имеем дело с развитием силы тяги при движении в кривых, то скорость электровоза V относится к перемещению его средней продольной оси, крайние же, внешние по отношению к центру кривой, точки его будут проходить больший путь, чем внутренние.

Обозначим через R —радиус кривой (до середины колеи) при ширине колеи $2s$; пути, проходимые внешним и внутренним колесами, будут относиться между собой, как $\frac{R+s}{R-s}$.

Как уже отмечалось в § 18, так как колеса снабжаются коническими бандажами, то внешние колеса при набегании их на внешний рельс

будут иметь больший радиус круга катания r , чем внутренние колеса с радиусом r' . Если отношение радиусов кругов катания не будет строго соответствовать путям, пробегаемым колесами на внешней и внутренней рельсовой нити, т. е. не будет соблюдено условие:

$$\frac{r}{r'} = \frac{R+s}{R-s},$$

то произойдет проскальзывание колес.

Это проскальзывание для внешнего и внутреннего колес, развивающих угловую скорость ω , найдется равным:

для внешнего колеса

$$V = (R+s)\Omega - r\omega$$

и для внутреннего колеса

$$V' = (R-s)\Omega - r'\omega,$$

здесь Ω —угловая скорость вращения электровоза около центра кривой, равная:

$$\Omega = \frac{V}{R}.$$

Как уже выше было указано, для получения силы тяги необходимо, чтобы $\omega r > V$, т. е. продольное скольжение будет по направлению вращения колес.

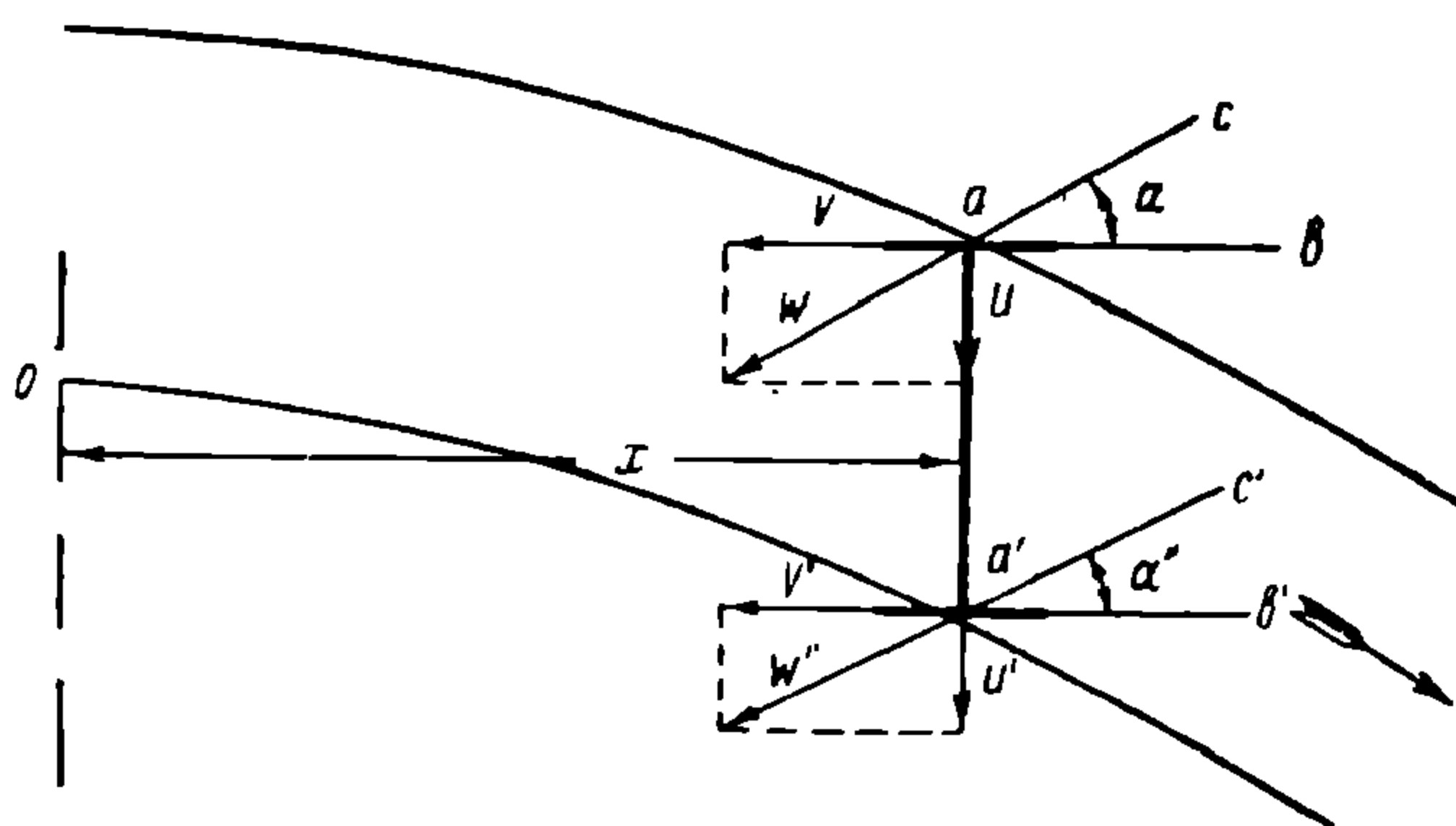
Одновременно с продольным скольжением имеет место поперечное, равное:

$$U = \Omega x,$$

где x —расстояние рассматриваемой оси до точки вращения электровоза.

Направление результирующего скольжения W и W' для внешнего и внутреннего колес найдем как диагональ прямоугольника (фиг. 267), стороны которого равны V, U и V', U . Углы α и α' , составленные направлением скольжения V и V' с направлением W и W' , для внешнего и внутреннего колес нами были найдены равными из уравнения (188):

$$\cos \alpha = \frac{V}{W} = \frac{V}{\sqrt{U^2 + V^2}} = \frac{(R+s)\Omega - \omega r}{\sqrt{(x\Omega)^2 + [(R+s)\Omega - \omega r]^2}}$$



Фиг. 267.

и

$$\cos \alpha' = \frac{V'}{W'} = \frac{V'}{\sqrt{U^2 + V'^2}} = \frac{(R-s)\Omega - \omega r'}{\sqrt{(x\Omega)^2 + [(R-s)\Omega - \omega r']^2}}.$$

Пусть теперь коэффициент трения, развиваемый колесом в опорной точке с рельсом, будет φ и нагрузки на внешнее колесо P и на внутреннее P' ; тогда сила трения колес в опорных точках будет $P\varphi$ и $P'\varphi$, а направление этих сил будет противоположно W — для внешнего колеса и W' — для внутреннего.

Сила тяги, развиваемая каждым колесом и направленная вдоль рельсовой колеи, равна:

для внешнего колеса

$$P\varphi \cos \alpha;$$

для внутреннего колеса

$$P'\varphi \cos \alpha'.$$

Если локомотив имеет n движущих колес, то его сила тяги будет равна:

$$F_k = \sum_n [P_i \varphi \cos \alpha_i + P'_i \varphi \cos \alpha'_i], \quad (637)$$

где \sum (знак суммы) распространяется на все движущие оси.

Полученное уравнение показывает, что величина развиваемой локомотивом силы тяги зависит от угловой скорости вращения движущих колес ω . Рассмотрим сначала случай, когда все оси спарены между собой; тогда в уравнении (637) для всех колес величина ω будет одинакова.

Уравнение (637) показывает, что при одинаковом радиусе кругов катания внешних и внутренних колес, т. е. при $r = r'$ (что обычно имеет место после износа бандажей), и при одинаковых нагрузках на колеса $P = P'$ внешнее колесо развивает меньшую силу тяги, чем внутреннее, так как скольжение в сторону движения у внутреннего колеса больше, чем у внешнего, а поперечное скольжение их одинаково. Наибольший интерес представляет соотношение силы тяги, развиваемой отдельными спаренными осями. Из той же формулы следует, что при одинаковой нагрузке на оси наиболее удаленная от точки вращения ось (т. е. у которой величина x будет наибольшей) будет развивать наименьшую силу тяги.

В случае индивидуального привода число оборотов различных осей будет, вообще говоря, неодинаково. Поскольку проскальзывание колес имеет очень небольшую величину, неодинаковые скорости вращения колес могут иметь очень большое значение в отношении величины силы тяги по сцеплению, развиваемой каждой осью. Число оборотов движущих осей при индивидуальном приводе определяется характеристикой мотора. Таким образом, для определения распределения между отдельными осями силы тяги, мы в этом случае кроме уравнения:

$$F_k = \sum_n [P_i \varphi \cos \alpha_i + P'_i \varphi \cos \alpha'_i]$$

имеем тяговую характеристику электровоза, устанавливающую связь между силой тяги F_k и числом оборотов мотора n или угловой скоростью вращения движущих осей ω .

Если бы колеса электровоза сохраняли свои статические нагрузки P и P' и имели бы одинаковую скорость поступательного перемещения по рельсовому пути и если бы поперечное перемещение колес $x\Omega$ было бесконечно малым (что соответствует бесконечно большому радиусу кривой R), то электровоз развивал бы силу тяги при том же коэффициенте трения φ колес с рельсами, равную (в идеальном случае):

$$F_{max} = \sum P\varphi.$$

Отношение максимальной теоретически возможной силы тяги F_{max} к действительной F_k , развиваемой в кривой, будем называть коэффициентом использования сцепного веса электровоза в кривой; величина его равна в случае группового привода:

$$\eta = \frac{F_k}{F_{max}} = \frac{\sum P_i \varphi \cos \alpha_i + \sum P_i' \varphi \cos \alpha_i'}{\sum P \varphi} = \frac{\sum P_i \cos \alpha_i + \sum P_i' \cos \alpha_i'}{\sum P} \quad (638)$$

В случае индивидуального привода, когда коэффициент использования сцепного веса определяется работой оси, находящейся в наиболее невыгодных условиях, для η имеем следующее выражение:

$$\eta = (\min) \frac{P_i \varphi \cos \alpha_i + P_i' \varphi \cos \alpha_i'}{2P \varphi} = (\min) \frac{P_i \cos \alpha_i + P_i' \cos \alpha_i'}{2P}, \quad (639)$$

где P — статическая нагрузка на колесо, а P_i и P_i' — динамические нагрузки на колеса той оси, для которой выражение η получается минимальным.

Само собой разумеется, что в формулы (638) и (639) подставляются величины динамических нагрузок на колеса P_i , получающиеся не только в результате перераспределения нагрузок между отдельными осями вследствие развития электровозом силы тяги, но также и вследствие перераспределения нагрузок между внешними и внутренними колесами при движении в кривых, происходящего по следующим причинам:

- а) несоответствия возвышения внешнего рельса и развивающейся в кривой центробежной силы;
- б) горизонтальной составляющей от силы тяги;
- в) воздействия горизонтальных сил реакции рельса на обод колес и передачи этих сил на раму на высоте буксы.

На основании изложенного не трудно установить, что:

- а) коэффициент использования сцепного веса в кривых η будет тем ниже, чем меньше радиус кривой;
- б) с увеличением базы электровоза коэффициент использования сцепного веса электровоза η падает;
- в) коэффициент использования сцепного веса η зависит от установки электровоза в кривых, следовательно от всех причин, влияющих на эту установку (типа сочленения тележек, наличия бегунковых тележек и возвращающих усилий их и т. п.);
- г) коэффициент использования сцепного веса η зависит от динамического перераспределения нагрузок между колесами, вызванного действием силы тяги.

КОЛЕБАНИЯ, ВЫЗЫВАЕМЫЕ РАБОТОЙ ЭЛЕКТРОВОЗНОЙ ПЕРЕДАЧИ

§ 38. Общие замечания

В отношении колебаний, наблюдаемых при работе электровозных передач, мы рассмотрим следующие системы передач: 1) передачу с полой осью при помощи пружинного механизма между зубчатым и движущим колесами (передача Сешерона, Вестингауза, AEG—GEC и др.); 2) упругую зубчатую передачу при подвеске трамвайного типа; 3) упругие рычажные передачи (Бухли, Эрликсона), содержащие помимо зубчатой упругой передачи рычажную связь между зубчатым колесом и движущей осью, и 4) шатунную передачу. Эти системы передач имеют коренное отличие в отношении причин и характера создаваемых ими колебаний.

У первых двух систем передач колебания вызываются главным образом наличием пружинного механизма; здесь усилия, вызывающие колебания, пропорциональны деформациям, в результате чего имеют место гармонические колебания. При трамвайной подвеске мотор упруго соединен с наддрессорным строением, что дает дополнительные колебания, причем тоже гармонические.

Третья система — упругая рычажная. Кроме упругих колебаний, вызванных присутствием упругой зубчатой передачи, система эта получает вынужденные колебания, вызываемые кинематикой передаточного рычажного механизма. Последние колебания определяют общее колебание системы. Сам по себе механизм упругой рычажной передачи в кинематическом отношении достаточно сложен в силу того, что должен связывать незарессоренные части электровоза (движущие оси с колесами) с зарессоренной частью — зубчатыми колесами, которые взаимно перемещаются в вертикальном направлении (при прохождении колесами неровностей пути и т. п.).

Сложность механизма придает сложный характер импульсам, которые и определяют колебания в передаточном механизме¹.

Четвертая система — шатунная передача — наиболее трудно поддается изучению. Паровозный шатунный механизм хотя и имеет неуравновешенные массы с поступательным движением, однако, являясь статически определимой системой, вызывает при своем движении свободные неуравновешенные силы и моменты, легко определяемые сами по себе и в отношении воздействия на локомотив. Шатунный же механизм электровоза поддается полному уравниванию благодаря отсутствию поступательно перемещающихся масс, но в то же время он является сам по себе статически неопределимой системой.

Усилия, возникающие в отдельных элементах этой системы, зависят от деформации их и являются причиной вынужденных колебаний. При этом добавочные усилия, вызванные этими колебаниями, складываясь с перемещаемыми усилиями, возникающими в механизме, даже при равномерной передаче усилия явля-

¹ Несмотря однако на сложность механизма, последний позволяет при соответствующем подборе геометрических величин отдельных деталей снизить амплитуды колебаний до минимума, совершенно безопасного для данной системы.

ются нередко причиной тяжелых аварий, обрывов отдельных элементов передачи — главным образом шатунов, или искривлений пальцев осей и т. п.

Большое число аварий с шатунным электровозным механизмом, а также недопустимые нередко колебания всего электровоза, связанные с работой шатунного механизма, заставили уделить особое внимание изучению колебаний шатунного механизма, особенно в странах, имеющих большое количество электровозов с этой системой передач (Германия и Швейцария).

Отдельные части шатунного механизма при различных положениях пальцев кривошипа испытывают различные напряжения, изменяющиеся, как мы увидим ниже, в широких пределах, вследствие чего меняется общая упругость всей системы в зависимости от положения пальца кривошипа. В результате в шатунном механизме мы встречаемся с колебаниями с переменными по времени и по отклонению упругостью и периодом колебаний.

Большое значение имеет также, как мы ниже увидим, игра в шатунном механизме, ведущая к появлению псевдогармонических колебаний, нередко с большой амплитудой (см. Duffing, *Erzwungene Schwingungen bei veränderlicher Eigenfrequenz und ihre technische Bedeutung*). Когда мы говорим об упругой зубчатой передаче, что она вызывает гармонические колебания, мы имеем в виду теоретически правильную систему; когда же зубчатая передача после некоторого износа получает игру, характер явлений резко меняется, равномерность передачи усилий нарушается и вместо гармонических колебаний мы имеем псевдогармонические.

Переходим к изучению перечисленных выше систем передач.

§ 39. Колебания индивидуальных приводов

Здесь мы рассмотрим колебания передач при трамвайной подвеске, а также передач с полым валом и рессорной связью полого вала с движущимися колесами, а именно: передачи Вестингауза, Сешерона и AEG—GEC. Как мы ниже увидим, эти передачи и трамвайная подвеска отличаются только расположением зубчатой передачи по отношению к упругому механизму, что определяет приведенную к отношению передачи 1:1 массу якоря.

Причинами, возбуждающими колебания упругих, связанных между собой масс электровоза, являются:

- а) изменения напряжения в контактном проводе, вызывающие в свою очередь изменения крутящего момента двигателя;
- б) случайные неровности верхнего строения пути или периодически повторяющиеся удары в стыках.

При прохождении движущих колес по неровностям пути происходит вертикальное перемещение движущей оси относительно надрессорного строения. Одновременно с этим благодаря связи двигателя через зубчатую передачу с движущей осью происходят в случае применения трамвайной подвески проворачивание якоря и изменение скорости его. В случае применения привода с полым валом и передаточным рессорным механизмом между движущим колесом и полым валом всякое относительное вертикальное перемещение движущей оси вызывает изменение усилий в рессорном передаточном механизме и ускорение или замедление движения якоря по отношению к движущим колесам.

Наконец при рычажном индивидуальном приводе относительные перемещения движущей оси вызывают смещение центров полых и движущей осей и появление так называемого эксцентриситета, вызывающего также ускорение или замедление вращения якоря по отношению к движущим осям.

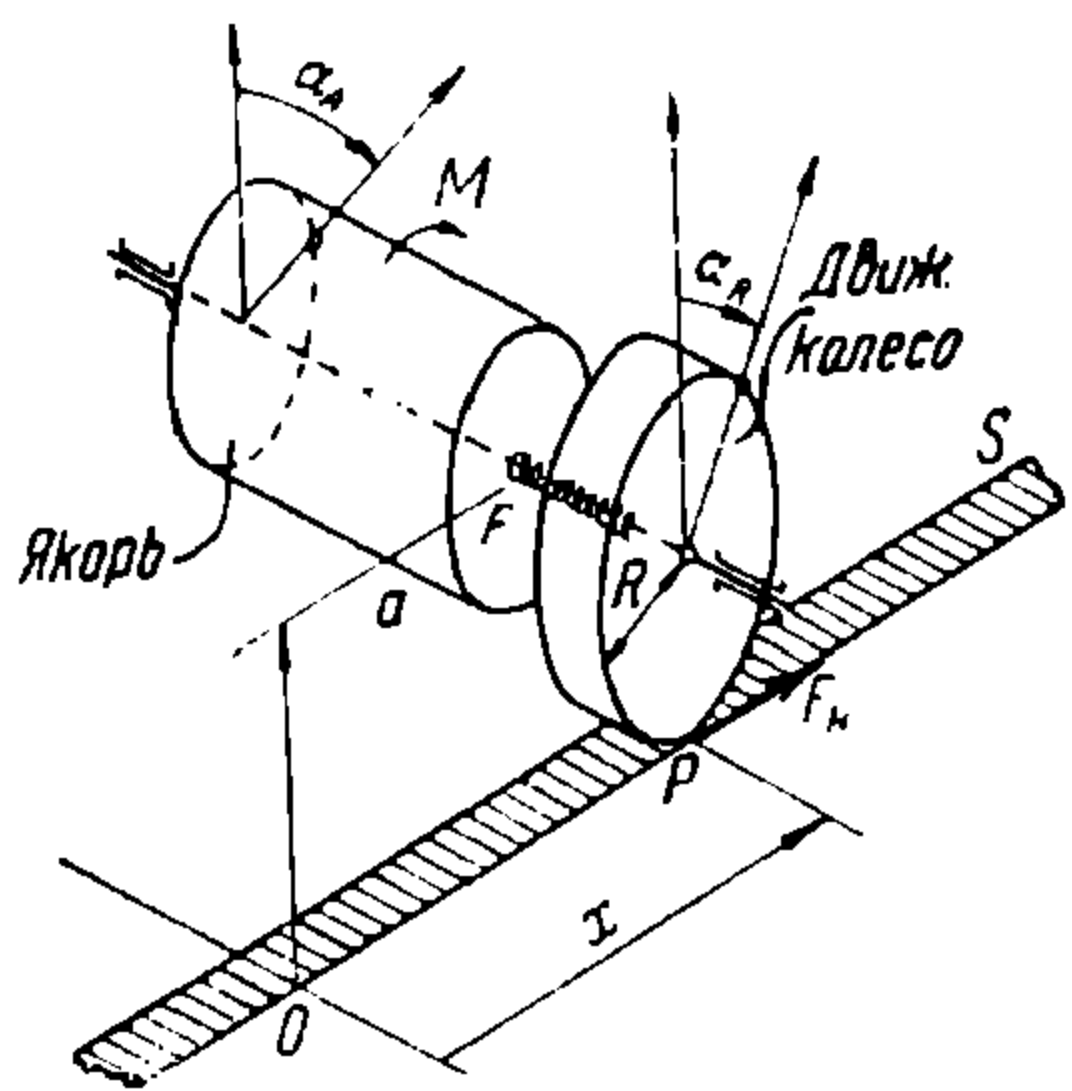
Таким образом, при всех перечисленных типах индивидуальных приводов как неровности пути, так и изменение напряжения в контактном проводе вызывают относительные смещения якоря и движущих колес и колебания массы якоря по отношению ко всему электровозу.

Как мы выше отмечали, индивидуальные приводы с упругими зубчатыми колесами при трамвайной подвеске мотора и передачи с полых осью содержат

упругий элемент между массой якоря двигателя и массой всего электровоза, способствующий гармоническим колебаниям якоря по отношению ко всей массе электровоза; а рычажные упругие передачи имеют кроме того источником вынужденных колебаний кинематику самого рычажного механизма; поэтому в дальнейшем, изучая колебания индивидуальных приводов, мы рассмотрим сначала колебания упругого привода, а затем колебания передач с рычажным механизмом.

§ 40. Колебания упругого привода¹

На фиг. 268 схематически изображен (если принять коэффициент передачи 1:1) упругий индивидуальный привод. Движущий скат представлен в виде колеса с радиусом R . Между этим колесом и двигателем помещается пружина F . Момент упругих сил пружины F в точности соответствует сумме моментов упругих сил всех пружин передачи и равен f при угле вращения $\alpha = 1$.



Фиг. 268.

Пусть вся система катится по рельсу S . При этом в опорной точке колеса на рельсе развивается сила тяги F_k . Угол, на котором повернулся якорь двигателя, отсчитываем от некоторого начального положения O и обозначаем его через α_a , а угол, на который повернулось движущее колесо, — через α_R , что соответствует пройденному пути x от начальной точки O . Пусть двигатель развивает постоянный вращающий момент M . Массу всего поезда обозначим через M_z . Вращающий момент, передаваемый движущему колесу, может быть выражен в зависимости от относительного смещения якоря и движущего колеса в виде $f(\alpha_a - \alpha_R)$, и уравнение моментов, приложенных к якорю двигателя, получит вид:

$$I_a \frac{d^2 \alpha_a}{dt^2} = M - f(\alpha_a - \alpha_R), \quad (640)$$

где $\frac{d^2 \alpha_a}{dt^2}$ — ускорение вращения якоря и I_a — момент инерции его. Момент $f(\alpha_a - \alpha_R)$, передающийся на движущую ось, вызывает ускорение вращения, равное $\frac{d^2 \alpha_R}{dt^2}$, и силу тяги F_k . Таким образом, уравнение моментов, приложенных к движущему колесу, с моментом инерции его I_R напишется в виде:

$$I_R \frac{d^2 \alpha_R}{dt^2} = f(\alpha_a - \alpha_R) - F_k R. \quad (641)$$

Если обозначим сопротивление поезда через W , то избыток силы тяги вызывает ускорение поезда:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{F_k - W}{M_z}. \quad (642)$$

Путь, пройденный колесом при отсутствии пробоксовок, строго соответствует углу вращения α_R , а именно:

$$x = x_0 + R \alpha_R, \quad (643)$$

так что

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = R \frac{d^2 \alpha_R}{dt^2}$$

и

$$F_k - W = M_z R \frac{d^2 \alpha_R}{dt^2}. \quad (644)$$

¹ См. также В. М е д е л ь. Колебания индивидуального привода электровозов, журнал „Электричество“ № 18 за 1935 г.

Определяя из выражения (644) F_k для уравнения (641), получим:

$$fa_a = (I_R + M_z R^2) \frac{d^2 \alpha_R}{dt^2} + fa_R + WR = I_a \frac{d^2 \alpha_R}{dt^2} + fa_R + WR, \quad (645)$$

где $I_z = I_R + M_z R^2$ называется приведенной массой поезда.

Двухкратное дифференцирование уравнения (645) дает:

$$\frac{d^2 \alpha_a}{dt^2} = \frac{I_z}{f} \cdot \frac{d^4 \alpha_R}{dt^4} + \frac{d^2 \alpha_R}{dt^2}.$$

Если подставить значение $\frac{d^2 \alpha_a}{dt^2}$ в уравнение (640), то получим:

$$\frac{I_a I_z}{f} \cdot \frac{d^4 \alpha_R}{dt^4} + (I_a + I_z) \frac{d^2 \alpha_R}{dt^2} = M - WR, \quad (646)$$

и если обозначим:

$$\frac{d^2 \alpha_R}{dt^2} = y \quad \text{и} \quad \frac{d^4 \alpha_R}{dt^4} = \frac{d^2 y}{dt^2},$$

то получим уравнение вида:

$$A \frac{d^2 y}{dt^2} + By + C = 0.$$

Решение этого уравнения дает:

$$\frac{d^2 \alpha_R}{dt^2} = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t + \frac{M - WR}{I_a + I_z}; \quad (647)$$

$$\frac{d \alpha_R}{dt} = -\frac{C_1}{\omega} \cos \omega t + \frac{C_2}{\omega} \sin \omega t + \frac{M - WR}{I_a + I_z} \cdot t + C_3 \quad (648)$$

и

$$\alpha_R = -\frac{C_1}{\omega^2} \sin \omega t - \frac{C_2}{\omega^2} \cos \omega t + \frac{M - WR}{I_a + I_z} \cdot \frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4, \quad (649)$$

где

$$\omega = \sqrt{\frac{f(I_a + I_z)}{I_a I_z}}$$

характеризует частоту колебаний упругой передачи.

Подставляя найденные выражения для $\frac{d^2 \alpha_R}{dt^2}$ и α_R в уравнение (645), найдем:

$$\begin{aligned} a_a = & -\frac{C_1}{\omega^2} \left(1 - \frac{I_z \omega^2}{f}\right) \sin \omega t - \frac{C_2}{\omega^2} \left(1 - \frac{I_z \omega^2}{f}\right) \cos \omega t + \\ & + \frac{I_z}{f} \cdot \frac{M - WR}{I_a + I_z} + \frac{M - WR}{I_a + I_z} \cdot \frac{t^2}{2} + \frac{WR}{f} + C_3 t + C_4; \end{aligned} \quad (650)$$

$$\frac{d \alpha_a}{dt} = -\frac{C_1}{\omega} \left(1 - \frac{I_z \omega^2}{f}\right) \cos \omega t + \frac{C_2}{\omega} \left(1 - \frac{I_z \omega^2}{f}\right) \sin \omega t + \frac{M - WR}{I_a + I_z} \cdot t + C_3; \quad (651)$$

$$\frac{d^2 \alpha_a}{dt^2} = C_1 \left(1 - \frac{I_z \omega^2}{f}\right) \sin \omega t + C_2 \left(1 - \frac{I_z \omega^2}{f}\right) \cos \omega t + \frac{M - WR}{I_a + I_z}. \quad (652)$$

Остановимся несколько подробнее на полученных уравнениях. Предположим, что в некоторый момент времени колебания якоря по отношению к электровозу затихли; тогда в выражении ускорения как самого электровоза, так и якоря двигателя члены, периодически меняющие свою величину, должны исчезнуть, т. е. $C_1 = C_2 = 0$.

Следовательно из уравнения (652) получим:

$$\frac{d^2 \alpha_a}{dt^2} = \frac{M - WR}{I_a + I_z}. \quad (653)$$

Смысл этого уравнения совершенно ясен. Если в рассматриваемый момент времени вращающий момент двигателя превышает момент, соответствующий усилию тяги на крюке, то будет иметь место ускорение масс с моментами инерции $I_a + I_z$.

Из уравнения (648) при тех же условиях получим, что постоянная:

$$C_3 = \frac{d\alpha_R}{dt} \quad (654)$$

Таким образом, постоянная C_3 есть не что иное, как угловая скорость движущего колеса. Поэтому, если скорость движения поезда в рассматриваемый момент обозначим через v_0 , то

$$C_3 = \frac{v_0}{R};$$

по истечении же времени t угловая скорость будет:

$$\frac{v'}{R} = \frac{v_0}{R} + \frac{M - WR}{I_a + I_z} \cdot t. \quad (655)$$

Наконец, из уравнения (649) получим:

$$a_R = C_4. \quad (656)$$

Если примем, что x_0 —путь, пройденный движущим колесом к тому моменту, когда прекратились колебания якоря, и соответственно ему угол, пройденный движущим колесом, $a_R = a_0$, т. е. $Ra_0 = x_0$, то из уравнения (656) для $t = 0$ получим:

$$C_4 = a_0,$$

и в дальнейшем этот угол будет увеличиваться по закону:

$$a_R = a_0 + \frac{da_R}{dt} \cdot t. \quad (657)$$

Полученные нами выше уравнения имеют следующий смысл.

Упругая передача усилий от двигателя на движущие оси способствует появлению колебаний вращающейся массы якоря по отношению к поступательно перемещающейся массе электровоза. Например, при быстром повышении напряжения в контактом проводе в первый момент возрастают ток тягового двигателя и его крутящий момент. Это в свою очередь вызывает возрастание скорости двигателя до тех пор, пока противоэлектродвижущая сила якоря двигателя не поднимется до величины, соответствующей новому напряжению контактного провода.

Но ускорение якоря тягового двигателя не может вызвать такое же ускорение всего состава ввиду больших масс электровоза и поезда. Вследствие этого в первый момент ускорения якоря фактически произойдет лишь провоцирование его по отношению к движущим колесам электровоза за счет деформации пружин передачи, а затем уже вся масса поезда начнет увеличивать свою скорость, при чем ускорение будет соответствовать дополнительному усилию, вызванному указанным дополнительным прогибом пружин передачи в той массе поезда, которая участвует в ускорении.

Скорости якоря и поезда, соответствующие новому крутящему моменту, не устанавливаются сразу; в первое время имеют место гармонические колебания, протекающие согласно найденным формулам.

Мы выше нашли, что угловая скорость такого механизма выражается через:

$$\omega = \sqrt{\frac{f(I_a + I_z)}{I_a I_z}}.$$

Таким образом, период полного колебания найдем равным:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_a I_z}{f(I_a + I_z)}}. \quad (658)$$

При этом мы предполагали, что отношение числа оборотов якоря и движущих колес равно единице; в действительности же всегда имеется зубчатая передача с передаточным числом i ; поэтому, если зубчатая передача находится между двигателем и упругим механизмом (передача полый осью), то вместо момента инерции якоря I_a с зубчатой передачей и полым валом необходимо в эту формулу подставить $I_a' = i^2 I_a$; если же зубчатая передача располагается между движущей осью и упругим механизмом (трамвайная подвеска с упругой зубчаткой), то вместо I_R в выражение $I_z = I_R + M_z R^2$ следует подставить:

$$I_R' = \frac{I_R}{i^2}$$

Частота колебаний упругой передачи представляет практический интерес в том отношении, чтобы при повторении причин, вызывающих эти колебания (например, рельсовые стыки или другие, расположенные на одинаковом расстоянии друг от друга неровности пути), они не вызывали бы нарастания амплитуд колебания до опасных пределов. С этой точки зрения желательно период колебания иметь возможно более коротким; тогда система, совершив несколько колебаний, успеет настолько успокоиться, что новый импульс не представит уже опасности.

Не трудно видеть из уравнения (658), что с увеличением общей жесткости рессор передаточного механизма величина T уменьшается; однако большая жесткость, как мы ниже увидим, имеет тот недостаток, что влечет за собой большие динамические перегрузки осей при прохождении неровностей пути не только вследствие увеличения общей жесткости рессорного подвешивания, но также и вследствие инерции якоря, с которым движущее колесо связано зубчатой передачей и упругим механизмом.

Применение листовых рессор в качестве упругой передачи с полый осью (передача итальянских железных дорог) или в упругом венце большого зубчатого колеса при трамвайной подвеске (система ГЕС, применяемая на наших железных дорогах) имеет преимущество в смысле быстрого поглощения энергии колебания упругой передачи за счет трения листов рессоры.

Примем, что у товарного электровоза с моторами с трамвайной подвеской мощностью порядка 350 кВт отношение зубчатой передачи $i = 3,8$; момент инерции якоря $I_a = 20 \text{ кгм сек}^2$, при чем для упрощения примем, что электровоз настолько слабо сцеплен с поездом, что при подергивании, вызванном колебанием якоря относительно массы электровоза, на массу поезда это не отражается; тогда масса электровоза, приходящаяся на одну ось, будет равна:

$$M_z = \frac{20\,000}{g}$$

и полярный момент инерции движущей оси:

$$I_R = 110 \text{ кгм сек}^2.$$

Приведенный момент инерции самой оси:

$$I_R' = \frac{I_R}{i^2} = \frac{110}{3,8^2} = 7,6 \text{ кгм сек}^2.$$

Приведенная масса электровоза будет равна:

$$I_z = I_R' + M_z R^2 = 7,6 + \frac{20\,000}{9,81} \cdot 0,6^2 = 7,6 + 734 = 841,6 \text{ кгм сек}^2,$$

где радиус движущих колес $R = 0,6 \text{ м}$.

Определим жесткость упругой передачи, т. е. момент упругих сил рессор упругого венца большого зубчатого колеса при сдвиге на угол $\alpha = 1$.

В большом зубчатом колесе помещено 8 спиральных рессор; диаметр прутка $\delta = 17$ мм, радиус витка $r = 32,5$ мм, число витков (расчетное) $n = 6$; жесткость такой рессоры:

$$j = \frac{G\delta^4}{64\pi r^3} = \frac{850\,000 \cdot 1,7^4}{64,6 \cdot 3,25^3} = 54 \text{ кг/мм.}$$

Рессоры располагаются на расстоянии 292 мм от центра; следовательно:

$$f = 8 \cdot 54 \cdot 292 \cdot 0,292 = 36\,700 \text{ кгм.}$$

Отсюда период колебаний находим равным:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_a I_z}{f(I_a + I_z)}} = 2\pi \sqrt{\frac{20 \cdot 842}{36\,700(20 + 842)}} = 0,144''$$

В действительности часть веса поезда также участвует в подергивании электровоза; однако, если даже предположить массу поезда, участвующую в колебаниях, очень большой ($I_z = \infty$), то мы, приняв:

$$I_z + I_a = I_z = \infty,$$

получим:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_a}{f}} = 2\pi \sqrt{\frac{20}{36\,700}} = 0,148''.$$

Этот подсчет показывает, что колебания имеют довольно большую частоту: приняв, что они затухают через 4 колебания (учитывая трение при скольжении венца относительно тела зубчатого колеса), то в течение $4 \cdot 0,148 = 0,592$ сек. эти колебания уже затухают. Надо отметить, что колебание упругой передачи оказывает большое влияние на развитие электровозом силы тяги по сцеплению, и при неблагоприятных условиях эти колебания могут явиться причиной сильного боксования. Для пояснения рассмотрим теперь проскальзывание колеса на рельсе. В этом случае нет связи между углом α_R и пройденным расстоянием x ; кроме того, если составить уравнение, аналогичное уравнению (641), то вместо силы тяги F_k мы должны подставить в него выражение ϕP , где ϕ —коэффициент трения между колесом и рельсом во время скольжения и P —нагрузка на ось. Таким образом

$$I_R \frac{d^2 \alpha_R}{dt^2} = f(\alpha_a - \alpha_R) - \phi P R. \quad (659)$$

Далее, по аналогии с уравнением (642):

$$M_z \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = \phi P - W. \quad (660)$$

Интегрируя последнее уравнение, получим:

$$x = \frac{\phi P - W}{M_z} \cdot \frac{t^2}{2} + C_5 t + C_6. \quad (661)$$

Наконец из уравнений (640) и (659) определим для этого случая угол α'_R , пройденный движущим колесом:

$$\alpha'_R = -\frac{C_1'}{\omega'^2} \cdot \sin \omega' t - \frac{C_2'}{\omega'^2} \cos \omega' t + \frac{M - \phi P R}{I_a + I_R} \cdot \frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4. \quad (662)$$

Угол α'_a , пройденный якорем двигателя:

$$\begin{aligned} \alpha'_a = & -\frac{C_1'}{\omega'^2} \left(1 - \frac{I_R \omega'^2}{f}\right) \sin \omega' t - \frac{C_2'}{\omega'^2} \left(1 - \frac{I_R \omega'^2}{f}\right) \cos \omega' t + \\ & + \frac{I_R}{f} \cdot \frac{M - \phi P R}{I_a + I_R} + \frac{\phi P R}{f} + \frac{M - \phi P R}{I_a + I_R} \cdot \frac{t^2}{2} + C_3' t + C_4', \end{aligned} \quad (663)$$

причем

$$\omega' = \sqrt{\frac{f(I_a + I_R)}{I_a + I_R}}. \quad (663')$$

Для определения постоянных величин будем отсчитывать время от начала боксования колес и кроме того будем считать, что нет колебания якоря к началу боксования, т. е. слагаемые, периодически меняющие свою величину, равны нулю; тогда в уравнениях (649) и (650):

$$C_1 = C_2 = 0,$$

и следовательно для этого момента из этих уравнений получим:

$$a_a - a_R = \frac{M - WR}{I_a + I_z} \cdot \frac{I_z}{f} + \frac{WR}{f}. \quad (664)$$

В этот момент пусть начинается боксование, т. е. относительное перемещение якоря и движущих колес. Отсчет углов a_R будем вести также от этого момента, иначе говоря:

$$(\alpha'_R)_0 = 0; \quad (665)$$

тогда согласно уравнению (664):

$$(\alpha'_a)_0 = (\alpha'_R)_0 + \frac{M - WR}{I_a + I_z} \cdot \frac{I_z}{f} + \frac{WR}{f} = \frac{M - WR}{I_a + I_z} \cdot \frac{I_z}{f} + \frac{WR}{f} \quad (666)$$

Для того же начального момента скорость вращения якоря и движущего колеса одинакова:

$$\left(\frac{d\alpha'_R}{dt} \right)_0 = \left(\frac{d\alpha'_a}{dt} \right)_0 = \frac{v'}{R} \quad (667)$$

здесь v' — поступательная скорость электровоза в момент начала скольжения колес.

На основании уравнений (665), (666) и (667) найдем постоянные уравнений (662) и (663):

$$\begin{aligned} C_1' &= 0; \\ C_2' &= \frac{M}{I_R} \left(\frac{I_z}{I_a + I_z} - \frac{I_R}{I_a + I_R} \right) + \frac{WR - \varphi PR}{I_R} + \frac{\varphi PR}{I_a + I_R} - \frac{WR I_z}{I_R (I_a + I_z)}; \\ C_3' &= \frac{v'}{R} \quad \text{и} \quad C_4' = \frac{C_2'}{\omega'^2} = \frac{C_2'}{f} \cdot \frac{I_a I_R}{I_a + I_R}. \end{aligned} \quad (668)$$

Полагая при $t = 0$;

$$x = 0 \quad \text{и} \quad \frac{dx}{dt} = v',$$

найдем:

$$C_5' = v' \quad \text{и} \quad C_6' = 0.$$

Таким образом, формула (661) переписывается в виде:

$$x = \frac{\varphi P - W}{M_z} \cdot \frac{t^2}{2} + v' t. \quad (669)$$

Относительная скорость скольжения колеса по рельсу:

$$\omega_r = \frac{da'_a}{dt} - \frac{1}{R} \cdot \frac{dx}{dt}. \quad (670)$$

Из уравнений (662) и (668) следует, что

$$\frac{da'_R}{dt} = \frac{C_2'}{\omega'} \cdot \sin \omega' t + \frac{M - \varphi PR}{I_a + I_R} t + \frac{v'}{R}. \quad (671)$$

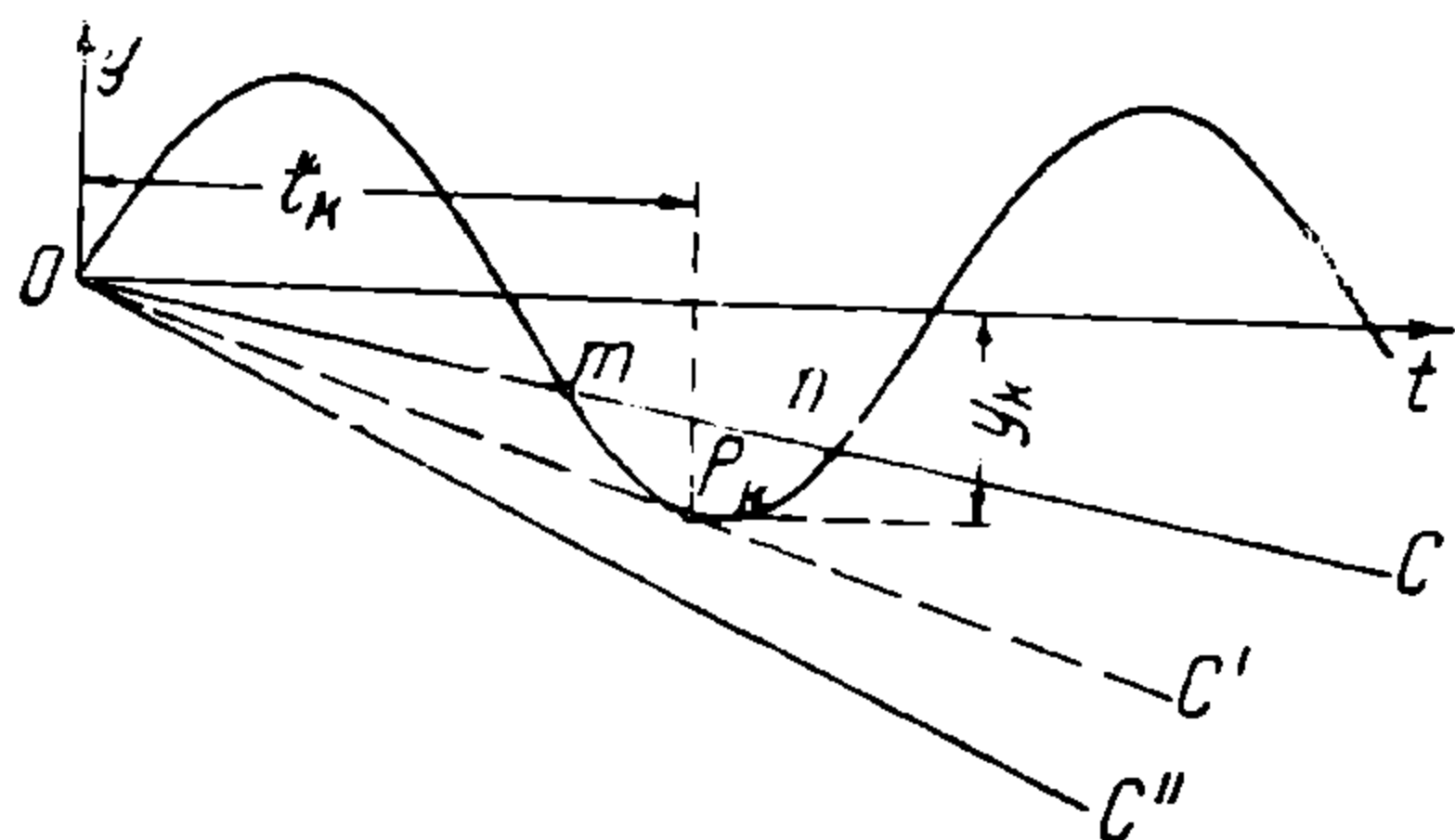
Подставляя в уравнение (670) величину $\frac{da'_R}{dt}$ равную $\frac{da'_a}{dt}$, и заменяя $M_z R^2 = I_z - I_R$, получим:

$$\omega_r = \frac{C_2'}{\omega'} \sin \omega' t + \left[\frac{M - \varphi PR}{I_z + I_R} - \frac{\varphi PR - WR}{I_z - I_R} \right] \cdot t. \quad (672)$$

Таким образом, скорость относительного скольжения колеса и рельса складывается из основного слагаемого, пропорционального времени t , и из периодически меняющегося слагаемого, которое есть результат влияния разгруженной упругой передачи. Коэффициент перед t (в прямых скобках) положителен. Также положительна и постоянная C_2' . Колебания, определяемые уравнением (672), начинаются с положительной полуволны, и графически изменение относительной скорости ω_r может быть выражено путем суммирования ординат наклонной прямой C и синусоиды (фиг. 269). Точки пересечения m и n обеих линий соответствуют $\omega_r = 0$, а в промежутке между ними ω_r принимает даже и отрицательные значения. Таким образом, в точках n и m возможно прекращение скольжения колеса по рельсу. Условие прекращения скольжения выражается в виде $\omega_r \leq 0$; из уравнения (672) найдем, что это условие выполняется, если

$$-\left[\frac{M - \varphi PR}{I_a + I_R} - \frac{\varphi PR - WR}{I_z - I_R} \right] t \geq \frac{C_2'}{\omega'} \sin \omega' t. \quad (673)$$

На фиг. 269 ясно видно, что предельное положение прямой OC' , при котором возможно прекращение скольжения, есть касательная к синусоиде, а прямая OC'' характеризует случай, при котором прекращение скольжения невозможно.



Фиг. 269.

Обозначим наклон линий OC' и OC соответственно через n_k и n и представляет собой выражение, стоящее в прямых скобках уравнения (673)]. Условие прекращения скольжения будет:

$$n \leq n_k. \quad (674)$$

Для определения n_k мы можем переписать условие (673) в виде уравнения:

$$n_k \cdot t = \frac{C_2'}{\omega'} \sin \omega' t. \quad (675)$$

Если прямая касательна к синусоиде, то

$$y = \frac{C_2'}{\omega'} \sin \omega' t \quad (676)$$

и

$$\frac{dy}{dt} = C_2' \cos \omega t. \quad (677)$$

Если прямая к тому же проходит через начало координат, то

$$\frac{y_k}{t_k} = \left(\frac{dy}{dt} \right)_k = C_2' \cos \omega' t_k = \frac{C_2'}{\omega' t_k} \sin \omega' t_k \quad (678)$$

или

$$\omega' t_k = \operatorname{tg}(\omega' t_k), \quad (679)$$

откуда можем найти время t_k .

Уравнение (679) соответствует:

$$\omega' t_k = 180^\circ + 77^\circ 20' = 257^\circ 20' \quad (680)$$

или

$$\cos(\omega' t_k) = -0,22.$$

Кроме того уравнение (675) дает:

$$n_k = C_2' \cos(\omega' t_k). \quad (681)$$

Поэтому условие (674), т. е. $n \leq n_k$, переписывается в виде:

$$n \leq |C_2' \cos(\omega' t_k)|, \quad (682)$$

или окончательно

$$\left[\frac{M - \varphi PR}{I_a + I_R} - \frac{\varphi PR - WR}{I_z - I_R} \right] \leq |C_2' \cos(\omega' t_k)|. \quad (683)$$

Следует отметить, что в указанное уравнение совершенно не входит жесткость пружин передаточного механизма.

Далее, если подставить величину C_2' из уравнения (668) в уравнение (683), то условие возможности прекращения боксования получает вид:

$$M \left[\frac{1 + |\cos \omega' t_k|}{\frac{I_a}{I_R} + 1} - \frac{|\cos \omega' t_k|}{\frac{I_a}{I_z} + 1} \right] \leq \varphi PR \left[\frac{1 + |\cos \omega' t_k|}{\frac{I_a}{I_R} + 1} + \frac{1}{\frac{I_z}{I_R} - 1} - |\cos \omega' t_k| \right] + \\ + WR \left[\frac{\frac{I_a}{I_z} |\cos \omega' t_k|}{\frac{I_z}{I_R} + 1} - \frac{1}{\frac{I_z}{I_R} - 1} \right]. \quad (684)$$

При большой массе поезда значение момента инерции его I_z очень велико по сравнению с моментами инерции якоря и оси, и поэтому мы можем принять:

$$\frac{I_z}{I_R} = \infty.$$

Кроме того, учитывая, что боксование имеет место в том случае, когда момент силы сцепления меньше движущего момента, т. е. когда

$$M \geq \varphi PR$$

или

$$k = \frac{M}{\varphi PR} \geq 1,$$

условие (684) получит вид:

$$\left[\frac{1 + |\cos \omega' t_k|}{\frac{I_a}{I_R}} - |\cos \omega' t_k| \right] < 0 \quad (685)$$

или

$$\frac{I_R}{I_a} \leq \cos \omega' t_k$$

или же

$$\frac{I_R}{I_a} \leq 0,22. \quad (686)$$

Это уравнение показывает, что прекращение боксования может иметь место в том случае, если отношение момента инерции массы колеса к моменту инерции массы якоря не превосходит определенной величины (0,22). Этот вывод не является неожиданным, так как известно, что при колебании двух упруго связанных масс амплитуды их обратно пропорциональны массам, и поэтому, если масса колесной пары будет слишком велика, колебания будут столь незначительны, что прекращение начавшегося боксования будет невозможно.

Выведенное выше условие (686) относится к случаю, когда отношение между числом оборотов якоря и движущего колеса равно единице; если же имеется зубчатая передача с отношением i , то в условии (686) вместо I_a , как выше указывалось, следует подставить: $I_a' = i^2 I_a$; включая в I_a момент инерции зубчатой передачи, если последняя располагается между мотором и упругой передачей, или если зубчатая передача находится между упругой передачей и движущей осью, необходимо принимать:

$$I_R' = \frac{I_R}{i^2}.$$

В обоих случаях уравнение (686) дает:

$$I_R < I_a i^2 \cdot 0,22.$$

Другими словами, чем выше передаточное число i , тем больше может быть момент инерции колесной пары по отношению к моменту инерции якоря; при этом условии не исключается возможность прекращения начавшегося по какой-либо причине боксования.

Для электровоза с передачей АЕГ—ГЕС мы можем принять $I_a = 40$ (для обеих якорей); $I_a' = 40 \cdot 3,8^2 = 577 \text{ кгм сек}^2$; в то же время $I_R = 110$, т. е.

$$\frac{I_R}{I_a'} = \frac{110}{577} < 0,22.$$

Эти результаты относятся к случаю, когда мы массу поезда примем очень большой по отношению к массе якоря.

Теперь примем, что благодаря слабому сцеплению электровоза с составом в колебаниях участвует только масса самого электровоза; условие возможного прекращения боксования определяется уравнением (684).

Для случая товарного электровоза будем считать $I_z = 4400 \text{ кгм сек}^2$; пусть ось развивает на ободе колес силу тяги в 4 т , что возможно при нагрузке на ось $P = 20 \text{ т}$ при коэффициенте сцепления $\varphi = 0,2$; сопротивление поезда, отнесенное к одной оси, примем равным 4 т (т. е. к моменту боксования поезд шел с постоянной, установившейся скоростью); тогда:

$$M = WR = 4 \cdot 0,6 = 2,4 \text{ тм}.$$

Подставляя эти величины в уравнение (684) и помня, что $\cos \omega' t_k = 0,22$ мы получим:

$$2,4 \left[\frac{1 + 0,22}{\frac{20}{7,8} + 1} - \frac{0,22}{\frac{20}{4400} + 1} \right] < \varphi 20 \cdot 0,6 \left[\frac{1 + 0,22}{\frac{20}{7,8} + 1} + \frac{1}{\frac{4400}{7,8} - 1} - 0,22 \right] + \\ + 2,4 \left[\frac{\frac{20}{4400} \cdot 0,22}{\frac{4400}{7,8} + 1} - \frac{1}{\frac{4400}{7,8} - 1} \right].$$

Это уравнение дает:

$$\varphi > 0,197.$$

Мы уже обращали внимание на то, что в полученных нами выводах не видно влияния жесткости пружин упругой передачи.

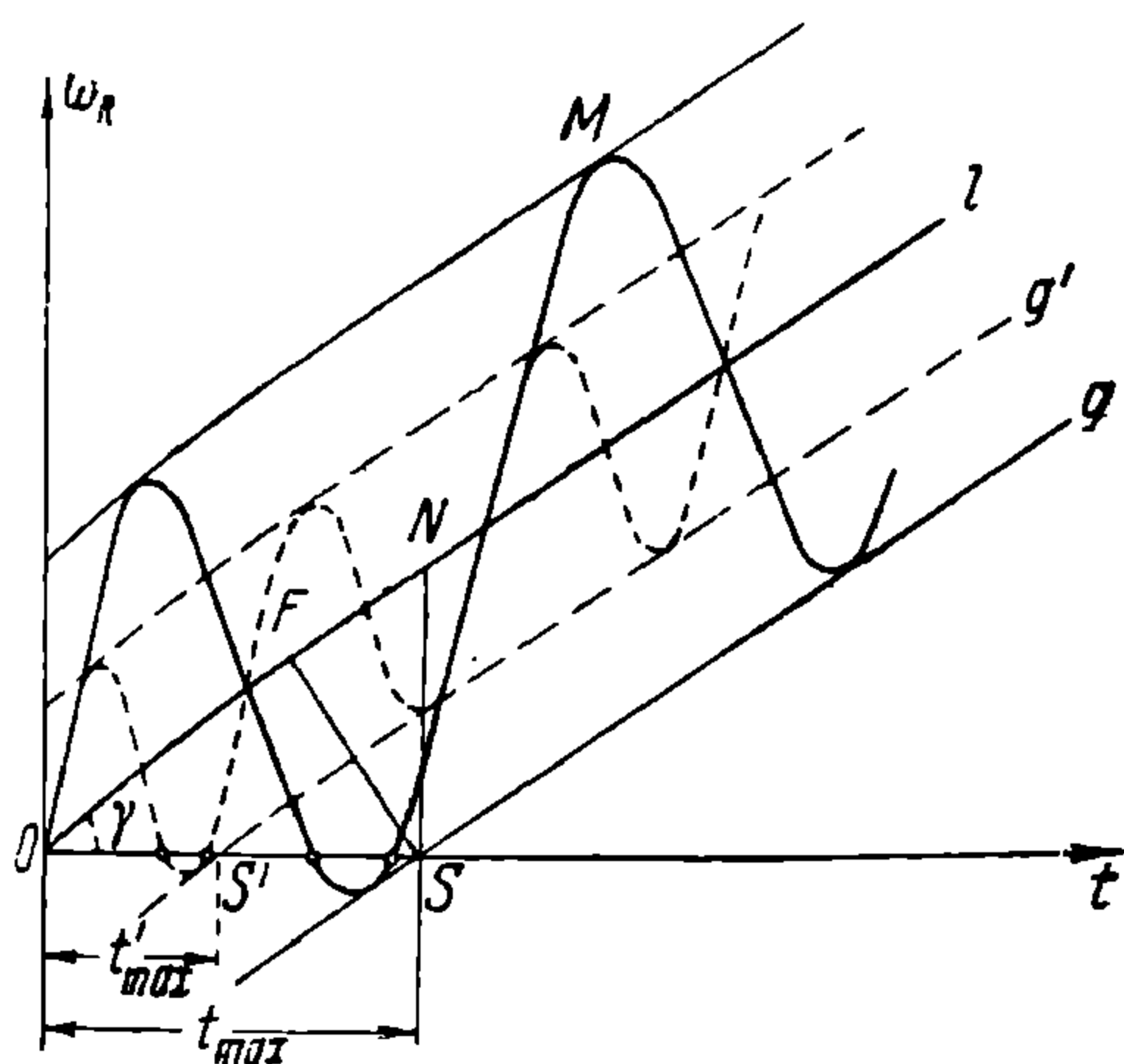
Для того, чтобы учесть влияние жесткости пружин упругой передачи, построим кривую изменения относительной угловой скорости ω_r по формуле (670) в зависимости от времени t после начала боксования (фиг. 270). Величина ω_r , как было сказано выше, содержит два члена. Один зависит от t в первой степени и выражается прямой линией Ol , а другой член есть синусоида с амплитудой $\frac{C_2'}{\omega'}$. Пересечение суммирующей обоих членов M с осью абсцисс дает нулевую скорость ω_r' относительного скольжения колеса по рельсу и вероятное прекращение боксования. Самый поздний момент t_{\max} , при котором еще возможно прекращение боксования, определяется последней точкой пересечения кривой M с осью t . Не трудно видеть, что t_{\max} зависит от амплитуды синусоиды $\frac{C_2'}{\omega'}$ и наклона линии Ol , для которой [см. формулу (673)]:

$$\operatorname{tg} \nu = n = \frac{M - \varphi PR}{I_a + I_R} - \frac{\varphi PR - WR}{I_z - I_R}. \quad (687)$$

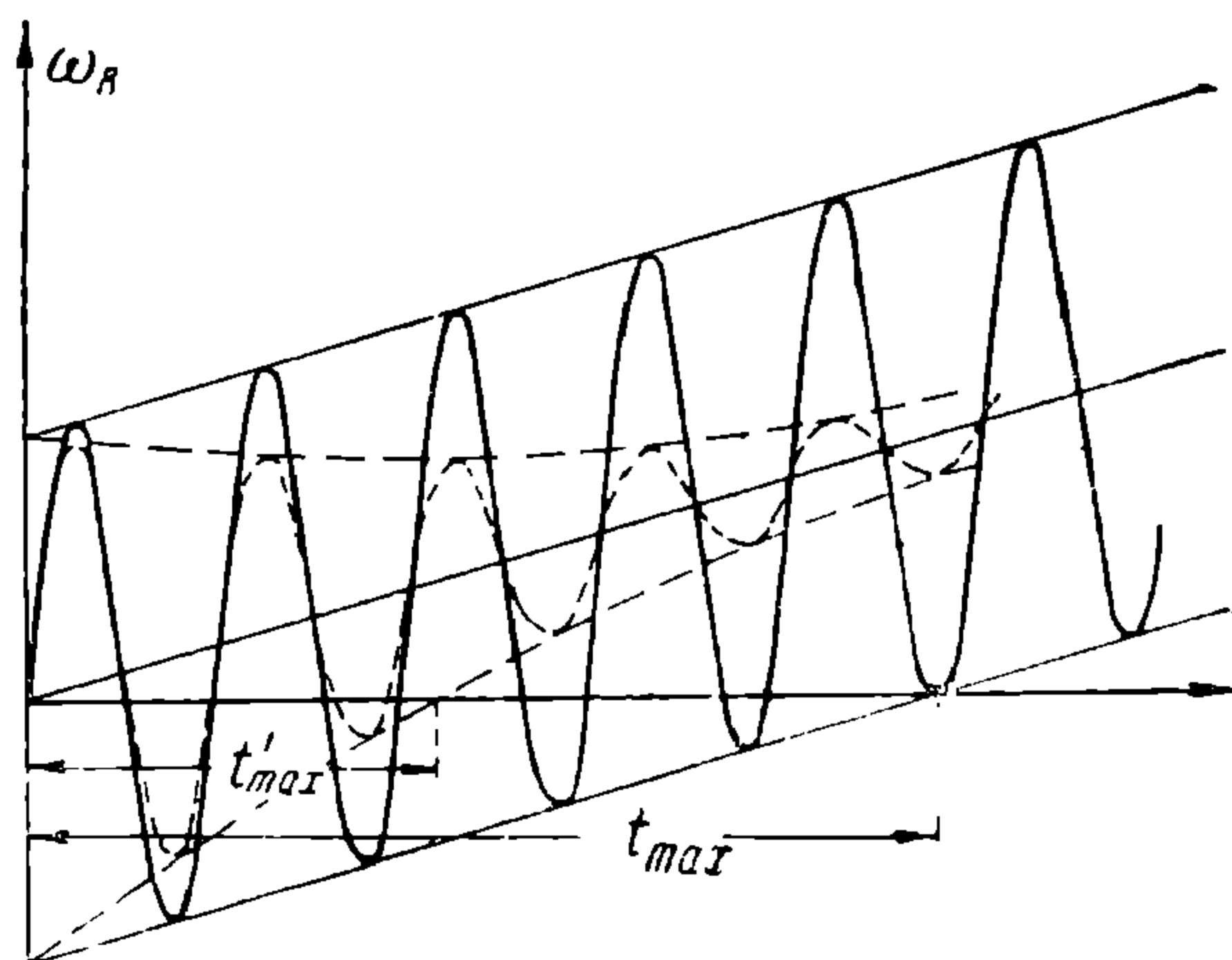
Из треугольника OSN , считая $SN = \frac{C_2'}{\omega'}$, получим:

$$t_{max} = OS = \frac{C_2'}{\omega' \operatorname{tg} \nu} = \frac{C_2'}{n} \sqrt{\frac{I_a I_R}{f(I_a + I_R)}}. \quad (688)$$

Таким образом, мы видим, что t_{max} обратно пропорционально корню квадратному из жесткости рессоры, т. е. жесткие рессоры имеют меньшее время t_{max} . На фиг. 270 пунктиром нанесена кривая, соответствующая четырехкратной жесткости рессор. Отметим, что число пересечений результирующей кривой M с осью t остается во всех случаях одно и то же и зависит от угла наклона линии Ol . На фиг. 271 показана пунктиром кривая для передачи с пружиной, обладающей большим амортизирующим сопротивлением. Колебания в этом случае характеризуются сильным затуханием, вследствие чего уменьшается число пересечений оси t , и величина t'_{max} получается также значительно меньше t_{max} при неамортизированной пружине.



Фиг. 270.



Фиг. 271.

Величина t_{max} зависит также, как показывает формула (688), от момента инерции колесной пары I_R , а именно: с уменьшением I_R увеличивается t_{max} ; таким образом, передачи, у которых упругий элемент примыкает непосредственно к колесной паре (передачи Сешерона, АЕГ, Вестингауз и др.), имеют большую величину t_{max} , чем например передачи с упругим венцом зубчатых колес или, тем более, если пружины устанавливаются между якорем и валом двигателя.

Увеличение времени t_{max} имеет большое значение в смысле улучшения условия сцепления электровоза с рельсом. Действительно, пусть ось с индивидуальным приводом попала на место, характеризующееся меньшим коэффициентом сцепления (например на рельсах имеется масло), тогда при достаточно большом t_{max} может оказаться, что колесо успеет пройти неблагоприятное в отношении сцепления место в такое короткое время, при котором будет обеспечено прекращение боксования.

Разберем два случая, выявляющие значение удлиненного времени t_{max} , в течение которого может иметь место прекращение боксования.

Случай 1. Вращающий момент двигателя имеет постоянную величину, но колеса попадают на участок, на котором коэффициент сцепления имеет пониженную величину, недостаточную для развития силы тяги, соответствующей вращающему моменту двигателя.

На фиг. 272 прямая F_{μ} дает величину силы тяги, определяемую вращающим моментом двигателя. Прямая F_{μ} , на основании сказанного, параллельна оси абсцисс, по которой мы будем откладывать время.

Линия F_{cy} дает величину силы тяги по сцеплению. Не трудно видеть, что в некоторый момент, спустя время t_1 после начала рассматриваемого движения, коэффициент сцепления упадет, а вместе с ним упадет и сила тяги по сцеплению; иначе говоря, F_{cy} окажется ниже величины F_m , и вследствие этого начнется боксование. Если время t_{max} больше отрезка ab , в течение которого электровоз успеет сойти боксующей осью с того участка пути, где имеет место пониженный коэффициент сцепления, то электровоз сможет снова развивать по сцеплению силу тяги, соответствующую вращающему моменту двигателя; в противном случае боксование не прекратится без вмешательства машиниста (применение песка).

Случай 2. Коэффициент сцепления колес с рельсами не меняется, но имеет место пиковое повышение силы тяги настолько, что сила тяги по вращающему моменту F_m оказывается выше силы тяги по сцеплению F_{cy} .

Определим прежде всего характер колебания якоря двигателя. Из уравнения (663) следует, что член, определяющий колебания якоря

$$-\frac{C_2'}{\omega'^2} \left(1 - \frac{I_R \omega'^2}{f}\right) \cos \omega' t$$

при дифференцировании для определения скорости колебания, превращается в

$$\frac{C_2'}{\omega'} \left(1 - \frac{I_R \omega'^2}{f}\right) \sin \omega' t.$$

Таким образом, амплитуда этого колебания равна:

$$A_a = \frac{C_2'}{\omega'} \left(1 - \frac{I_R \omega'^2}{f}\right),$$

или после подстановки из уравнения (663) величины ω' :

$$A_a = -C_2' \sqrt{\frac{I_R}{f}} \cdot \sqrt{\frac{I_a}{I_a + I_R}} \cdot \frac{I_R}{I_a}. \quad (689)$$

Найденная формула дает отрицательное значение амплитуды; это показывает, что скорость якоря имеет противоположное скорости колеса направление, а именно—для скорости колеса мы имеем:

$$A_k = \frac{C_2'}{\omega'} = C_2' \sqrt{\frac{I_R}{f}} \sqrt{\frac{I_a}{I_a + I_R}}.$$

Отношение амплитуд:

$$\frac{A_a}{A_k} = \frac{I_R}{I_a}. \quad (690)$$

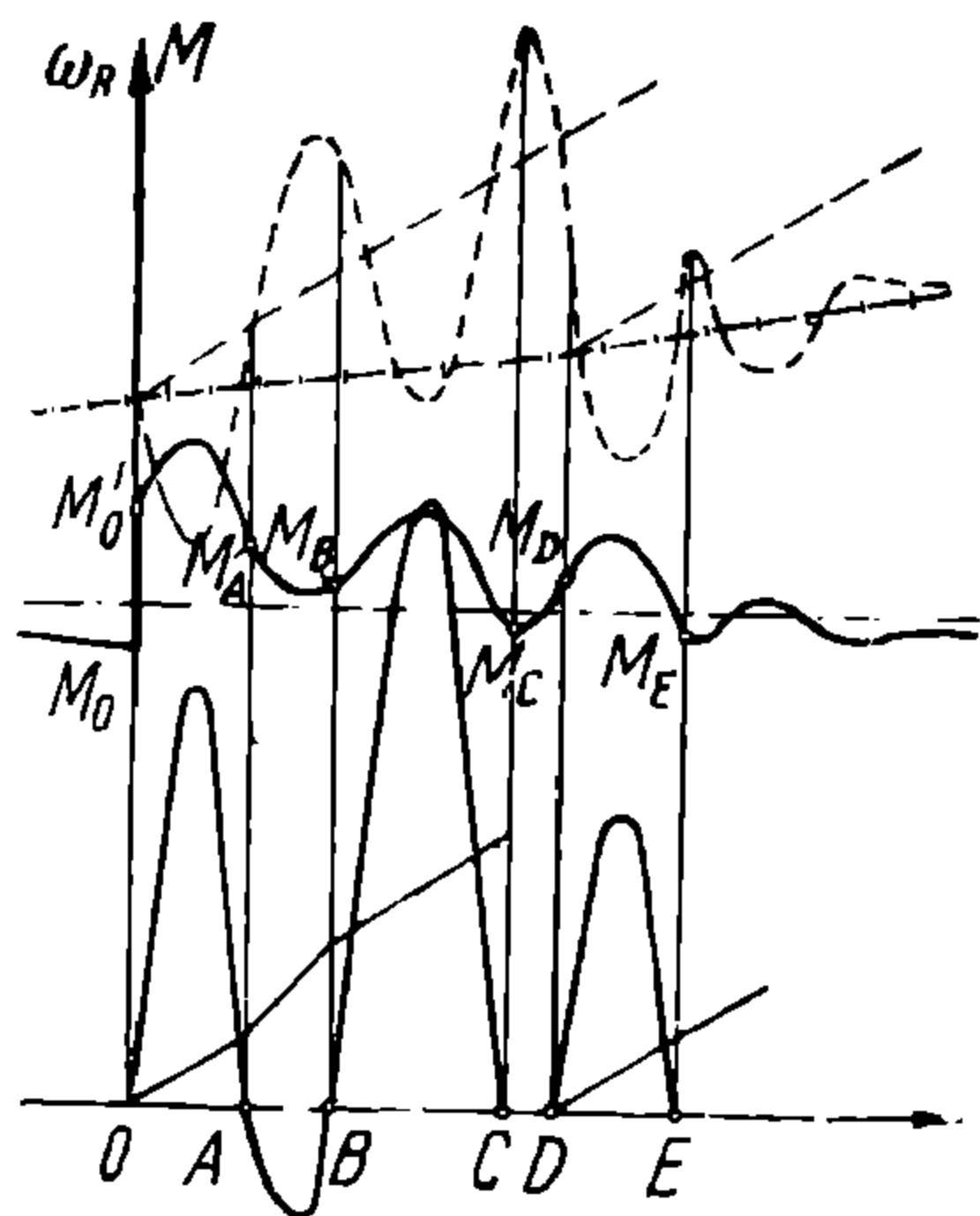
Продолжительность же колебания якоря и движущего колеса одинаковы. Характер колебания у якоря тот же, что и у колеса, и дан на фиг. 273.

Пусть в точке O (фиг. 273) начинается боксование вследствие того, что вращающий момент двигателя внезапно повышается от величины M_0 до M_0' , лежащего выше величины момента M_{cy} , соответствующего коэффициенту сцепления колес с рельсами. Сплошная нижняя кривая фиг. 273 дает скольжение колеса по отношению к рельсу в угловом измерении, пунктирная же кривая—проворачивание якоря по отношению к рельсу (при передаточном числе 1:1). Сплошной линией посередине показано изменение вращающего момента двигателя с учетом скорости вращения якоря. Как видно из фигуры, в течение первого полупериода от точки O до точки A число оборотов якоря падает и соответственно растет вращающий момент двигателя. Затем, с повышением числа оборотов якоря, начинает падать вращающий момент двигателя, однако

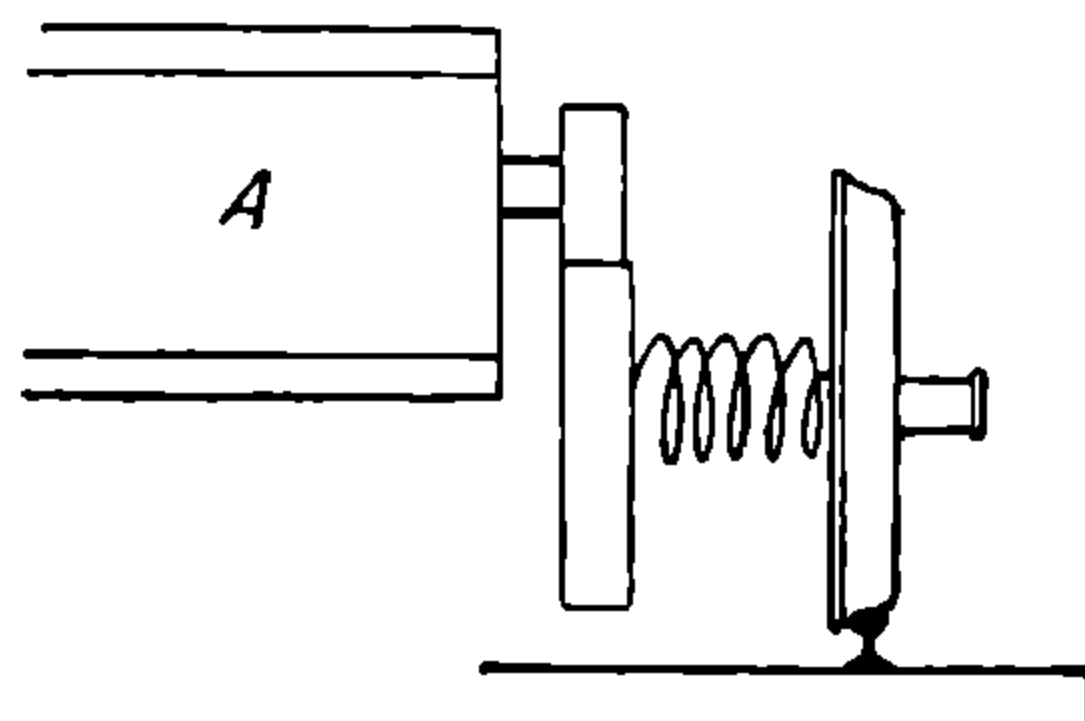
он все же не переходит ниже величины $M_{сц}$, что могло бы прекратить боксование. Только в точке С следующего периода колебания благодаря тому, что M_0 лежит ниже $M_{сц}$, боксование прекращается.

Вообще же между двигателем и движущей осью ставится зубчатая передача. Обозначая ее передаточное число через i , мы в наши формулы должны подставить вместо момента инерции массы якоря I_a приведенную инерцию $I'_a = iI_a$, если зубчатые колеса находятся между якорем и упругой передачей, при чем в этом случае (фиг. 274) в массу якоря должна войти также масса зубчатой передачи.

Однако, как только вращающий момент двигателя M_0 становится выше $M_{сц}$, боксование возобновляется по тому же закону, что и в первый раз. Если передача обладает большой жесткостью, то периоды колебания очень малы и амплитуды повышения скорости якоря будет недостаточно, чтобы снизить в течение времени t_{max} вращающий момент двигателя ниже предела по сцеплению, т. е. колеса будут боксовать и после истечения времени t_{max} , и в дальнейшем само-



Фиг. 273.



Фиг. 274.

стоятельное прекращение боксования становится невозможным. Таким образом, в отношении большей вероятности прекращения боксования как вследствие прохождения колесами участка с пониженным коэффициентом сцепления, так и вследствие временного повышения вращающего момента более гибкая передача имеет свои преимущества (см. также: Н. Lenk, Über die Adhäsion federnder Lokomotiv-Einzelachsantriebe, El. Bahnen, № 7 за 1930 г.).

§ 41. Колебания при передаче полый осью и рычажным механизмом

Рассмотрим наиболее интересные с точки зрения кинематики и колебаний рычажные механизмы для передачи усилий от полый к движущей оси, а именно системы Бухли и Эрликсона.

Поскольку эти механизмы связывают зарессоренные детали (полую ось) с незарессоренной движущей осью, то при относительном перемещении центра полый оси и центра колеса движущей оси (например при прохождении неровности пути) получается эксцентриситет e , который осложняет кинематику работы механизма: появляется опережение движущего колеса по отношению к полый оси или обратно—в зависимости от положения пальцев кривошипов рычажного механизма. Периодически меняющееся по величине и по знаку опережение при упругости самого механизма оказывается причиной колебательных движений.

Остановимся подробно как на характере причин, так и на вызываемых ими колебаниях вышеупомянутых систем передач.

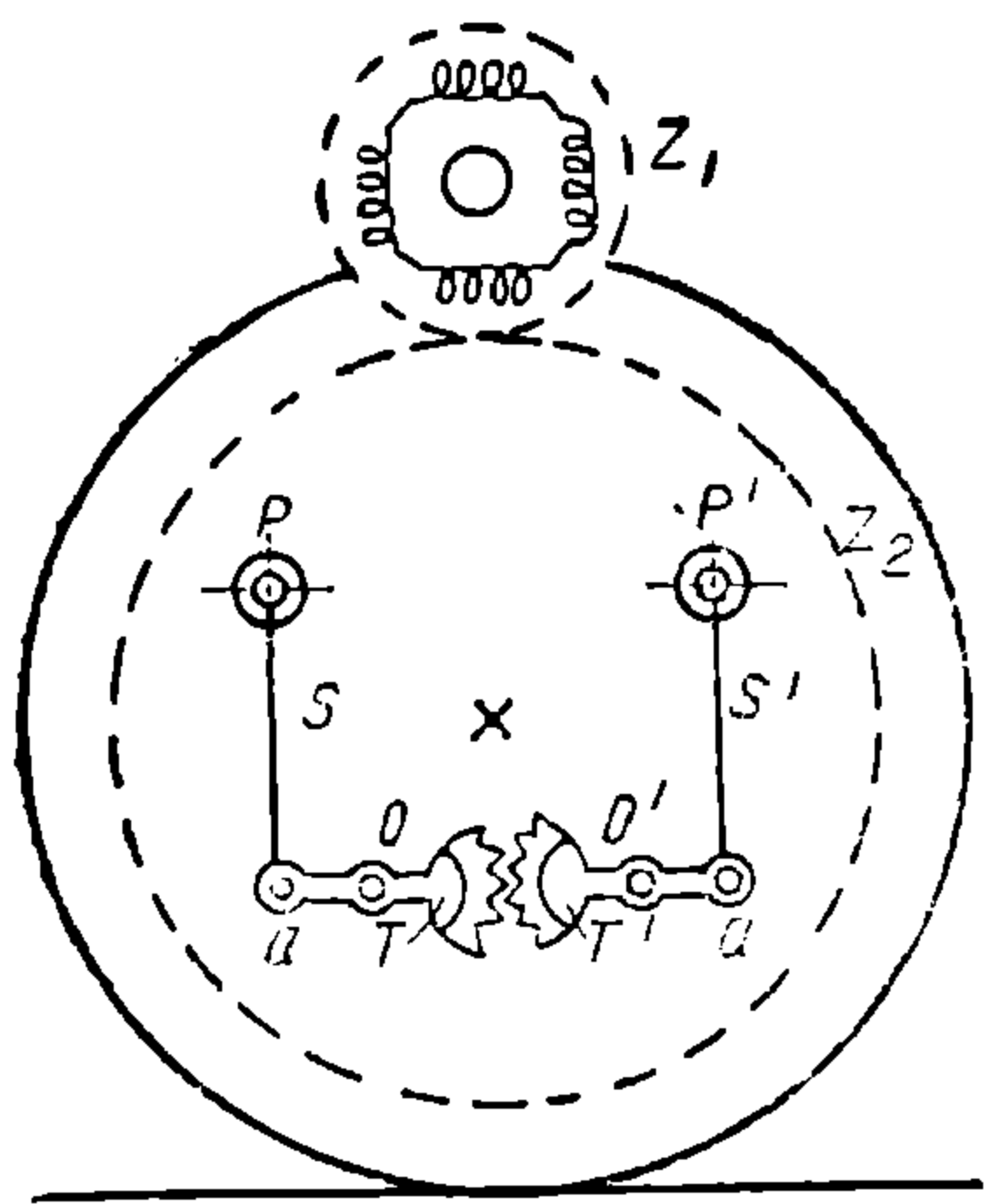
а) Передача Бухли¹. На фиг. 275 показана схематически передача Бухли.

¹ См. BBC Mitteilungen, 1922, стр. 100.

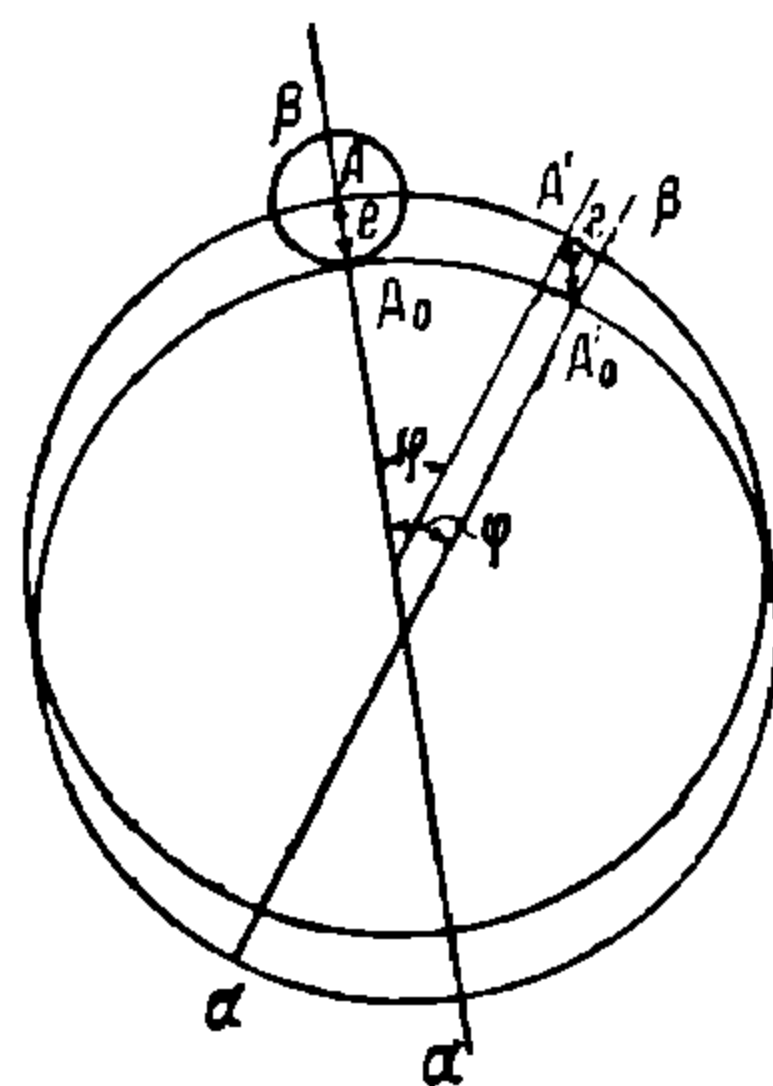
Усилие от двигателя передается через упругую шестеренку Z_1 , насаженную на вал двигателя, на большое зубчатое колесо Z_2 , жестко связанное, как и двигатель, с наддрессорным строением. В теле зубчатого колеса имеются отверстия, через которые проходят пальцы кривошипов P и P' , запрессованные в теле движущих колес. Эти пальцы имеют достаточный зазор в отверстиях на вертикальную игру между зарессоренными и незарессоренными частями. На пальцы надеваются подвески S и S' , шарнирно соединяющиеся с концами a секторных рычагов T и T' , вращающихся около цапф O и O' , запрессованных в теле зубчатого колеса; на другом конце эти рычаги несут сектора, которыми создается кинематическая связь между правой и левой подвесками S и S' .

Переходим к исследованию работы передачи. При совпадении центра движущей оси с центром зубчатого колеса, т. е. при положении, указанном на фиг. 275, вращение всей системы будет происходить при неизменном прямолинейном положении секторных рычагов T и T' . Пусть теперь под влиянием какой-нибудь неровности пути движущее колесо поднялось по отношению к большому зубчатому колесу на величину e .

В этом случае палец P (фиг. 275 и 276) или центр его A , связанный с движущим колесом, переместится по отношению к центру отверстия A_0 на большом зубчатом колесе на величину e , которую мы назовем эксцентриситетом системы.



Фиг. 275.



Фиг. 276.

Одновременно с поднятием пальца P должен будет на ту же величину e подняться и конец a секторного рычага T , так как конец рычага a связан с пальцем подвеской S ; другой же конец секторного рычага опустится. Не трудно видеть, что то же самое перемещение системы произойдет и у другого пальца; поэтому в сущности оба секторных рычага опустятся своими внутренними концами или, вернее, переместятся по направлению от центра колеса наружу.

Пусть теперь движущее колесо повернулось на угол φ . Примем пока, что большое зубчатое колесо, будучи связано с движущим колесом рычажной системой, вращается с одинаковой с ним угловой скоростью и, таким образом, тоже повернулось на угол φ . Центр пальца теперь займет положение A' , центр же отверстия—положение A_0 , но отрезок $A'A_0 = e$ остается вертикальным, а линия $a\beta$, которая в первом положении была вертикальна, теперь оказывается наклоненной на угол φ . Другими словами, радиус A_0A при повороте движущего колеса по часовой стрелке на угол φ повернулся по отношению к $a\beta$, т. е. зубчатому колесу в противоположном направлении на тот же угол φ .

Таким образом, исследование относительного перемещения движущего и большого зубчатого колес показывает, что при наличии эксцентриситета e при вращении обоих колес центр пальца движущего колеса A описывает по отношению к центру отверстия в теле зубчатого колеса, вращаясь в обратном направлении, окружность радиусом, равным эксцентриситету e ; одновременно с этим происходит перемещение секторных рычагов.

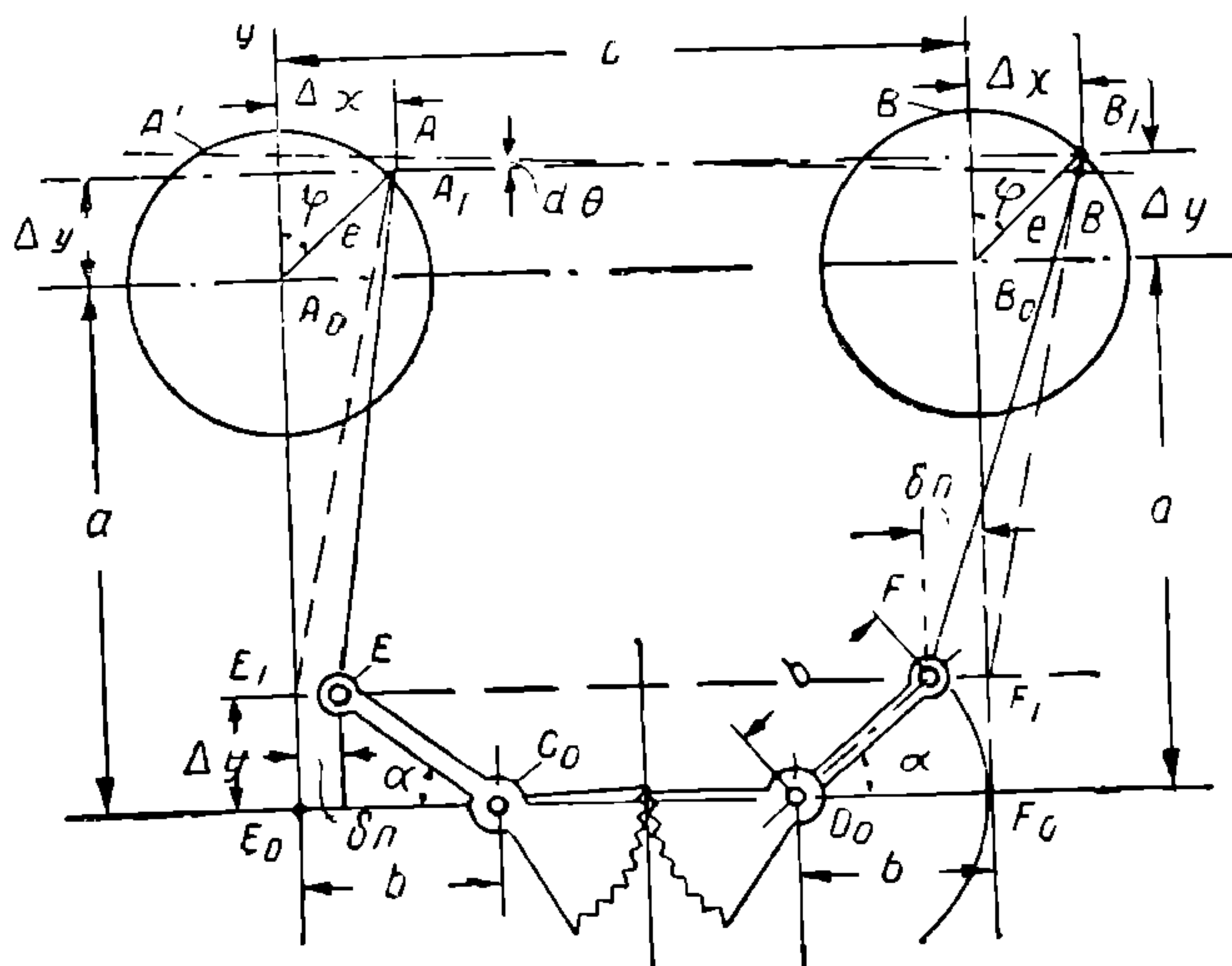
Пусть движущее колесо располагается эксцентрично по отношению к своему зубчатому колесу, и величина эксцентриситета равна e . В этом случае, как мы только что видели, цапфы A и B (фиг. 277), жестко связанные с ведущим колесом, описывают по отношению к зубчатому колесу окружность радиусом, равным e . Центром этих окружностей является центр отверстия, т. е. точки A_0 и B_0 . Обозначим расстояние между цапфами кривошипов, запрессованных в движущем колесе, через c (расстояние между точками A_0 и B_0).

Если концы рычагов, несущих зубчатые сегменты, обозначим при среднем положении через E_0 и F_0 , а длину прилегающих плеч—через b , то не трудно видеть, что

$$c = A_0B_0 = E_0F_0 = C_0D_0 + 2b. \quad (691)$$

Пусть теперь система с эксцентриситетом e отклонится от среднего положения на угол φ ; тогда точки A' и B' займут положение A_1 и B_1 , а рычаги C_0E_0 и D_0F_0 —положение EC_0 и FD_0 , вполне симметричное благодаря зубчатому сцеплению между ними. Отклонение концов рычагов E и F от вертикали A_0E_0 и B_0F_0 на величину δ_n вызовет дополнительное перемещение точек A_1 и B_1 в положение A и B , а именно: точка A поднимется по отношению к горизонтали A_1B_1 вверх, так как подвеска EA_1 займет более отвесное положение по сравнению с E_1A_1 , подвеска же FB займет более наклонное положение по отношению к F_1B_1 , а следовательно конец ее B опустится. Другими словами, прямая A_1B_1 повернется на некоторый угол $d\theta$ (угол сдвига между движущим и зубчатым колесами).

При выбранной нами системе координат точки A_1 и B_1 определяются координатами:



Фиг. 277.

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= e \sin \varphi \\ \Delta y &= e \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (692)$$

Примем, что

$$E_0E_1 = F_0F_1 = \infty \Delta y,$$

что весьма близко к истине. Затем, так как величина $E_0E_1 = \Delta y$ мала по сравнению с величиной $C_0E = b$ и обычно не превосходит $\frac{b}{5} \div \frac{b}{7}$, то ошибка не превзойдет 0,66%, если мы сделаем дальнейшее допущение и примем:

$$\frac{\Delta y}{b} = \sin \alpha = \infty \alpha. \quad (693)$$

Далее, обозначив E_1E через δ_n , имеем:

$$\Delta y^2 = \delta_n (2b - \delta_n) = 2b\delta_n - \delta_n^2. \quad (694)$$

Если пренебречь величиной δ_n^2 , то (ошибка в случае $\Delta y < \frac{b}{5}$ не достигнет 1%) получим:

$$E_1E = \delta_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta y^2}{b}$$

На фиг. 278 построено отклоненное на угол φ положение механизма. Если бы не менялся наклон подвесок S и S_1 , центры пальцев оказались бы в точках A_1 и B_1 ; в действительности же они будут в точках A и B . Из точек E и F проведем вертикальные линии и отложим на них расстояния a —длину подвесок, и таким образом получим точки A' и B' . Радиусом, равным a , проведем из центров E и F дуги $A'A$ и $B'B$.

Как видно из фиг. 278, на одной горизонтали лежат точки: E_1 , E , F и F_1 ; точки же A' и B' лежат на горизонтали, расположенной на отрезок a выше первой. Далее, точки B и B'' лежат на одной горизонтали, равно как и точки A и A'' .

Искомая разница высот точек A и B равна разнице высот точек A'' и B'' ; другими словами, мы можем написать: разница высот точек A и B будет соответствовать уравнению:

$$BB_1 + A_1A = B''B' - A''A',$$

но

$$(B''B)^2 = B''B' (2a - B''B') = \sim B''B' \cdot 2a,$$

откуда

$$B''B' = \frac{(B''B)^2}{2a} = \frac{(\Delta x + \delta_n)^2}{2a} = \frac{\Delta x^2 + 2\Delta x\delta_n + \delta_n^2}{2a}.$$

Точно так же

$$A''A' = \frac{(\Delta x - \delta_n)^2}{2a} = \frac{\Delta x^2 - 2\Delta x\delta_n + \delta_n^2}{2a}.$$

Таким образом:

$$B''B' - A''A' = \frac{2\Delta x \cdot \delta_n}{a} = \frac{\Delta x \Delta y^2}{ab}$$

и искомая величина

$$d\theta = \frac{\Delta x \Delta y^2}{abc} = \frac{e^3}{abc} \cdot \sin \varphi \cdot \cos^2 \varphi, \quad (695)$$

что дает после преобразования:

$$d\theta = \frac{e^3}{4abc} (\sin \varphi + \sin 3\varphi). \quad (696)$$

Полученное выражение показывает, что кривую относительного перемещения движущего колеса и зубчатого можно рассматривать, как состоящую из основной волны (синусоиды с периодом, равным периоду ведущего колеса) и третьей гармоники.

Мы принимали, что расстояния A_0B_0 и E_0F_0 равны между собой и равны $C_0D_0 + 2b$; допустим теперь, что расстояние A_0B_0 меньше расстояния E_0F_0 на 2ε или что подвески A_0E_0 и B_0F_0 в среднем своем положении не параллельны. Тогда, как следует из фиг. 278:

$$(A''A)^2 = A''A' (2a - A''A'),$$

откуда

$$A''A' = \frac{(A''A)^2}{2a - A''A'},$$

или

$$A''A' = \frac{(\Delta x + \varepsilon - \delta_n)^2}{2a}.$$

Точно так же

$$B''B' = \frac{(\Delta x - \varepsilon + \delta_n)^2}{2a}$$

Разница высот точек A и B в этом случае будет:

$$B''B' - A''A' = \frac{2\Delta x \cdot \delta_n - 2\Delta x \cdot \varepsilon}{a} = \frac{\Delta x \cdot \Delta y^2}{ab} - \frac{2\Delta x \varepsilon}{a}$$

и

$$d\theta = \frac{I_x \cdot \Delta y^2}{abc} - \frac{2\Delta x \cdot \varepsilon}{ac}$$

или

$$d\theta = \left(\frac{e^3}{4abc} - \frac{2e\varepsilon}{ac} \right) \sin \varphi + \frac{e^3}{4abc} \sin 3\varphi. \quad (697)$$

Член, содержащий множитель $\sin \varphi$, равен нулю при

$$\varepsilon = \frac{e^3}{8b} \quad (698)$$

или при ε , приблизительно равном четверти высоты дуги. Таким образом, мы можем добиться, что в кривой относительного перемещения движущего колеса и зубчатого основная волна пропадет и останется одна третья гармоника.

Для пояснения сказанного в качестве примера приведем подсчет относительного вращения движущего колеса и зубчатого у электровоза 2С₀1 швейцарских ж. д. для трех вариантов:

- 1° .. $b = 174,5$ мм; $\varepsilon = 0$
- 2° .. $b = 175,0$ мм; $\varepsilon = 0,5$ мм
- 3° .. $b = 180,0$ мм; $\varepsilon = 5,5$ мм

Пусть во всех трех случаях $a = 510$, $c = 712$ и $C_0 D_0 = 363$ мм, эксцентриситет в среднем примем $e = 25$ мм. Пользуясь выведенными формулами, получим:

- 1° ... $d\theta = 0,0000615 (\sin \varphi + \sin 3\varphi)$
- 2° ... $d\theta = 0,0000615 \sin 3\varphi$
- 3° ... $d\theta = -0,0007 \sin \varphi + 0,0000615 \sin 3\varphi$

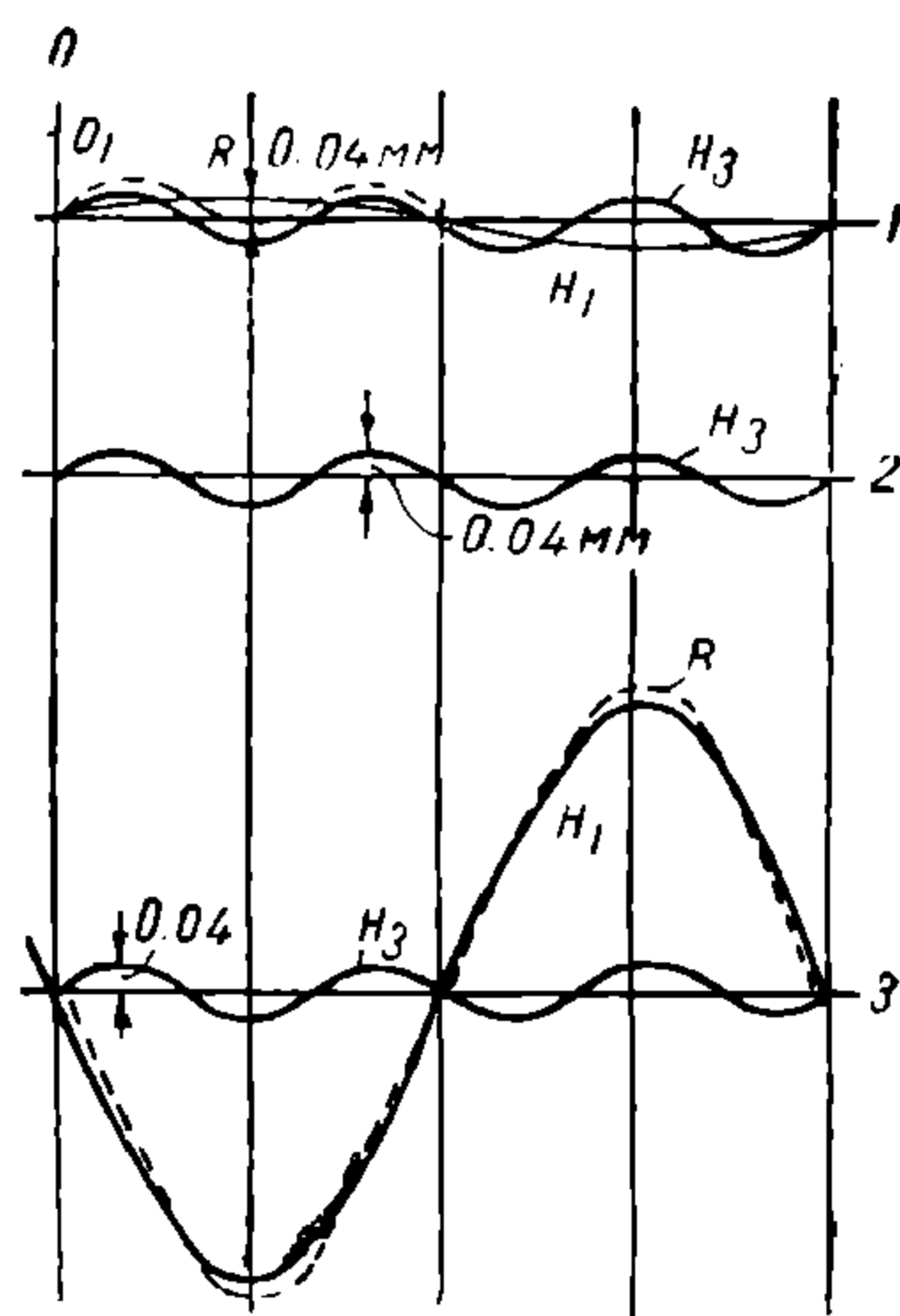
Диаметр большого зубчатого колеса равен 1296 мм. Таким образом, найденным выше углам соответствуют дуги на окружности большого зубчатого колеса, равные:

- 1° .. $648 \cdot 0,0000615 (\sin \varphi + \sin 3\varphi) = 0,04 (\sin \varphi + \sin 3\varphi)$
- 2° ... $0,04 \sin 3\varphi$
- 3° ... $-0,454 \sin \varphi + 0,04 \sin 3\varphi$

На фиг. 279 эти величины даны в виде кривых.

Что касается абсолютной величины найденных отклонений, то здесь следует отметить, что ошибка в делении зубцов на новейших машинах может достигнуть 0,1' до 0,25', что соответствует уже 0,019 — 0,0475 мм. Отсюда видно, что относительное перемещение при правильной установке описанной системы передачи находится в пределах точности выполнения зубчатой передачи. Правильное соотношение дано в варианте 2°, при котором отсутствует основная волна; при соотношении размеров рычагов варианта 3° основная волна имеет амплитуду, в 11 раз большую, чем третья гармоника.

Определим теперь, при каких скоростях возможен резонанс колебания якоря мотора вместе с пружинящей верхней зубчаткой. Для вышеуказанного электровоза якорь двигателя имеет маховой момент $GD^2 = 1600$ кгм²; момент инерции $I_0 = 40$ м.кг.сек²; пусть среднее упругое угловое перемещение зубчатки с пружинами при крутящем моменте в 1000 кгм будет $\alpha = 0,0443$; тогда коэф-



Фиг. 279.

циент упругости или величина момента, вызывающего вращение на угол, равный единице, будет:

$$c = \frac{1}{0,443} \cdot 1\,000 = 22\,600 \text{ кгм.}$$

Примем массу электровоза бесконечно большой по сравнению с массой якоря; тогда вся масса, кроме якоря мотора с зубчатым верхним колесом, может считаться неподвижной и не участвующей в колебаниях. Таким образом, число колебаний якоря с зубчатым колесом в секунду будет:

$$n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c \cdot 4g}{GD^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{22\,600 \cdot 4 \cdot 9,81}{1\,600}} = 3,76. \quad (699)$$

Если даже учесть упругость вала двигателя между шестерней и самим якорем, то время соответственных колебаний изменится очень мало, и мы получим $n = 3,68$ периода. Это наибольшее число периодов имеет место тогда, когда шестеренки сжаты благодаря действию крутящего момента мотора до такой степени, что при колебаниях пружины не разгружаются окончательно. При отсутствии же крутящего момента и при игре зубчатого зацепления, игре в цапфах и т. п. будет удлиняться время колебания и, таким образом, число колебаний достигнет всего лишь около 70% от ранее найденного.

В случае, если силы, вызывающие колебания передачи, будут иметь число периодов, равное числу оборотов движущих колес (как например в том случае, если благодаря неудачно выбранной длине подвесок не будет уменьшена достаточно основная волна), то будет иметь место резонанс в пределах около 3,68 оборота движущего колеса, другими словами,—при скорости электровоза с диаметром движущих колес 1610 мм порядка 67 км/час.

Третья гармоника относительно перемещения зубчатого и движущего колес имеет резонанс

при 22,3 км/час и практически при столь небольшой скорости не имеет значения. К тому же причины, вызывающие затухания колебаний, не дадут возможности возрастить им.

Есть причины, вызывающие колебания всякой системы передачи, как-то: удары в стыках, пульсация вращающего момента двигателей и т. п., которые лежат в природе работы самого электровоза и поэтому не могут быть устранены. Для того чтобы они не отражались вредно на передаточном механизме, необходимо последний соответственным образом конструировать. Так, сообщение механизму необходимой гибкости является одним из радикальнейших средств для снижения напряжений передачи.

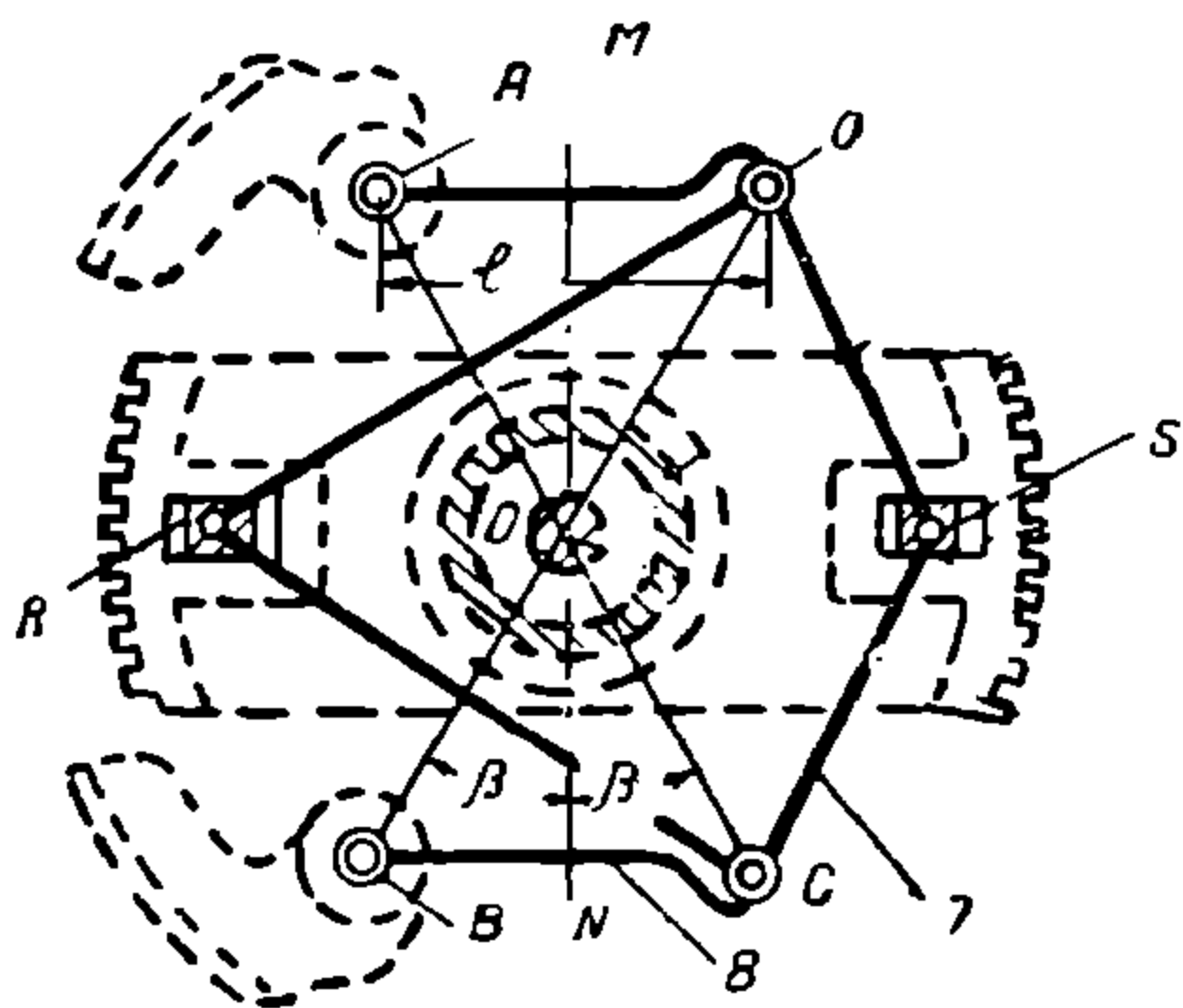
б) Передача Эрликona¹. Основным элементом передачи Эрликona (фиг. 280) является четырехугольная рама, у которой две вершины С соединены с цапфами 8—8, движущимися в кулисах диска полый оси; две другие вершины четырехугольной рамы В соединены при помощи подвесок АВ с пальцами А, запрессованными в движущих колесах.

Совмещенное положение передачи при концентрическом расположении движущей оси внутри полый изображено на фиг. 281. Обычно отдельным элементам передачи придают такие относительные размеры, что линия MN, перпендикулярная к линии RS, соединяющей кулисы, делит углы AOD и BOC, а следовательно и подвески AD и BC пополам. Обозначим равные углы AOM, MOD, BON и NOC через β , а расстояния от точек А, В, С и D до центра О — через r ; длину подвесок AD и BC обозначим через l .

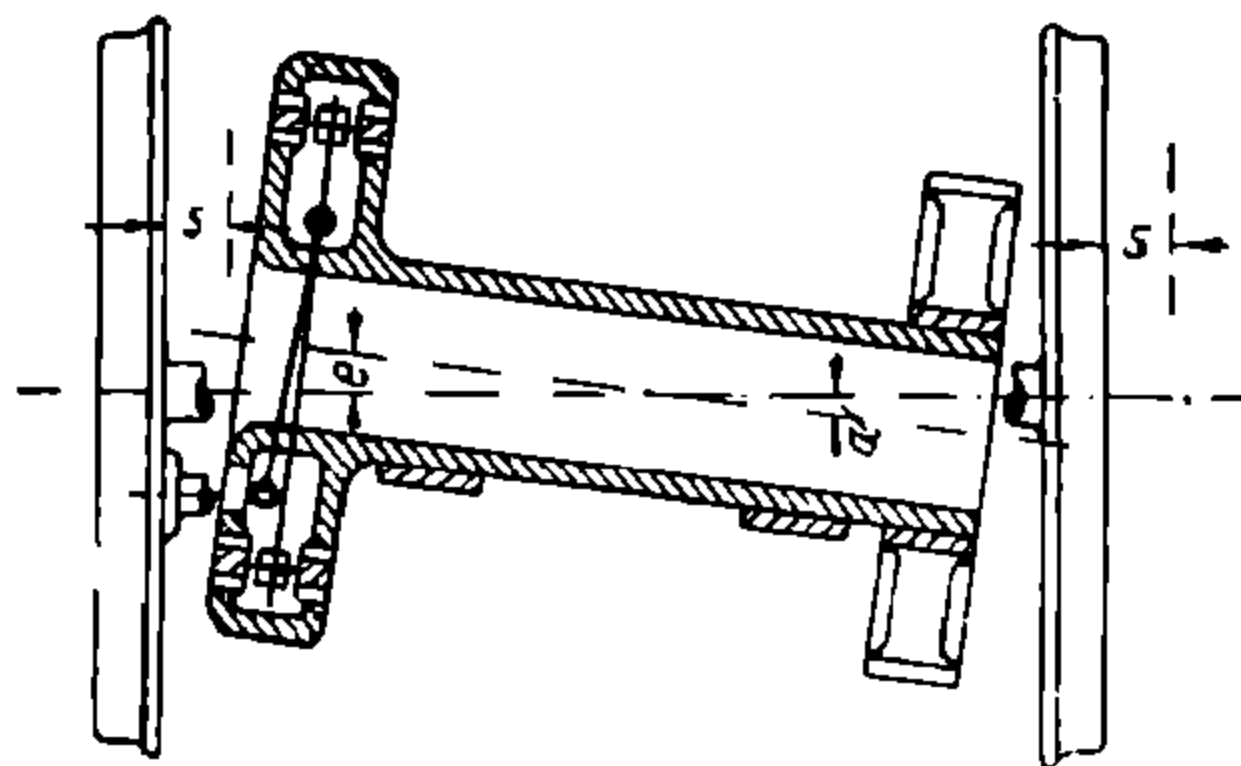
¹ См. Bulletin Oerlikon № 88, октябрь 1928.

Относительное перемещение рамы $RSCD$ благодаря направляющим возможно только в ее плоскости. Подвески же AD и BC могут качаться свободно около точек D и C , поскольку они имеют шаровые цапфы в точках A и B .

Эта система дает при параллельности полой и движущей осей, даже при эксцентричной установке их или при поперечном относительном перемещении и эксцентричной установке, равномерную передачу скорости с зубчатого колеса на движущее, т. е. относительная скорость вращения движущего и зубчатого колеса здесь равна нулю. При наклонном

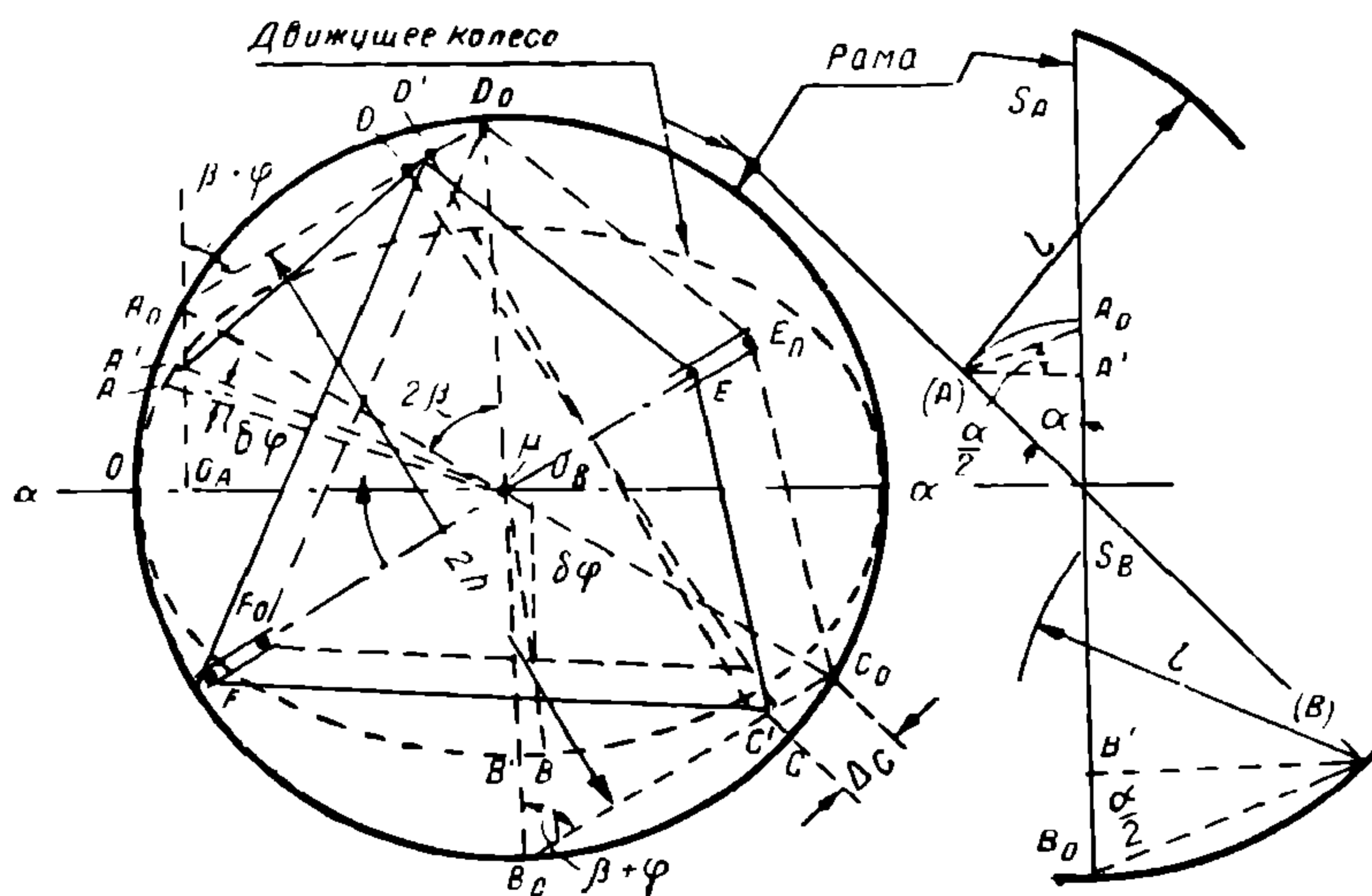


Фиг. 281.



Фиг. 282.

же положении движущей оси относительно полый будет иметь место неодинаковая угловая скорость вращения этих осей. Пусть (фиг. 282) в общем случае между обеими осями имеется угол наклона α при одновременном поперечном смещении их на величину s и при эксцентриситете их e . В наших исследованиях будем считать вращение движущих колес равномерным; тогда полая ось вместе с зубчатым колесом будет совершать вращение относительно движущей оси.



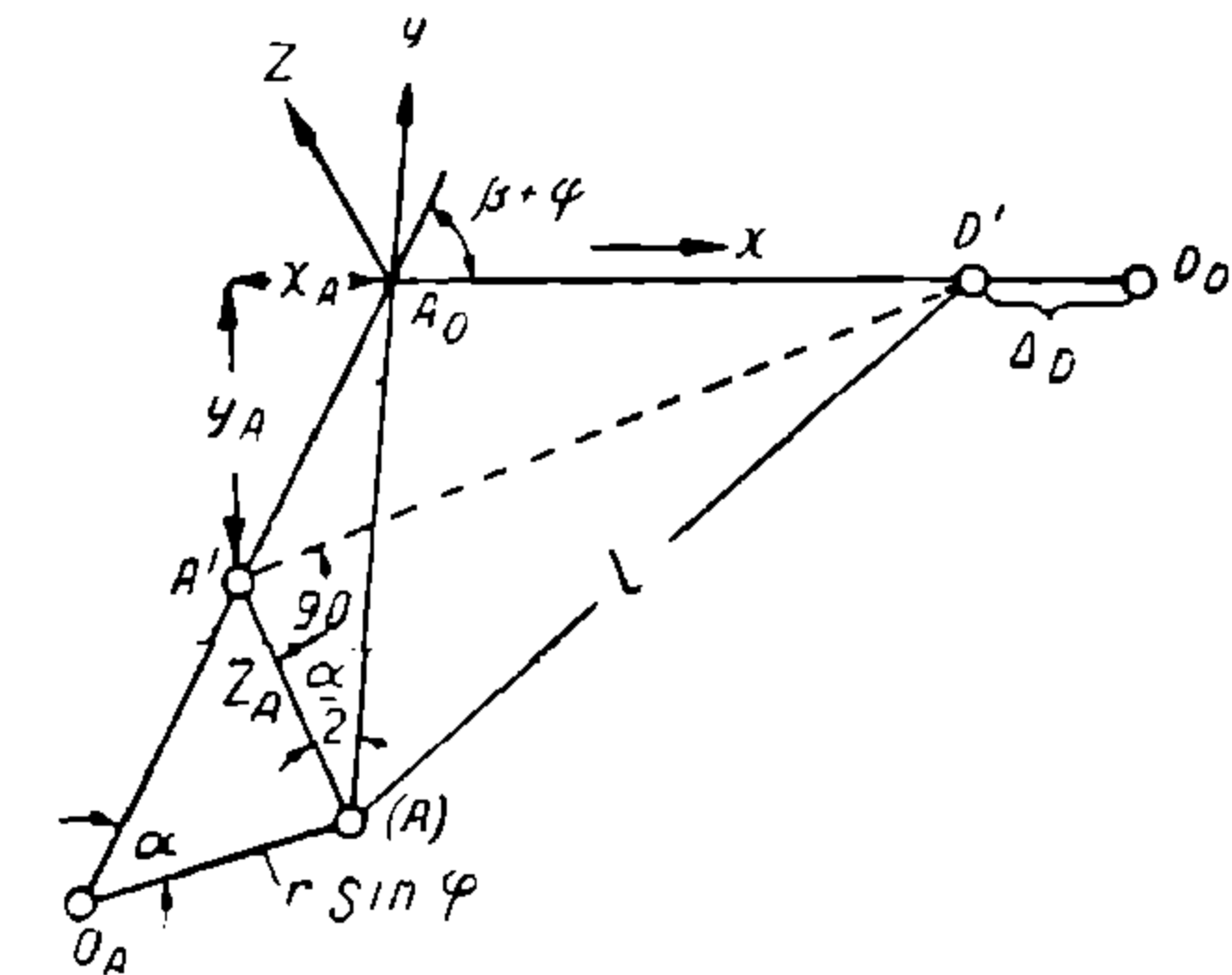
Фиг. 283.

Рассмотрим сначала случай, когда имеет место только установка обеих осей под углом. На фиг. 283 показаны подвески A_0D_0 и B_0C_0 , которые при параллельном положении полый и движущей осей своими концами будут совершать равномерное вращение по окружности, проектирующейся на боковую плоскость в виде линии. Повернем теперь при неизменном положении полый оси движущую ось около линии aa (на чертеже горизонтальной) на угол α так, что точка пересечения средних линий обеих осей (полый и движущей) совпадет с плоскостью четырехугольной рамы или с плоскостью чертежа. По от-

ношению к указанной плоскости это вызовет только наклон подвесок AD и BC ; точки их A и B будут перемещаться по окружности, которая в проекции на плоскость чертежа будет эллипсом, но на боковую плоскость проекция ее будет в виде прямой линии, наклоненной под углом α к боковой проекции четырехугольной рамы. Будем отсчитывать угол вращения от линии aa . Пусть движущее колесо повернулось на угол φ . Если бы движущая и полая оси были параллельны, то подвески заняли бы положение A_0D_0 и B_0C_0 , а рама — $C_0D_0E_0F_0$. Найдем положение рамы и подвесок, которое они займут вследствие наклона движущей оси под углом α к полый оси. Допустим пока, что установка осей под углом α не вызовет изменения угла φ ; тогда цапфа A , описывая круг радиуса $O_A A_0 = r \sin \varphi$, займет положение (A) ; боковая проекция ее обозначена через A' ; при этом отрезок $(A)A'$ будет равен:

$$Z_A = r \sin \varphi \cdot \sin \alpha.$$

Поскольку мы считали, что рама не меняет своего положения и остается в плоскости фигуры, точка D_0 может перемещаться только по линии A_0D_0 . Ее новое положение D' определится из условия, что действительная длина подвески $A_0D_0 = l$ остается без изменения. Отрезок $A'D'$ обозначает проекцию отрезка l .



Фиг. 284.

Таким образом, мы находим, что при угле наклона между осями α необходимо иметь перемещение цапф рамы D , равное $D_0D' = \Delta_D$, а также вращение подвески AD около шаровой цапфы в положение $D'(A)$. Этим определяется также и положение цапф рамы C и движущего колеса B . Однако, если переместить C_0 на величину Δ_D , то точка B_0 не попадет в точку (B) , что необходимо для того, чтобы не было относительного вращения движущей и полый осей. Поскольку B_0 займет положение (B) ,

точка C должна переместиться из положения C_0 в C' ; это соответствует перемещению цапфы C на величину $C_0C' = \Delta_C$, которое однако больше перемещения Δ_D цапфы D .

Разница $\Delta_C - \Delta_D$ поглощается относительным вращением движущего колеса на угол $\delta\varphi$. На фиг. 283 это вращение происходит в обратном направлении. Величина $\Delta_D - \Delta_C$ определяет относительное вращение движущей и полый осей, а именно:

$$\operatorname{tg} 2\delta\varphi = \frac{\Delta_D - \Delta_C}{h}$$

или приближенно

$$\delta\varphi = \infty \frac{\Delta_D - \Delta_C}{2h}, \tag{700}$$

где $2h$ — расстояние между подвесками.

Перемещение точки A относительно A_0 можно определить аналитически. Для этого примем (фиг. 284) начало координат в точке A_0 и расположим оси X и Y в плоскости чертежа, а ось Z направим вверх, перпендикулярно к плоскости чертежа. Обозначим координаты точки (A) соответственно через X_A , Y_A и Z_A ; тогда, согласно фиг. 284, имеем:

$$Z_A = -r \sin \varphi \cdot \sin \alpha$$

и

$$A'A_0 = Z_A \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2};$$

$$X_A = A'A_0 \cos(\beta + \varphi)$$

и

$$Y_A = A'A_0 \sin(\beta + \varphi),$$

откуда получим:

$$\left. \begin{aligned} X_A &= -r \sin \varphi \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \cos (\beta + \varphi); \\ Y_A &= -r \sin \varphi \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin (\beta + \varphi); \\ Z_A &= -r \sin \varphi \cdot \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (701)$$

Путем замены тригонометрических функций получим:

$$\left. \begin{aligned} X_A &= -\frac{l \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right)}{2 \sin \beta} (\sin \beta \cos 2\varphi + \cos \beta \cdot \sin 2\varphi - \sin \beta); \\ Y_A &= \frac{l \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right)}{2 \sin \beta} (-\cos \beta \cdot \cos 2\varphi + \sin \beta \cdot \sin 2\varphi + \cos \beta); \\ Z_A &= -\frac{l}{r \sin \beta} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (702)$$

Из треугольника A_0D_0M (фиг. 283) получим:

$$\frac{l}{r} = 2 \sin \beta.$$

Точка D' перемещается по оси X . Таким образом, расстояние ее l до точки A определится из уравнения:

$$l^2 = (X_D - X_A)^2 + Y_A^2 + Z_A^2,$$

откуда

$$X_D = X_A + \sqrt{l^2 - Y_A^2 - Z_A^2} \quad (703)$$

Так как $A_0D_0 = l$, то

$$\Delta_D = l - X_D. \quad (704)$$

Перемещение точки B относительно прямой B_0C_0 найдем, приняв начало координат в точке B_0 и направление B_0C_0 за направление оси X , а перпендикулярное к нему — за ось Y . Ось Z нормальна к плоскости рамы передачи. Координаты точки (B) обозначим:

$$X_B, Y_B \text{ и } Z_B.$$

Имеем:

$$Z_B = B'(B) = r \sin (2\beta + \varphi) \cdot \sin \alpha$$

и согласно фиг. 283:

$$\angle B_0M_0O_B = \angle (B)MO_B = 2\beta + \varphi;$$

$$B_0B' = Z_B \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

$$X_B = B_0B' \cos (\beta + \varphi);$$

$$Y_B = B_0B' \sin (\beta + \varphi).$$

Отсюда получим:

$$\left. \begin{aligned} X_B &= r \sin (2\beta + \varphi) \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \cos (\beta + \varphi); \\ Y_B &= r \sin (2\beta + \varphi) \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin (\beta + \varphi); \\ Z_B &= r \sin (2\beta + \varphi) \cdot \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (705)$$

НТБ
ДНУЖТ

После преобразования уравнений (705) получим:

$$\left. \begin{aligned} X_B &= l \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \beta} \left[\left(2 \sin \beta \cdot \cos^2 \beta - \frac{\sin \beta}{2} \right) \cos 2\varphi + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\cos \beta}{2} - 2 \sin^2 \beta \cdot \cos \beta \right) \sin 2\varphi + \frac{\sin \beta}{2} \right]; \\ Y_B &= l \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \beta} \left[\left(2 \cos \beta \sin^2 \beta - \frac{\cos \beta}{2} \right) \cos 2\varphi + \right. \\ &\quad \left. + \left(2 \sin \beta \cdot \cos^2 \beta - \frac{\sin \beta}{2} \right) \sin 2\varphi + \frac{\cos \beta}{2} \right]; \\ Z_B &= l \frac{\sin \alpha}{2 \sin \beta} (\sin 2\beta \cdot \cos \varphi + \cos 2\beta \cdot \sin \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (706)$$

Положение точки C' на прямой B_0C_0 определяется расстоянием l от (B) ; координаты ее будут:

$$X_c, 0, 0.$$

Таким образом:

$$\left. \begin{aligned} l^2 &= (X_c - X_B)^2 + Y_B^2 + Z_B^2 \\ X_c &= X_B + \sqrt{l^2 - Y_B^2 - Z_B^2} \end{aligned} \right\} \quad (707)$$

и перемещение ее:

$$\Delta_C = l - X_c. \quad (708)$$

Полученные формулы позволяют определить перемещение пальцев относительно рамы передачи при наклонном положении движущей оси по отношению к полой оси без поперечного относительного смещения их, однако и без эксцентриситета.

Ниже приведены численные величины этих перемещений для электровоза 2С₀2 ж. д. Great Indian Peninsula Ry при $\alpha = 3^\circ 20' 30''$

Отдельные элементы передачи Эрликона для этого электровоза имеют следующие значения:

$$l = 508 \text{ мм}; r = 517 \text{ мм и } 2\beta = 58^\circ 51' 6''$$

Подставляя эти величины в уравнение (702) и пользуясь уравнениями (703) и (704), мы для перемещения цапфы D найдем следующее выражение (в мм):

$$\Delta_D = 508 + 0,216 \cos 2\varphi + 0,383 \sin 2\varphi - 0,216 - \sqrt{257 \cdot 609,53 + 454,52 \cos 2\varphi - 0,16 \sin 2\varphi - 0,05 \cos 4\varphi + 0,68 \sin 4\varphi};$$

точно так же из уравнений (706) и (708) для перемещения цапфы C получим:

$$\Delta_C = 508,0 - 0,439 \cos 2\varphi - 0,013 \sin 2\varphi - 0,216 - \sqrt{257 \cdot 609,52 - 211,16 \cos 2\varphi - 402,5 \sin 2\varphi + 0,19 \cos 4\varphi + 0,01 \sin 4\varphi}.$$

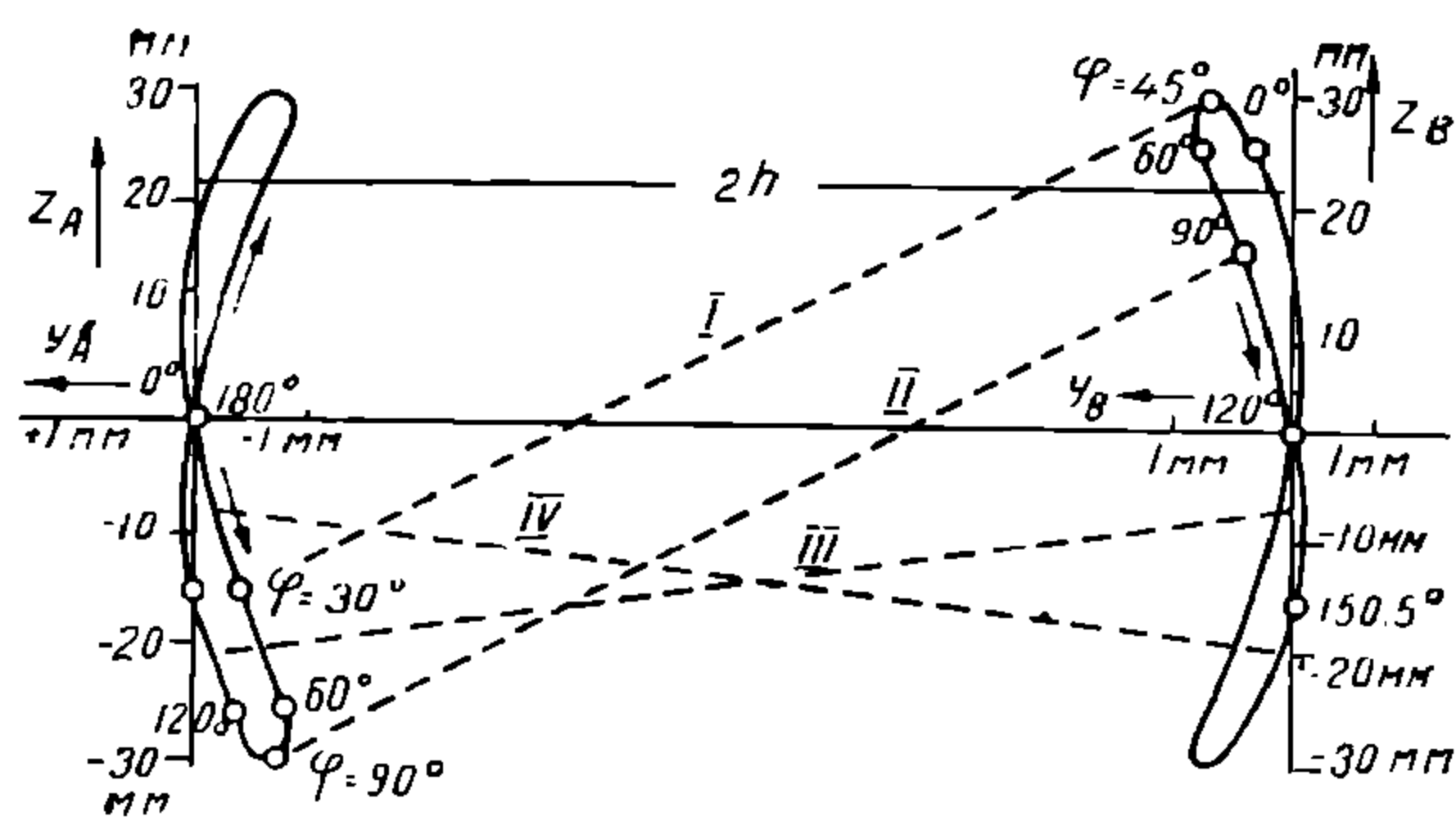
Перемещение цапф A и B движущего колеса относительно рамы, расположенной нормально к плоскости чертежа, для различных углов φ дано на табл. 62 и построено на фиг. 285.

Следует отметить, что в действительности обе кривые лежат на шаровой поверхности радиуса, равного l , центр которой лежит соответственно в точках C или D . Однако с достаточной точностью можно считать эту шаровую поверхность за плоскость.

На фиг. 286 дана кривая разности перемещений $\Delta_D - \Delta_C$ цапф D_0 и C_0 или относительного вращения $R\delta\varphi$ зубчатого колеса и движущего, т. е.

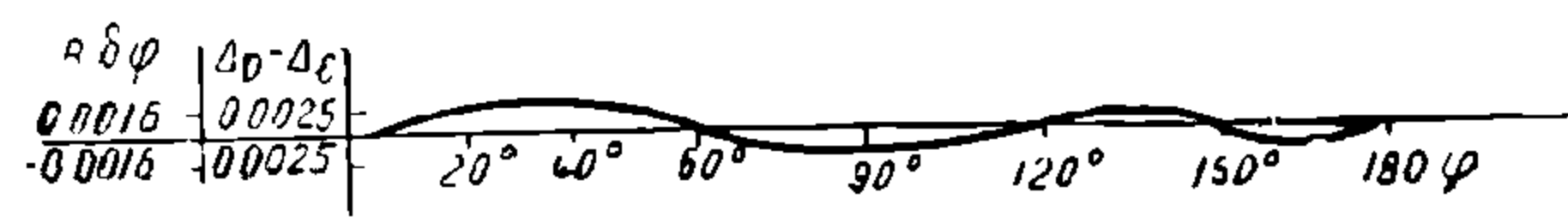
$$R\delta\varphi = \sim \frac{\Delta_D - \Delta_C}{2h} \cdot h = \sim 0,625 (\Delta_D - \Delta_C),$$

где $2R$ —диаметр делительной окружности большого зубчатого колеса. Для рассматриваемого электровоза ж. д. Great Indian Peninsula Ry ($2R = 1112$ мм) максимальная величина $R\delta\varphi$ достигает всего 0,0013 мм. Таким образом, при наклонном положении движущей оси относительно полой относительное перемещение $R\delta\varphi$ меньше точности нарезания зубчатых колес.



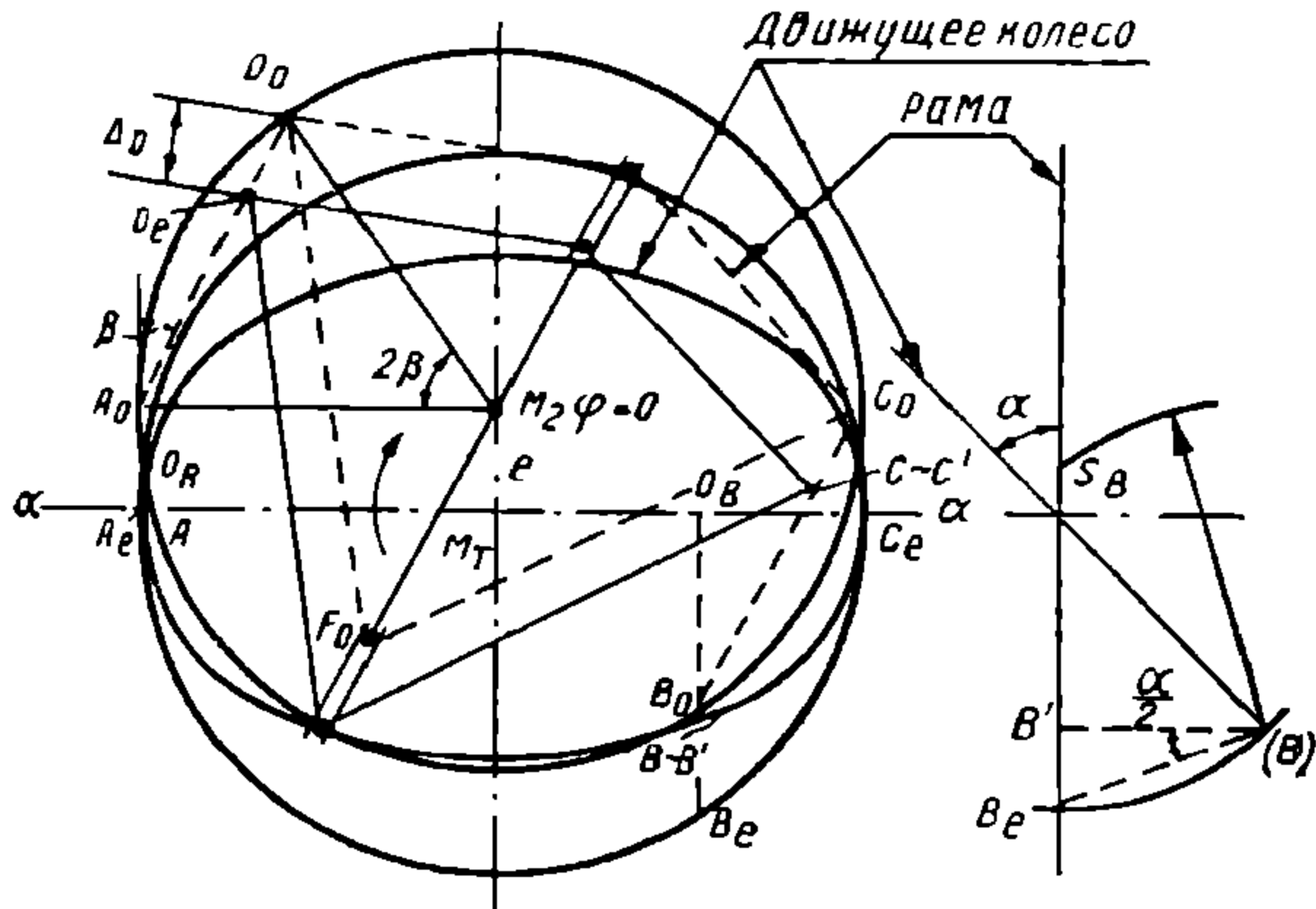
Фиг. 285.

Теперь выведем уравнения для случая расположения движущей оси под углом по отношению к полой при одновременном эксцентриситете e . Найдем для этого случая также перемещение точек A и B по отношению к прямым A_0D_0 и B_0C_0 . Положение точек A и B мы будем определять, вращая движущую

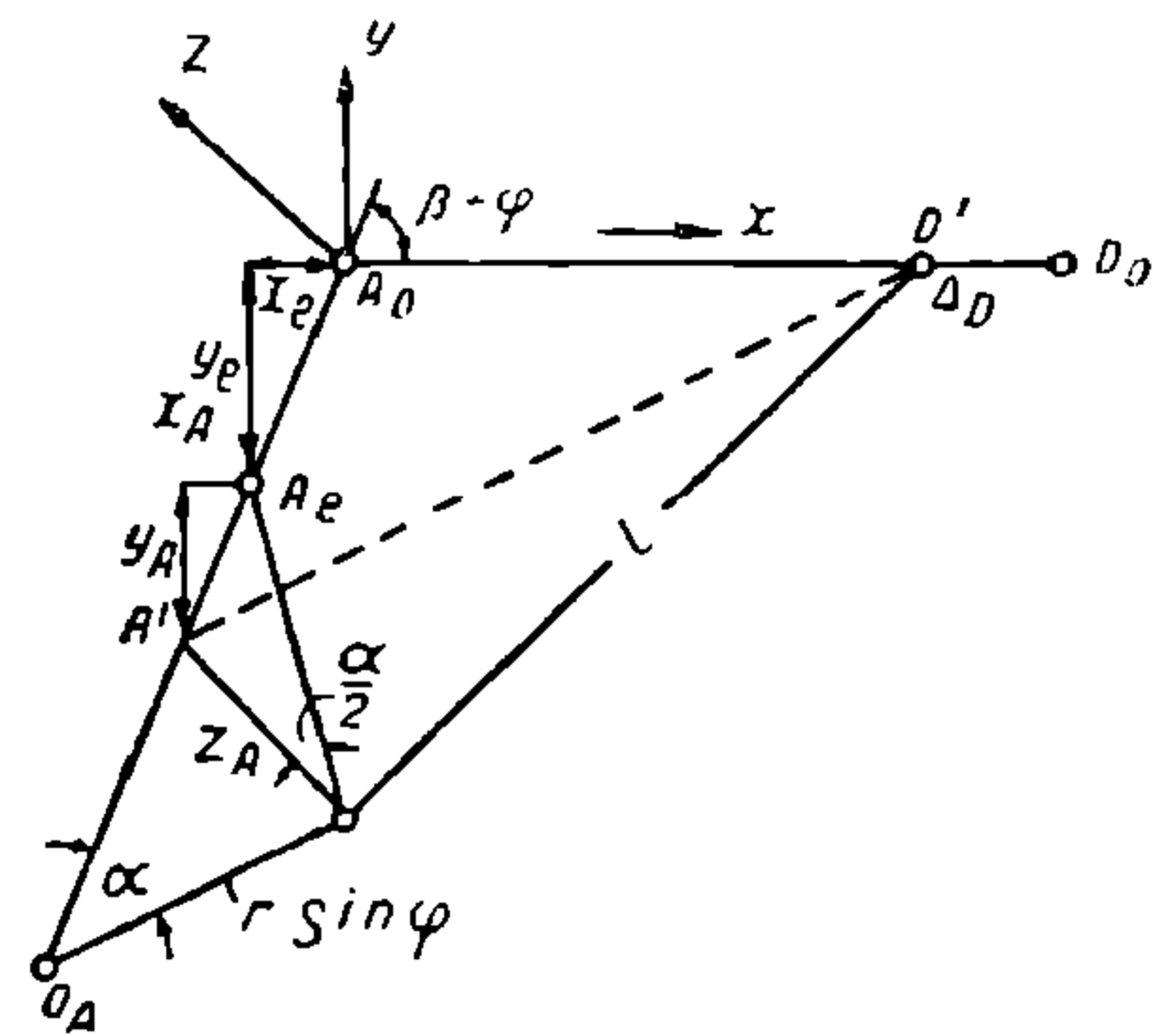


Фиг. 286.

ось на угол φ , затем перемещая ее на величину эксцентриситета e вниз и поворачивая около горизонтали aa на угол α . На фиг. 287 дано построение для определения положения точек D и C , по которым уже определяется и угол взаимного смещения движущей и полой осей. Примем попрежнему точку A_0



Фиг. 287.



Фиг. 288.

за начало координат и плоскость рамы—за координатную плоскость XU ; тогда, согласно фиг. 288, можем написать:

$X_A = X_e + X_{Aa}$; $Y_A = Y_e + Y_{Aa}$; $Z_A = Z_{Aa}$, где X_{Aa} и Y_{Aa} —координаты точки A' по отношению к A_e , на фиг. 288 обозначены X_A и Y_A .

Далее:

$$Z_A = -r \sin \varphi \cdot \sin \alpha; \quad A_e A' = Z_A \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}; \quad A_0 A_e = e.$$

Таким образом:

$$\left. \begin{aligned} A_e A' \cos(\beta + \varphi) &= X_{Aa}; & X_A &= -A_0 A_e \cos(\beta + \varphi) - A_e A' \cos(\beta + \varphi); \\ A_e A' \sin(\beta + \varphi) &= Y_{Aa}; & Y_A &= -A_0 A_e \sin(\beta + \varphi) - A_e A' \sin(\beta + \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (709)$$

и после преобразования:

$$\left. \begin{aligned} X_A &= - \left[e + r \sin \varphi \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right] \cos(\beta + \varphi) = \\ &= -e \cos(\beta + \varphi) - r \sin^2 \frac{\alpha}{2} [\sin \beta \cdot \cos 2\varphi + \cos \beta \cdot \sin 2\varphi - \sin \beta] \\ Y_A &= - \left[e + r \sin \varphi \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right] \sin(\beta + \varphi) = \\ &= -e \sin(\beta + \varphi) - r \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) [-\cos \beta \cdot \cos 2\varphi + \sin \beta \cdot \sin 2\varphi + \cos \beta] \end{aligned} \right\} \quad (710)$$

и $Z_A = -r \sin \alpha \sin \varphi$.

Для определения положения точки A имеем:

$$\Delta_D = l - X_D = l - (X_A + \sqrt{l^2 - Y_A^2 - Z_A^2}). \quad (711)$$

Для определения перемещения точки B примем за начало координат точку B_0 . Линию $B_0 D_0$ примем за направление оси X , перпендикулярно к ней в плоскости рамки направлена ось Y и наконец перпендикулярно к плоскости чертежа и вверх направлена ось Z . Точка (B) будет иметь координаты:

$$X_B = X_e + X_{Ba}; \quad Y_B = Y_e + Y_{Ba}; \quad Z_B = Z_{Ba}.$$

Кроме того

$$X_e = e \cos(\beta + \varphi); \quad Y_e = e \sin(\beta + \varphi); \quad Z_B = r \sin(2\beta + \varphi) \cdot \sin \alpha$$

и

$$B_e B' = Z_B \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Подставляя из уравнения (705) координаты X_{Ba} и Y_{Ba} , получим:

$$X_B = -e \cos(\beta + \varphi) + r \sin(2\beta + \varphi) \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \cos(\beta + \varphi);$$

$$Y_B = -e \sin(\beta + \varphi) + r \sin(2\beta + \varphi) \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin(\beta + \varphi)$$

и

$$Z_B = r \sin \alpha \cdot \sin(2\beta + \varphi)$$

или после преобразования:

$$\left. \begin{aligned} X_B &= -e \cos(\beta + \varphi) + 2r \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) \left[(2 \sin \beta \cdot \cos^2 \beta - \frac{\sin \beta}{2}) \cos 2\varphi + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\cos \beta}{2} - 2 \sin^2 \beta \cdot \cos \beta \right) \cdot \sin 2\varphi + \frac{\sin \beta}{2} \right]; \\ Y_B &= -e \sin(\beta + \varphi) + 2r \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) \cdot \left[\left(2 \cos \beta \cdot \sin^2 \beta - \frac{\cos \beta}{2} \right) \cos 2\varphi + \right. \\ &\quad \left. + \left(2 \sin \beta \cdot \cos^2 \beta - \frac{\sin \beta}{2} \right) \sin 2\varphi + \frac{\cos \beta}{2} \right]; \\ Z_B &= r \cdot \sin \alpha (\sin 2\beta \cdot \cos \varphi + \cos 2\beta \cdot \sin \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (712)$$

По аналогии с уравнением (711) напишем:

$$\Delta_c = l - X_c = l - (X_B + \sqrt{l^2 - Y_B^2 - Z_B^2}). \quad (713)$$

Для частного случая, когда $l = 510 \text{ мм}$; $2\beta = 60^\circ$; $r = 510 \text{ мм}$; $\alpha = 3^\circ$, приняв наибольший возможный эксцентриситет $e = 40 \text{ мм}$ из уравнений (710), получим:

$$\left. \begin{aligned} X_A &= -40 \cos(30^\circ + \varphi) - 510 \sin 3^\circ \operatorname{tg} 1,5^\circ \cdot \cos(30^\circ + \varphi) \cdot \sin \varphi; \\ Y_A &= -40 \sin(30^\circ + \varphi) - 510 \sin 3^\circ \operatorname{tg} 1,5^\circ \cdot \sin(30^\circ + \varphi) \cdot \sin \varphi; \\ Z_A &= -510 \sin 3^\circ \cdot \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (714)$$

Соответственно из уравнений (712) получим:

$$\left. \begin{aligned} X_B &= -40 \cos(30^\circ + \varphi) + 510 \sin 3^\circ \operatorname{tg} 1,5^\circ \cdot \cos(30^\circ + \varphi) \sin(60^\circ + \varphi); \\ Y_B &= -40 \sin(30^\circ + \varphi) + 510 \sin 3^\circ \operatorname{tg} 1,5^\circ \cdot \sin(30^\circ + \varphi) \cdot \sin(60^\circ + \varphi); \\ Z_B &= 510 \sin 3^\circ \cdot \sin(60^\circ + \varphi). \end{aligned} \right\} (715)$$

Результаты подсчетов приведены на табл. 62.

На фиг. 289 показано относительное перемещение пальцев движущих колес. Кривые

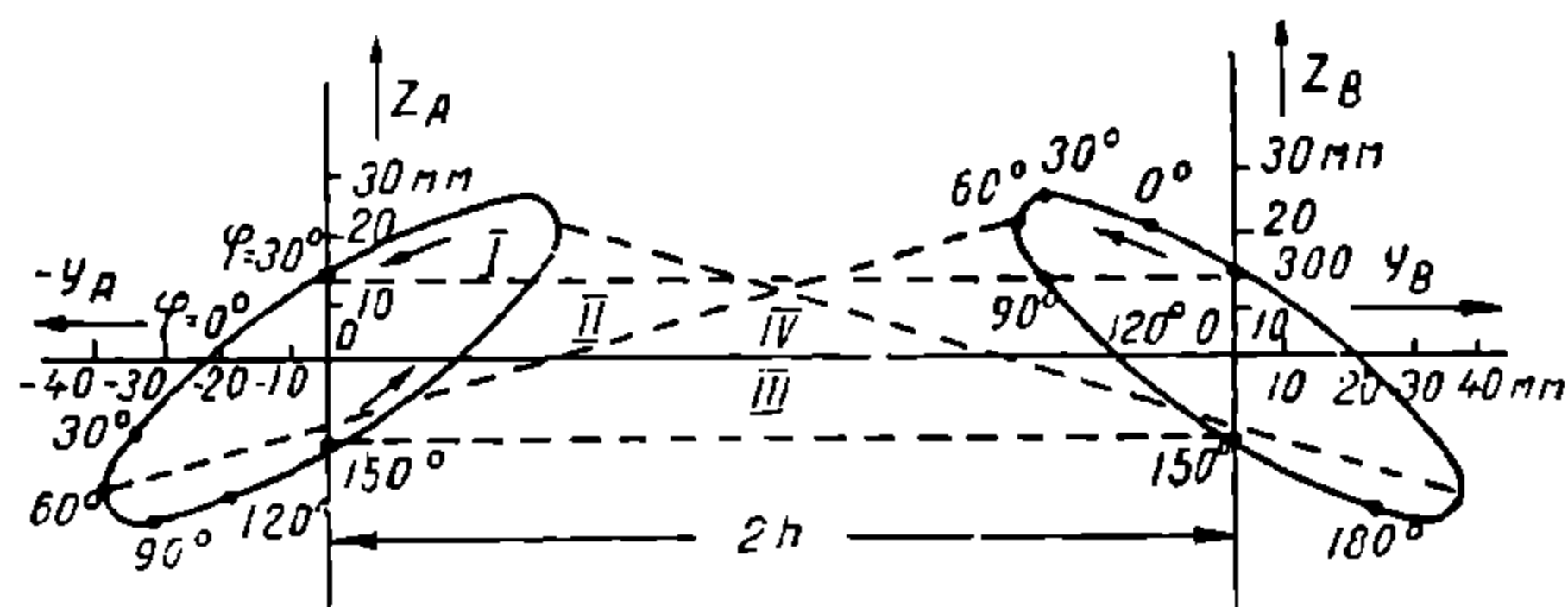
$$Z_A = f(Y_A)$$

и

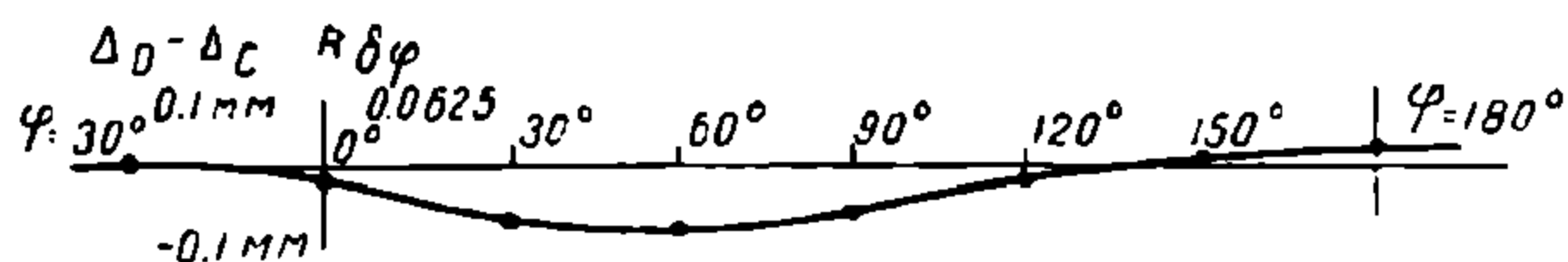
$$Z_B = f'(Y_B)$$

являются проекциями цапф A и B на шаровой поверхности радиуса $r = l$ в центре, расположенном в точках C и D .

На фиг. 290 дана кривая смещения $R \delta\varphi$ движущего колеса относительно зубчатого (или полой оси). Следует отметить, что если Δ_C и Δ_D отрицательны, т. е. точки C и D располагаются между C_0B_0 и A_0D_0 и если абсолютная величина $\Delta_D > \Delta_C$, то рамка должна иметь относительное перемещение $\delta\varphi$ в противоположном вращению колес направлении с тем, чтобы разность $\Delta_D - \Delta_C$ исчезла. Если точки C и D располагаются вне C_0D_0 и если абсолютная величина $\Delta_D > \Delta_C$, то относительное перемещение $\delta\varphi$ происходит в направлении возрастания угла φ .



Фиг. 289.



Фиг. 290.

Из фиг. 290 видно, что в течение одного полуоборота полая ось отстает в отношении движущей оси, а в течение следующего полуоборота—опережает ее. В тот момент, когда подвески параллельны, т. е. на фиг. 287 вертикальны, имеем $\delta\varphi = 0$; и наоборот при горизонтальном положении их $\delta\varphi$ достигает максимальной величины. При горизонтальном и вертикальном положениях подвесок касательная к кривой $R \delta\varphi$ горизонтальна. Следовательно относительная скорость и ускорение меняются периодически с двойной частотой по сравнению с оборотом движущих колес; это следует также из уравнений (710) и (712).

Для случая одновременной наклонной установки движущей оси по отношению к полой, поперечного бокового смещения их s и эксцентриситета e мы приведем формулы для определения перемещений цапф A и B .

Имеем:

$$X_A = -e \cos(\beta + \varphi) - r \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \cos(\beta + \varphi) \cdot \sin \varphi;$$

$$Y_A = -e \sin(\beta + \varphi) - r \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin(\beta + \varphi) \cdot \sin \varphi;$$

$$Z_A = s - r \sin \alpha \cdot \sin \varphi.$$

Далее:

$$X_B = -e \cos(\beta + \varphi) + r \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \cos(\beta + \varphi) \cdot \sin(2\beta + \varphi);$$

$$Y_B = -e \sin(\beta + \varphi) + r \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin(\beta + \varphi) \cdot \sin(2\beta + \varphi);$$

$$Z_B = s + r \sin(2\beta + \varphi) \cdot \sin \alpha.$$

Для частного случая передачи при $l = r = 510$ мм, $2\beta = 60^\circ$, $\alpha = 3^\circ$, $e = 40$ мм и $s = 20$ мм перемещения цапф A и B даны на табл. 62 и на фиг. 291, а кривая $R \delta\varphi$ дана на фиг. 292.

Из кривой $R\delta\varphi$ видно преобладающее влияние основной волны с частотой, соответствующей числу оборотов колес. Кроме того обращает на себя внимание большая величина $R\delta\varphi$, достигающая для $\varphi=60^\circ$ величины в 1,05 мм (см. табл. 62).

Таблица 62

(К расчету колебаний передачи Эрликона)

φ	Y_A	Y_B	Z_A	Z_B	Δ_D	Δ_C	$\Delta_D - \Delta_C =$
а) Наклонное положение осей и одновременный эксцентриситет ($e=40$ мм; $\alpha=3^\circ$)							
0°	-20	-19,697	0	23,115	-35,035	-35,022	-0,011
30°	-34,944	-34,036	-13,345	+26,690	-21,550	-21,488	-0,062
60°	-40,605	-39,395	-23,115	+23,115	- 2,145	- 2,050	-0,095
90°	-35,246	-34,338	-26,691	13,350	+18,429	+18,493	-0,064
120°	-20,303	-20,00	-23,115	0,0	+34,236	+34,249	-0,013
150°	0,0	0,0	-13,346	-13,350	40,174	40,174	0,000
180°	2,00	20,303	0,0	-23,115	34 249	34,236	+0,013
б) Эксцентриситет, боковое отклонение и наклонное положение осей ($e=40$ мм; $s=20$ мм; $\alpha=3^\circ$)							
0°	- 2	-19,697	20	43,115	-35,426	-36,325	+0,899
30°	-34,944	-34,036	6,654	46,690	-21,419	-22,933	+1,514
60°	-40,605	-39,395	- 3,115	43,115	- 1,630	- 3,355	+1,725
90°	-35,246	-34,338	- 6,691	33,35	19,086	17,574	+1,512
120°	-20,303	-20,000	- 3,115	20	34,752	33,856	+0,896
150°	0,0	0,0	+ 6,654	6,650	40,305	40,305	0,000
180°	20,000	20,303	20	- 3,115	33,856	34,751	-0,895
в) Наклонное положение осей ($\alpha=3^\circ 20' 30''$)							
0°	0	0,370	0	25,795	0,0	0,0	0,0
$22,5^\circ$	- 0,265	0,685	-11,534	29,788	- 0,338	- 0,340	+0,002
45°	- 0,599	0,822	-21,313	29,788	- 0,615	- 0,615	0,0
$67,5^\circ$	- 0,807	0,703	-27,846	24,275	- 0,667	- 0,667	-0,001
90°	- 0,756	0,396	-30,141	15,590	- 0,463	- 0,463	-0,001
135°	- 0,167	0,056	-21,313	- 7,216	+ 0,151	+ 0,152	-0,001
180°	0,0	0,370	0,0	-25,795	0,0	0,0	0,0

Таким образом, если принять, что движущее колесо, будучи связано с большими массами, вращается равномерно, то полая ось, а вместе с ней зубчатое колесо будут вращаться неравномерно, то опережая, то отставая от

движущего колеса. При этом периодичность зависит, как мы видели, от того, имеется ли только установка движущей оси под углом к полой или одновременно имеют место эксцентриситет и поперечное перемещение.

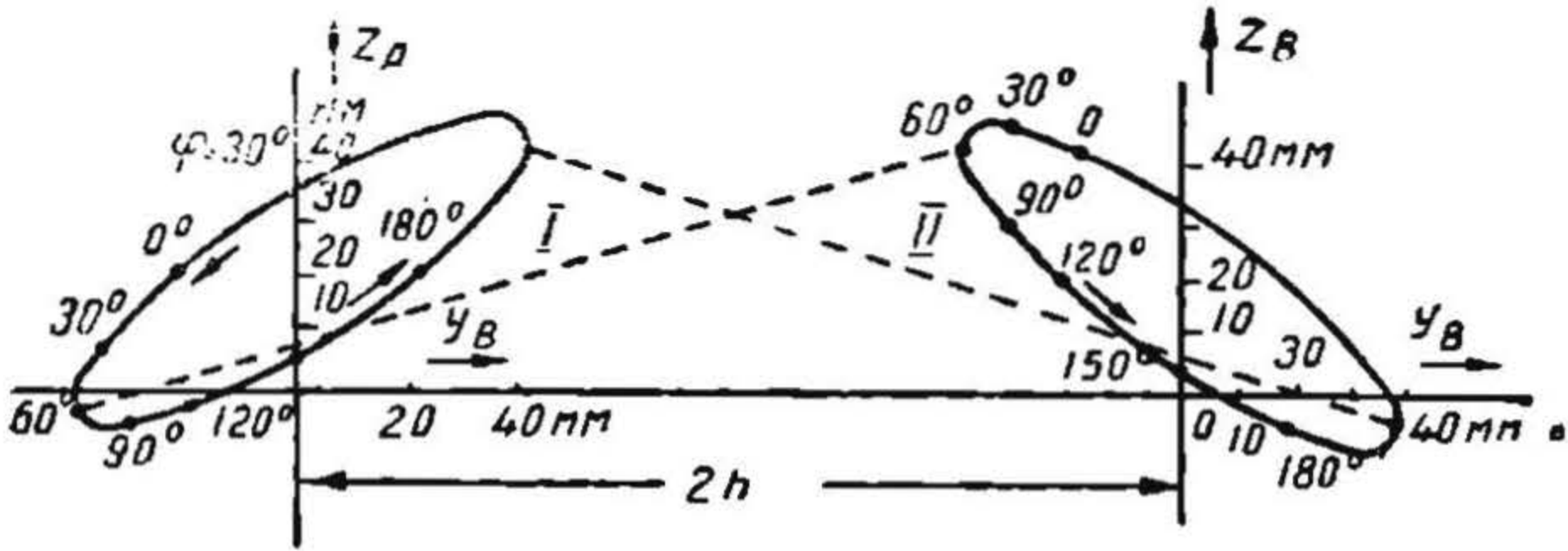
На фиг. 293 даны диаграммы колебаний массы якоря электро-воза 2С₀1 швейцарских ж. д. с передачей Бухли, снятые торзигрофом Гейера.

Самая верхняя линия маркирует обороты движущих колес или каждые $1,610\pi = 5,06$ м пройденного пути.

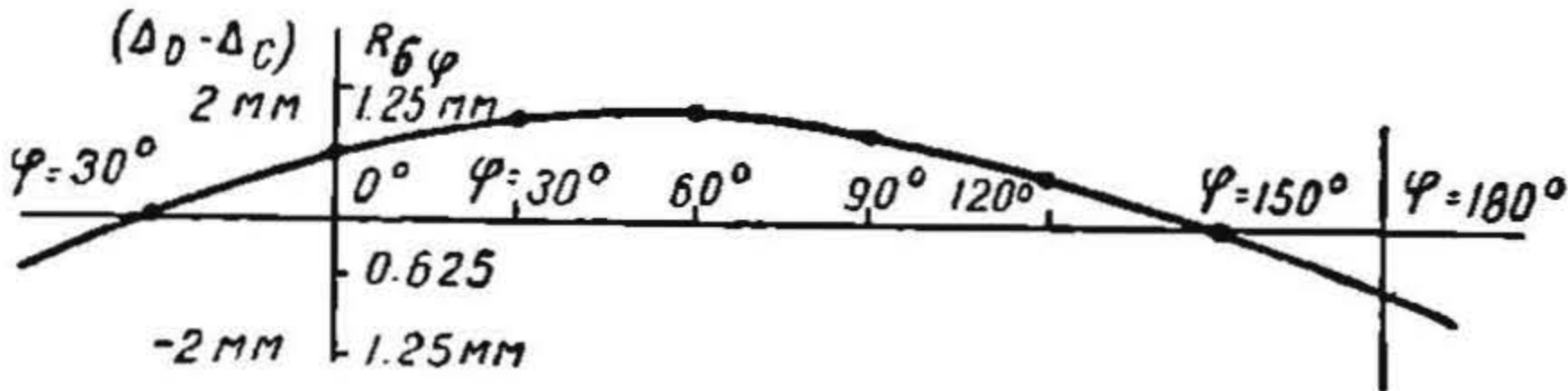
На второй кривой отмечено время через каждую секунду,

и промежуток между секундами подразделен колебанием камертонного механизма.

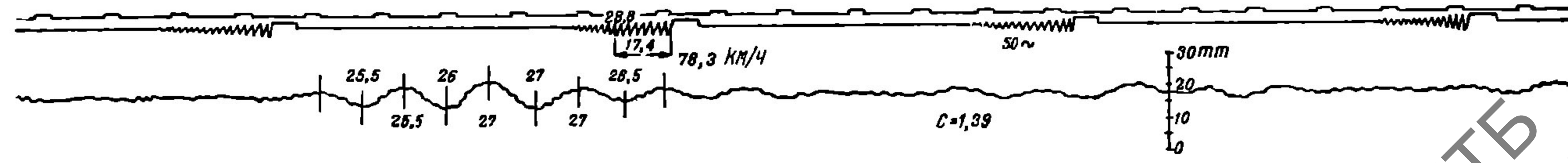
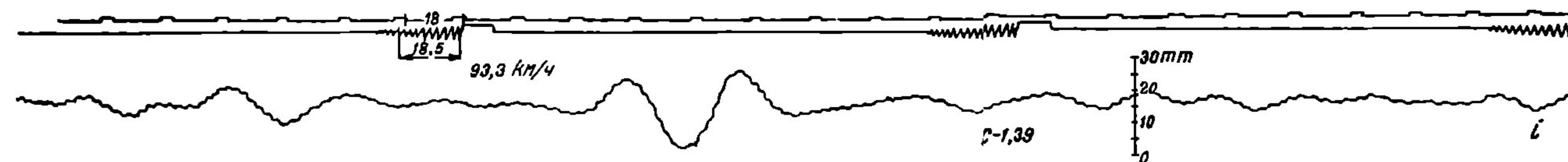
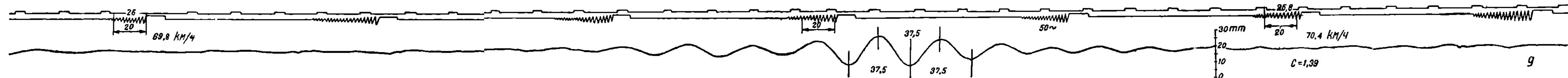
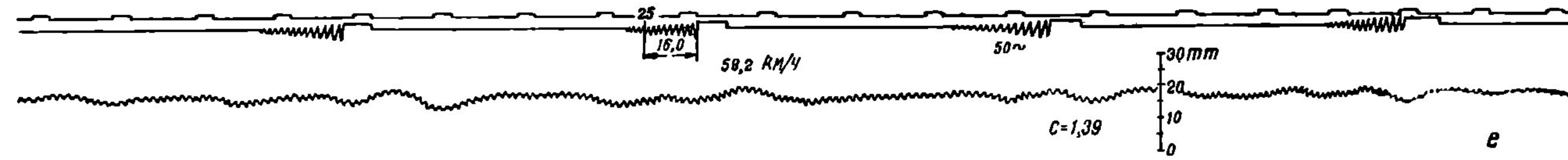
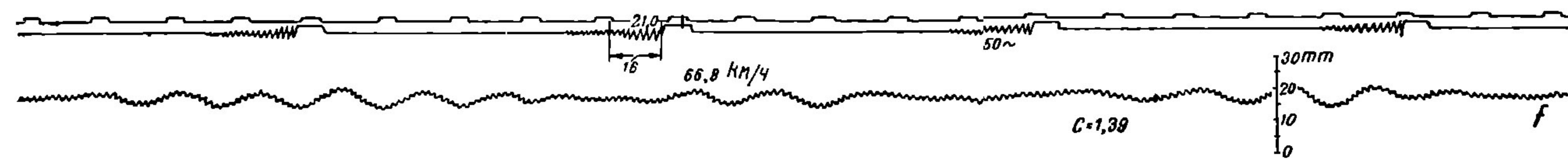
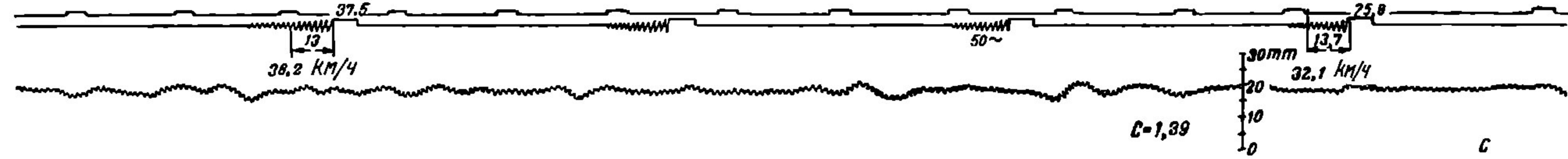
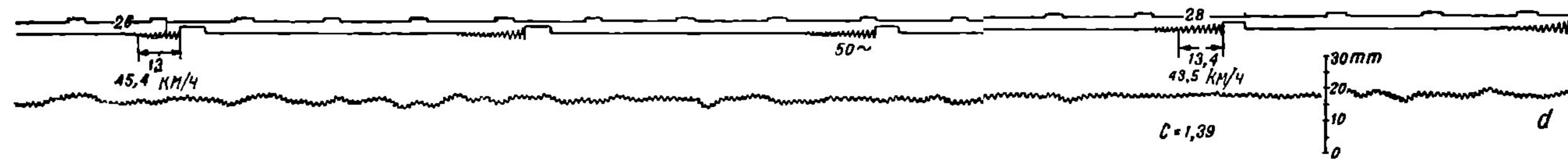
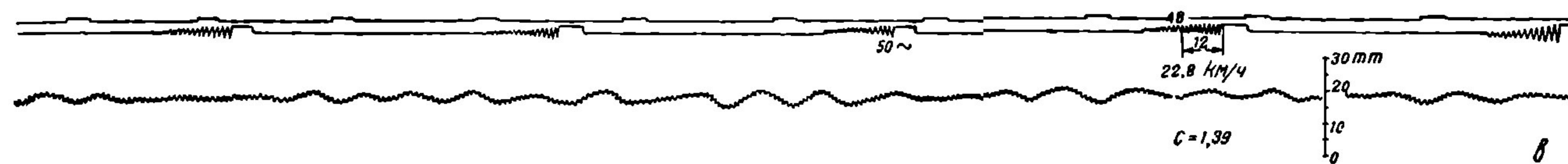
Масштаб С для средней линии, дающей собственно колебание якоря (вверх ускорение вращения его и вниз — замедление), обозначен на каждой диаграмме. Ординаты этой кривой (в мм), будучи умножены на С, дают отно-



Фиг. 291.



Фиг. 292.



Фиг. 293.

сительное вращение якоря (в мм), измеренное на расстоянии 1 м от оси вращения якоря.

Диаграммы позволяют установить, что для скоростей $0 \div 90$ км/час отсутствуют колебания с периодичностью, соответствующей числу оборотов движущих колес.

Колебания якоря, вызванные внешними причинами при отсутствии нагрузки (диаграмма g), имеют периодичность 2,67 пер/сек и под нагрузкой (диаграмма h) — 3,35 пер/сек.

§ 42. Распределение усилий в шатунной передаче

Шатунная передача встречается в следующих выполнениях.

а) *С отбойным валом.* Отбойный вал применяется в том случае, если мотор помещается значительно выше центров движущих осей; тогда кривошипы моторов связываются шатунами с кривошипами отбойного вала, центр которого располагается на высоте центров движущих колес. Как сам мотор, так и отбойный вал помещаются на раме, что обеспечивает неизменное расстояние между валом мотора и отбойным валом. Отбойный вал в свою очередь горизонтальными спарниками соединяется с пальцами кривошипов движущих колес. Горизонтальное расположение спарников ослабляет влияние вертикальных перемещений движущих колес, следующих по неровностям пути, по отношению к отбойному валу, входящему в надрессорное строение. Таким образом, при помощи двух кривошипных механизмов создается связь мотора, входящего в зарессоренную систему, с движущими осями — незарессоренной системой.

б) *С зубчатым колесом и спарниками.* В этом случае отсутствуют шатуны. Усилия моторов передаются на зубчатое колесо, которое заменяет собою отбойный вал, снабжается пальцами кривошипов и связывается спарниками с движущими колесами. Зубчатое колесо располагается на высоте движущих колес и входит в надрессорное строение.

в) *Без отбойного вала или зубчатого колеса.* Если не желают иметь ни отбойного вала, ни зубчатого колеса, то располагают мотор на раме на высоте движущих колес, спаривая их между собою и с мотором спарниками и шатуном.

Во всех рассмотренных групповых приводах имеются кривошипные механизмы, представляющие собой замкнутую систему, состоящую из двух кривошипных валов и связывающих их шатунов. Благодаря тому, что система является совершенно замкнутой, неточности в выполнении отдельных элементов, как-то: длине шатунов, радиусе и угле кривошипов, вызывают нередко значительные напряжения в отдельных элементах механизма. В этом заключается коренное отличие электровозного шатунного механизма от паровозного. Последний представляет собою незамкнутую систему — неточности в размерах отдельных элементов механизма компенсируются наличием мертвого пространства в цилиндрах, не вызывая дополнительных усилий в механизме.

Рассмотрим распределение усилий между шатунами в электровозном кривошипном механизме. На фиг. 294 изображен такой механизм, при чем обе стороны показаны в совмещенном положении. Пусть палец кривошипа передней стороны составляет с вертикалью угол α . Обозначим радиус кривошипа через r и искомые усилия по шатунам через S_1 и S_2 . Если пренебречь потерями в кривошипном механизме, то вращающий момент мотора мы можем приравнять моменту M от усилий в шатунах, т. е.

$$S_1 d_1 + S_2 d_2 = M,$$

или, заменяя d_1 и d_2 (плечи сил S_1 и S_2) через вертикальные проекции радиусов кривошипов, получим:

$$S_1 r \cos \alpha + S_2 r \sin \alpha = M.$$

Поскольку шатунная передача на электровозах представляет собой статически неопределимую систему, распределение усилий между шатунами будет

пропорционально деформациям шатунов, соответствующим перемещениям пальцев кривошипов на угол $d\alpha$, т. е.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{r d\alpha}{r d\alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

Из обоих уравнений получаем:

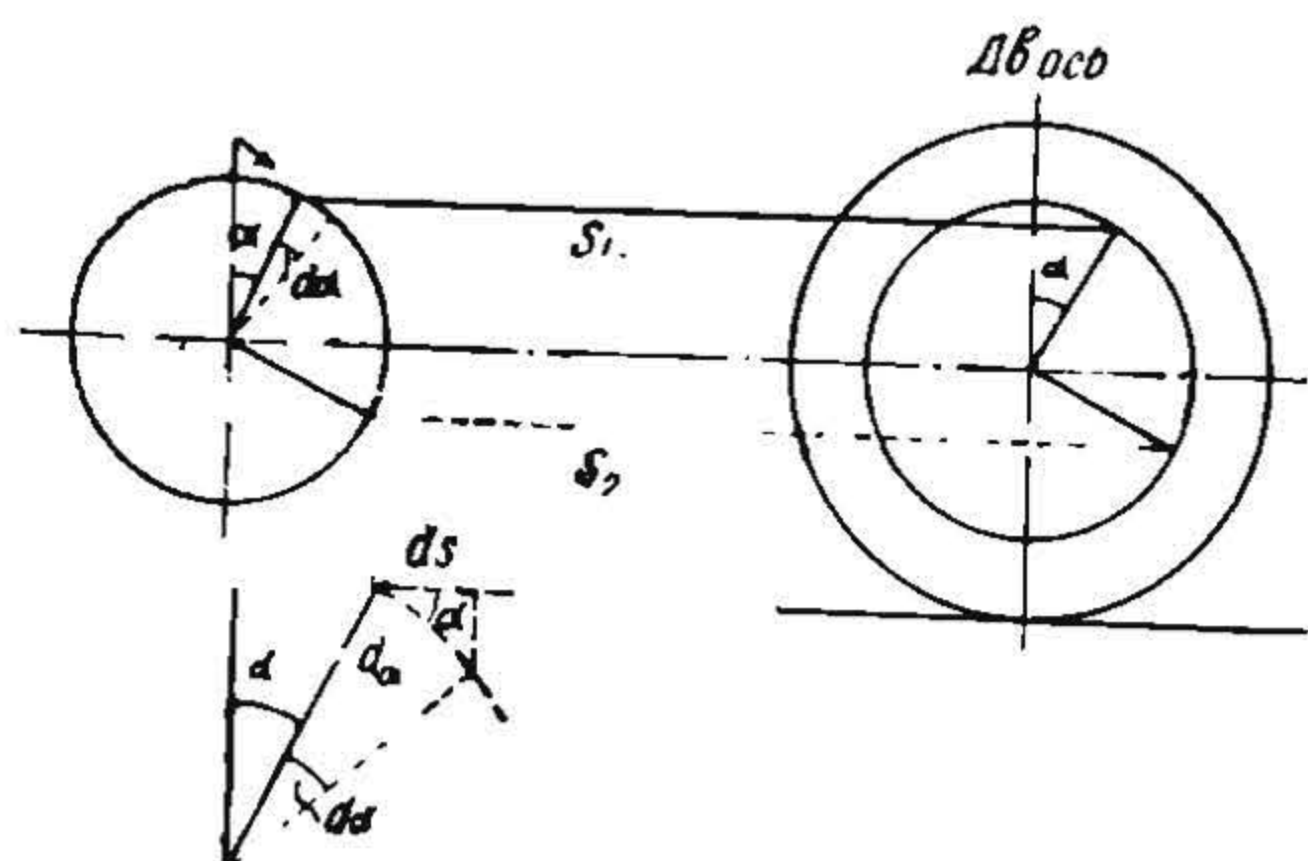
$$S_1 r = M \cos \alpha \text{ и } S_2 r = M \sin \alpha, \quad (716)$$

или $S_1 = \frac{M}{r} \cos \alpha$ и $S_2 = \frac{M}{r} \sin \alpha$. Не трудно видеть, что $\frac{M}{r}$ — усилие, отнесенное к радиусу кривошипов, которое обозначим $K = \frac{M}{r}$; таким образом имеем:

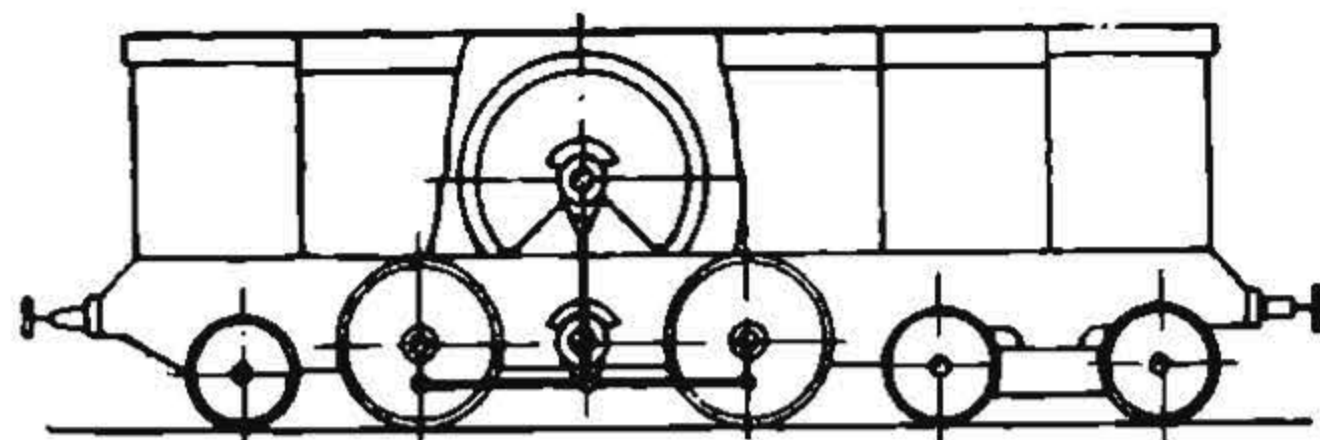
$$S_1 = K \cos \alpha \text{ и } S_2 = K \sin \alpha.$$

Это уравнение показывает, что усилия по шатунам, в случае идеально правильно собранного механизма, меняются по синусоиде.

Электровозы с шатунной передачей представляют, вообще говоря, сочетание нескольких кривошипных механизмов, работающих под различными углами друг



Фиг. 294.

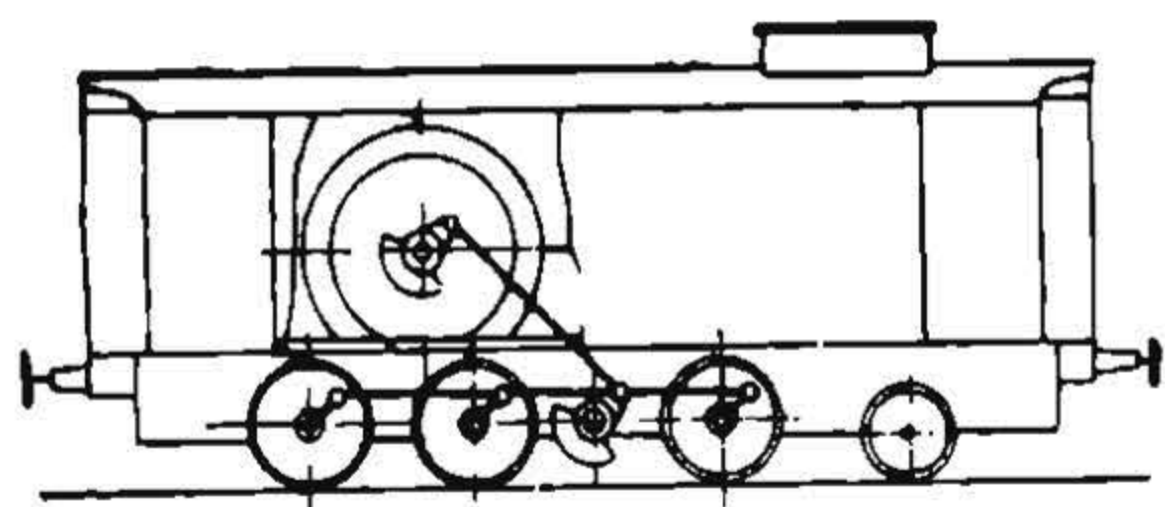


Фиг. 295.

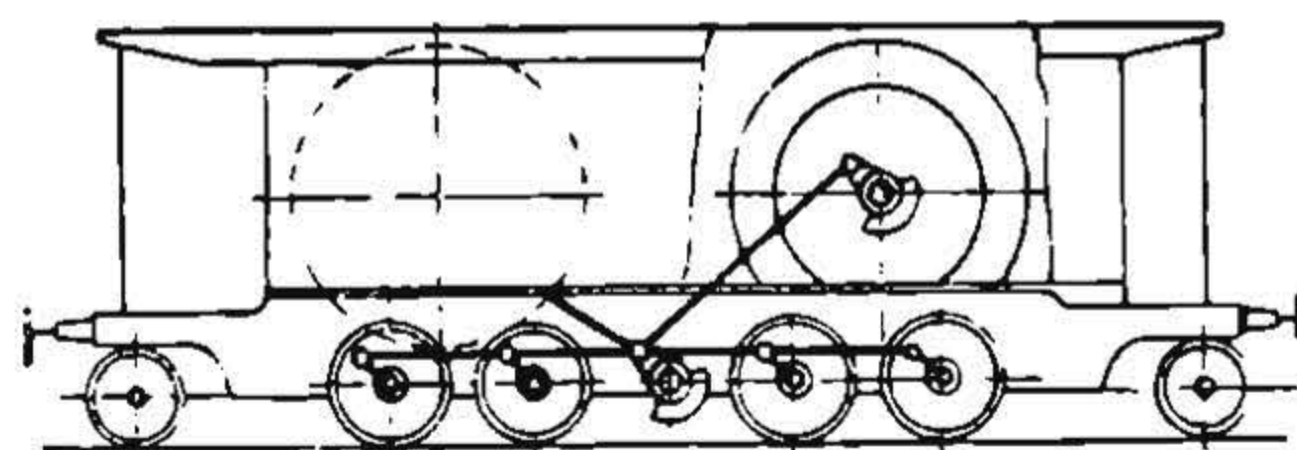
к другу. Мы рассмотрим здесь следующие характерные в отношении передачи пульсирующих усилий и вызываемых ими колебаний расположения кривошипных механизмов.

1) Электровоз имеет один мотор, который располагается над отбойным валом; шатуны вертикальны (фиг. 295).

2) Электровоз имеет один мотор, но он расположен в стороне по отношению к отбойному валу; шатуны наклонны к горизонтали (фиг. 296).



Фиг. 296.



Фиг. 297.

3) Электровоз снабжен двумя моторами, но оба они работают на один отбойный вал (фиг. 297).

4) Электровоз снабжен одним мотором; передача усилий производится на два симметрично расположенных в отношении его отбойных валов (фиг. 298).

5) Электровоз снабжен двумя моторами, из которых каждый работает на свой отбойный вал. Оба отбойных вала связаны с движущимися осями и между собою (фиг. 299).

Определим, каким образом происходит изменение усилий по шатунам для всех перечисленных случаев.

В первом случае (фиг. 295 и 300), обозначая через K усилие кривошипов мотора, равное усилиям кривошипов отбойного вала и кривошипов движущих осей, имеем:

а) усилия, передаваемые шатунами

$$S_1 = K \sin \alpha$$

и

$$S_2 = K \cos \alpha;$$

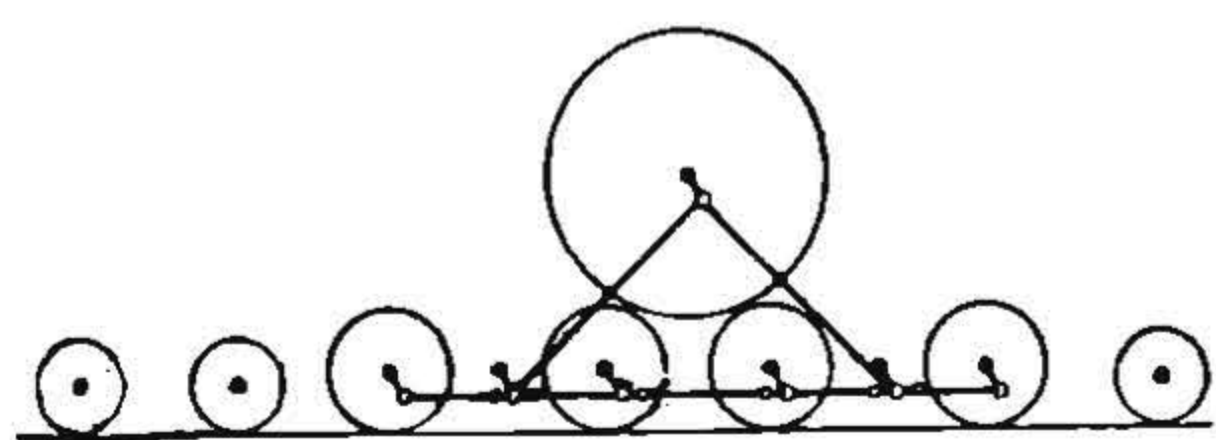
б) усилия, передаваемые спарниками

$$K_1 = K \cos \alpha$$

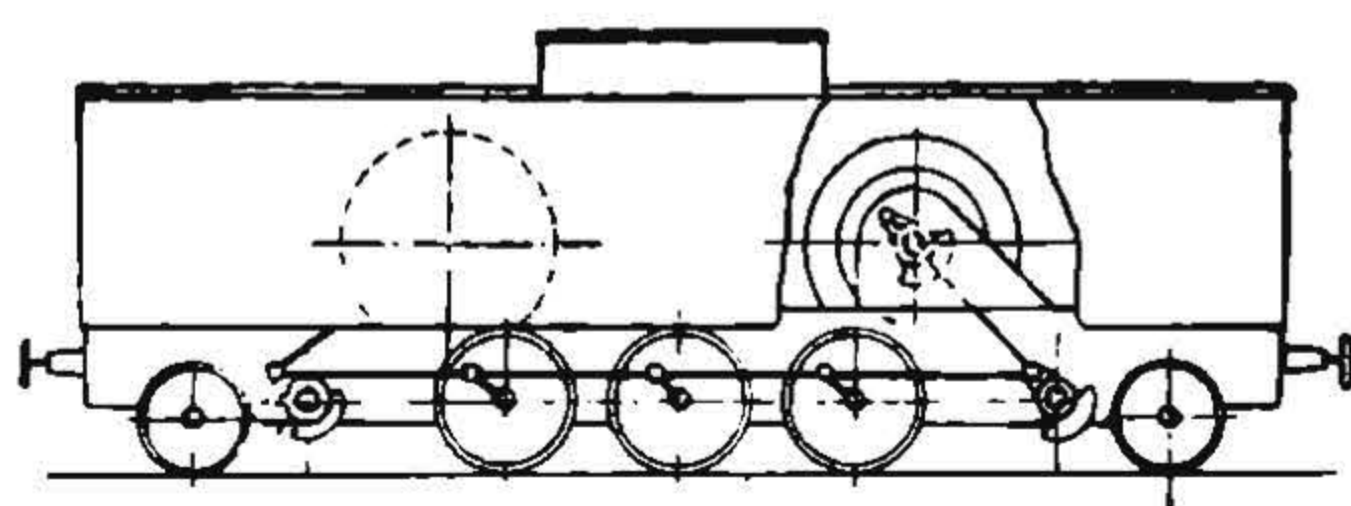
и

$$K_2 = K \sin \alpha.$$

Распределение усилий K_1 и K_2 между спарниками не зависит от распределения усилий между пальцами кривошипов отбойного вала, если мы примем, что отбойный вал с кривошипами представляет собой жесткую систему. На



Фиг. 298.

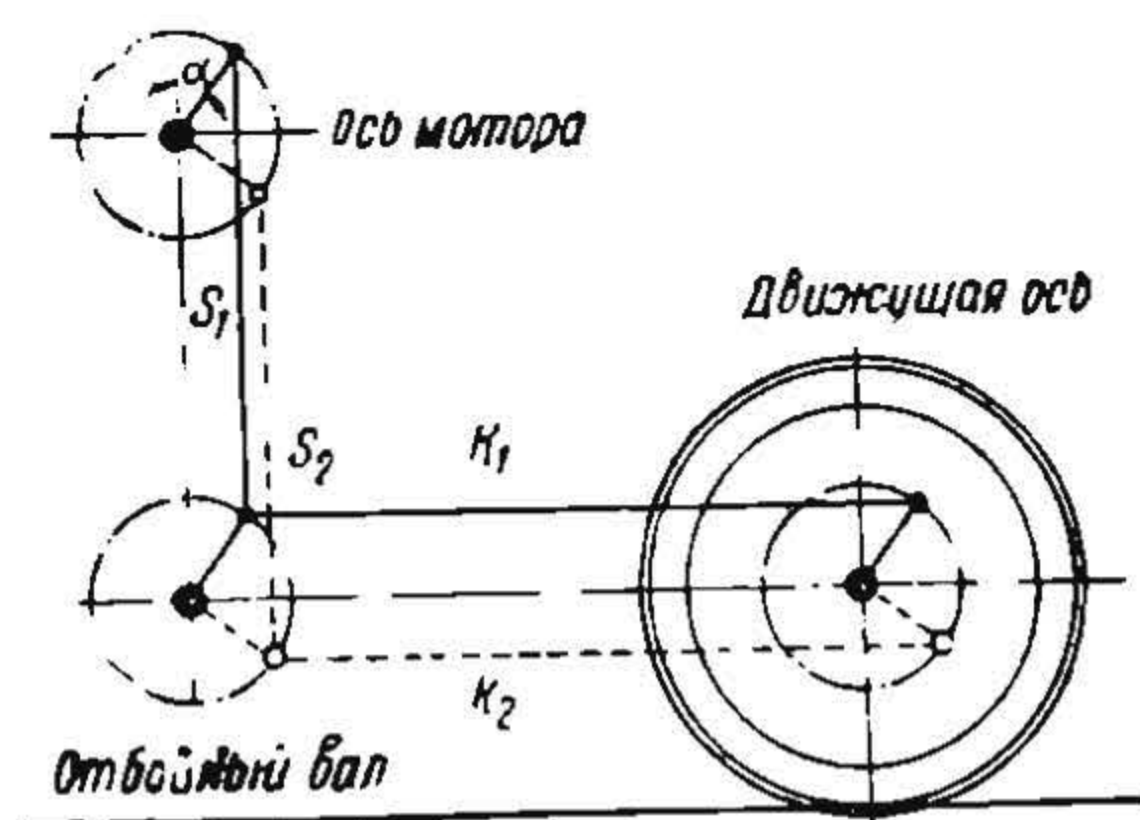


Фиг. 299.

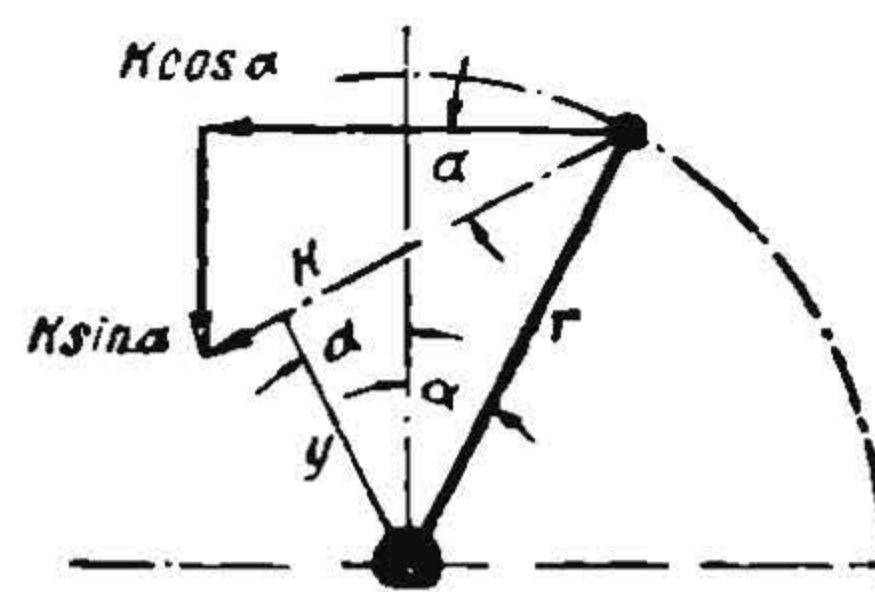
этом основании при определении усилий K_1 и K_2 мы исходили из момента M , переданного шатунами целиком на отбойный вал, а не из усилий на отдельных пальцах кривошипов отбойного вала.

Цапфы кривошипов отбойного вала испытывают усилие, равное равнодействующей сил S и K :

$$N = \sqrt{K_1^2 + S_1^2} = \sqrt{(K \cos \alpha)^2 + (K \sin \alpha)^2} = K. \quad (717)$$



Фиг. 300.



Фиг. 301.

Направление этого усилия найдем из уравнения:

$$\frac{K \sin \alpha}{K \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (718)$$

Момент, передаваемый отбойным валом с одной стороны на другую, равен (фиг. 301) $M = Ky$.

Но так как $y = r \cos 2\alpha$, то:

$$M = Kr \cos 2\alpha. \quad (719)$$

Передача усилий отбойным валом с одной стороны на другую обусловлена тем, что при мертвом положении кривошипа одной стороны работает лишь другая сторона. Вращающий момент M меняет свое направление два раза в течение одного оборота.

В случае *наклонного расположения шатунов* (фиг. 302) усилия в шатунах равны:

$$P_1 = K \cos \alpha$$

и

$$P_2 = K \sin \alpha,$$

а усилия, передаваемые спарниками:

$$Q_1 = K \sin (\alpha + \beta)$$

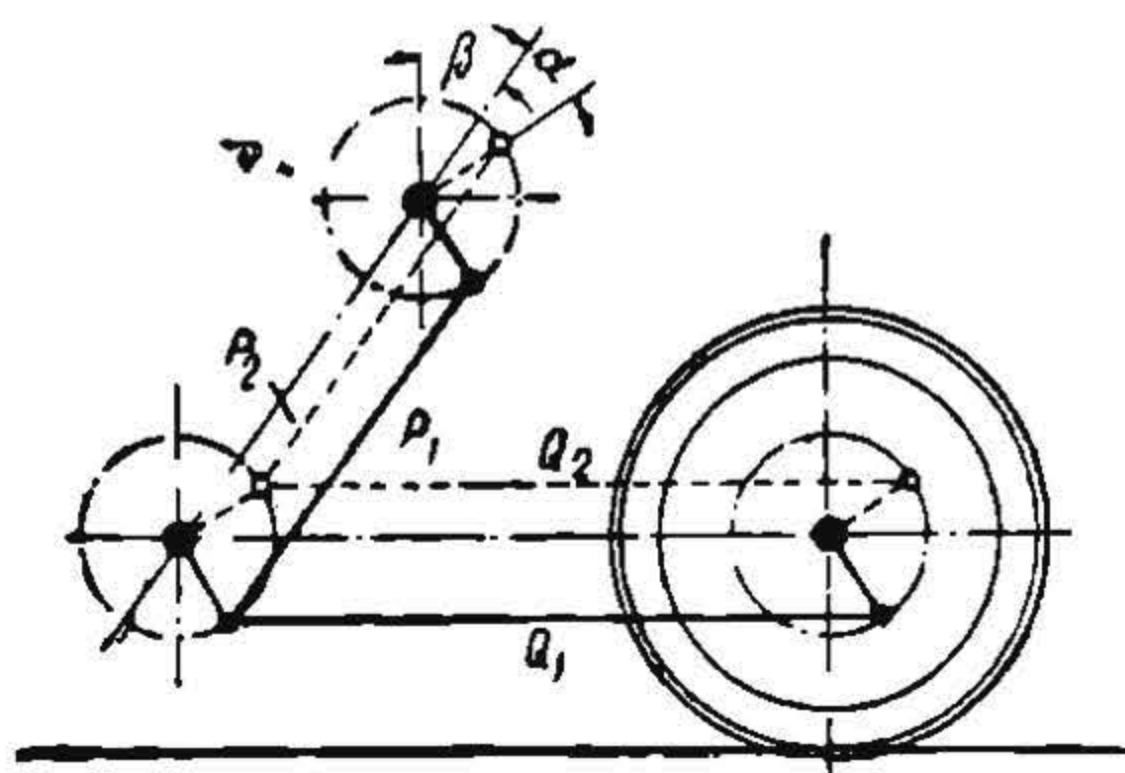
и

$$Q_2 = K \cos (\alpha + \beta),$$

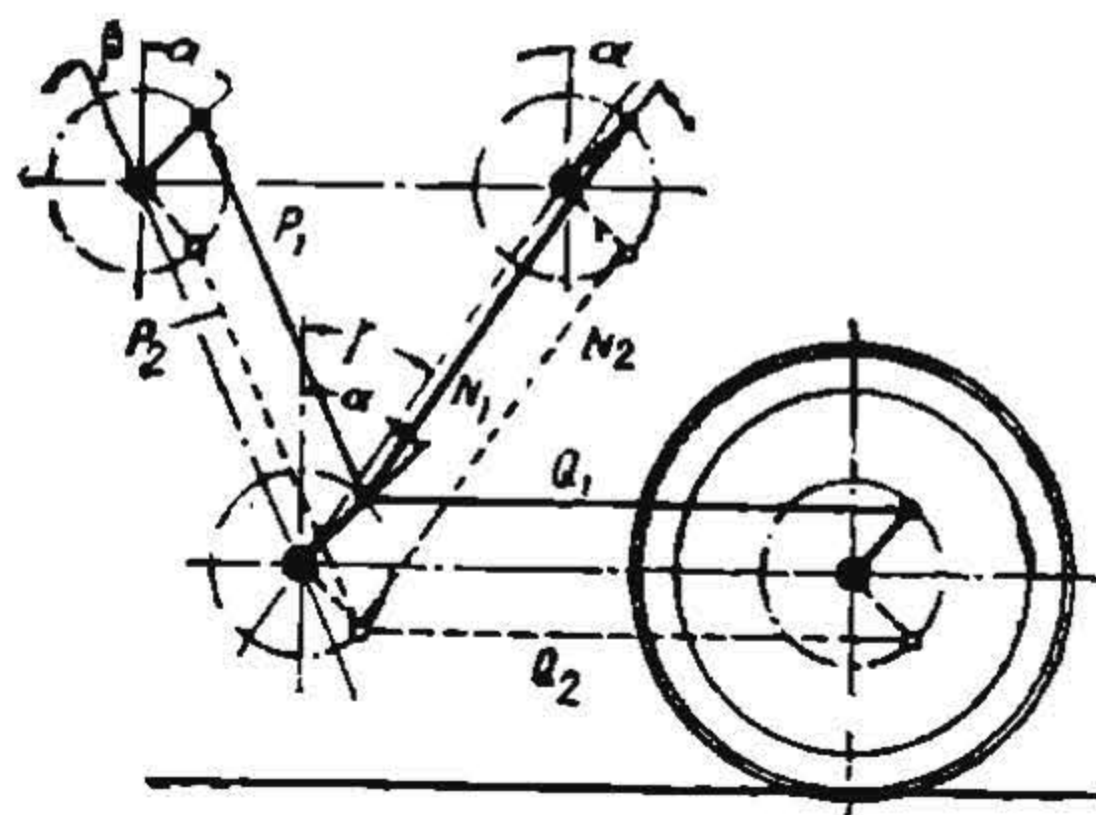
где β — угол наклона шатунов.

Усилие, испытываемое цапфой кривошипа отбойного вала, найдется равным

$$N = K \cos \beta. \quad (720)$$



Фиг. 302.



Фиг. 303.

В том случае, когда *два мотора работают на общий отбойный вал*, усилия, передаваемые шатунами обоих моторов, найдутся равными (фиг. 303):

$$P_1 = K \sin (\alpha + \beta),$$

$$P_2 = K \cos (\alpha + \beta)$$

и

$$N_1 = K \sin (\alpha - \gamma),$$

$$N_2 = K \cos (\alpha - \gamma),$$

где β и γ — углы наклона шатунов обоих моторов.

Усилия Q_1 и Q_2 , передаваемые спарниками, определяем, принимая отбойный вал с кривошипами как одну жесткую систему, независимо от усилий в шатунах P_1 , P_2 , N_1 и N_2 .

и

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= 2K \cos \alpha \\ Q_2 &= 2K \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (721)$$

Для того чтобы определить усилие, испытываемое пальцами кривошипа отбойного вала, будем рассматривать всю систему передачи как состоящую из двух отдельных шатунных механизмов, передающих усилия каждый от своего мотора. Каждый из шатунных механизмов сообщит пальцу кривошипа отбойного вала усилие:

$$N'_1 = K \cos \beta \quad \text{и} \quad N'_2 = K \cos \gamma.$$

Направление этих усилий составляет с горизонталью углы:

$$\varphi' = \alpha + \beta$$

и

$$\varphi'' = \gamma - \alpha.$$

Равнодействующую усилий N'_1 и N'_2 найдем из уравнения:

$$N^2 = K^2 [\cos^2 \beta + \cos^2 \gamma - 2 \cos \beta \cdot \cos \gamma \cdot \cos (\gamma + \beta)].$$

Произведя преобразования, окончательно получим:

$$N = 2K \cos \beta, \quad (722)$$

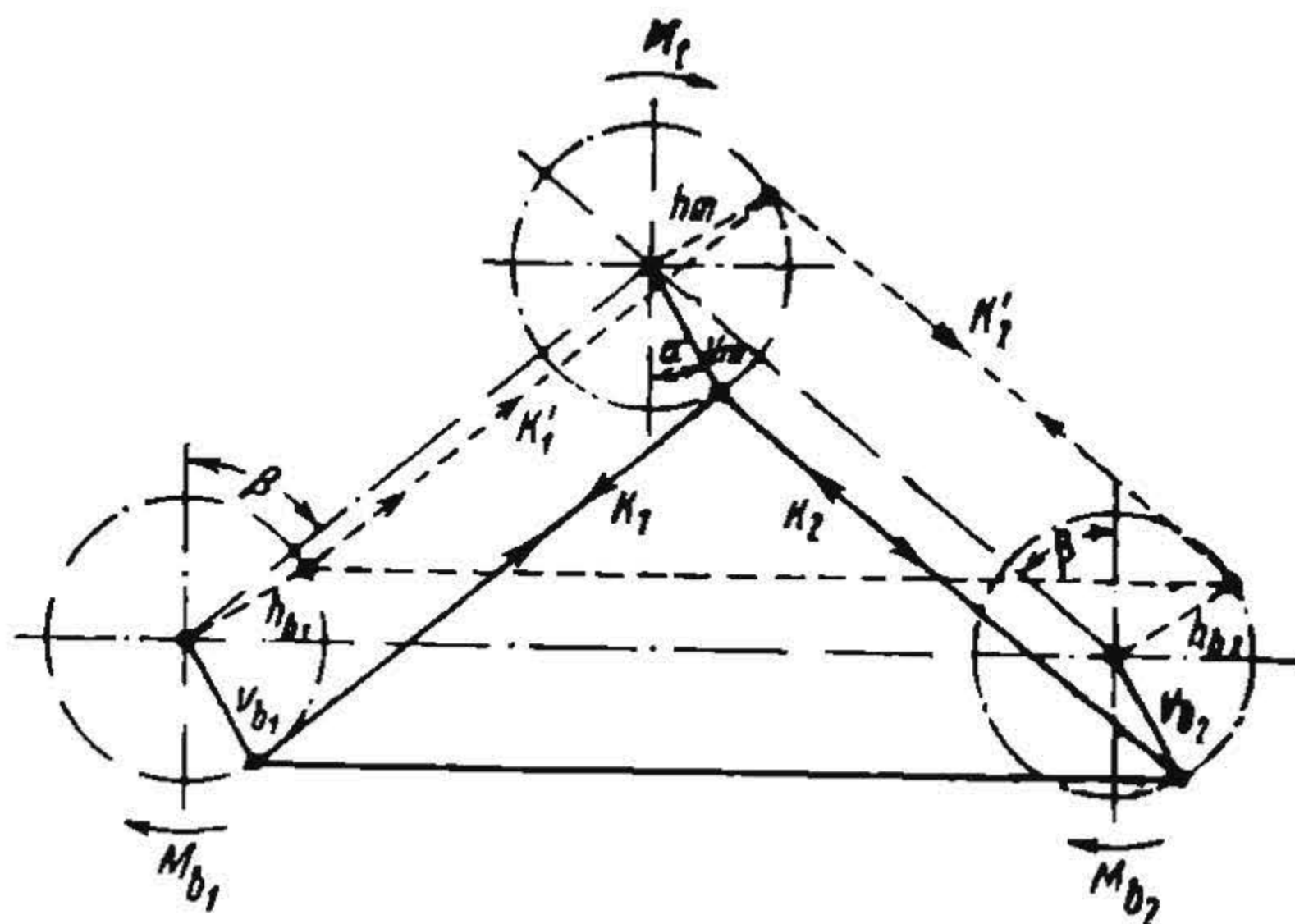
т. е. усилие, испытываемое пальцем кривошипа, при неизменной нагрузке моторов есть величина постоянная при всех положениях пальца кривошипа.

Рассмотрим теперь *шатунную передачу от одного мотора на два отбойных вала* и с двумя шатунами с каждой стороны, как показано схематически на фиг. 298.

Обозначение сил приведено на фиг. 304. При дальнейших исследованиях будем считать вращающий момент мотора $M_t = Z_m \cdot r$ постоянным. Пусть этот момент передается на оба отбойных вала в виде моментов M_{B1} и M_{B2} . Согласно фиг. 304 мы можем написать:

$$M_{B1} = K_1 r \sin(\beta + \alpha) + K_1' r \cos(\beta + \alpha).$$

На основании ранее рассмотренных условий работы шатунного механизма мы можем написать:



Фиг. 304.

$$\frac{K_1}{K_1'} = \frac{\sin(\beta + \alpha)}{\cos(\beta + \alpha)} \quad \text{и} \quad M_{B1} = \frac{K_1 r}{\sin(\beta + \alpha)},$$

откуда

Аналогично найдем:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \frac{M_{B1}}{r} \cdot \sin(\beta + \alpha). \\ K_1' &= \frac{M_{B1}}{r} \cdot \cos(\beta + \alpha); \\ K_2 &= \frac{M_{B2}}{r} \cdot \sin(\beta - \alpha) \\ K_2' &= \frac{M_{B2}}{r} \cdot \cos(\beta - \alpha). \end{aligned} \right\} \quad (723)$$

и

Для дальнейших выводов применим к рассматриваемой статически неопределимой системе теорему Кастильяно, по которой распределение усилий в каждый момент дает минимальную работу деформаций. Для упрощения примем, что только шатуны, имеющие длину l и площадь сечения f , подвергаются деформациям. Работа деформации шатуна под влиянием силы K_1 выразится в виде:

$$A = \frac{K_1^2 \cdot l}{2Ef} = qK_1^2, \quad (724)$$

где E — модуль упругости материала шатуна.

На основании теоремы Кастильяно мы можем написать для всех четырех одинаковых шатунов:

$$K_1^2 + K_1'^2 + K_2^2 + K_2'^2 = \text{minimum}. \quad (725)$$

Однако:

$$K_1^2 + K_1'^2 = \frac{M_{B1}^2}{r^2}$$

и

$$K_2^2 + K_2'^2 = \frac{M_{B2}^2}{r^2}$$

Таким образом уравнение (725) дает:

$$M_{B1} = M_{B2} = \frac{M_t}{2}.$$

Следовательно при любом положении пальца кривошипа (т. е. при всякой величине угла α) на каждый отбойный вал передается половина вращающего момента мотора. На палец кривошипа мотора действуют усилия обоих наклонных шатунов, равные:

$$\frac{Z_m}{2} \cdot \sin(\beta + \alpha) \quad \text{и} \quad \frac{Z_m}{2} \cdot \sin(\beta - \alpha),$$

а результирующая их равна:

$$R_m^2 = \frac{Z_m^2}{4} \sin^2(\beta + \alpha) + \frac{Z_m^2}{4} \sin^2(\beta - \alpha) - 2 \frac{Z_m^2}{4} \sin(\beta + \alpha) \cdot \sin(\beta - \alpha) \cdot \cos 2\beta$$

или после преобразования:

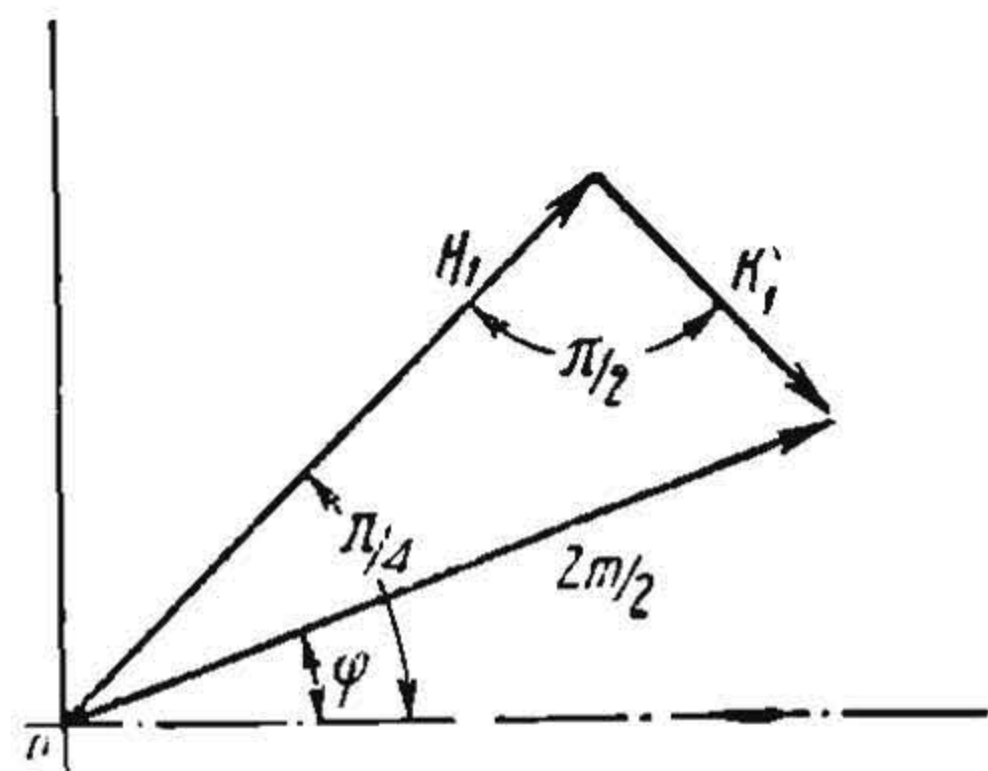
$$R_m = Z_m \sqrt{\sin^4 \beta + \sin^2 \alpha \cdot \cos 2\beta}.$$

Таким образом результирующая R_m , вызывающая напряжения материала кривошипа мотора, зависит от угла кривошипа α .

При $\cos 2\beta = 0$ или при $\beta = 45^\circ$ имеем:

$$R_m = Z_m \cdot \sin^2 \beta = \frac{Z_m}{2}.$$

Направление результирующей R_m определяется углом φ с горизонталью, причем для разбираемого частного случая $\varphi = \alpha$ (фиг. 305), т. е. результирующая R_m направлена перпендикулярно радиусу кривошипа мотора. Момент, скручивающий вал, остается постоянным.



Фиг. 305.

Преимуществом этой системы является равномерная нагрузка моторного вала, который в течение всего оборота передает одинаковые моменты на оба шатуна.

Найденные для различных типов шатунной передачи величины усилий в шатунах и спарниках верны лишь для идеально точно собранного механизма. В действительности могут иметь место случаи значительного отступления размеров отдельных де-

талей механизма от теоретических или игра в подшипниках достигает такой величины, что упругие деформации, определяющие усилия в шатунном механизме, отступают на задний план. Приблизительно можно считать, что изменение длины шатунов колеблется в среднем в пределах $0,2 \div 0,5$ мм, тогда как игра в подшипниках в 1 мм не является редкостью. Следовательно, если не учитывать этих явлений, можно прийти к ложным выводам.

Выясним отдельно влияние игры в подшипниках, а затем влияние неправильной сборки механизма (см. A. Wichert, Theorie der Schüttelschwingungen und Untersuchung der Schüttelerscheinungen von Elektrischen Lokomotiven..., Берлин, 1924 г.).

§ 43. Влияние игры в подшипниках на распределение усилий в шатунной передаче

Рассмотрим наиболее простую систему, состоящую из двух параллельных шатунов, насаженных под углом 90° , и примем игру в моторных подшипниках, в подшипниках отбойного вала и пальцев кривошипа сосредоточенной в одном месте; за среднее положение всей системы примем то, при котором игра одинакова и с правой, и с левой стороны рассматриваемого механизма, т. е. когда шатуны как бы свободно опираются на пальцы кривошипов движущих колес (или отбойного вала). На фиг. 306 это положение нанесено тонкими линиями и пунктиром.

Прежде чем рассматриваемая система будет в состоянии передавать вращающий момент, оба движущих кривошипа должны пройти некоторые дуги

$r\varphi_1$ и $r\varphi_2$ до зацепления с шатунами. Если обозначим игру в подшипниках через s , то величину дуг $r\varphi_1$ и $r\varphi_2$ можем найти по уравнениям:

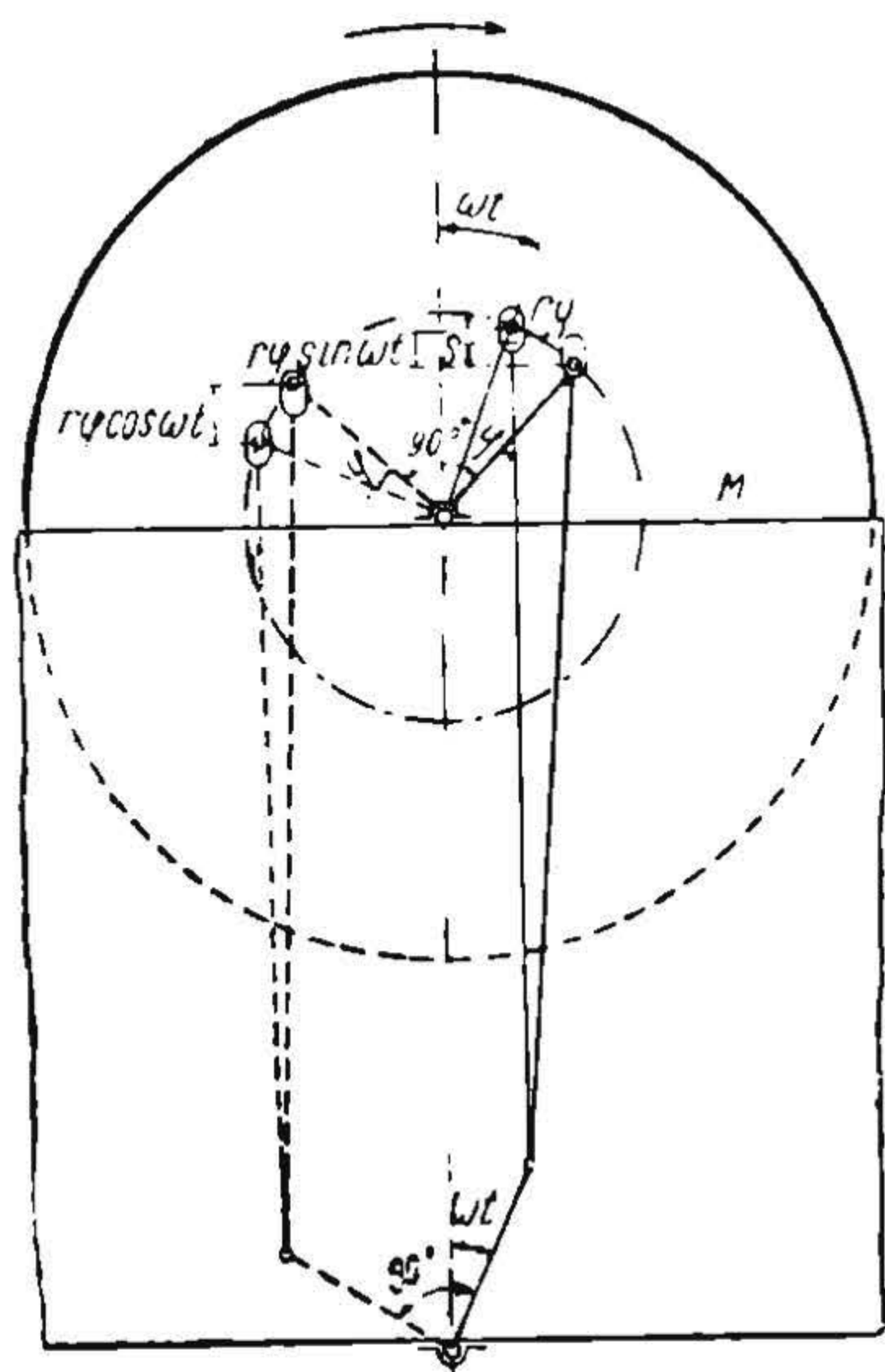
$$r\varphi_1 = \frac{s}{\sin \omega t_{abs}}$$

и

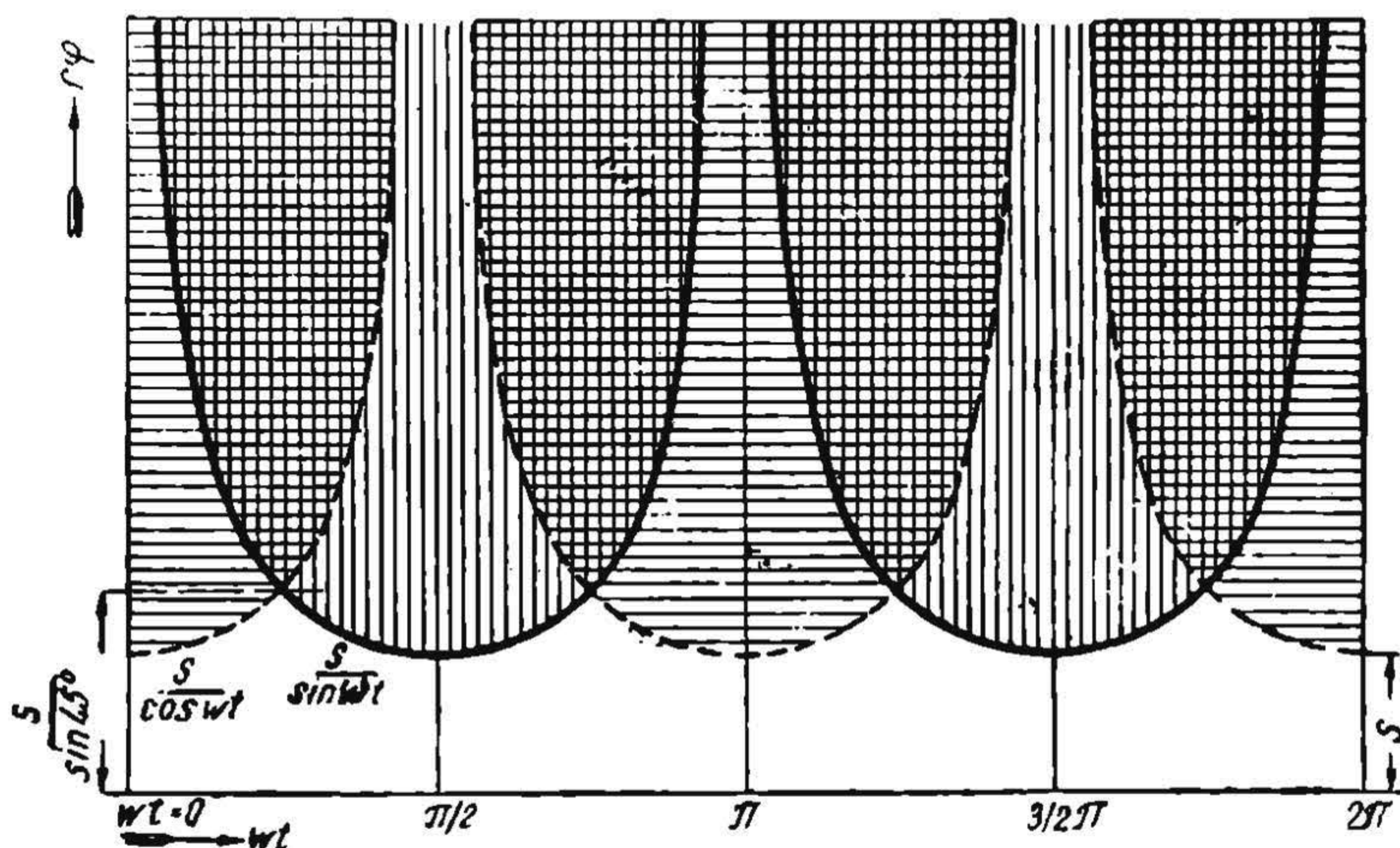
$$r\varphi_2 = \frac{s}{\cos \omega t_{abs}}$$

(в этих формулах берется абсолютная величина $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$).

Величины $r\varphi_1$ и $r\varphi_2$ для различных углов (от 0 до 2π) изображены на фиг. 307. Эта фигура дает диаграмму зацепления; места пересечения кривых соответствуют работе обеих сторон; на остальном же протяжении работает (в случае абсолютно жесткой системы) либо одна, либо другая сторона. В действительности однако как шатуны, так и валы упруги, что существенным образом влияет на условия рас-



Фиг. 306.



Фиг. 307.

пределения нагрузки между шатунами. Рассмотрим сначала случай, когда упруги только одни шатуны. Обозначим попрежнему:

- s — игра в движущем механизме;
- r — радиус кривошипа;
- ω — угловая скорость кривошипа;
- c — упругость шатунов;
- φ — угол опережения моторного кривошипа по сравнению с кривошипом движущих колес или отбойного вала;

P_1 и P_2 — усилия, передающиеся через шатуны;

M_1 и M_2 — вращающие моменты, передающиеся шатунам.

Если обозначим через M_d общий момент, передаваемый от мотора на движущие оси обоими шатунами, то:

$$M_d = M_1 + M_2.$$

Однако мы можем написать:

$$P_1 = c \sin \omega t \cdot \left(r\varphi - \frac{s}{\sin \omega t_{abs}} \right);$$

$$P_2 = c \cos \omega t \cdot \left(r\varphi - \frac{s}{\cos \omega t_{abs}} \right). \quad (726)$$

Тогда моменты, передаваемые шатунами, напишутся в следующем виде:

$$M_1 = P_1 r \sin \omega t = cr [r\varphi \sin^2 \omega t - s \sin \omega t_{abs}] \quad (727a)$$

и

$$M_2 = P_2 r \cos \omega t = cr [r\varphi \cos^2 \omega t - s \cos \omega t_{abs}]. \quad (727b)$$

Наконец

$$M_d = cr [r\varphi - s (\sin \omega t_{abs} + \cos \omega t_{abs})]. \quad (727c)$$

Индекс *abs* обозначает, что берется абсолютное значение тригонометрических функций.

Не трудно видеть, что, пока соблюдается условие

$$r\varphi \cos \omega t_{abs} < s < r\varphi \sin \omega t_{abs},$$

происходит передача движущего момента только передним шатуном; при

$$r\varphi \cos \omega t_{abs} > s > r\varphi \sin \omega t_{abs} —$$

только задним шатуном и при

$$r\varphi \sin \omega t_{abs} > s \text{ и } r\varphi \cos \omega t_{abs} > s$$

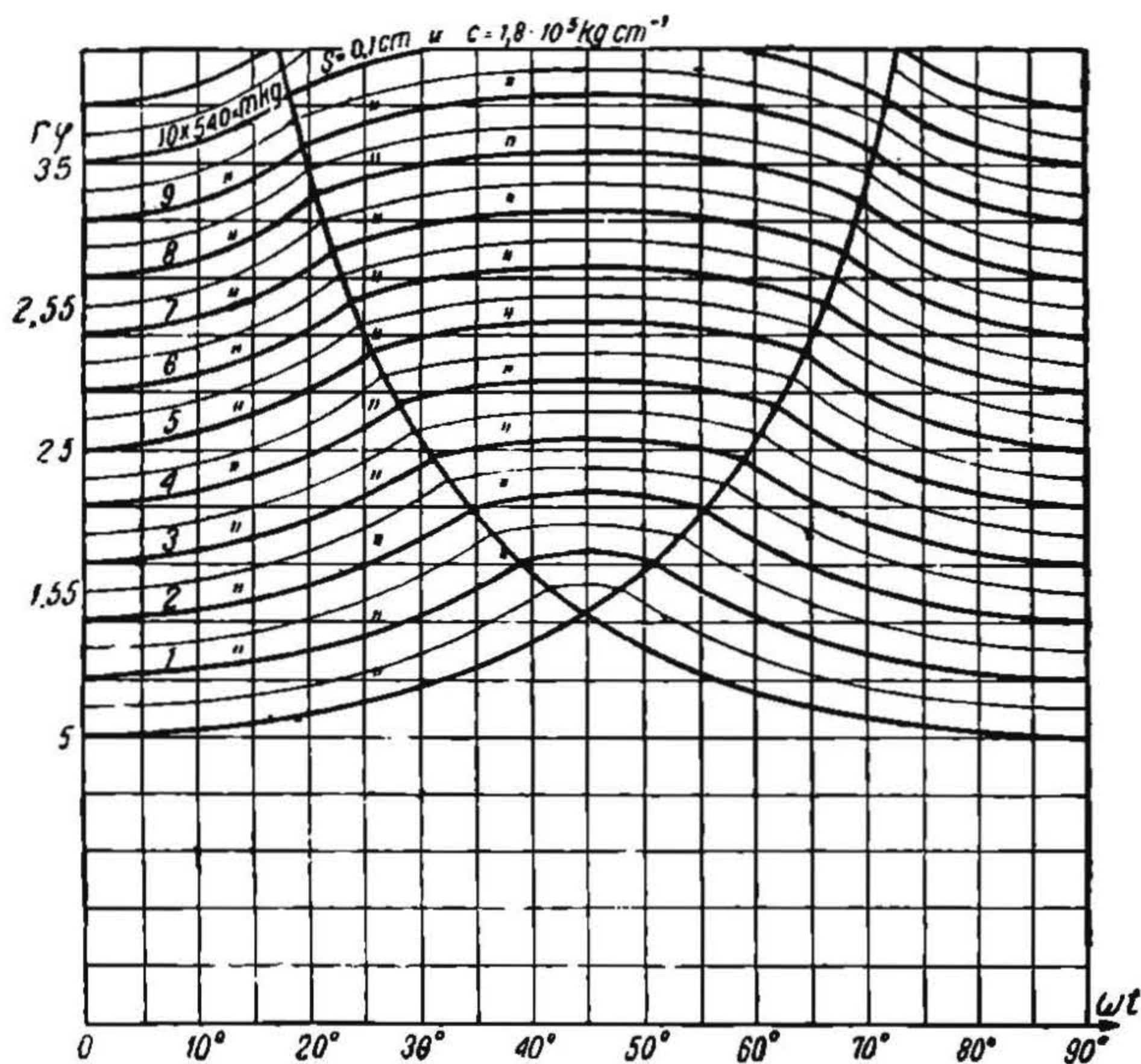
работают оба шатуна одновременно. Для первого случая имеет место уравнение (727a), для второго (727b) и для третьего (727c).

Полагая в последнем уравнении $s = 0$, получим уравнение для идеально собранного механизма (без зазоров):

$$M_d = cr^2 \varphi.$$

Для того чтобы лучше уяснить себе условия работы системы с упругими шатунами, воспользуемся приведенными формулами, приняв некоторые постоянные значения, например:

$$\begin{aligned} n &= 220 \text{ об/мин.}; \\ c &= 1,8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^{-1}; \\ r &= 250 \text{ мм}; \\ s &= 1 \text{ мм}. \end{aligned}$$



Фиг. 308.

Тангенциальная диаграмма распределения усилий между шатунами для различных вращающих моментов представится при этом диаграммой, показанной на фиг. 308. Из диаграммы следует, что с увеличением передаваемого вращающего момента увеличивается время одновременной работы обоих шатунов при принятом s .

Рассмотрим теперь случай упругих шатунов и упругих валов (моторных и отбойных валов или движущих осей).

Сохраняя прежние обозначения, примем:

d_{10} — упругость валов;

φ — угол опережения якоря;

φ_1 и φ_2 — углы опережения правого и левого пальцев отбойного вала или движущей оси.

Уравнения усилий и моментов, передаваемых шатунами, напишутся в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= c \sin \omega t \left(r\varphi_1 - \frac{s}{\sin \omega t_{abs}} \right); \\ P_2 &= c \cos \omega t \left(r\varphi_2 - \frac{s}{\cos \omega t_{abs}} \right); \\ M_1 &= cr (r\varphi_1 \sin^2 \omega t - s \sin \omega t_{abs}); \\ M_2 &= cr (r\varphi_2 \cos^2 \omega t - s \cos \omega t_{abs}). \end{aligned} \right\} \quad (728)$$

Далее мы можем написать:

$$\varphi - \varphi_1 = \frac{M_1}{d_w} \text{ и } \varphi - \varphi_2 = \frac{M_2}{d_w}.$$

Вводя эти обозначения в предыдущие уравнения, окончательно получим:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= cr \cdot \frac{r\varphi \sin^2 \omega t - s \sin \omega t_{abs}}{1 + \frac{c}{d_w} r^2 \cdot \sin^2 \omega t}; \\ M_2 &= cr \cdot \frac{r\varphi \cos^2 \omega t - s \cos \omega t_{abs}}{1 + \frac{c}{d_w} r^2 \cdot \cos^2 \omega t} \end{aligned} \right\} \quad (729)$$

и наконец:

$$\begin{aligned} M_d &= cr \frac{r\varphi \left(1 + 2 \frac{c}{d_w} r^2 \sin^2 \omega t \cdot \cos^2 \omega t \right)}{1 + \frac{c}{d_w} r^2 + \left(\frac{c}{d_w} r^2 \sin \omega t \cos \omega t \right)^2} - cr \cdot \frac{s \left[\frac{c}{d_w} r^2 (\cos^2 \omega t \cdot \sin \omega t_{abs} + \sin^2 \omega t \cdot \cos \omega t_{abs}) \right]}{1 + \frac{c}{d_w} r^2 + \left(\frac{c}{d_w} r^2 \sin \omega t \cos \omega t \right)^2} + \\ &+ \frac{\sin \omega t_{abs} + \cos \omega t_{abs}}{1 + \frac{c}{d_w} r^2 + \left(\frac{c}{d_w} r^2 \sin \omega t \cos \omega t \right)^2}. \end{aligned} \quad (730)$$

Отсюда легко определяем углы опережения:

$$(r\varphi)_1 = \frac{M_1}{cr} \left(\frac{1}{\sin^2 \omega t} + \frac{cr^2}{d_w} \right) + \frac{s}{\sin \omega t_{abs}}; \quad (731a)$$

$$(r\varphi)_2 = \frac{M_2}{cr} \left(\frac{1}{\cos^2 \omega t} + \frac{cr^2}{d_w} \right) + \frac{s}{\cos \omega t_{abs}}; \quad (731b)$$

$$\begin{aligned} (r\varphi)_{1,2} &= \frac{\frac{M_d}{cr} \left[1 + \frac{c}{d_w} r^2 + \left(\frac{c}{d_w} r^2 \sin \omega t \cos \omega t \right)^2 \right]}{1 + 2 \frac{c}{d_w} r^2 \sin^2 \omega t \cdot \cos^2 \omega t} + \\ &+ \frac{s \left[\frac{r^2 c}{d_w} (\cos^2 \omega t \cdot \sin \omega t_{abs} + \sin^2 \omega t \cdot \cos \omega t_{abs}) + \sin \omega t_{abs} + \cos \omega t_{abs} \right]}{1 + 2 \frac{c}{d_w} r^2 \sin^2 \omega t \cdot \cos^2 \omega t} \end{aligned} \quad (731c)$$

Первые два уравнения действительны для одностороннего зацепления и третье—для двухстороннего.

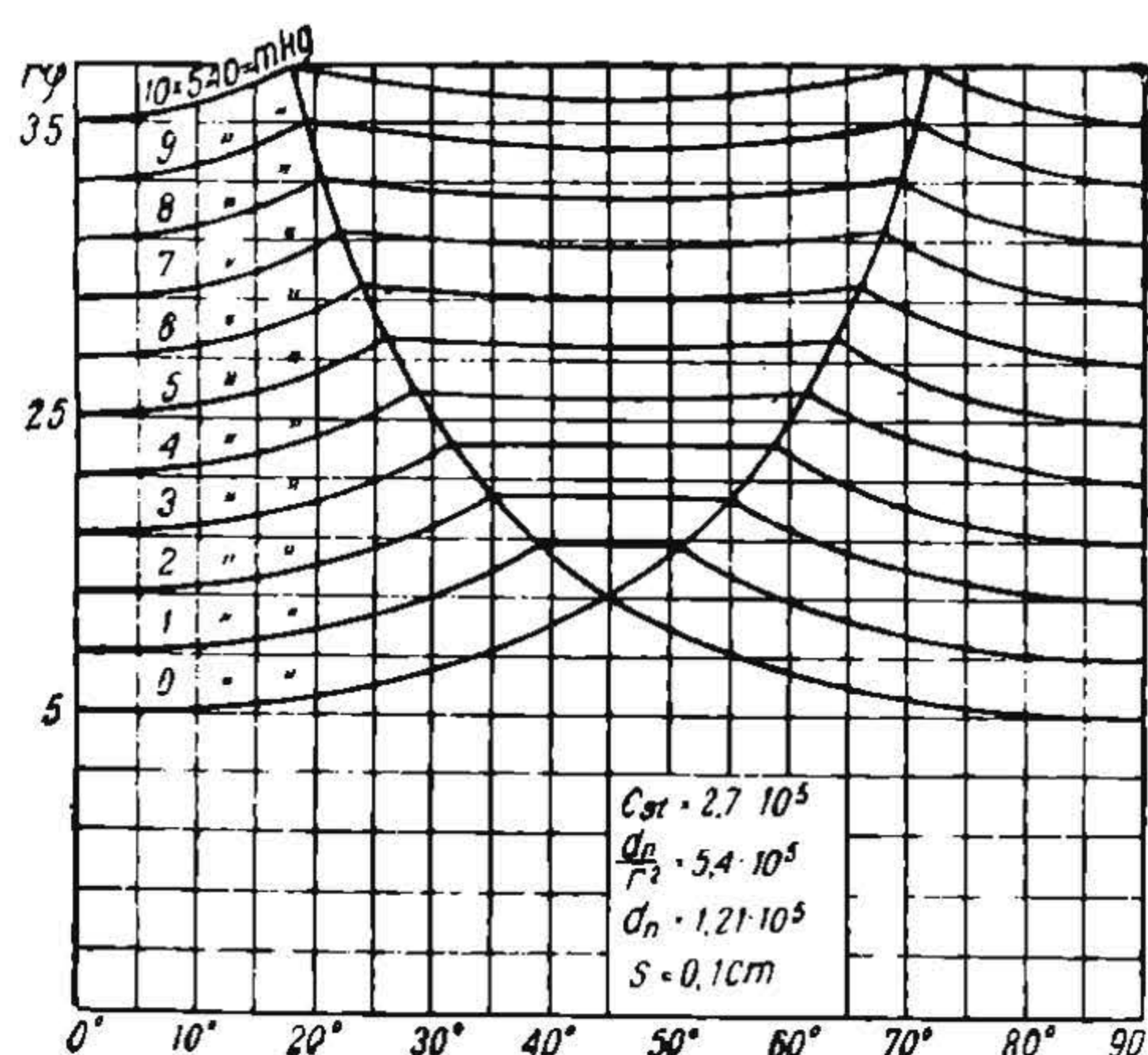
Примем упругость шатунов $c = 2,7 \cdot 10^5$, $d_w = 1,21 \cdot 10^5$, а величину

$$\frac{d_w}{r^2} = 5,4 \cdot 10^5 \text{ и } s = 1 \text{ мм.}$$

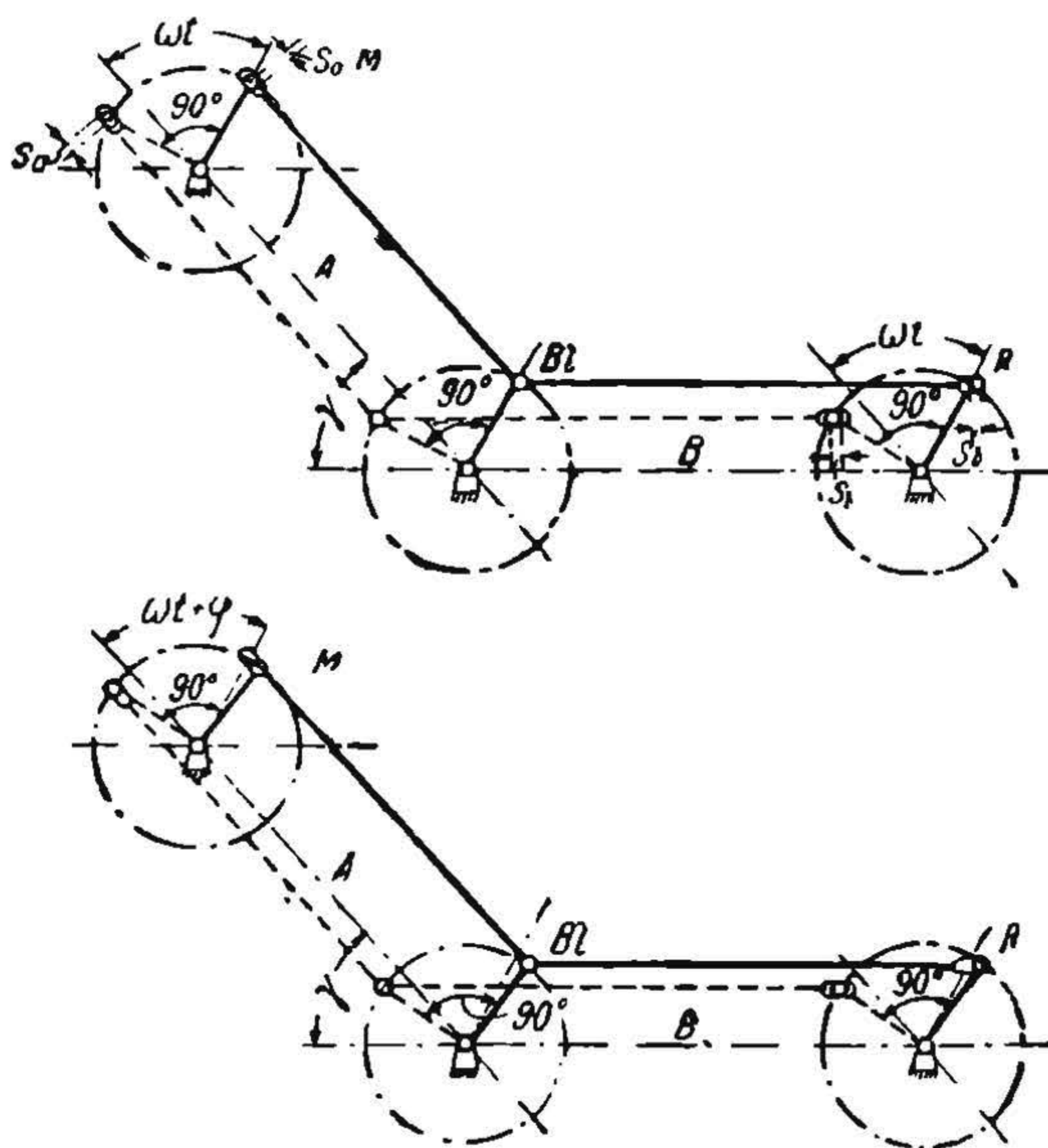
Мы сможем для этих условий определить величину $r\varphi$, пользуясь выше-приведенными уравнениями для различных вращающих моментов мотора. На фиг. 309 дана тангенциальная диаграмма распределения усилий между шатунами при принятой нами упругости их и рабочих валов. Сравнивая диаграмму фиг. 308 с диаграммой фиг. 309, не трудно видеть, что характер кривых $r\varphi$ отличается главным образом в зоне, где работают одновременно оба шатуна. В то время как выпуклость кривых в первом случае (жесткие валы) была направлена вверх, во втором случае (при упругих шатунах и валах) они при малых моментах горизонтальны и с увеличением моментов имеют прогиб вниз.

На электровозах движущий механизм состоит обычно из двух простых шатунных передач А и В (фиг. 310), имеющих свои зазоры, которые мы будем считать сосредоточенными у пальца моторного кривошипа и у пальца кривошипа движущей оси, как показано на фиг. 310. Распределение усилий между

шатунными зависит от угла наклона движущих шатунов со спарниками. Передача усилий через систему, обозначенную на фиг. 310 сплошными линиями, начнется только тогда, когда палец моторного кривошипа займет положение, при котором он, пройдя зазор, коснется рабочей части подшипника шатуна А и когда шатун В коснется пальца кривошипа движущей оси. Другими словами, распределение усилий между шатунами зависит одновременно от положения пальцев моторного кривошипа и кривошипа движущей оси. Исследование работы такой системы удобно производить поэтому, совмещая тангенциаль-



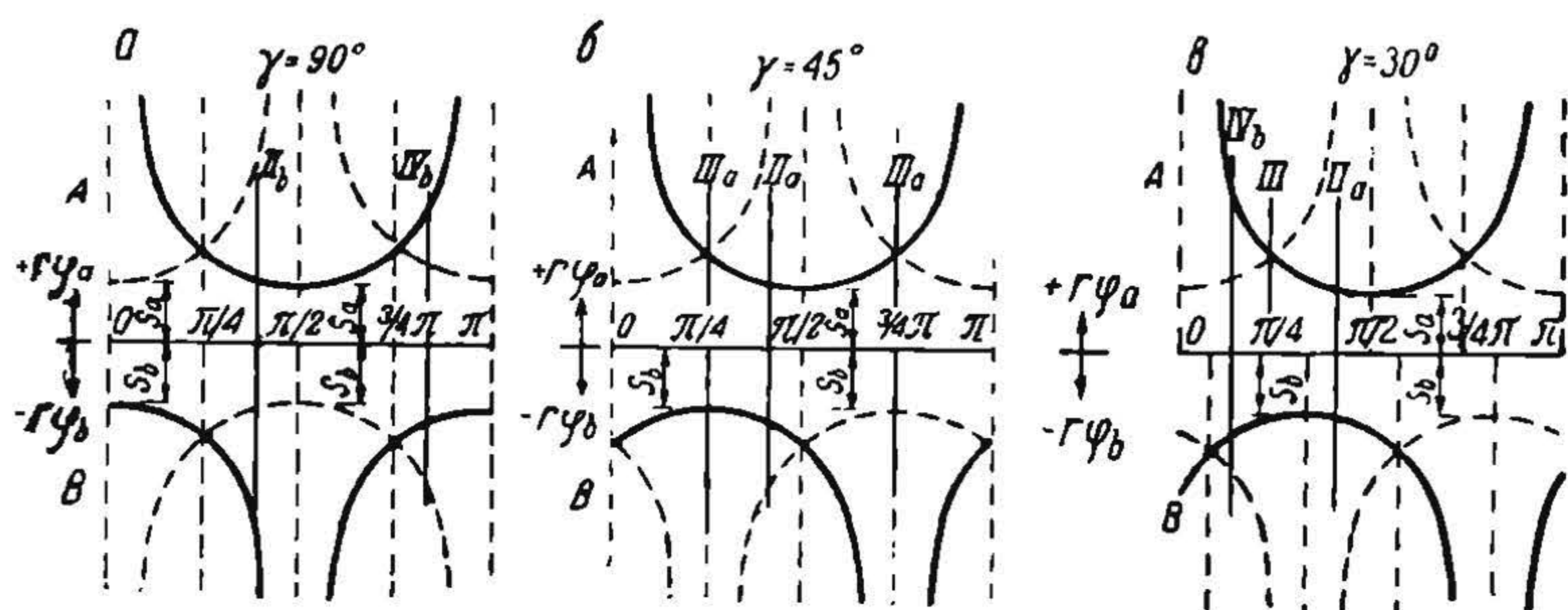
Фиг. 309.



Фиг. 310.

ные диаграммы обеих систем А и В, одна под другой. Это позволит легко ориентироваться, происходит ли передача усилий через правую или левую сторону или частично через ту или иную сторону и отбойный вал.

На фиг. 311, а, б, в показано такое совмещенное положение тангенциальных диаграмм для отдельных простых шатунных систем А и В, работающих под углом $\gamma = 90^\circ$, 45° и 30° друг к другу. Рассмотрим условия работы системы для всех трех случаев:



Фиг. 311.

а) *Случай при $\gamma = 90^\circ$.* Для этого случая положения с максимальными ординатами обеих систем совпадают. На фиг. 311, а линией II_b обозначено положение, при котором передача усилий происходит при помощи переднего шатуна через отбойный вал и задний спарник. С увеличением угла опережения моторного кривошипа и вследствие деформаций элементов шатунной передачи после некоторого промежутка времени за положением II_b начинают работать и другие шатуны и спарники. В таком случае уже лишь часть вращающего момента передается через отбойный вал с одной стороны электровоза на другую, а другая часть — непосредственно шатуном и спарником одной стороны.

При положении кривошипа под углом 45° и 135° , при одинаковой упругости механизма обеих сторон, каждая сторона передает усилие непосредственно и, таким образом, отбойный вал уже не работает на скручивание.

б) *Случай при $\gamma = 45^\circ$.* Положения максимальных ординат тангенциальных диаграмм обоих шатунных механизмов сдвинуты на 45° одна относительно другой (см. фиг. 311, б). В положении, помеченном II_a , одновременно работают передний шатун и передние спарники; впоследствии начинают работать либо сначала задний шатун, либо задние спарники, и, таким образом, отбойный вал начинает передавать усилие с одной стороны на другую только в некотором промежуточном положении после II_a .

в) *Случай при $\gamma = 30^\circ$.* В этом случае имеется сдвиг в 30° между максимальной ординатой тангенциальных диаграмм обеих систем (см. фиг. 311, в). При положении II_a одновременно работают передние шатун и спарники; при положении IV_b — задний шатун и передние спарники и, наконец, при положении III — одновременно оба шатуны и задние спарники.

Таким образом, в зависимости от угла γ и положения пальца кривошипа, работают либо шатун и спарники одной стороны, либо разных сторон, передавая усилия с одной стороны на другую через отбойный вал, либо обе стороны работают одновременно. Это вызывает известную периодичность работы как самих шатунов, так и спарников и отбойного вала.

Оставляя пока в стороне определение усилий в отдельных элементах движущего механизма для различных положений пальца кривошипа, отметим, что чем больше упругость отдельных элементов шатунной передачи, тем больше времени работают одновременно обе стороны и тем меньшие напряжения будут испытывать отдельные части механизма. Большое влияние здесь оказывает также величина угла γ между шатунами и спарниками.

Периодичность работы отдельных элементов шатунного механизма вызывает колебательные движения его. При этом, как показывают наблюдения над работой различных электровозов, эти колебания целиком соответствуют основной волне, обусловленной тангенциальной диаграммой, что объясняется тем, что в процессе колебаний большее влияние оказывает перераспределение усилий между отдельными элементами механизма, чем его собственные колебания.

§ 44. Влияние неправильной сборки движущего механизма на распределение усилий в шатунной передаче

Мы рассмотрим три рода неправильностей в сборке движущего механизма:

1) Отклонение от теоретической длины шатунов, когда длина шатунов или спарников не соответствует расстоянию между связываемыми ими пальцами кривошипов. Это может быть вызвано или неправильной обработкой самих шатунов и рам, или неправильной установкой подшипников. Последнее встречается на практике значительно чаще.

2) Отклонение угла запрессовки кривошипов от теоретического (т. е. 90°), что является последствием неправильной обработки.

3) Отклонение в длине радиуса кривошипа от теоретического вследствие неправильной запрессовки.

Указанные неправильности в движущем механизме вызывают в распределении усилий между шатунами отклонения от теоретического и вместе с тем вызывают дополнительные напряжения, зависящие всецело от упругости отдельных частей, так как неправильные размеры их должны компенсироваться соответствующими их деформациями. Пусть например длина шатунов превышает теоретическую (фиг. 312). В этом случае дополнительные напряжения будут постоянны, независимо от положения кривошипов, и равны $c \cdot f_1$, т. е. произведению упругости шатуна на деформацию его. Деформация шатуна составляет лишь некоторую долю превышения длины шатуна против теоретической, так как другая часть этого превышения компенсируется деформациями других элементов шатунной передачи.

Из фиг. 313 видно, что ошибка в угле между пальцами кривошипов f_b вызывает периодичное изменение в длине шатуна, равное:

$$f_1 = \pm \frac{f_b \cdot \sin \omega t}{2}$$

$$f_2 = \mp \frac{f_b \cdot \cos \omega t}{2}.$$

Отступление от теоретической длины радиуса кривошипа (фиг. 314) вызывает также периодические деформации в шатунах, равные

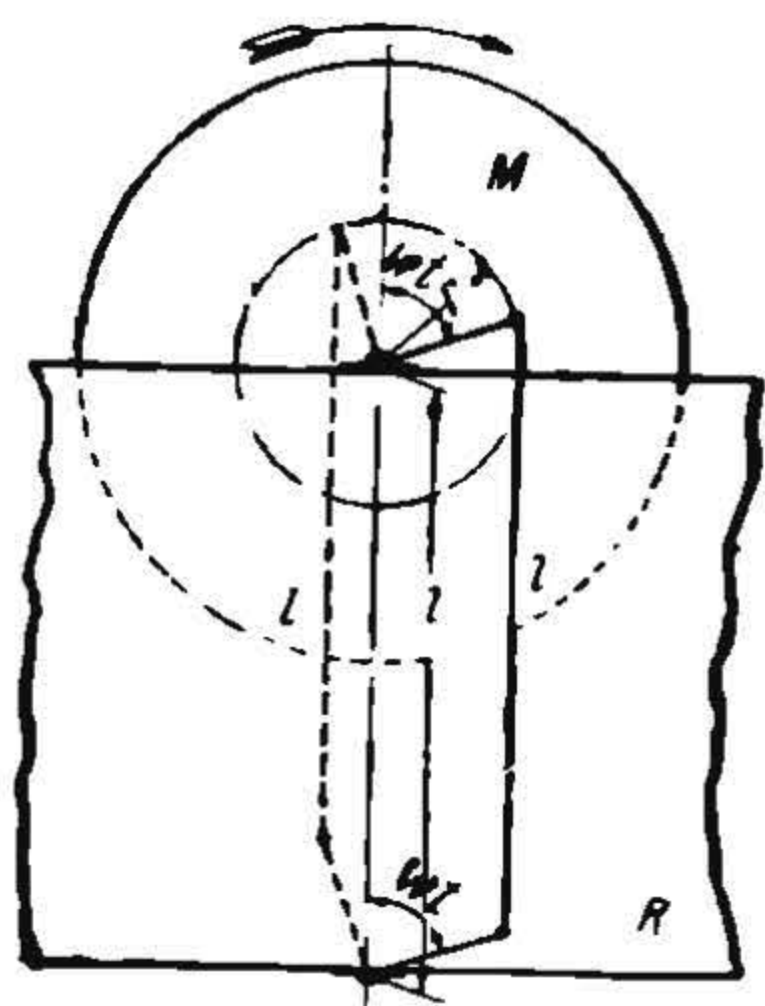
$$f_1 = \pm f_{h1} \cdot \cos \omega t \text{ и } f_2 = \mp f_{h2} \cdot \sin \omega t.$$

Определим теперь усилия в шатунах при описанных дефектах в монтаже шатунного механизма.

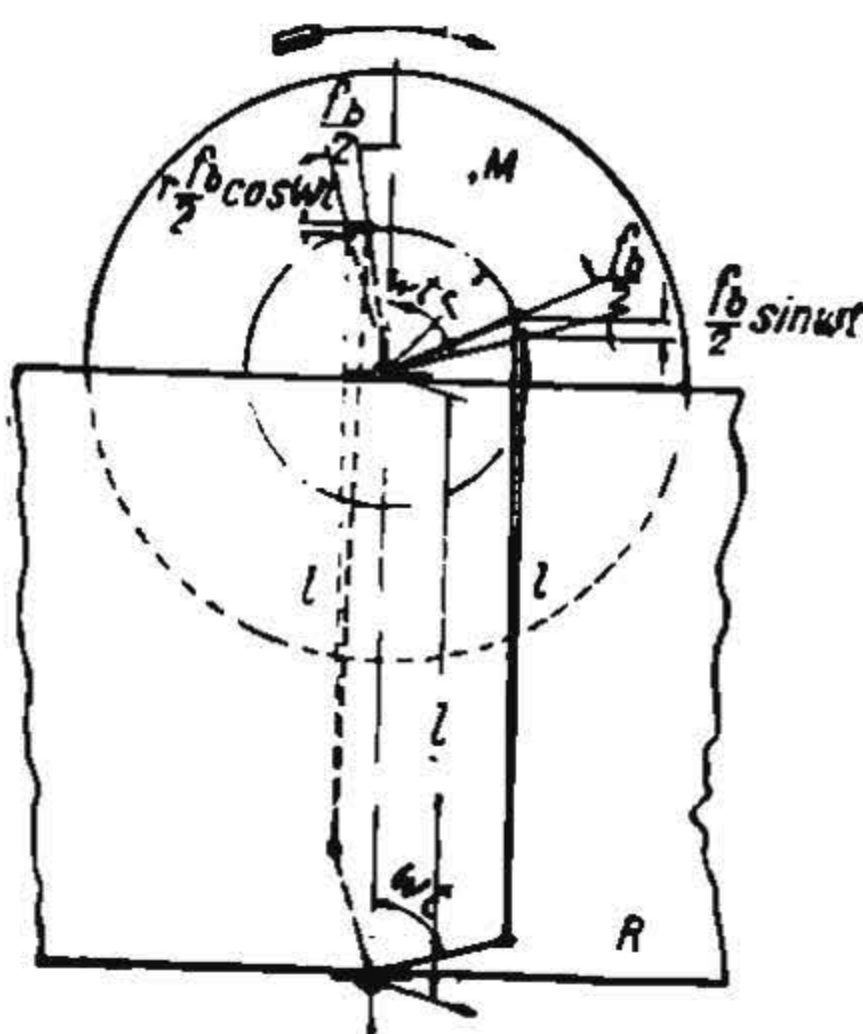
Как и ранее, будем рассматривать случай, когда кривошипы располагаются под углом 90° и следовательно вращающий момент, передаваемый валом двигателя, равен:

$$M_d = M_1 + M_2 = P_1 \cdot r \sin \omega t + P_2 \cdot r \cos \omega t, \quad (732)$$

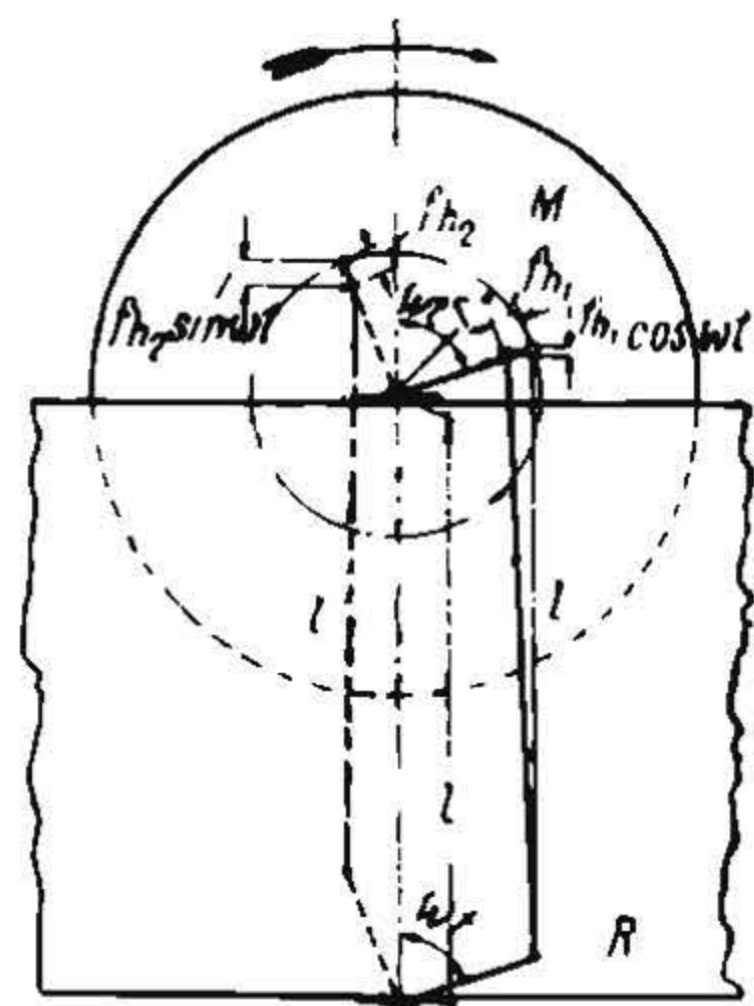
где P_1 и P_2 — усилия, направленные по шатунам и определяемые по деформациям их.



Фиг. 312.



Фиг. 313.



Фиг. 314.

Пусть φ — угол опережения и отставания кривошипа и f_1 и f_2 — отступления от теоретической длины шатунов; тогда, обозначая постоянную упругость спарников через c , получим:

$$P_1 = c(r\varphi \sin \omega t + f_1) \quad (733)$$

и

$$P_2 = c(r\varphi \cos \omega t + f_2), \quad (733')$$

и уравнение (732) примет вид:

$$M_d = cr(r\varphi \pm f_1 \sin \omega t \mp f_2 \cdot \cos \omega t). \quad (734)$$

При правильной длине спарников, т. е. при $f_1 = f_2 = 0$, имеем:

$$M_d = cr^2\varphi. \quad (734')$$

Следовательно отклонения от теоретической длины спарников вызывают, независимо от угла опережения φ , дополнительный момент, пропорциональный синусу угла, составленного кривошипом с линией центров.

Точно так же в случае неправильной запрессовки пальцев (ошибка в угле кривошипов f_b или в радиусе кривошипа f_h) получим аналогичные уравнения:

а) для случая неправильного угла кривошипа

$$M_b = c \left[r^2\varphi \pm rf_b \frac{\cos 2\omega t}{2} \right]; \quad (735)$$

б) для случая неправильного радиуса кривошипа

$$M_h = c \left[r^2\varphi + \frac{r}{2} \sin 2\omega t (\mp f_{h1} \pm f_{h2}) \right] \quad (736)$$

Из последних двух уравнений следует, что неправильности в насадке пальцев кривошипов вызывают дополнительные напряжения независимо от угла φ . Дополнительный момент, вызываемый отступлением от теоретического угла между пальцами кривошипа, пропорционален $\cos 2\omega t$, а при неправильной длине радиуса кривошипа пропорционален $\sin 2\omega t$.

Рассмотрим теперь работу шатунной передачи в том случае, когда имеются и ошибки в самом механизме и одновременно игра в подшипниках s_1 и s_2 .

Обозначим попрежнему:

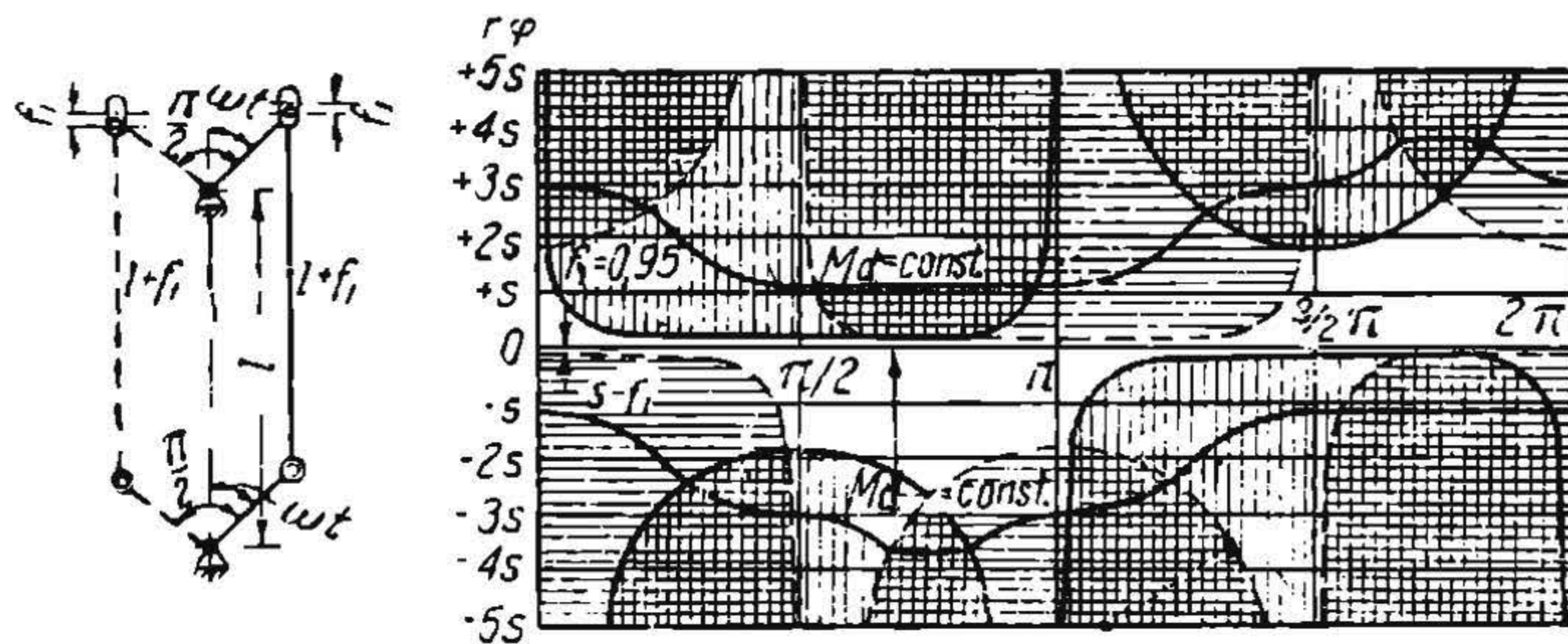
f_1 и f_2 — ошибки в длине шатунов;
 f_{b_1} и f_{b_2} — ошибки в угле кривошипов;
 f_{h_1} и f_{h_2} — ошибки в радиусе кривошипов.

Усилия в шатунах в первом случае будут равны:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= c \sin \omega t \cdot \left(r\varphi - \frac{s_1}{\sin \omega t_{abs}} \pm \frac{f_1}{\sin \omega t} \right); \\ P_2 &= c \cos \omega t \cdot \left(r\varphi - \frac{s_2}{\cos \omega t_{abs}} \mp \frac{f_2}{\cos \omega t} \right) \end{aligned} \right\} \quad (737)$$

и соответствующий вращающий момент двигателя при ошибке в длине шатунов:

$$M_d = M_{l_1} + M_{l_2} = cr \{ [r\varphi \sin^2 \omega t - s_1 \cdot \sin \omega t_{abs} \pm f_1 \sin \omega t] + [r\varphi \cos^2 \omega t - s_2 \cos \omega t_{abs} \pm f_2 \cos \omega t] \}. \quad (738a)$$



Фиг. 315.

Для случая неправильного угла между кривошипами:

$$M_b = M_{b_1} + M_{b_2} = cr \{ [(r\varphi \pm f_{b_1}) \sin^2 \omega t - s_1 \cdot \sin \omega t_{abs}] + [(r\varphi \mp f_{b_2}) \cos^2 \omega t - s_2 \cos \omega t_{abs}] \} \quad (738b)$$

Для случая неправильной длины радиусов кривошипов будем иметь:

$$M_h = M_{h_1} + M_{h_2} = cr \left\{ \left[r\omega \sin^2 \omega t - s_1 \cdot \sin \omega t_{abs} \mp f_{h_1} \frac{\sin 2\omega t}{2} \right] + \left[r\varphi \cos^2 \omega t - s_2 \cos \omega t_{abs} \pm f_{h_2} \frac{\sin 2\omega t}{2} \right] \right\}. \quad (738c)$$

Окончательно для *первого* случая (неправильная длина шатунов) будем иметь:

$$r\varphi = \frac{M_d}{cr \sin^2 \omega t} + \frac{s}{\sin \omega t_{abs}} - \frac{f_l}{\sin \omega t} \text{ (работает передняя сторона);}$$

$$r\varphi = \frac{M_d}{cr \cos^2 \omega t} + \frac{s}{\cos \omega t_{abs}} + \frac{f_l}{\cos \omega t} \text{ (работает задняя сторона);}$$

$$r\varphi = \frac{M}{cr} + s(\sin \omega t_{abs} + \cos \omega t_{abs}) - f \sqrt{2} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right) \text{ (в случае, если работают обе стороны).}$$

Тангенциальная диаграмма для этого случая дана на фиг. 315.

Для *второго* случая (неправильного угла между кривошипами) имеем:

$$r\varphi = \frac{M_s}{cr \sin^2 \omega t} + \frac{s}{\sin \omega t_{abs}} - \frac{f_b}{2} \text{ (для работы передней стороны);}$$

$$r\varphi = \frac{M_s}{cr \cos^2 \omega t} + \frac{s}{\cos \omega t_{abs}} + \frac{f_b}{2} \text{ (для работы задней стороны);}$$

$$r\varphi = \frac{M}{cr} + \frac{f_b}{2} \cos 2\omega t + s(\sin \omega t_{abs} + \cos \omega t_{abs}) \text{ (при одновременной работе обеих сторон).}$$

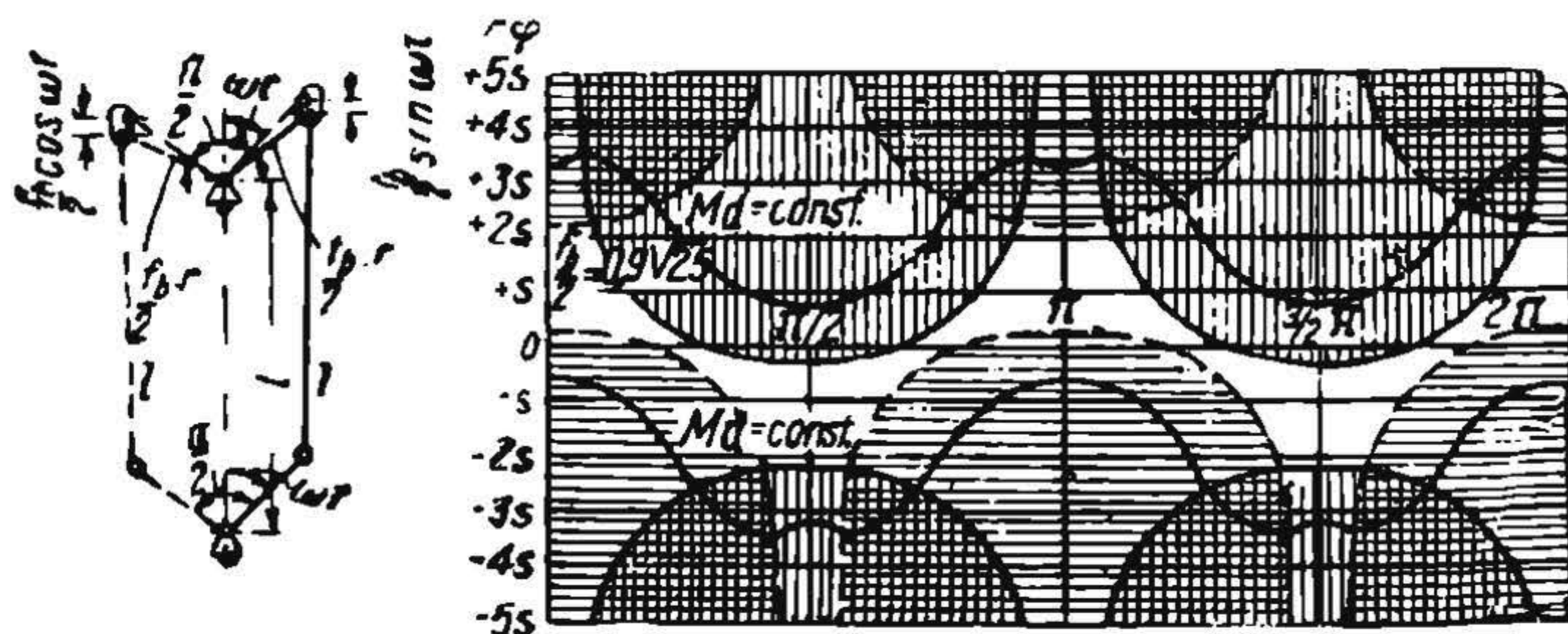
Тангенциальная диаграмма дана на фиг. 316.

И для *третьего случая* (неправильной длины радиуса кривошипа) получим:

$$r\varphi = \frac{1}{\sin^2 \omega t} \left[\frac{M_d}{cr} + s \cdot \sin \omega t_{abs} + \frac{f_h}{2} \sin 2\omega t \right] \text{ (для работы передней стороны);}$$

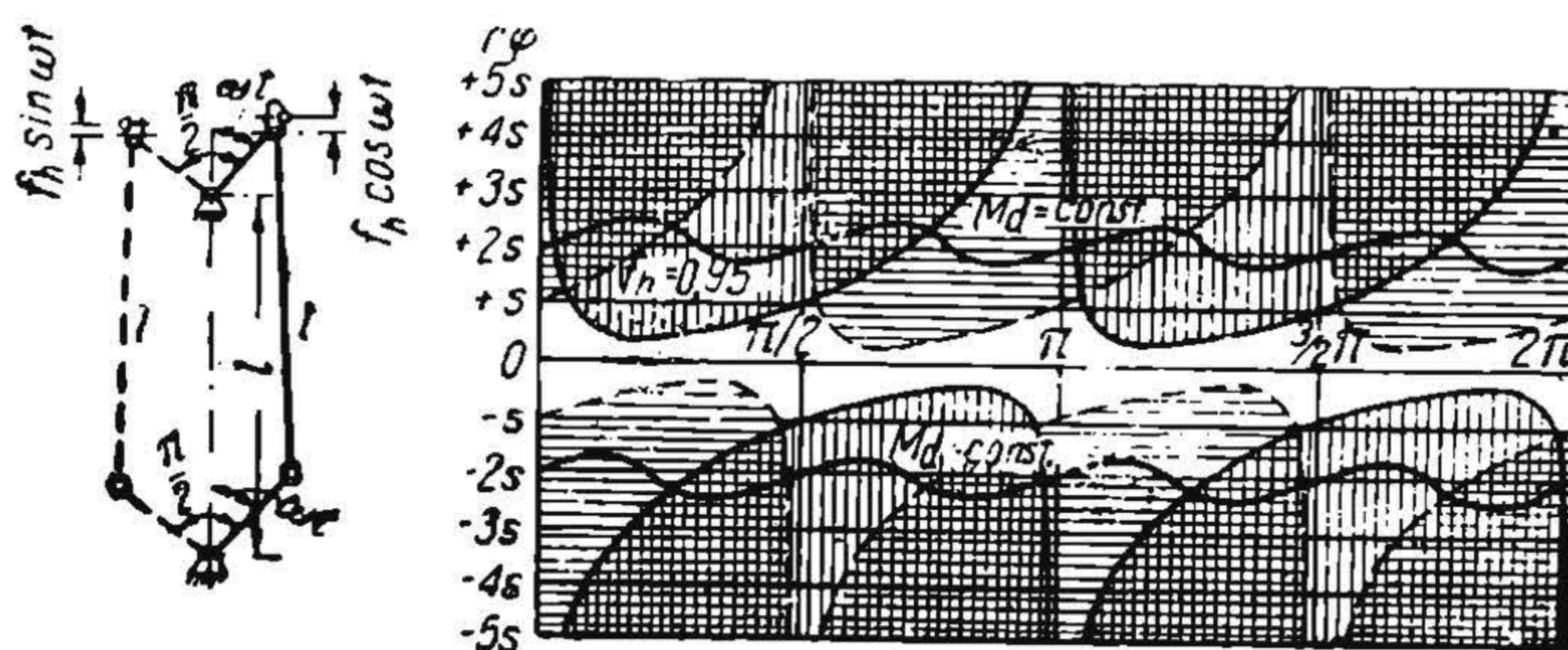
$$r\varphi = \frac{1}{\cos^2 \omega t} \left[\frac{M_d}{cr} + s \cdot \cos \omega t_{abs} \mp \frac{f_h}{2} \sin 2\omega t \right] \text{ (для работы задней стороны);}$$

$$r\varphi = \frac{M_d}{cr} + s [\sin \omega t_{abs} + \cos \omega t_{abs}] \text{ (для одновременной работы обеих сторон).}$$



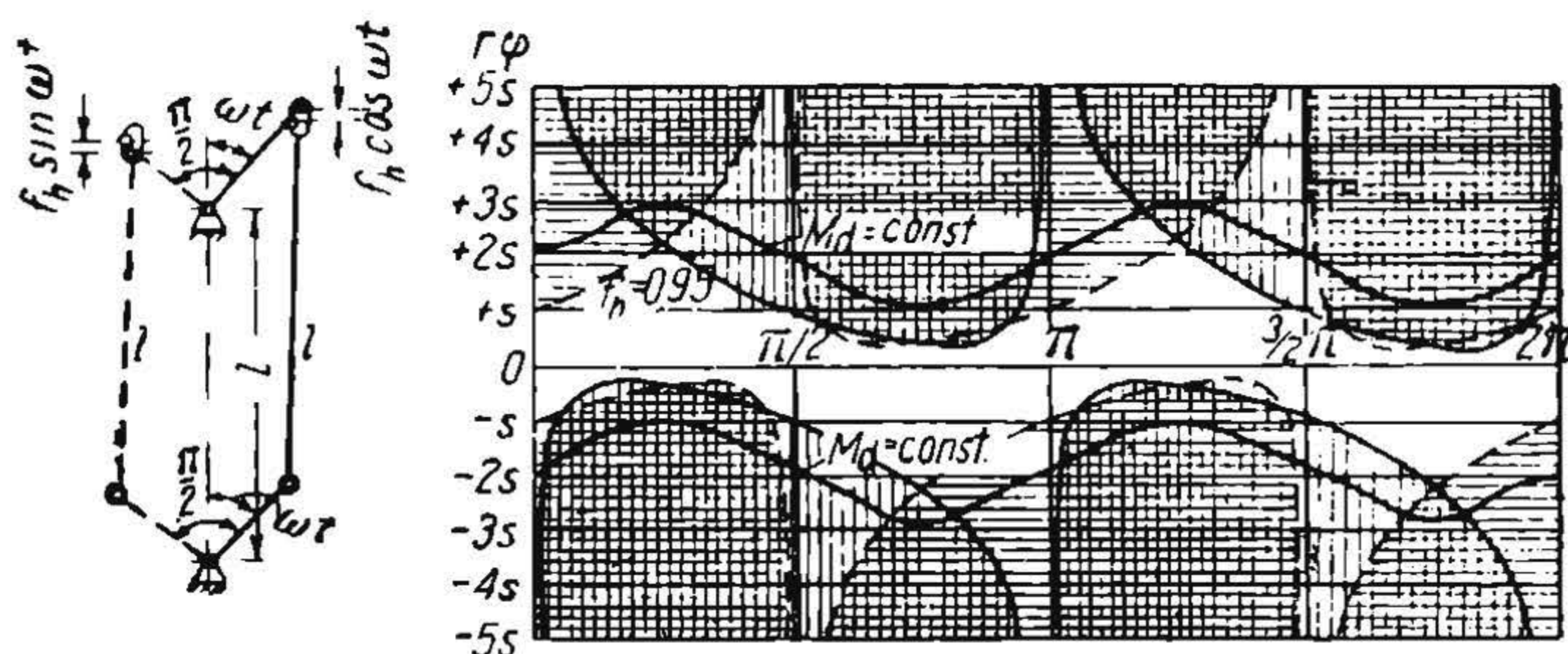
Фиг. 316.

Тангенциальные диаграммы для этого случая даны отдельно: фиг. 317—при ошибке в длине радиусов кривошипа одного знака и фиг. 318—разного знака.



Фиг. 317.

Рассматривая приведенные диаграммы, мы должны отметить, что ошибки в шатунном механизме очень сильно сказываются на распределении тангенциальных усилий. Точка, соответствующая переходу усилий с одного шатуна



Фиг. 318.

на другой, перемещается вперед или назад в зависимости от знака ошибки и соотношения величины ошибки к зазорам в подшипниках. Кроме того характер ошибок в сборке шатунного механизма определяет периодичность нерав-

номерности передачи усилий; так например ошибки в угле кривошипов вызывают двукратную периодичность по отношению к колебаниям усилий, вызванным неправильной длиной шатунов. При неправильной длине радиуса кривошипов имеем двукратную и четырехкратную периодичность в зависимости от того, имеется ли ошибка в обоих радиусах кривошипа различного или одного знака.

§ 45. Длительность колебания при шатунном механизме

Пусть в подшипниках шатунов имеется зазор s как спереди, так и сзади пальца кривошипа в тот момент, когда он находится в среднем положении, как изображено на фиг. 319. После того как палец пройдет расстояние s , он начнет воздействовать на шатун, вызывая в нем упругие деформации. Предположим, что упругие силы шатуна при изменении длины его на 1 мм равны c (жесткость шатуна) и что сила тяги равна нулю; тогда время пробегания пальцем зазора s будет равно:

$$t' = \frac{s}{v_0},$$

где v_0 — скорость перемещения пальца в головке шатуна.

Влияние инерции якоря и связанных с ним частей мы можем заменить влиянием эквивалентной массы m . Время, в течение которого эта масса, коснувшись пальцем кривошипа головки шатуна, благодаря своей живой силе перемещается на величину x за счет деформации шатуна, пока ее живая сила не будет поглощена работой упругих сил шатуна и под влиянием последних снова вернется в исходное положение, найдется, как полупериод колебания массы m , равный

$$t'' = \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{c}}$$

Время, в течение которого палец пройдет путь s , заняв снова среднее положение по отношению к зазору в головке шатуна, найдется равным:

$$t''' = t' = \frac{s}{v_0}$$

Кроме того между амплитудой x , соответствующей перемещению пальца под влиянием упругих сил шатуна вследствие своей живой силы $\frac{mv_0^2}{2}$, и жесткостью шатуна c имеем следующее соотношение:

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} cx^2,$$

откуда найдем:

$$t' = t''' = \frac{s}{v_0} = \frac{s}{x} \sqrt{\frac{m}{c}}.$$

Время полного колебания найдется равным:

$$T = 2(t' + t'' + t''') = 2 \sqrt{\frac{m}{c}} \left[\pi + \frac{2s}{x} \right]. \quad (739)$$

Не трудно видеть, что время t'' , соответствующее гармоническому колебанию системы, не зависит от амплитуды x , почему кривые колебания при различных амплитудах колебаний и при постоянной величине зазора s будут иметь вид, показанный на фиг. 320.

Подсчеты показывают, что при отсутствии вращающего момента рассматриваемая система может иметь колебания различной частоты в зависимости

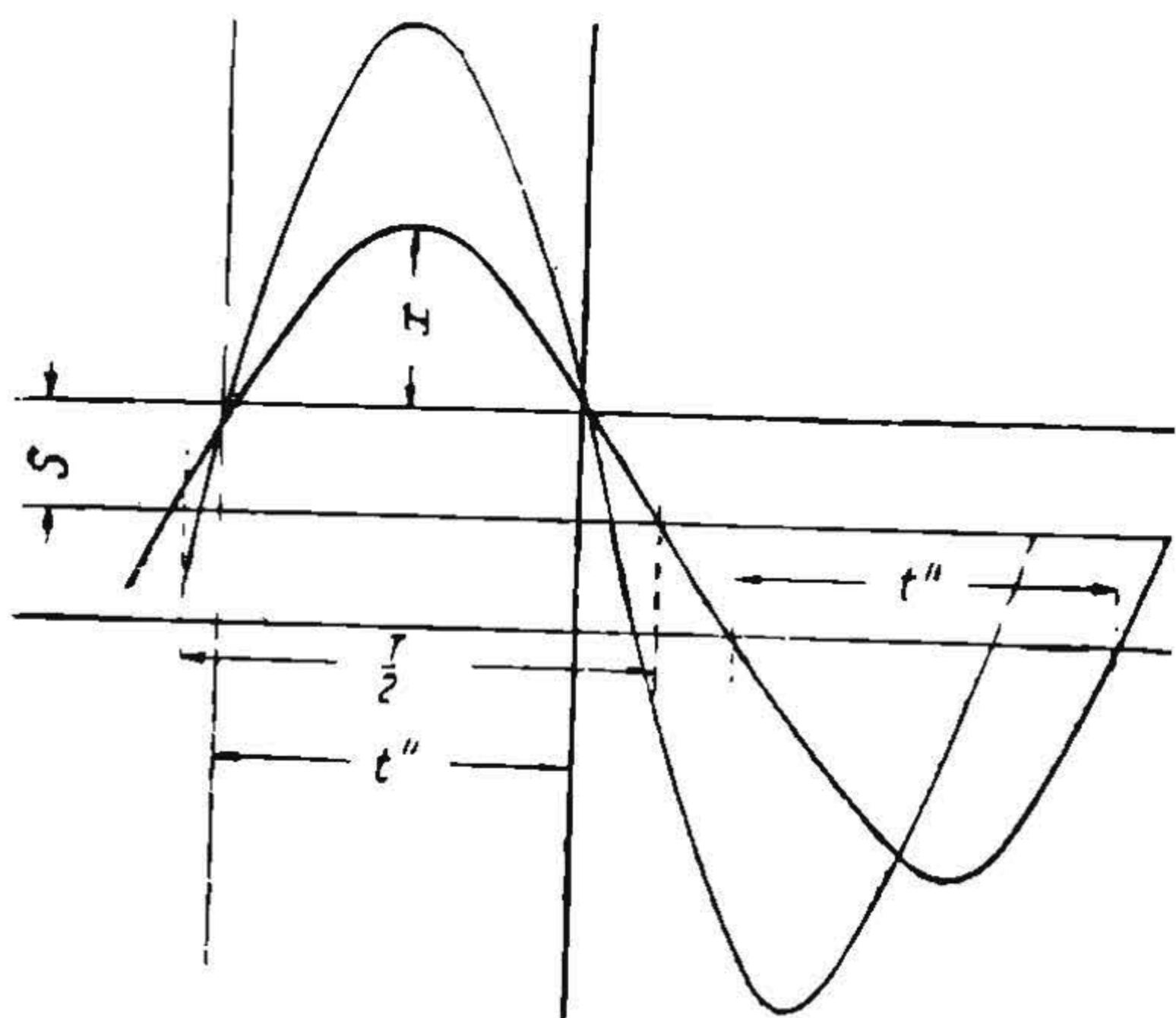
от величины s и x , а именно: от частоты, соответствующей времени t'' — гармонического колебания при $s=0$ до частоты, соответствующей $t=\infty$ при $x=0$.

Рассмотрим теперь случай, когда через шатуны передается сила тяги, при чем сначала предположим, что величина P_0 — усилия, действующего на шатун, не меняется.

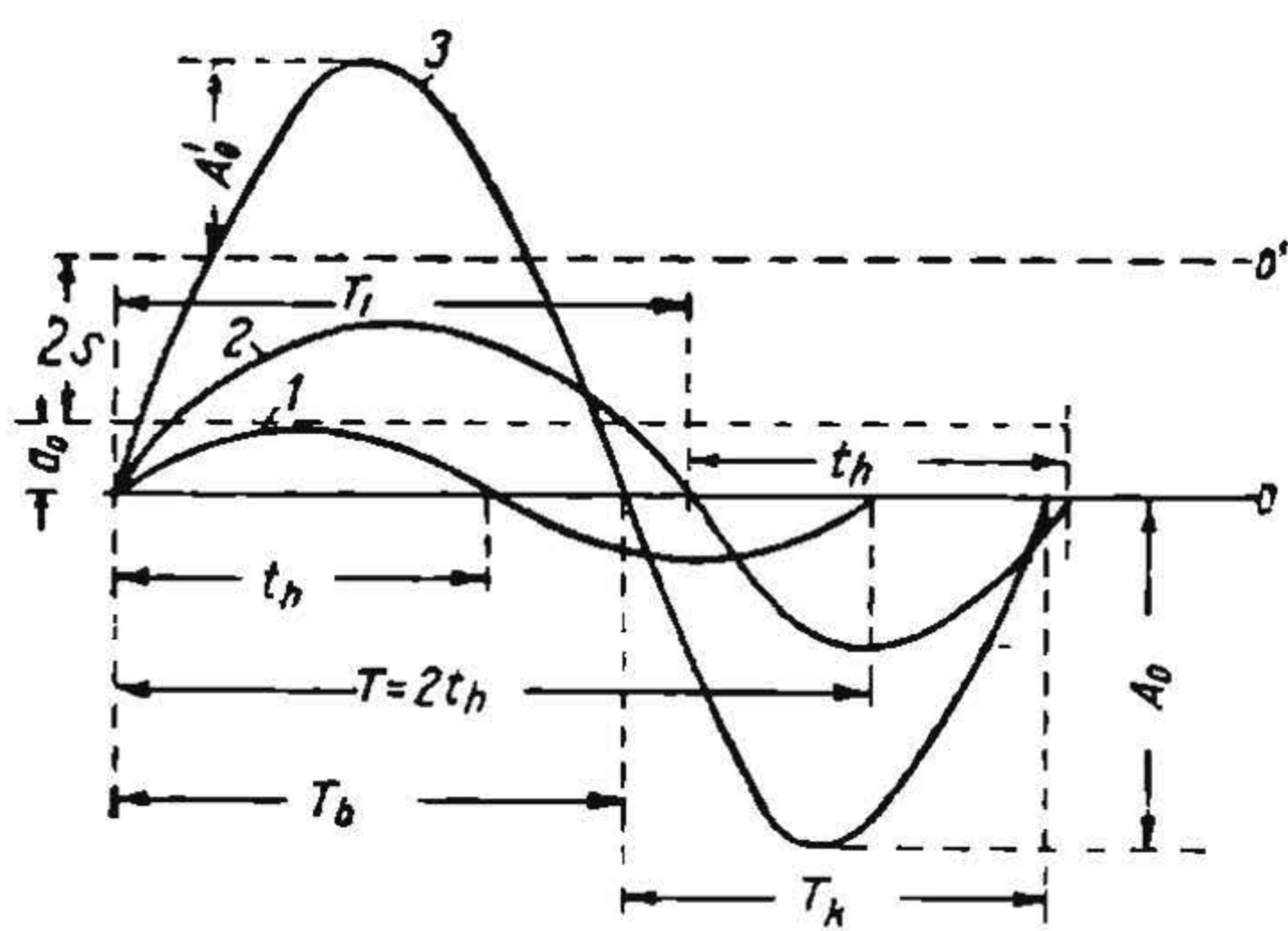
Если жесткость шатуна c , то деформация, испытываемая шатуном от силы P_0 , будет равна

$$a_0 = \frac{P_0}{c}.$$

Таким образом, по сравнению с предыдущим случаем, нулевая точка сдвигается на $s + a_0$. При колебаниях системы будет иметь место дополнительная деформация шатуна, допустим, в направлении усилия, действующего на шатун. В тот момент, когда энергия колеблющейся системы будет поглощена работой упругих сил шатуна, начнется колебание в обратную сторону, накладывающееся на движение системы, совершающееся под усилием момента, передаю-



Фиг. 320.



Фиг. 321.

щегося от мотора. При этом может оказаться, что колебания настолько малы, что не выходят из пределов деформации шатуна, вызванной силой P_0 , т. е. амплитуда x менее $a_0 = \frac{P_0}{c}$. Это случай чистого гармонического колебания по синусоиде 1 (фиг. 321).

Период колебания

$$T = 2t_h = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}. \quad (739a)$$

При большей амплитуде колебания, совершающегося в пределах $2s + a_0$, т. е. не выходящих из зазора в подшипниках пальца кривошипа, будем иметь колебание, совершающееся вначале по синусоиде — в пределах деформации шатуна a_0 , а затем уже в пределах свободной игры $2s$ в подшипниках.

При обратном своем движении палец сначала проходит свободный зазор, а затем расстояние a_0 за счет деформации шатуна. Верхняя и нижняя полу-волны колебаний не симметричны. Обозначим период первой верхней полу-волны через T_1 , скорость пальца при прохождении нулевого положения через v_0 , а после прохождения участка a_0 , т. е. в момент отрыва от шатуна, через v_1 .

При движении в пределах зазора ускорение от действия силы P_0 выражается формулой:

$$g_0 = \frac{P_0}{m}$$

или, заменяя $P_0 = ca_0$, получим:

$$g_0 = \frac{ca_0}{m}.$$

Время прохождения пальцем кривошипа зазора (полностью или частично — в зависимости от скорости v_1 при начале движения в пределах свободного зазора) определится равным:

$$t_s = \frac{2v_1}{g_0}. \quad (740)$$

Если динамическую деформацию шатуна, т. е. деформацию, вызванную колебанием в направлении действия силы P_0 , обозначим через A_0 , то скорость v_1 мы можем определить из формулы:

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} c a_0^2 = \frac{1}{2} c A_0^2. \quad (741)$$

Определив из уравнения (741) скорость v_1 и подставив ее значение в уравнение (740), получим:

$$t_s = 2 \sqrt{\frac{m}{c}} \sqrt{\left(\frac{A_0}{a_0}\right)^2 - 1}.$$

Период колебания для верхней полуволны T_1 можем определить как время t_h , соответствующее гармоническому колебанию, в предположении, что вся амплитуда не выходит из предела a_0 упругой деформации шатуна, т. е. совершается по закону гармонического колебания, для которого $t_h = \pi \sqrt{\frac{m}{c}}$; прибавляем к этому времени разность между временем t_s движения пальца в пределах зазора, т. е. под влиянием постоянной силы P_0 , и временем t_h' гармонического колебания для той же самой амплитуды; т. е.: $T_1 = t_h + t_s + t_h'$. Этот последний промежуток времени t_h' найдем из уравнения для синусоиды:

$$\sin \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{t_h'}{t_h}\right) = \frac{a_0}{A_0},$$

откуда

$$t_h' = \sqrt{\frac{m}{c}} \left(\pi - 2 \arcsin \frac{a_0}{A_0}\right).$$

Таким образом, полупериод верхней полуволны найдем равным:

$$\begin{aligned} T_1 = t_h + t_s - t_h' &= \pi \sqrt{\frac{m}{c}} + 2 \sqrt{\frac{m}{c}} \sqrt{\frac{A_0}{a_0} - 1} - \sqrt{\frac{m}{c}} \left(\pi - 2 \arcsin \frac{a_0}{A_0}\right) = \\ &= \sqrt{\frac{m}{c}} \left[\pi + 2 \sqrt{\frac{A_0}{a_0} - 1} - \left(\pi - 2 \arcsin \frac{a_0}{A_0}\right) \right]. \end{aligned} \quad (742)$$

Амплитуда верхней полуволны A_1 найдем из уравнения:

$$\frac{1}{2} c A_0^2 - \frac{1}{2} c a_0^2 = c a_0 (A_1 - a_0)$$

или

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_0^2 + a_0^2}{a_0}. \quad (743)$$

Подставляя в уравнение (742) значение A_0 , получим:

$$T_1 = \sqrt{\frac{m}{c}} \left\{ \pi + 2 \sqrt{\frac{2A_1 - a_0}{a_0}} \left(\pi - 2 \arcsin \sqrt{\frac{a_0}{2A_1 - a_0}} \right) \right\} \quad (744)$$

Нижняя полуволна представляет собою гармоническое колебание с полупериодом t_h и амплитудой A_0 . Таким образом, полный период колебания будет

$$T = T_1 + t_h.$$

При очень больших амплитудах колебания палец кривошипа под влиянием колебания всей связанной с ним массы совершает движение не только в пределах $a_0 + 2s$, но под влиянием оставшейся еще энергии вызывает деформацию шатуна, направленную в противоположную сторону деформации от тягового усилия, передающегося через шатун. Эта последняя часть колебания является

гармонической; таким образом, период полуволны колебания содержит сначала время гармонического колебания в пределах a_0 , равное t_h , затем время прохождения свободного зазора $2s$, т. е. t_s , и наконец снова время гармонического колебания t_h' в пределах упругой деформации шатуна противоположного первому колебанию знака. Следовательно $T_1 = t_h + t_s + t_h'$

Обозначим попрежнему скорость в момент прохождения пальцем нулевого положения через v_0 , при вступлении в зазор, т. е. после прохождения участка a_0 , — через v_1 и наконец в тот момент, когда палец достигнет конца зазора и начнет вызывать деформацию шатуна в противоположном действию силы тяги направлении, через v_2 .

Период верхней полуволны найдем равным периоду для предыдущего случая, уменьшенному на разность времени t_s' , соответствующего прохождению пальцем в направлении, противоположном силе тяги, пути A_0' в пределах деформации шатуна и времени t_h'' , соответствующего гармоническому колебанию при той же амплитуде A_0' .

Время t_s' найдется из уравнений:

$$t_s' = \frac{2v_2}{g}$$

и

$$\frac{1}{2} M (v_1^2 - v_2^2) = P_0 2s = 2a_0 c s,$$

откуда находим:

$$t_s' = 2 \sqrt{\frac{m}{c}} \sqrt{\frac{A_0}{a_0} - \frac{4s}{a_0} - 1}.$$

Для t_h'' имеем:

$$t_h'' = \sqrt{\frac{m}{c}} \left(\pi - 2 \arcsin \frac{a_0}{A_0'} \right).$$

Величину A_0' упругой деформации шатуна (фиг. 321) при гармоническом колебании по отношению к оси $O'O'$ найдем из уравнения:

$$\frac{1}{2} c A_0'^2 = \frac{1}{2} c A_0^2 - 2s c a_0,$$

откуда

$$A_0' = \sqrt{A_0^2 - 4a_0 s},$$

и время

$$t_h'' = \sqrt{\frac{m}{c}} \left(\pi - 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{A_0}{a_0}\right)^2 - 4 \frac{s}{a_0}}} \right).$$

Период верхней полуволны найдем равным:

$$T_b = T_1 - t_s' + t_h'' = \sqrt{\frac{m}{c}} \left\{ \pi + \left[2 \sqrt{\left(\frac{A_0}{a_0}\right)^2 - 1} - \left(\pi - 2 \arcsin \frac{a_0}{A_0} \right) \right] - \left[2 \sqrt{\left(\frac{A_0}{a_0}\right)^2 - 4 \frac{s}{a_0} - 1} - \left(\pi - 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{A_0}{a_0}\right)^2 - 4 \frac{s}{a_0}}} \right) \right] \right\} \quad (745)$$

Амплитуда верхней полуволны A_1 найдется равной:

$$A_1 = a_0 + 2s + A_0' - a_0 = 2s + \sqrt{A_0^2 - 4a_0 s},$$

откуда

$$A_0 = \sqrt{(A_1 - 2s)^2 + 4a_0s}$$

Подставляя эту величину в уравнение (745), получим:

$$T_b = \sqrt{\frac{m}{c}} \left\{ \pi + \left[2 \sqrt{\left(\frac{A_1 - 2s}{a_0} \right)^2 + \frac{4s}{a_0}} - 1 - \left(\pi - 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{A_1 - 2s}{a_0} \right)^2 + \frac{4s}{a_0}}} \right) \right] - \right. \\ \left. - \left[2 \sqrt{\left(\frac{A_1 - 2s}{a_0} \right)^2 - 1} - \left(\pi - 2 \arcsin \frac{a_0}{A_1 - 2s} \right) \right] \right\}. \quad (746)$$

Исследуя полученные формулы периода колебания масс, связанных с пальцем кривошипа при передаче вращающего момента для трех разобранных выше случаев, мы видим (фиг. 321):

а) В том случае, когда палец кривошипа не перемещается в пределах зазора, а лишь в пределах упругой деформации шатуна под влиянием усилий от передачи силы тяги, имеют место только гармонические колебания и частота, соответствующая приведенной массе якоря и связанных с ним масс (кривая 1).

б) Частота колебаний начинает падать по мере того, как палец кривошипа начинает совершать свои колебания, заходя в области зазора в подшипнике (кривая 2).

в) Если амплитуды колебания настолько велики, что палец кривошипа, несмотря на зазор, вызывает при колебании в шатуне усилия обоих знаков, частота снова повышается (кривая 3), стремясь с увеличением амплитуды и уменьшением зазора к своему максимальному значению, соответствующему первому случаю. Частота колебаний зависит от величины передаваемого пальцем кривошипа усилия.

§ 46. Появление резонанса при шатунной передаче

Полученные выводы в отношении частоты колебаний и характера изменения усилий в механизме шатунной передачи позволяют установить условия возможности появления резонанса, т. е. совпадения частоты импульсов с частотой колебаний системы.

Возникновение резонанса можно представить себе следующим образом.

Система получила некоторый толчок, вызвавший колебание ее с частотой, равной частоте импульсов. В том случае, когда вся система имеет заметные сопротивления, вызывающие затухание колебаний, первоначальный толчок может вызвать колебания и большей частоты, чем частота импульсов, которые однако при затухании достигнут частоты импульсов. Таким образом, рассмотренная система—якоря с кривошипами с зазорами в подшипниках—может иметь резонанс при всех частотах: от нуля и до частоты, соответствующей гармоническому колебанию системы при отсутствии игры в подшипниках.

При гармонических колебаниях частота не зависит от амплитуды, а в случае резонанса амплитуда может возрасти, вообще говоря, до бесконечности; в случае же рассмотренных колебаний, в которых частота зависит от амплитуды, при увеличивании амплитуды сейчас же меняется частота. Явления резонанса здесь возможны в том только случае, если за изменением частоты колебания системы будет одновременно следовать синхронно изменение соответственно и частоты импульсов.

Покажем теперь, каким образом повторяющиеся импульсы влияют на колебания при шатунной передаче с зазором в подшипниках. Для этого разберем простейший случай, когда кривая A колебания системы является синусоидой и сила P , влияющая на эту систему, также меняется по синусоиде.

Пусть сдвиг фаз между силой и колебанием равен β ; обозначим амплитуду колебания системы через A_0 , а максимальную величину усилия через P_0 (фиг. 321).

Работа импульса силы P за полуволну найдется равной:

$$I = \int_0^{\pi} P dA$$

или, подставляя

$$P = P_0 \sin(\omega t + \beta); A = A_0 \sin \omega t \text{ и } dA = A_0 \cos \omega t \cdot d(\omega t),$$

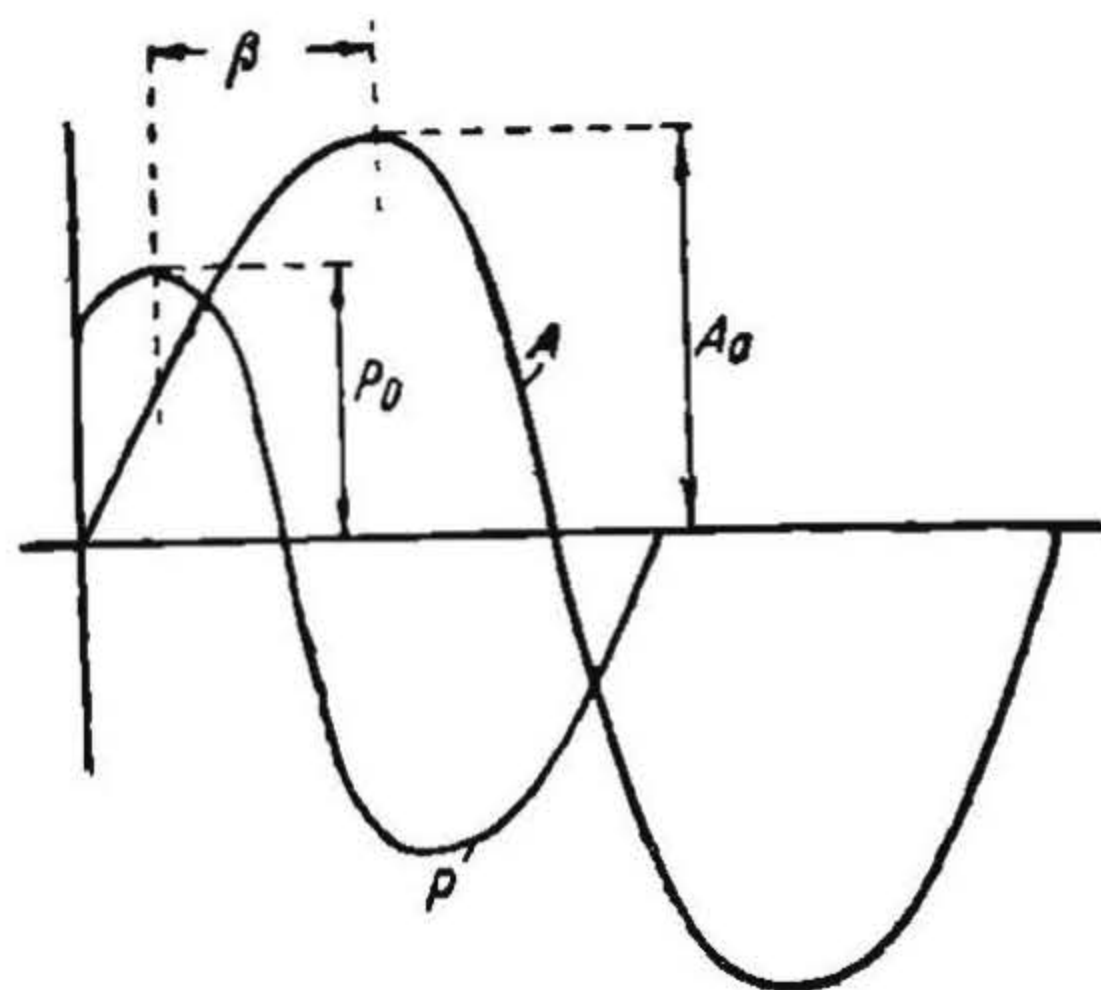
получим:

$$I = P_0 A_0 \int_0^{\pi} \sin(\omega t + \beta) \cdot \cos \omega t \cdot d(\omega t) = \frac{\pi}{2} P_0 A_0 \sin \beta. \quad (747)$$

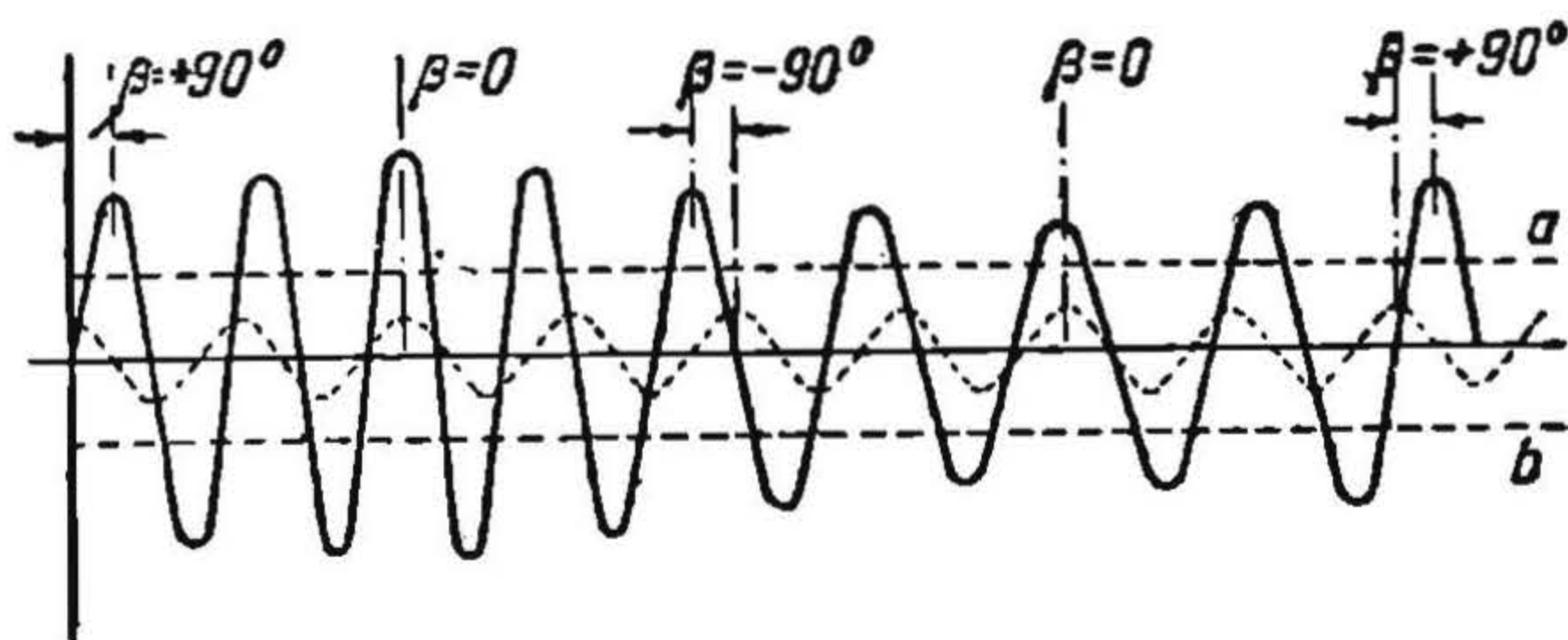
Таким образом, работа импульса силы P за одну полуволну пропорциональна максимальным значениям силы P_0 , амплитуды колебаний A_0 и синусу угла сдвига фаз β .

Для того чтобы определить хотя бы характер происходящих явлений в случае резонанса при колебаниях шатунного механизма, имеющего игру в подшипниках, мы можем применить полученный для гармонического колебания вывод. Колебание системы, как мы видели, совершается частично прямолинейно, частично по синусоиде; сила же действует по синусоиде.

Рассмотрим случай, представленный на фиг. 323. В начальный момент угол сдвига фаз $\beta = 90^\circ$. Поэтому за период первой полуволны масса получит



Фиг. 322.



Фиг. 323.

максимальную величину работы импульса (так как $\sin \beta = 1$) и амплитуда возрастает. Но, как выше было показано, при этом должна упасть продолжительность колебания. Вследствие этого у следующей полуволны угол сдвига фаз β будет менее 90° , и следовательно работа импульса будет хотя и менее, чем в предыдущем случае, однако все же положительна. Таким образом, в дальнейшем будем иметь постепенное уменьшение угла β до нуля. В этот момент имеем максимальные амплитуды с минимальным временем колебания. Угол β , а с ним и работа импульса, становятся отрицательными, происходят уменьшение амплитуд колебания и увеличение времени колебания. Наибольшая отрицательная работа будет при $\beta = -90^\circ$, и до тех пор, пока угол β вновь не окажется равным нулю, амплитуда будет падать. Характер колебания ясно виден из фиг. 323. Энергия колеблющейся системы извне не сообщается, и имеют место только ее колебания вследствие синхронизирующего действия сдвига фаз β .

Таким образом, если изменится частота колебания силы P , то вследствие указанного синхронизирующего влияния сопротивления системы синхронно должна измениться и частота вынужденных колебаний.

Ранее мы нашли:

$$T = \sqrt{\frac{m}{c}} \left(\pi + \frac{2s}{A_0} \right). \quad (748)$$

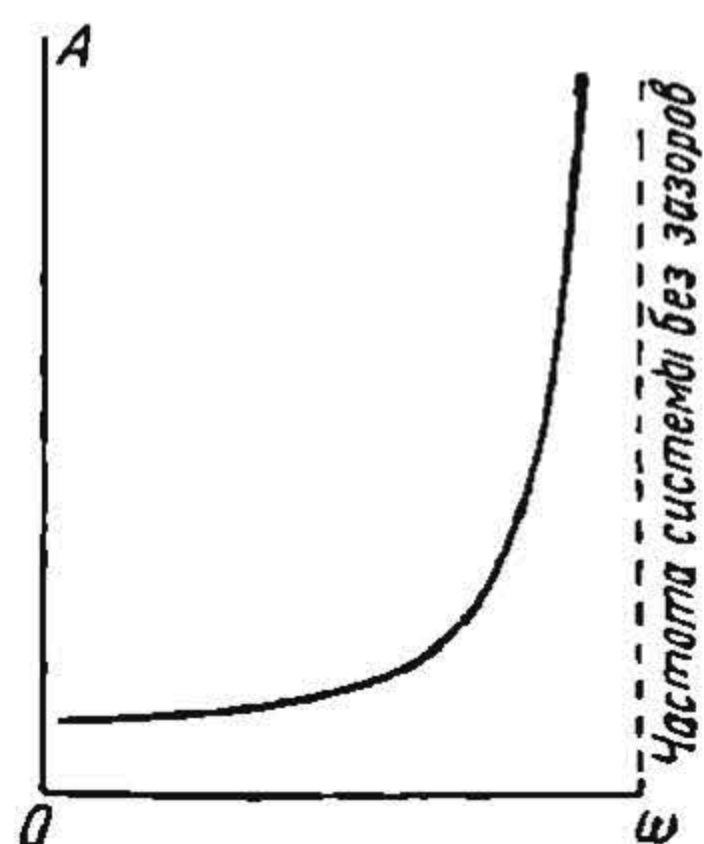
Полагая в этом уравнении время чередования импульсов $T = \frac{\pi}{\omega}$, мы получим зависимость амплитуд колебания при резонансе от частоты внешней силы в следующем виде:

$$A_0 = \sqrt{\frac{m}{c} \cdot \frac{2s\omega}{\pi \left(1 - \omega \sqrt{\frac{m}{c}}\right)}}. \quad (749)$$

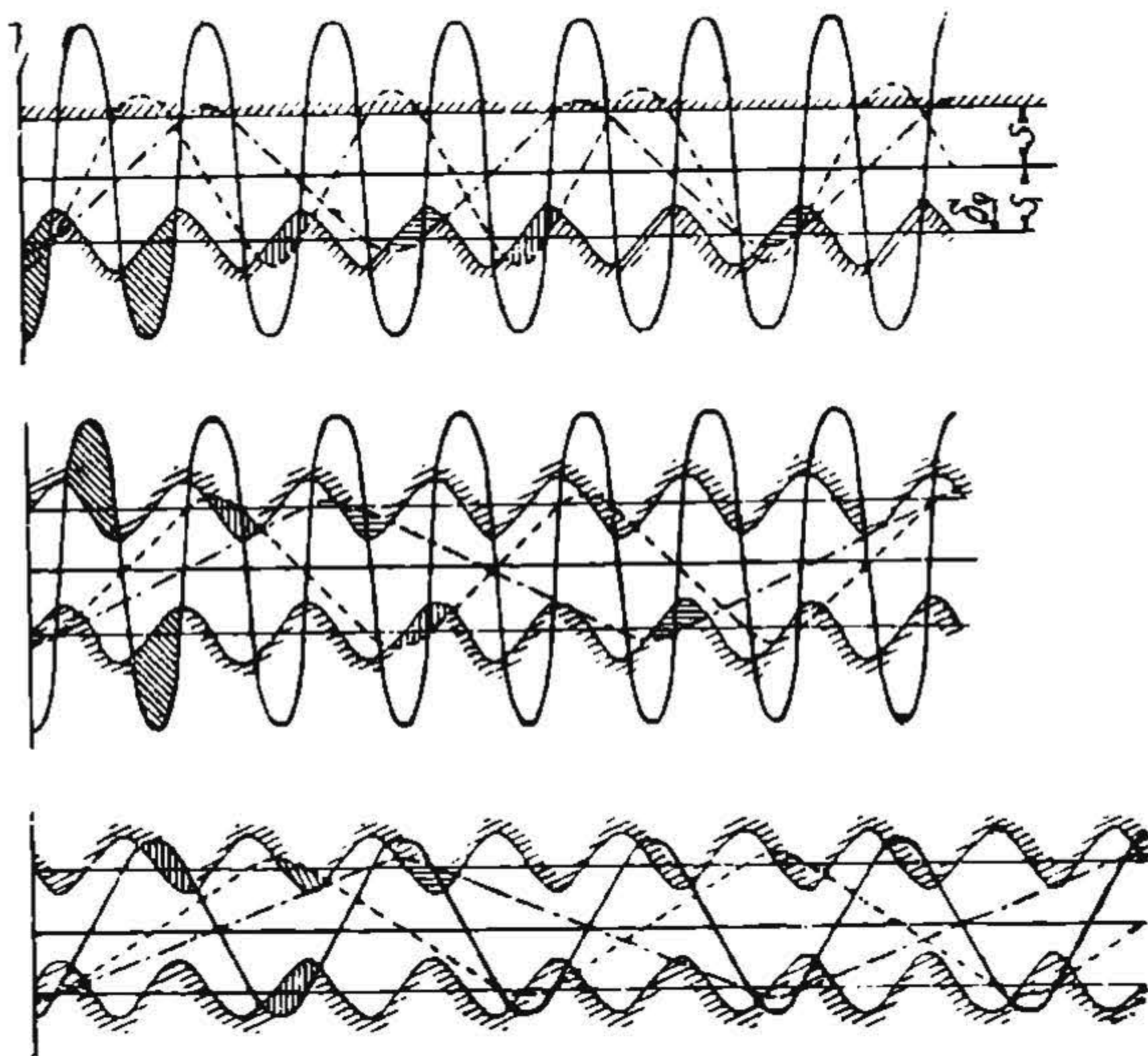
Эта зависимость графически представлена на фиг. 324, из которой следует, что с увеличением ω максимальная амплитуда колебания системы в случае резонанса растет и при ω , соответствующем гармоническим колебаниям, т. е. при отсутствии игры в подшипнике, $A_0 = \infty$.

Неравномерность усилий, передаваемых шатунами, может вызвать также явление резонанса с системой, подверженной колебанию. При наличии зазора в подшипнике влияние упругих сил шатуна на колеблющуюся систему, связанную с пальцем кривошипа, будет иметь место только при соприкосновении пальца кривошипа со стороной aa или bb подшипника шатуна (фиг. 319). Упругие силы шатуна, при соприкосновении с ним пальца кривошипа по поверхности aa и по поверхности bb , будут действовать на палец в противоположном направлении. До соприкосновения с этими плоскостями, т. е. в пределах зазора s , колебание будет совершаться прямолинейно.

На фиг. 325 показаны упругие силы шатуна, величина которых меняется



Фиг. 324.



Фиг. 325.

по синусоиде, и колебания системы—в виде сплошных линий—с максимальной частотой, при которой возможны положительные импульсы, и пунктирными линиями—с частотой, кратной первой, но при которой (как видно из фиг. 325) также имеют место положительные импульсы. Таким образом, вследствие неравномерности передачи вращения шатунами появляются импульсы, которые могут попасть в такт и вызвать резонанс не только при совпадении частоты колебания, но и при кратных частотах. С увеличением частоты увеличивается амплитуда колебаний; однако амплитуды колебаний зависят от сопротивления системы, вызывающего демпфирующее влияние—вплоть до полного затухания колебаний в случае, если сопротивление достигнет большой величины.

Остановимся кратко на напряжениях в шатунном механизме, вызываемых колебаниями его. Если обозначим жесткость механизма через c , наибольшую амплитуду—через A_0 и через s —зазор в подшипнике, то наибольшее дополнительное усилие, вызванное колебанием, будет равно:

$$c(A_0 - s),$$

т. е. оно будет, как и A_0 , возрастать с возрастанием частоты, при которой будет иметь место резонанс. Сопротивления в механизме, поглощая энергию

колебаний, ведут к снижению амплитуды и, вместе с тем, к уменьшению дополнительных усилий. Если работа сопротивления окажется равной работе импульсов сил, возрастание амплитуды колебаний окажется невозможным.

В том случае, когда шатунному механизму придается большая упругость, работа импульса при колебаниях его становится меньше; таким образом, придание большей эластичности механизму снижает добавочные напряжения материала. При колебаниях системы, изображенных на фиг. 325, процесс колебания относится к случаю, когда электровоз не развивает силы тяги. При передаче тяговых усилий через шатуны характер колебаний меняется, как мы ранее отмечали, в зависимости от амплитуды колебания, а именно: колебания могут быть гармонические или иметь сложный характер, если при колебании палец может заходить в область зазора в подшипнике и даже вызывать добавочную деформацию шатуна в направлении, противоположном действию силы тяги. Последний случай очевидно ничем не отличается от только что рассмотренного колебания при отсутствии нагрузки, где с возрастанием частоты амплитуды колебаний увеличиваются.

В том случае, когда колебание пальца происходит в области упругой деформации шатуна, вызванной передачей тягового усилия, с заходом в зазор, продолжительность колебания, в противоположность предыдущему случаю, увеличивается с увеличением амплитуды.

Поскольку все остальные предпосылки для поддержания колебания системы сохраняются, остается только показать, что и при отмеченной выше зависимости частоты от величины амплитуд может иметь место синхронизация импульсов и колебаний. Действительно, синхронизация, как мы выше видели, явилась результатом уменьшения работы импульсов со сдвигом фаз вследствие изменения периода вынужденных колебаний.

Однако совершенно безразлично, будет ли иметь место сдвиг фаз с опережением, как в предыдущем случае, или с отставанием (увеличение времени колебания с увеличением амплитуды). При гармонических колебаниях мы теоретически должны иметь при резонансе бесконечно большую амплитуду колебаний; однако, как только амплитуда возрастает выше величины деформации шатуна, вызванной передачей тягового усилия, изменяются характер колебания и частота его. Поэтому для того, чтобы нарастание амплитуды продолжалось, необходимо, чтобы имели место положительные импульсы той же частоты и вообще чтобы они следовали колебаниям; другими словами, необходимо иметь с увеличением амплитуд возрастающий период колебаний. Как только однако палец кривошипа при колебаниях будет проходить через зазор в подшипнике и начнет производить деформацию шатуна в противоположном силе тяги направлении, эти новые вынужденные колебания будут увеличивать свою амплитуду только в том случае, если частота импульсов будет возрастать.

Само собой разумеется, на практике не бывает именно такого изменения колебаний импульсов сил, какое, как мы выяснили, необходимо для того, чтобы амплитуда непрерывно возрастала; поэтому зарождение вынужденных колебаний следует приписать случайному толчку и совпадению частоты импульсов и колебаний; согласованное изменение их вместе с увеличением амплитуды колебаний и следует признать тем фактором, который вызывает наблюдаемые в эксплуатации электровозов с шатунными механизмами опасные колебания.

Обозначив:

L — мгновенную мощность мотора;

A — мощность, передаваемую на колеса электровоза;

ω — угловую скорость якоря мотора;

I — момент инерции якоря мотора,

мы можем написать:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} \omega + A = L.$$

Имея в виду, что $A = M\omega$, и подставляя для M ранее найденную ве-

личину, получим:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} \omega + [cr^2\varphi + crf \sin(\omega t + \beta)] \omega = L.$$

Принимая мгновенную мощность мотора равной

$$L = M_m \omega,$$

получим окончательно:

а) в случае неправильной длины шатуна:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + cr^2\varphi + crf \sin(\omega t \mp \beta) = M_m; \quad (750')$$

б) в случае запрессовки кривошипов под неправильным углом:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + cr^2\varphi + crf_b \frac{\cos 2\omega t}{2} = M_m; \quad (750'')$$

в) в случае неправильной длины радиуса кривошипа:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + cr^2\varphi + cr(\mp f_{h1} \pm f_{h2}) \frac{\sin 2\omega t}{2} = M_m. \quad (750''')$$

Полученные уравнения представляют собою, как известно, уравнения колебаний, которые легко представить себе, рассматривая систему, изображенную на фиг. 326.

Уравнение движения такой системы имеет вид¹:

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + cx + ca \sin \omega t = G. \quad (751)$$

Вынужденные колебания тела M происходят синхронно с движением точки A и растут одновременно с движением точки A .

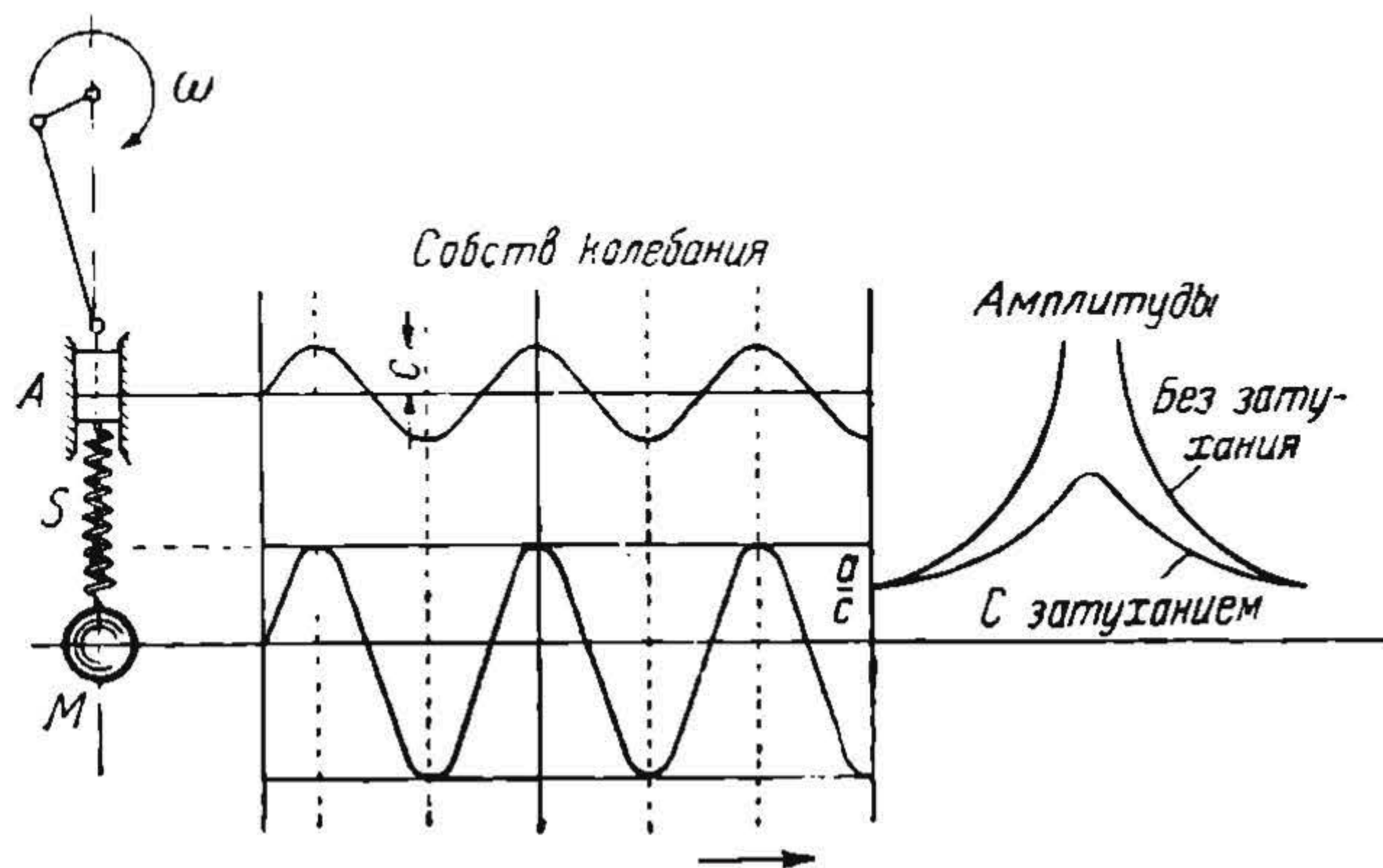
Пока μ — частота импульсов, вызывающих колебание системы, невелика по сравнению с η — числом колебаний самой системы, тело M повторяет движения точки A . Движения тела M возрастают с увеличением частоты μ , особенно, когда μ близка к η . В случае наступления резонанса вынужденные колебания тела M , будучи до сего времени синхронны с колебаниями точки A , сразу отстают на 90° . Сопротивления в системе не дают возможности сильно увеличиваться амплитудам.

В нашем случае якорь мотора можно рассматривать как массу M , которой сообщаются вынужденные колебания. Его вращательное движение по отношению к равномерному вращению колес (считая массу электро-

воза весьма большой по сравнению с массой якоря) соответствует прямолинейному движению тела M , изображенного на фиг. 326. Вращающий момент мотора соответствует весу тела M ; вся передача, т. е. спарники, пальцы и валы, благодаря своей упругости соответствует пружине S .

Определим теперь относительные движения якоря и вызываемые благодаря этим движениям усилия в шатунах. При малой скорости первый член уравнения (750') исчезает, и мы имеем:

$$r\varphi_0 = \frac{M}{cr} - f \sin(\omega t - \beta)$$



Фиг. 326.

¹ См. Host, Technische Schwingungslehre.

или

$$r\varphi_0 = \frac{K}{c} (f_1 \sin \alpha + f_2 \cos \alpha),$$

где

$$K = \frac{M}{r}$$

есть наибольшее усилие в шатунах при правильно собранном механизме.

Подставляя это выражение в уравнение для усилий в шатунах S_1 и S_2 , получим:

$$S_1 = K \sin \alpha + c (f_1 \sin \alpha - f_2 \cos \alpha) \sin \alpha$$

или, после преобразований

$$S_1 = K \sin \alpha + c \left(f_1 \cos^2 \alpha - f_2 \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) \quad (752)$$

и аналогично

$$S_2 = K \cos \alpha + c \left(f_2 \sin^2 \alpha - f_1 \frac{\sin 2\alpha}{2} \right). \quad (752')$$

Таким образом, при малой скорости силы, передаваемые шатунами, складываются: а) из сил $K \sin \alpha$ или $K \cos \alpha$, соответствующих правильным размерам шатунов, и б) из сил, вызываемых неправильными размерами шатунов [второй член уравнений (752) и (752')]. Эта последняя сила, как видно из уравнения, зависит не только от неправильной длины рассматриваемого шатуна, но и от ошибки в длине второго шатуна.

Обобщая все сказанное, мы приходим к выводу, что при всякой шатунной передаче в шатунах развиваются пульсирующие усилия. Неправильности в механизме (отступления от теоретического угла между кривошипами, от теоретической длины шатунов, игра в подшипниках) вызывают еще большую неравномерность в распределении усилий между шатунами. В то же время передача в электровозах связана с большими вращающимися массами—моторами, с одной стороны, и приводимой ими в движение массой электровоза—с другой стороны. Массу электровоза по сравнению с массой моторов можно принять бесконечно большой. Пульсирующие усилия вследствие этого передаются обратно через шатуны на моторы. Шатуны, равно как и кривошипы и валы, следует рассматривать как упругие тела, подверженные деформациям от действия внешних сил. Совокупность всех рассмотренных условий вызывает колебания вращающихся масс, которые складываются с постоянной угловой скоростью основного движения. При определенных скоростях имеет место резонанс, что ведет к образованию в замкнутой статически неопределимой системе весьма опасных напряжений, вызывающих поломку шатунов.

Зона опасных частот для системы с двумя массами m_1 и m_2 определяется при коэффициенте упругости системы, равном γ , по формуле:

$$\mu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{\gamma m_1 m_2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1}}{\gamma}}; \quad (753)$$

при

$$m_2 = \infty \quad \text{и} \quad m_1 = m$$

имеем:

$$\mu = \frac{0,5}{\pi \sqrt{m\gamma}},$$

а при

$$m_1 = m_2 = m$$

имеем:

$$\mu = \frac{0,707}{\pi \sqrt{m\gamma}}.$$

При ошибке в длине шатунов сильные колебания наблюдаются во второй зоне колебаний, обусловленных игрой в подшипниках (частота колебаний соответствует числу оборотов мотора). При ошибках же в угле кривошипов и отступлениях в длине их радиусов в положительную и отрицательную сторону особенно сильные колебания наблюдаются в первой зоне колебаний.

При шатунной передаче конструкция механической части должна выполняться особенно тщательно, вплоть до шлифовки буксовых челюстей в собранном экипаже на специальном станке, так как даже небольшие неисправности в размещении осей, насадке кривошипов и отступления от правильной длины шатунов могут повлечь перенапряжение материалов вплоть до поломки шатунов.

§ 47. Возмущение электровозов с шатунной передачей

Специфические условия работы шатунного механизма вызывают вредные относительные перемещения отдельных частей шатунной передачи электровоза и возмущение электровоза в целом.

К вредным относительным движениям в шатунном механизме относятся:

1) Дрожание шатунов, которое у большинства работающих электровозов наблюдается при скоростях 75—80 км/час, но при более высоких скоростях оно становится совершенно незаметным.

2) Подергивание и толчки в шатунах, наблюдающиеся при сравнительно более низких критических скоростях. При скорости, соответствующей двойной первой критической, они снова появляются, а у некоторых электровозов наблюдается даже и третья зона критической скорости.

Следует отметить, что различные электровозы одного и того же типа неодинаковы в работе: на одних электровозах наблюдаются сильные вредные движения, на других они значительно слабее. С течением времени вредные движения усиливаются, оставаясь однако в тех же пределах критических скоростей.

С увеличением игры в подшипниках вредные движения шатунов ведут нередко к излому и скручиванию шатунов. После проверки и исправлений шатунного механизма работа электровоза улучшается.

Усиление отдельных частей движущего механизма бесполезно, так как эффект вредных движений становится от этого сильнее, и часто такое усиление шатунов приводило даже к более частым поломкам их. Обычно при этом наблюдается некоторое повышение критической скорости.

Помимо вредных движений отдельных частей движущего механизма электровоза наблюдаются еще следующие возмущения электровоза в целом:

1) подергивание его, т. е. поступательное перемещение вперед и назад, особенно заметное у одномоторных электровозов;

2) галопирование, т. е. продольное колебание, выражающееся в поднятии и опускании концов электровоза. Это явление наблюдается главным образом у электровозов с двумя далеко отставленными друг от друга моторами.

Нередко возникновение колебательных движений шатунного механизма приписывают влиянию пульсирующего вращающего момента однофазных коллекторных моторов; но, во-первых, частота колебания движущего механизма значительно ниже частоты рабочего тока, и, во-вторых, описанные явления наблюдаются и на электровозах постоянного тока ж. д. Milano—Varese (Италия) и Париж—Орлеан.

Причинами возмущений электровозов и вредных движений отдельных частей движущего механизма являются:

1) Вращательное колебание якоре́й моторов. Этим только и может быть объяснено подергивание электровозов, так как шатунный механизм сам по себе, будучи полностью уравновешен (в отличие от паровозного), не может вызвать подергивания электровоза.

Произведенные при помощи прибора Гейгера измерения подтверждают наличие вращательных колебаний якоре́й моторов.

2) Неточности в сборке движущего механизма, а именно: ошибки в длине шатуна, в величине угла запрессовки и радиусе кривошипа, чем и объясняется, что не все электровозы одной серии имеют одинаково спокойный ход.

3) Игра в подшипниках движущего механизма. Эта игра с течением времени увеличивается, что влечет за собой ранее отмеченное ухудшение работы электровоза с течением времени.

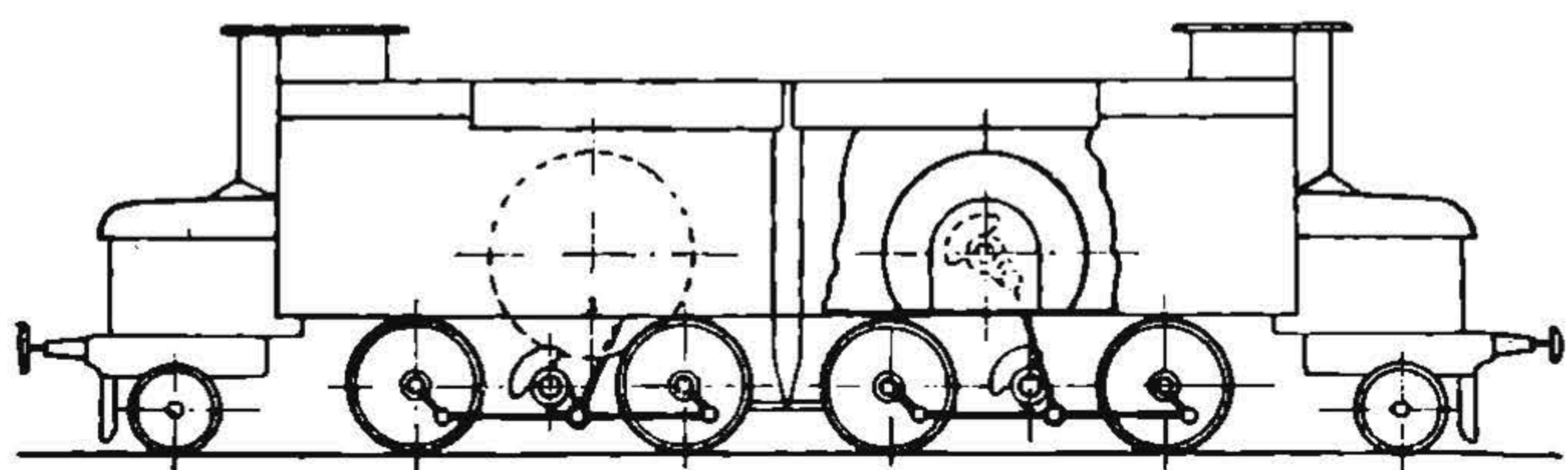
Различные типы электровозов с шатунной передачей обнаруживают различную склонность к колебаниям от игры в подшипниках и неправильностей в передаточном механизме.

Электровозы с одним мотором, как показывают наблюдения, имеют более спокойный ход, чем электровозы с двумя моторами, работающими на одну группу сцепных осей. Поломки шатунов наблюдаются главным образом у этих последних электровозов.

Это объясняется повидимому тем, что у одномоторных электровозов якорь мотора колеблется по отношению ко всему электровозу, а максимальные усилия

в шатунном механизме, в конце концов, обуславливаются максимальным сцеплением колес с рельсами.

Колебание якоря в отношении электровоза вызывает в свою очередь колебания самого электровоза, величина коих зависит от отношения массы якоря, отнесенной к ободу движущих колес, к массе всего электровоза.



Фиг. 327.

Эти колебания особенно сильны у быстроходных электровозов или тяжелых товарных с зубчатой передачей. В последнем случае приведенная масса якоря получается путем умножения на квадрат передаточного числа и достигает 25% и более от массы электровоза.

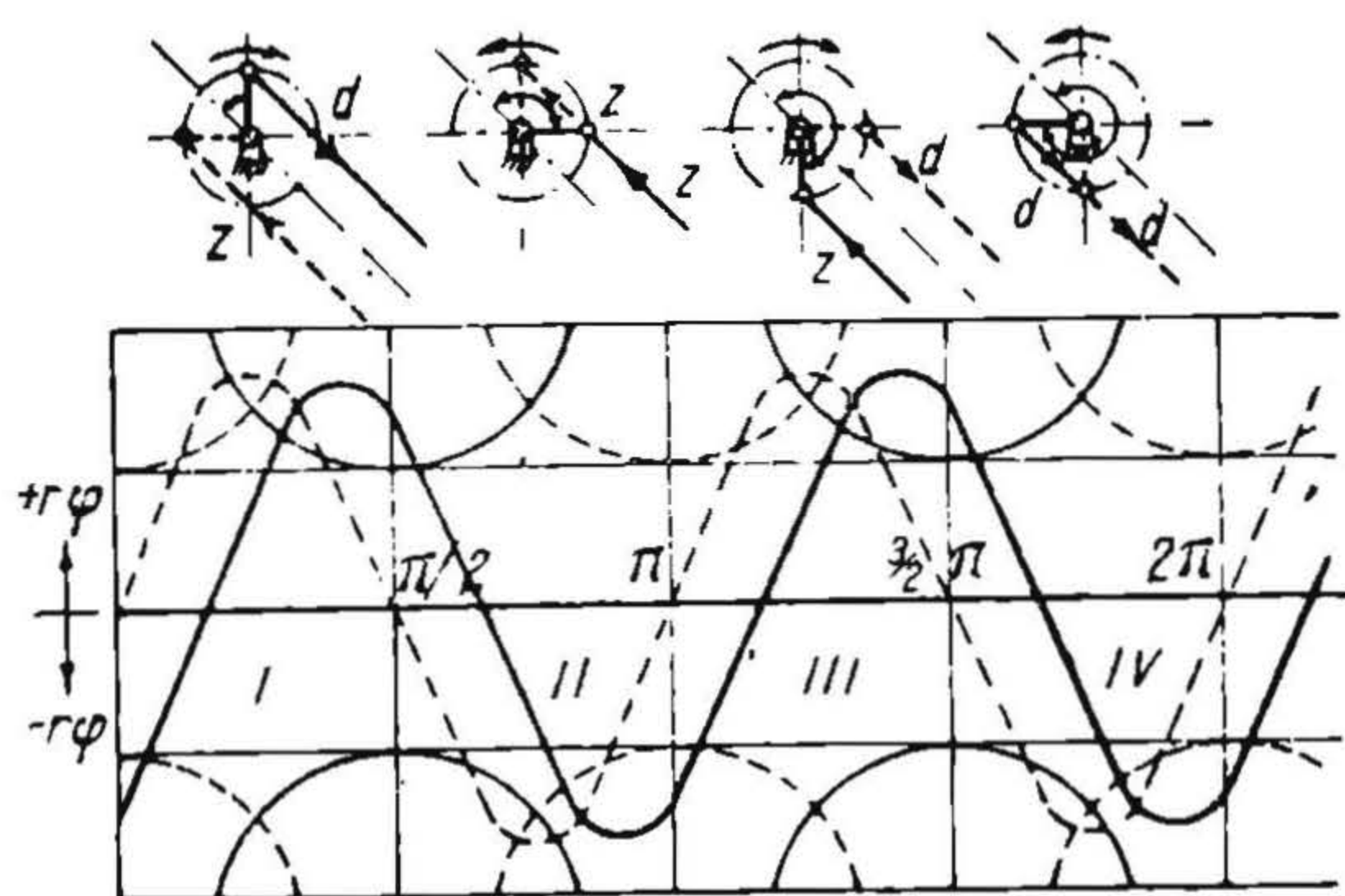
Если электровоз состоит из отдельных половин (фиг. 327), сцепленных между собою с таким зазором, что колебания одной части не передаются на другую, то колебания могут достигать значительной величины. При упругом сцеплении может даже наступить резонанс колебательных движений корпуса одной половины электровоза. Постановка сцепных приборов с большим начальным упругим натяжением позволяет избежать резонанса колебаний и одновременно уменьшает и подергивание электровоза вследствие большей массы, противопоставленной колебаниям якоря мотора.

У электровозов с двумя моторами, работающими на одну группу спаренных осей, особенно большое значение имеют колебания якоря одного мотора относительно другого. Оба якоря связаны между собою общим передаточным механизмом. Эти колебания ограничены лишь дополнительным (вызванным этими колебаниями) сопротивлением передачи. Так как эти сопротивления крайне незначительны, то затухание колебаний системы происходит весьма медленно, и разрушительный эффект этих колебаний может достичь большой величины. Описанные колебания имеют коренное отличие от колебаний якорей относительно всего электровоза. При последнем типе колебаний максимальные усилия в шатунном механизме, как уже указывалось, обуславливаются сцеплением колес с рельсами, чего нет при колебаниях якорей друг относительно друга. Ранее уже отмечалось, что усиление шатунного механизма увеличивает количество поломок его, так как усиление отдельных частей механизма уменьшает их упругость, что ведет к увеличению упругих сил.

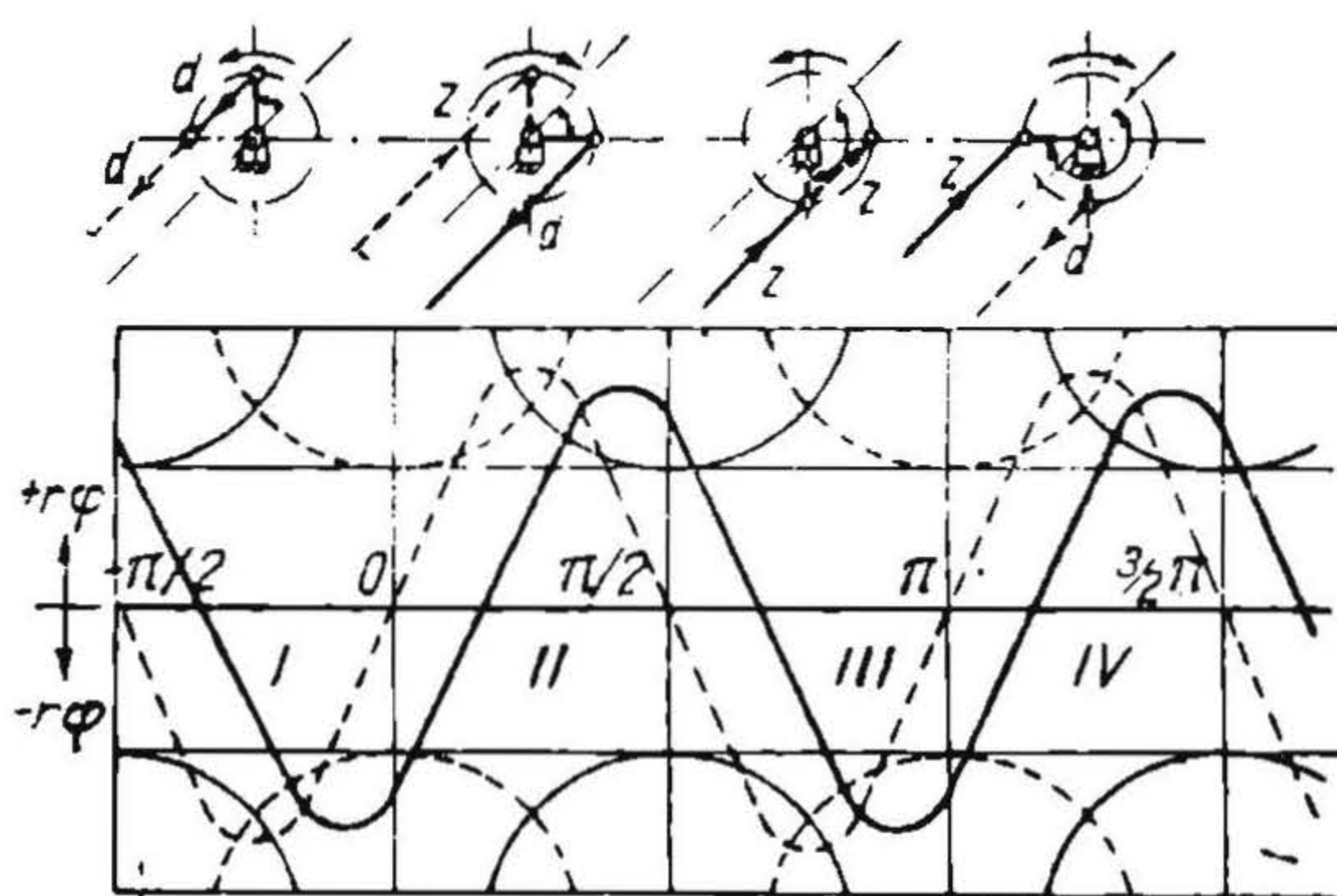
Далее следует отметить большие потери в движущем механизме, особенно в электровозах с двумя моторами, работающими на общую группу спаренных осей. Причиной этому является чрезмерное давление в подшипниках (вследствие колебательных движений в движущем механизме), вызывающее выдавливание смазки и увеличение трения, вплоть до нагрева подшипников даже в течение

короткого промежутка времени (несколько минут резонанса). Дополнительные потери мощности на трение в этом случае, как показывают наблюдения, достигают до 100—120 л. с. у электровозов весом всего 75 т, что конечно может вызвать сильное нагревание подшипников даже за короткое время.

Нередко колебания электровозов наблюдаются лишь на определенных участках дороги, что может быть объяснено следующим образом. При прохождении электровоза по рельсовым стыкам происходит вертикальное перемещение осей относительно надрессорного строения. С этим перемещением связано изменение расстояния между пальцами кривошипов движущих осей и пальцами кривошипов отбойного вала или моторного вала. Вследствие несоответствия постоянной длины шатуна и переменного расстояния между пальцами происходит периодическое изменение усилий в шатунах. Поскольку эти изменения происходят периодически и частота их зависит от длины рельсов и скорости электровоза, то на определенных участках, при некоторой скорости, возможно появление сильного колебания движущего механизма и всего электровоза. Интересно отметить, что после обточки бандажей нередко эти колебания прекращаются, так как изменяется частота импульсов сил, вызывающих эти колебания.



Фиг. 328.



Фиг. 329.

У электровозов с двумя моторами, работающими на общую группу спаренных осей, замечаются также колебания всего электровоза около вертикальной оси и изгибы рам попеременно в одну и другую сторону. Причиной этого является различное направление усилий шатунов правой и левой сторон. На фиг. 328 и 329 даны направление усилий в шатунах правой и левой стороны и тангенциальная диаграмма этих усилий (сжимающее усилие обозначено через d , а растягивающее—через z).

Условия работы движущего механизма такого электровоза могут быть легко уяснены из схематического изображения на фиг. 330. Моторы рессорно подвешены по отношению к движущим осям и отбойному валу; шатуны же, связывающие моторы с отбойным валом, следует рассматривать упругими, но жестко связанными между собою отбойным валом в точке O .

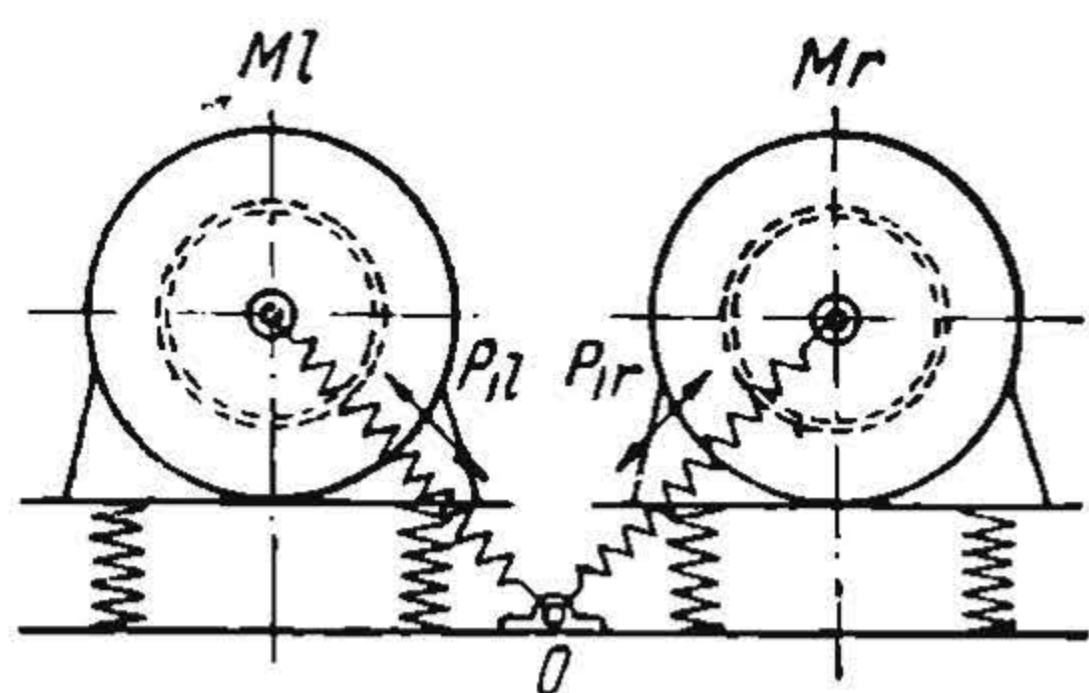
Так как расположенные близко между собой моторы настолько жестко укреплены по отношению друг к другу, что не могут менять своего относительного положения, то переменные усилия в шатунах вызывают вращательные колебания якоре́й моторов.

Чтобы ослабить вредные последствия колебаний якоря относительно корпуса электровоза, применяется включение в шатунный механизм рессор.

Установка рессор в головках шатунов, а также пружинящих отбойных валов не получила распространения (см. В. Медель, Магистральные электровозы постоянного тока, Москва, 1935 г.). Больше распространение получило устройство пружинящих зубчатых колес.

Поскольку одной упругости недостаточно, чтобы поглощать энергию, вызывающую колебания в шатунной системе, вместе с рессорами устанавливаются особые демпферы—фрикционные приборы с достаточным трением.

Наконец на электровозах 1D1 ж. д. Париж—Орлеан была применена упругая посадка якоря мотора на моторный вал. Отметим, что на электровозах Лечбергской ж. д. упругие зубчатые колеса были установлены сначала только на одном из двух моторов, работающих на общую группу спаренных осей. При



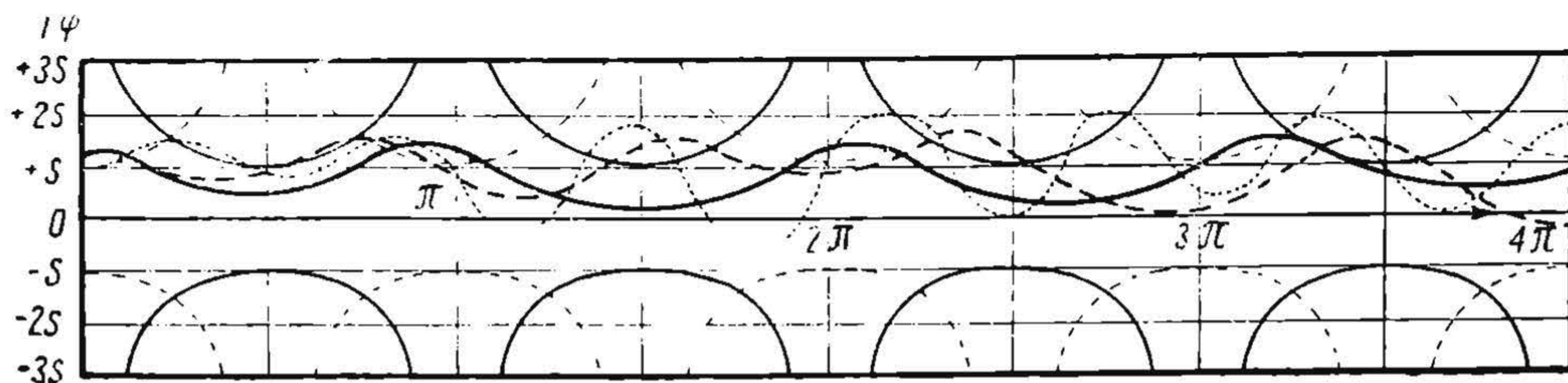
Фиг. 330.

этом сразу же было обнаружено значительное уменьшение износа движущего механизма. Однако это оказалось еще недостаточным, и впоследствии были установлены упругие зубчатые колеса на обоих моторах.

На фиг. 331 показаны тангенциальные диаграммы соприкосновения пальцев с подшипником и колебания вращающейся массы якоря с непосредственно связанными с ней частями. Величина зазора меняется от s до $1,41s$. Там же нанесены кривые колебания шатунного механизма при силе

тока в якоре, равном нулю. На фиг. 332 дана также диаграмма для частоты колебания масс якоря, в два раза меньшей.

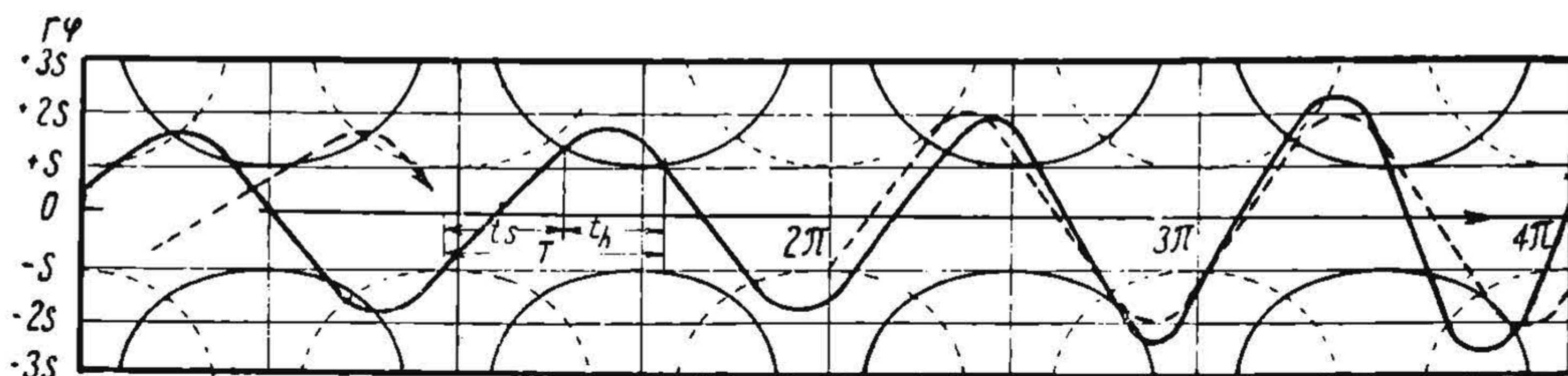
На фиг. 332 даны кривые колебания шатунного механизма при различных тяговых моментах, развиваемых мотором.



Фиг. 331.

Все эти диаграммы относятся к случаю абсолютно жестких шатунов, т. е. когда усилия с одного шатуна передаются на другой точно при нахождении пальца кривошипа под углом 45° , 135° , 225° и 315° .

При упругих шатунах, как мы ранее видели, имеет место более или менее длительный период, когда работают одновременно обе стороны; однако характер



Фиг. 332.

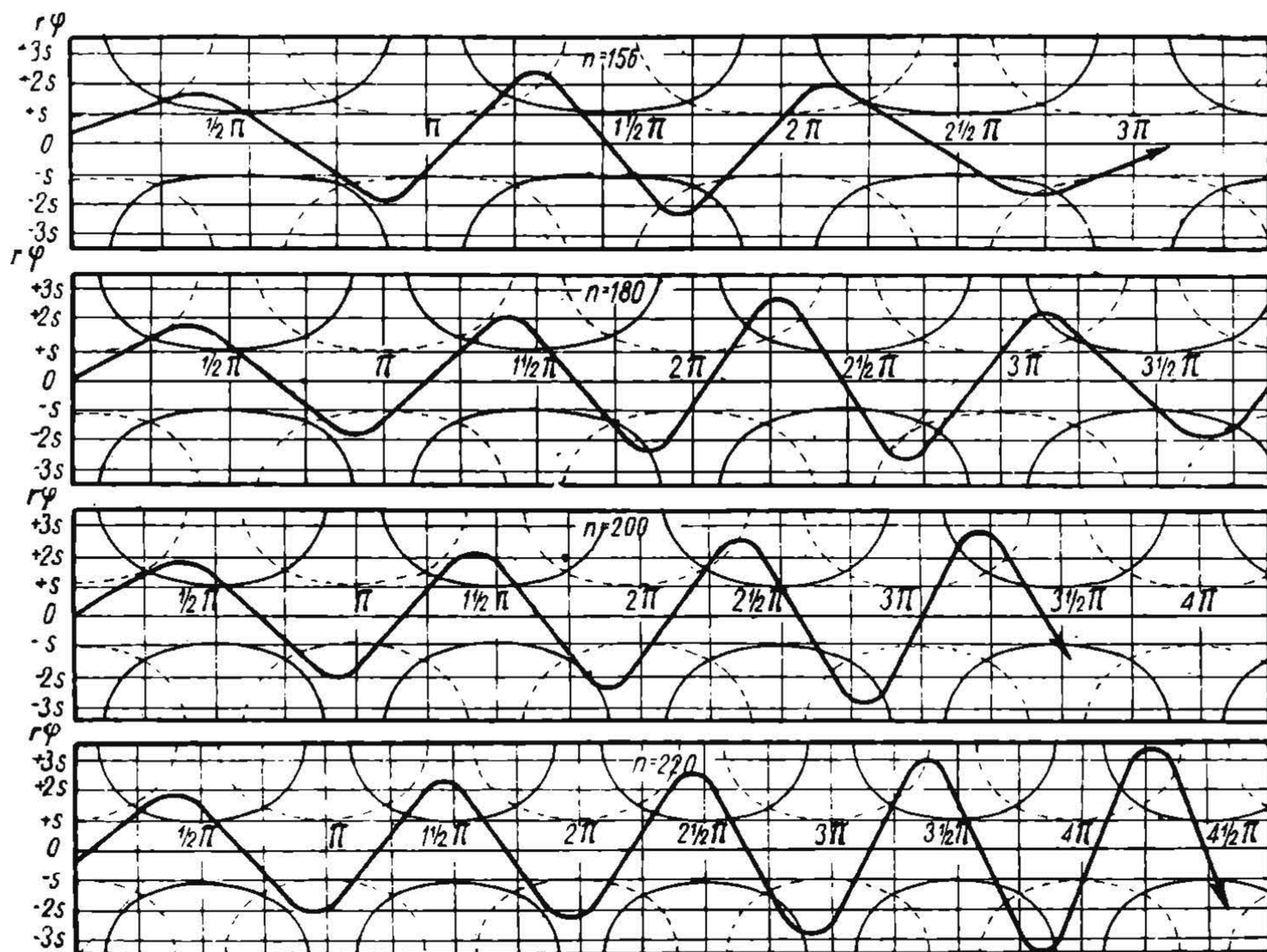
колебаний в основном остается тем же самым. На фиг. 334—336 показаны кривые колебаний системы с упругими шатунами при различных скоростях (для числа оборотов $n = 156$; 180 ; 200 и 220). Из сопоставлений этих диаграмм видно, что с увеличением частоты возрастает амплитуда колебаний.

В большинстве случаев шатунная передача на электровозах состоит из нескольких кривошипных механизмов, расположенных друг к другу под различными углами. Мы уже ранее отметили, что от угла расположения кривошипных

механизмов и от вращающего момента моторов зависит периодичность изменения усилий в механизме. На основании тангенциальных диаграмм определяется и характер колебаний вращающихся масс якоря моторов.

Однако не меньшее влияние в отношении колебаний оказывают неправильности в самом шатунном механизме, как-то: неправильная длина шатунов, радиуса кривошипов и угла насадки кривошипов, что, как мы ранее видели [см. формулы $(750')—(750'')$], в сильной степени сказывается на изменении усилий, передаваемых отдельными шатунами, а это в свою очередь вызывает неизбежно сильные колебания вращающихся масс электровоза.

В заключение мы приведем несколько характерных, заимствованных из труда А. Wichert, *Theorie der Schüttelschwingungen und Untersuchung der Schüttelerscheinungen von El. Lokomotiven* диаграмм колебаний масс якоря электровоза с шатунной передачей, снятых торзиографом Гейгера на германских ж. д.

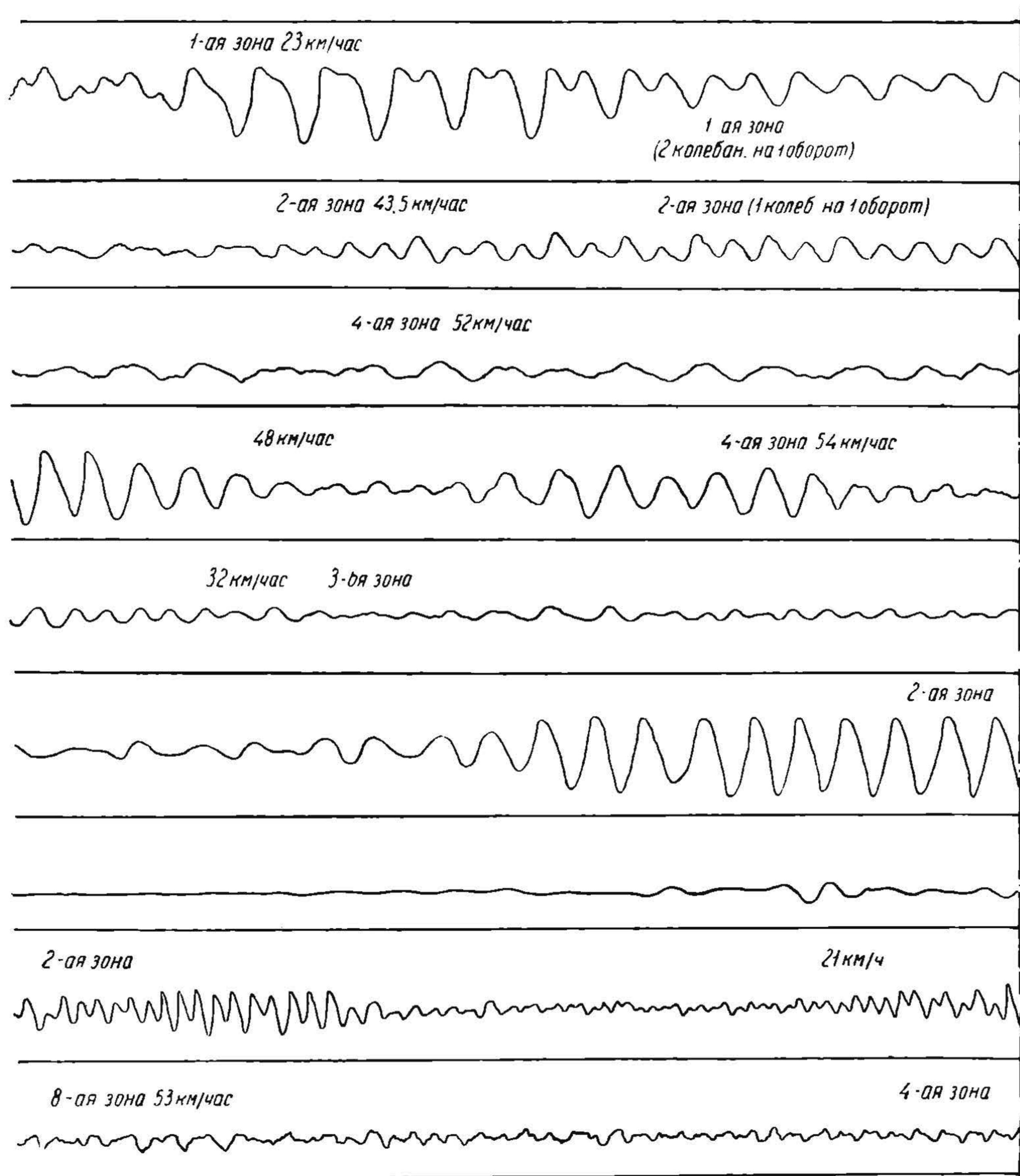


Фиг. 333, 334, 335, 336.

На фиг. 337 дана диаграмма, снятая на пассажирском электровозе 1С1 с одним мотором, расположенным на раме с шатунами, наклоненными под углом 45° . Этот электровоз перед испытанием находился долгое время в эксплуатации, и подшипники его были сильно разработаны. При отправлении ясно видны гармонические колебания в пределах деформации шатунов под влиянием передаваемого ими движущего момента; частота этих колебаний порядка 3,5 пер/сек. В дальнейшем следующая ступень гармонических колебаний, обозначенных на диаграмме буквой *b*, переходит уже в вынужденные колебания, совершающиеся частично в пределах зазора в подшипнике.

Наконец в первой зоне мы имеем ясно выраженные вынужденные колебания—палец кривошипа, пробегаая зазор, давит попеременно на обе стороны головки шатуна и вызывает деформацию его. Длительность одного колебания строго соответствует обороту колеса на 180° . С увеличением скорости амплитуда возрастает, достигая максимума при $v = 23$ км/час. Однако при этом уже происходит проскальзывание колес, снижающее амплитуду колебания,

срезая вершущу волн. Следующая при езде под током зона колебаний, соответствующих полному обороту колес, наблюдается с максимальными амплитудами при скорости 43,5 км/час, и четырехкратная частота колебаний, т. е. с продолжительностью, соответствующей двум оборотам движущих колес, дает большие амплитуды при $v = 52$ км/час.

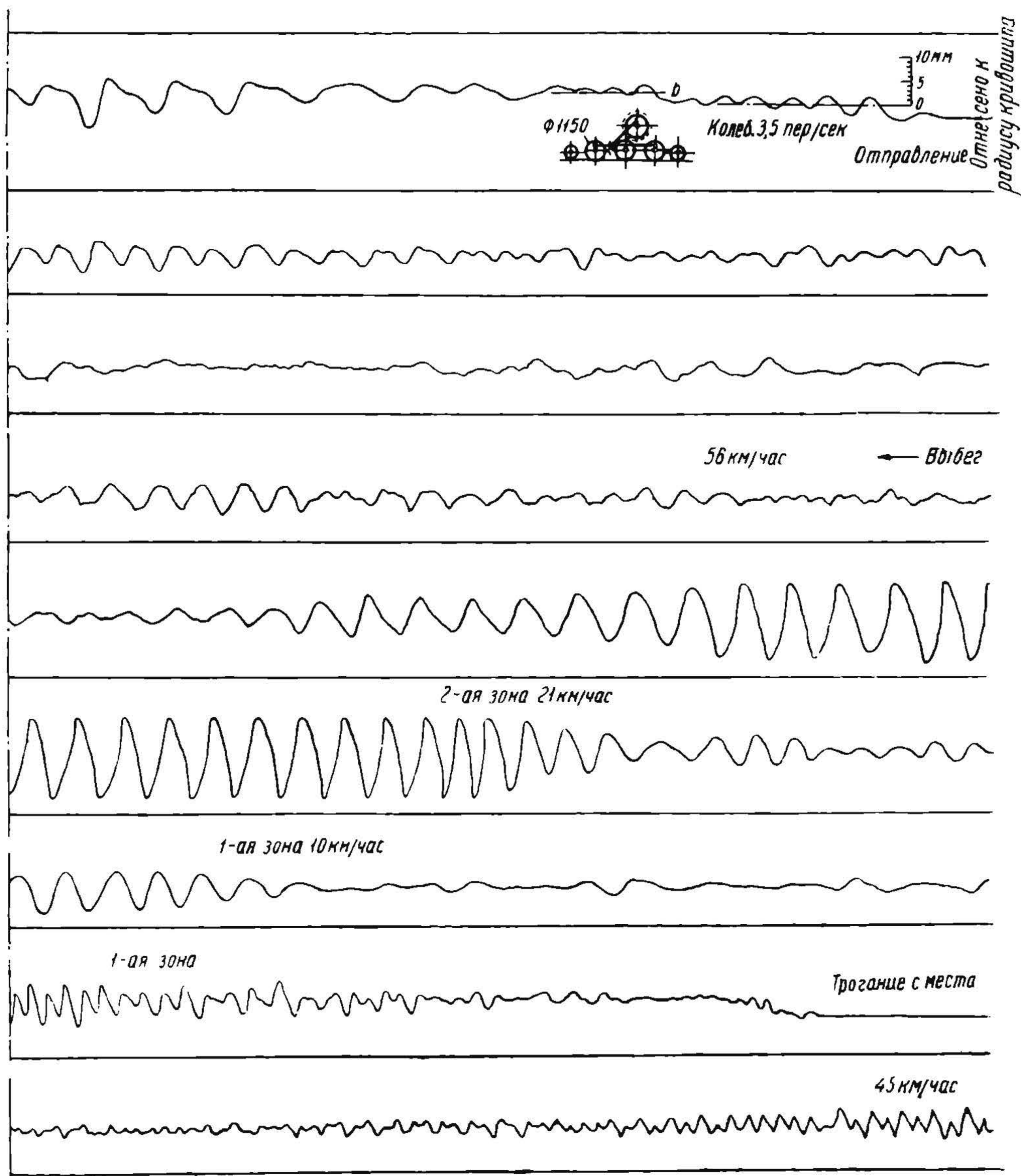


Фиг. 337.

Диаграмма дает, далее, характер колебаний при выключенном токе (выбег). Обращают на себя внимание значительно более высокие амплитуды в этом случае.

Вначале появляющиеся колебания длительности, соответствующей двум оборотам движущих колес, затухают вследствие недостаточной работы импульсов. Как только импульсы дают достаточную энергию для поддержания колебаний, последние получают большие амплитуды, что можно наблюдать по диаграмме. Но, вообще говоря, зоны высоких амплитуд здесь имеют место при значительно более низких скоростях, чем при езде под током. Так, первая

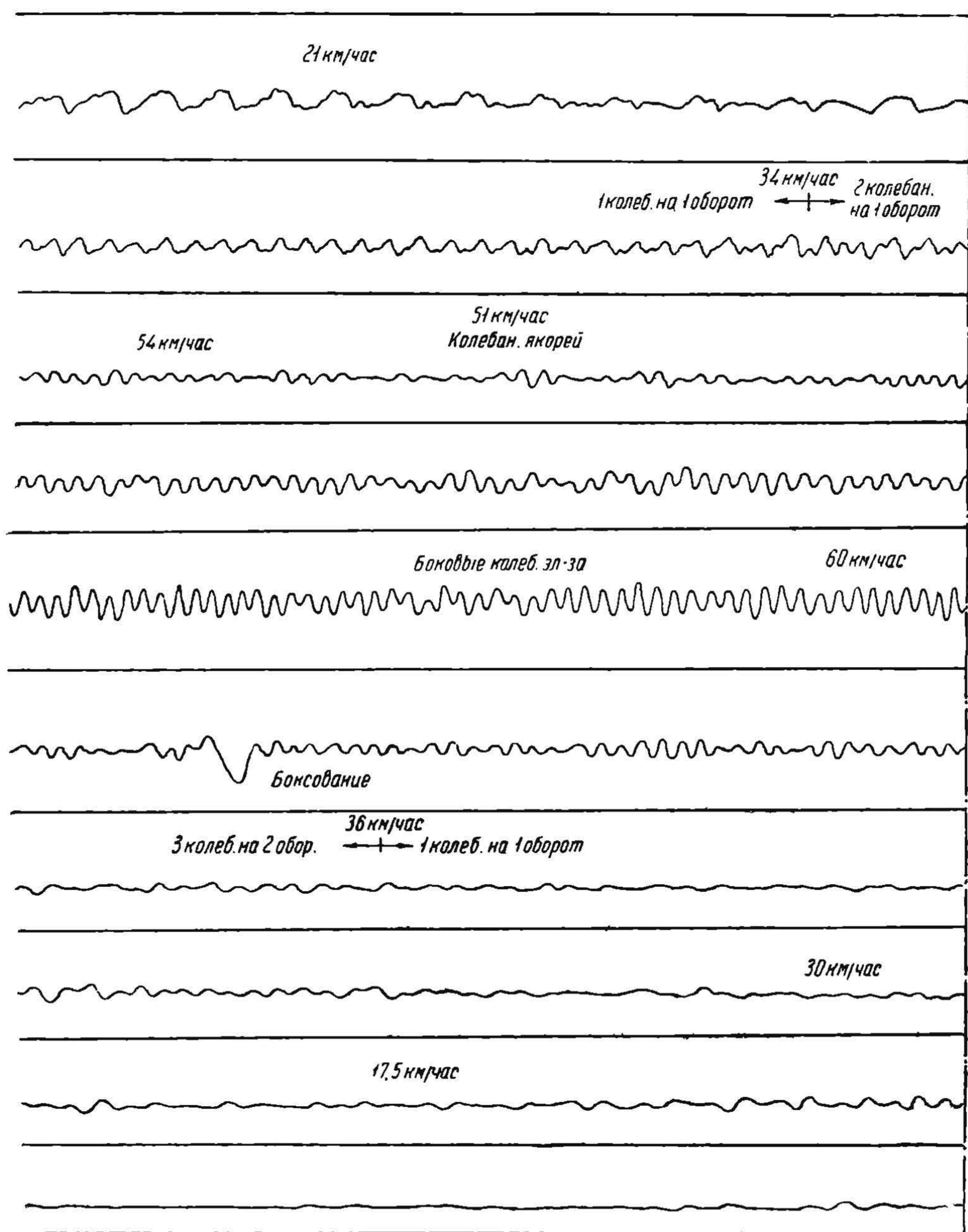
зона колебания, когда длительность одного колебания соответствует полуобороту движущего колеса, наблюдается при скорости 10 км/час, а вторая зона—при скорости 21 км/час (одно колебание за один оборот колеса), третья зона (два колебания за три оборота)—при 32 км/час и, наконец, четвертая (одно колебание за два оборота колеса)—при 54 км/час.



Фиг. 337 (продолжение).

Большой интерес представляет собою диаграмма (фиг. 338) колебаний электровоза ходовой формулы 1С1 с двумя моторами, работающими на два отбойных вала, связанных между собою через спарники движущих колес. Следует отметить, что нахождение между двумя отбойными валами одной движущей оси действует благоприятнее в смысле поглощения колебаний, чем если бы оба мотора работали на один общий отбойный вал. У одного мотора шатун наклонен под углом 50° , у другого—под углом 60° . Диаграмма снята у мотора с углом наклона шатуна в 60° . Перед испытанием были в значительной мере уничтожены зазоры в подшипниках. При трогании вначале

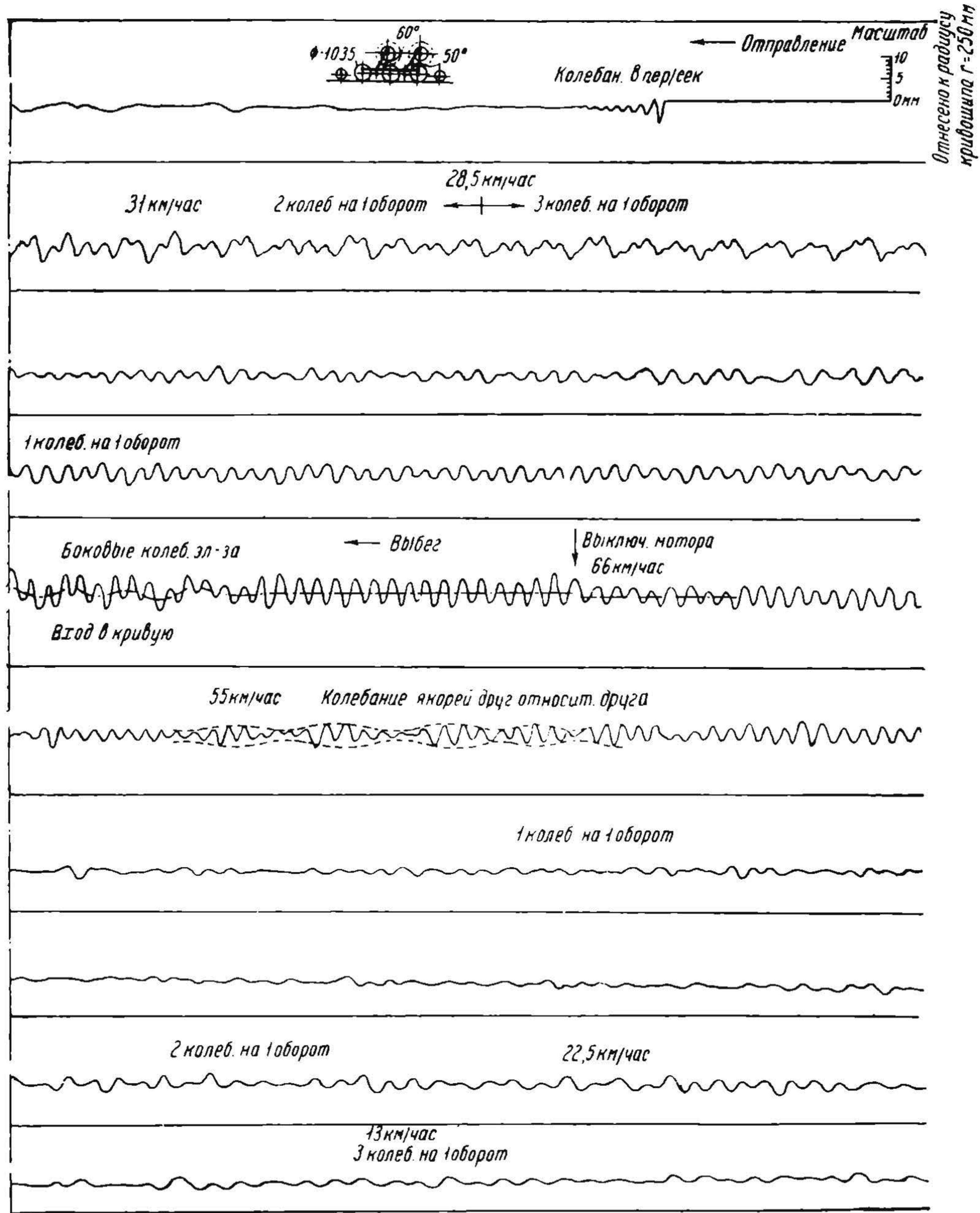
наблюдаются гармонические колебания порядка 8 колебаний в секунду, затем появляются колебания с частотой три, два и наконец одно колебание за один оборот колеса (скорость 28,5 и 34 км/час). С этого момента начинаются вынужденные колебания, которые в эксплуатации оказались наиболее силь-



Фиг. 338.

ными при скорости 51 км/час. Здесь характерно отметить колебания одного якоря относительно другого. При скорости 66 км/час было произведено отключение моторов. Здесь заметно увеличение амплитуд ненагруженной системы по сравнению с системой, передающей вращающий момент. В это время электровоз выходит из кривой на прямую, что вызывает поперечную качку.

Вследствие этой качки меняется относительная высота движущих осей и отбойных валов, и происходит излом линии спарников в шарнирах; криво-шпы последних получают изменение скорости вращения; это сказывается через шатуны на скорости якорей моторов, и на рассматриваемой диаграмме



Фиг. 338 (продолжение)

мы видим характерные колебания, аналогичные колебаниям на стыках. При скорости 55 км/час заметны сильные колебания одного якоря относительно другого.

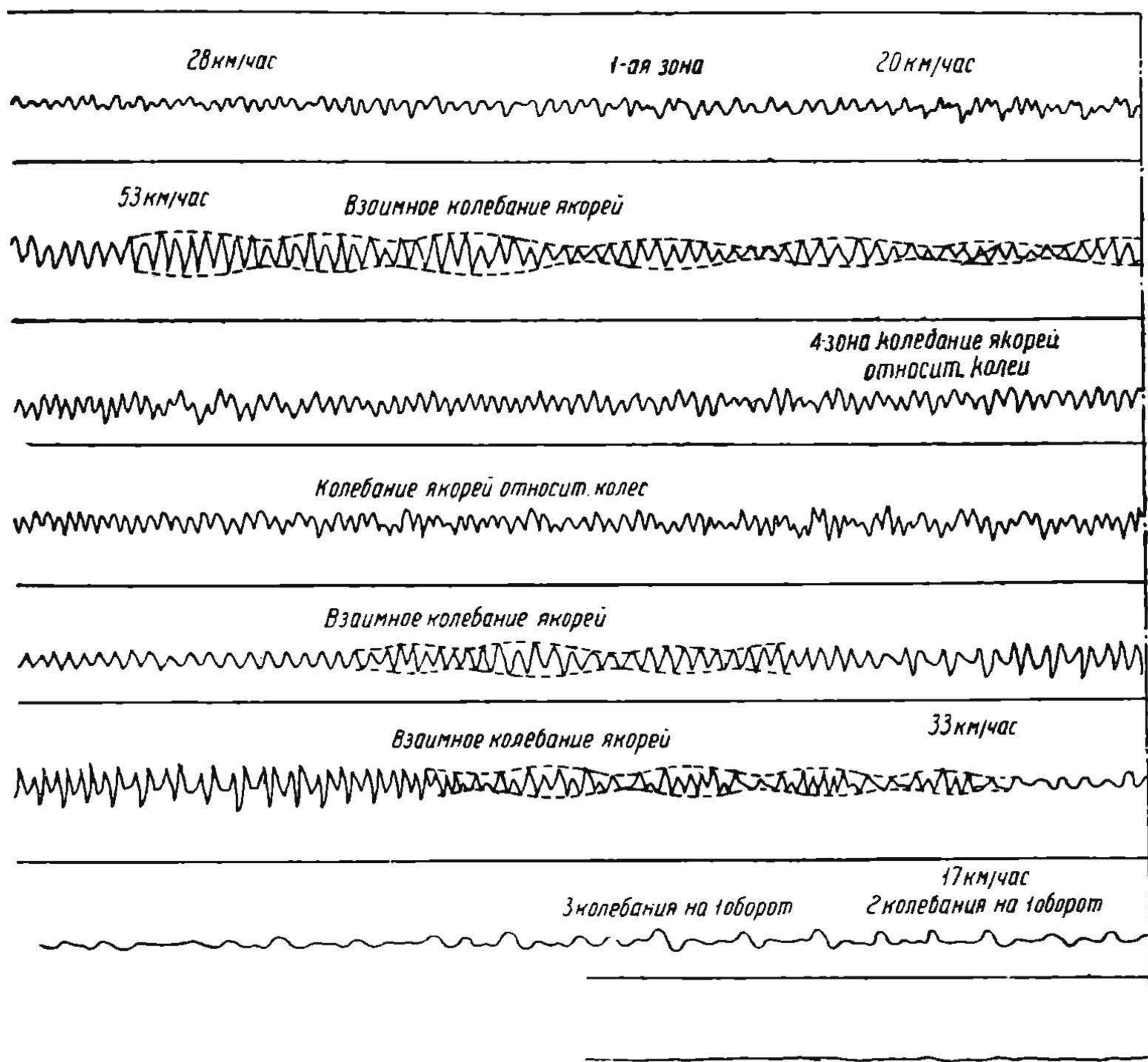
На фиг. 339 показана диаграмма колебаний якоря электровоза с двумя моторами, работающими на один отбойный вал. Характер диаграммы совершенно

аналогичен ранее рассмотренным для электровоза с двумя моторами, работающими на различные отбойные валы.

Наиболее опасными для электровозов являются колебания с частотами, которые соответствуют числу оборотов движущих колес, поскольку при этом часто получается резонанс при высоких эксплуатационных скоростях электровозов.

В случае шатунной передачи причиной таких колебаний являются ошибки в размерах отдельных элементов.

Причины, вызывающие колебания с двойной частотой по отношению к числу оборотов движущих колес, не представляют уже такой опасности, поскольку резонанс с колебаниями самой передачи может иметь место только при ско-



Фиг. 339.

ростях, в два раза, примерно, более низких, чем ранее указанные. Такие колебания имеют однако место при шатунном механизме. Наконец всякая шатунная передача имеет колебания с частотой, равной 4ω , где ω —число оборотов движущих колес; причиной этих колебаний является смена усилий в шатунах в течение одного оборота колеса. Амплитуда этих колебаний зависит от игры в подшипниках; однако эти колебания резонируют с массой якоря только при скоростях, в четыре раза меньших той, которая соответствует основной волне, синхронной с числом оборотов движущих колес.

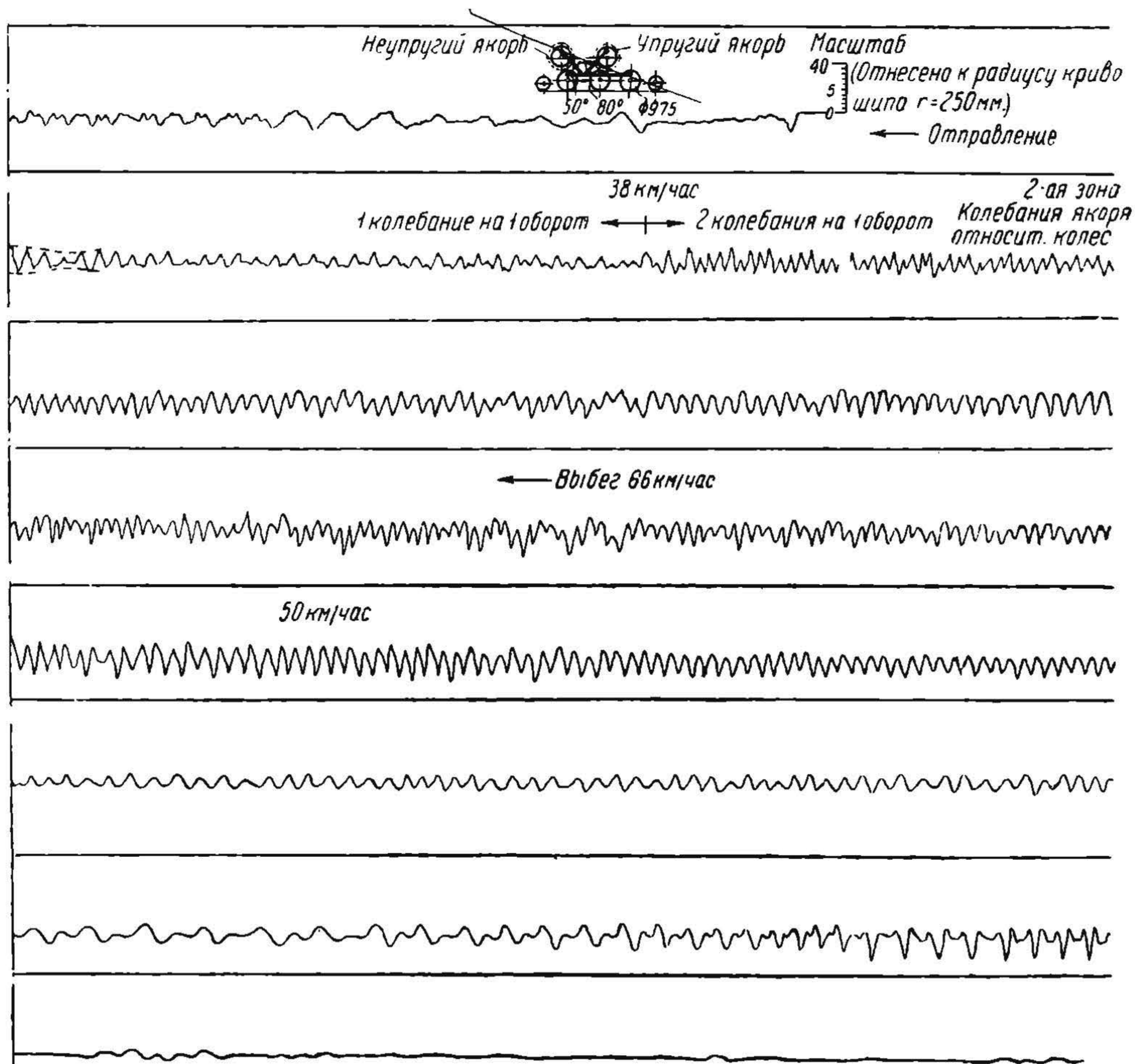
Установка пружин в передаточном механизме дает снижение частоты колебаний передачи, поскольку время колебаний пропорционально корню квадратному из величины, характеризующей гибкость системы.

На фиг. 340 а даны диаграммы снятых торзиографом колебаний якоря мотора электровоза „Е24“ ж. д. Париж—Орлеан, с непосредственной передачей усилий

от моторов при помощи V-образно расположенных шатунов непосредственно на движущие колеса без промежуточных отбойных валов. Якорь мотора упруго связан со своим валом. Диаграмма *j* снята при скорости 27,6 км/час.

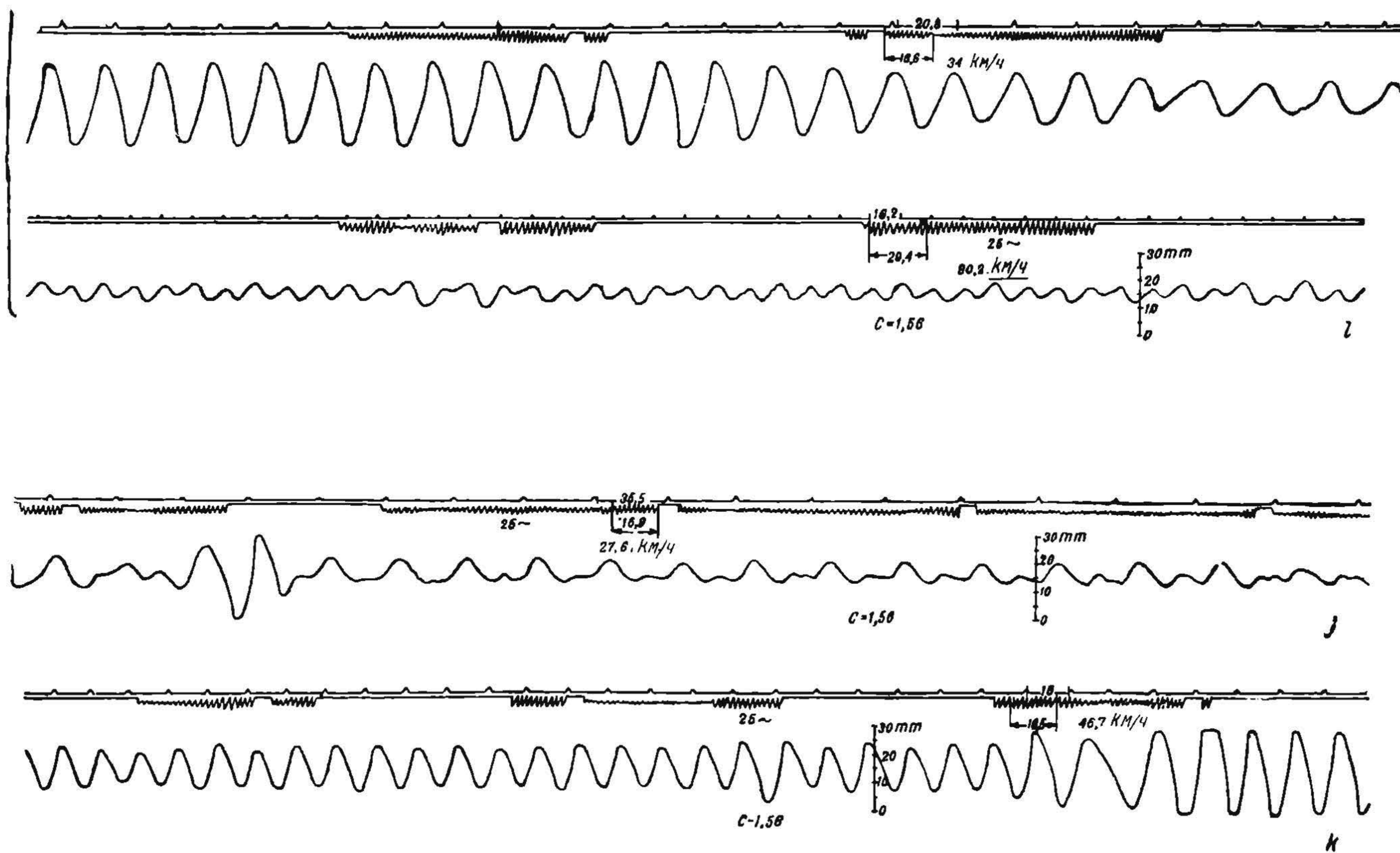
Вторая гармоника (т. е. частота, равная двукратному числу оборотов пальцев кривошипов) при указанной скорости еще заметна, однако она быстро исчезает при скорости 34 км/час.

Диаграмма *k* снята при скорости 46,7 км/час, когда основная волна, т. е. с периодичностью, соответствующей числу оборотов движущих колес, получает большие амплитуды, благодаря резонансу. При скорости порядка 80 км/час (см. диаграмму *l*) амплитуды колебания значительно снижены, поскольку эта скорость находится вне пределов критической.



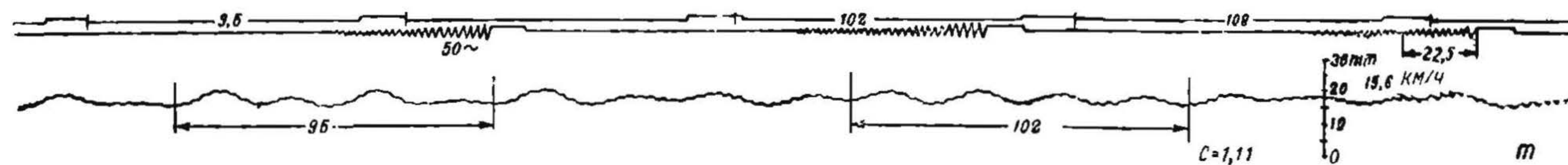
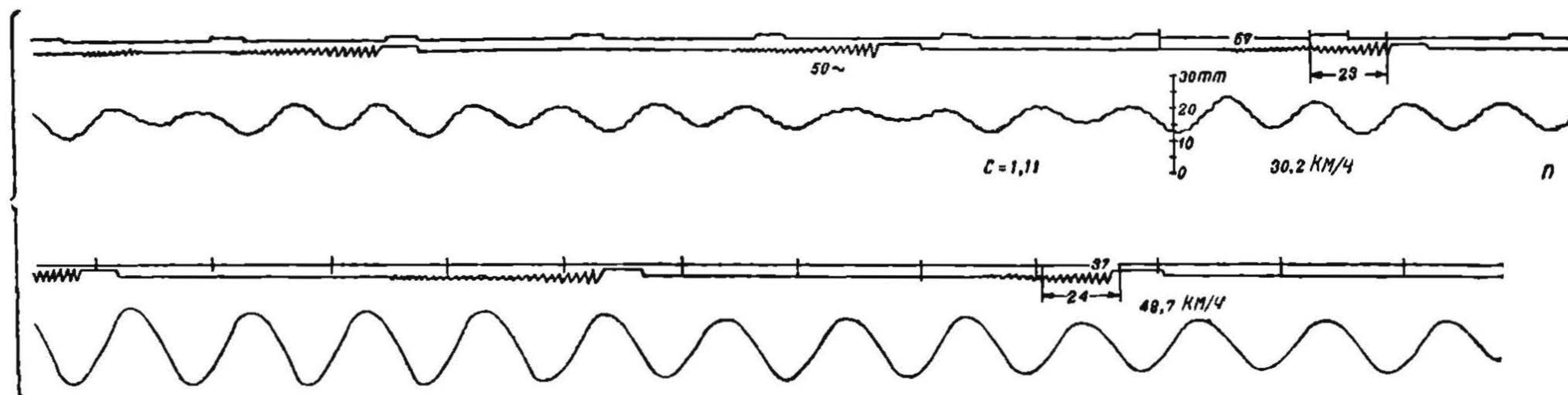
Фиг. 339 (продолжение)

На фиг. 340в даны снятые при помощи торзигрофа диаграммы колебаний якоря электровоза 1Е1 Берн-Лечберг-Симплонской ж. д. Электровоз снабжен двумя тяговыми моторами, передающими свое усилие при помощи зубчатых колес на отбойные валы и далее треугольной рамой на движущие оси. В одном из больших зубчатых колес установлены пружины, и, таким образом, масса якоря этого мотора эластично связана с движущими колесами. Другой же якорь с движущими осями связан жестко. Как видно из приведенных диаграмм, при скорости порядка 15,6 км/час преобладают колебания, совершающиеся 4 раза в течение оборота колеса; при скорости же 30,2 км/час большие амплитуды соответствуют двукратному числу колебаний в течение одного оборота движущих колес.



Фиг. 340а.

НТБ
ДНУЖТ



Фиг. 340в

НТБ
ДНУЖТ

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОВОЗА НА ПУТЬ**§ 48. Общие положения**

Вопросу динамического воздействия электровоза на путь до сего времени сравнительно мало уделяется внимания, хотя безусловно только правильная оценка и проверка взаимодействия пути и локомотива и могут обеспечить необходимую высокую степень безопасности движения. Интересно отметить, что вопросу взаимодействия локомотива и пути придавал исключительное значение и творец первого локомотива Стефенсон (см. доклад Н. Baumann'a на Международном железнодорожном конгрессе—*Monatszeitschrift des Int. Eisenbahn Kongress Ver.*, ноябрь 1932 г., стр. 21, 98).

Как конструктору локомотивов, так и путевику надо твердо помнить, что наряду с основными техническими данными, как-то: мощностью, тяговой характеристикой локомотива, не менее важной является характеристика локомотива в отношении воздействия его на ж.-д. путь. Само собою разумеется, локомотив, дающий чрезмерные динамические нагрузки на путь или боковые усилия, превышающие безопасные, должен быть признан недопустимым для движения при заданных условиях.

Долголетняя служба паровозов самых различных конструкций позволила изучить динамические воздействия их на ж.-д. путь. Когда на ж.-д. путях появляется новый тип локомотива—тепловоз и электровоз с совершенно иными машинами, иной передачей усилий от двигателя на ось, с ходовыми частями, запроектированными из условия одинаково хорошего хода в обоих направлениях и т. п.,—становится совершенно необходимым изучить новый тип локомотива в отношении динамических воздействий на путь.

В отношении воздействия электровоза на путь различают динамическое воздействие в вертикальном направлении и в горизонтальном. Горизонтальные воздействия на путь нами были изучены в главе II, а в настоящей главе будут рассмотрены только вертикальные воздействия электровоза на путь.

§ 49. Вертикальные динамические воздействия электровоза на путь

В главах I и II мы изучали изменения статических нагрузок от движения колес по неровностям пути и от продольных и поперечных колебаний над-рессорного строения.

В главе IV мы рассмотрели динамические изменения нагрузок колес при движении в кривых и при развитии электровозом силы тяги. В настоящей главе мы будем изучать вертикальные динамические изменения нагрузок колес электровоза вследствие всякого рода отступлений в вертикальной плоскости траектории точки соприкосновения колеса с рельсом от прямой линии как по причине неровности рельсового пути, так и по причине неровности в самом бандаже (выбоины) *с учетом упругости пути и скорости движения*. Наличие вместе с вращающимися массами больших поступательно перемещающихся масс в поршневых машинах не позволяет полностью уравновесить массы с относительным движением на паровозе. На электровозах с индивидуальной и шатунной передачей имеются только вращающиеся массы, поддающиеся, вообще говоря, полному уравновешиванию; поэтому при рассмотрении

вертикальных воздействий на путь электровозов учет воздействия неуравновешенных масс отпадает.

Электровозы свободны также от воздействия непосредственно (незарессоренно) на движущие оси вертикальных составляющих от передачи тяговых усилий от шатунов, так как шатуны, связывающие движущие оси с отбойным валом или непосредственно с низко расположенным тяговым двигателем, как мы выше видели (§ 42), ставятся всегда горизонтально или с очень незначительным уклоном.

При изучении влияния неровностей пути на динамическое воздействие одиночной оси на путь (в § 1) мы уже отметили влияние, которое оказывает величина незарессоренного веса, передаваемого колесом на рельс.

Соотношение незарессоренного веса оси (т. е. веса колесной пары с буксами и прочими деталями, лежащими непосредственно на оси) и зарессоренной нагрузки на ось, передающейся через рессоры, в сильной степени зависит от типа передачи.

У бегунковых осей и у движущих при передаче при помощи полой оси отношение незарессоренных масс к зарессоренной нагрузке оси будет минимальное. При непосредственной насадке якоря на движущую ось незарессоренный вес сильно увеличивается.

На табл. 63 приведены незарессоренные веса, приходящиеся на одну ось при непосредственной насадке якоря на движущую ось на выполненных электровозах ж. д. New-York—Central и Чикаго—Мильвоки.

Т а б л и ц а 63

Таблица незарессоренных нагрузок на ось при насадке якоря непосредственно на ось

Н а и м е н о в а н и е ж. д.	New-York — Central		Чикаго—Мильвоки —Сан-Поль
Мощность двигателя л. с.	500	325	270
Диаметр движущих колес мм.	1 118	914	1 118
Максимальная скорость км/ч.	128	136	104,6
Незарессоренный вес, действующий непосредственно на ось, в кг.	5 000	2 900	4 350

(Вертикальное воздействие на путь моторов с трамвайной подвеской будет изучено подробно ниже.)

Неровности пути могут носить случайный характер или периодически повторяться (стыки). По характеру своего воздействия неровности ж.-д. пути можно разбить на: 1) неровности с постепенным переходом, например: изменение профиля, возвышение внешнего рельса на переходной кривой, постепенный переход от стыка—пониженной части пути к средней повышенной части пути; 2) резкие изменения высоты—удары о стыки, удары при прохождении крестовины.

§ 50. Влияние неровностей при упругом пути

Пусть при движении колесной пары по неровности пути колесо, входя на возвышение h , вызывает деформацию верхнего строения пути, почему, в конечном итоге, высота фактического поднятия колеса будет всего $h' < h$; при чем мы отметим, что динамическая нагрузка колеса будет зависеть от величины соотношения $\frac{h'}{h}$

Совершенно очевидно, что чем более жестким будет путь, тем больше будет величина $\frac{h'}{h}$, и в пределе это отношение при абсолютно жестком пути и ходовых частей будет стремиться к $\frac{h'}{h} = 1$.

Определим, какова же возможная величина соотношения $\frac{h'}{h}$ при существующих типах верхнего строения.

Для того, чтобы не усложнять задачу, будем считать попрежнему, что вхождение колеса на неровность пути будет происходить с постоянным вертикальным ускорением.

Для этого случая мы имеем (см. § 1):

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{2v^2}{D_k} \cdot \frac{h'}{h}.$$

Если P_{cm} — статическая нагрузка на ось, незарессоренный вес оси q , а жесткость осевых рессор \mathcal{K} , то P_d — динамическая нагрузка на ось будет равна:

$$P_d = P_{cm} + \frac{q}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + \mathcal{K}h' = P_{cm} + \frac{q}{g} \cdot \frac{2v^2}{D_k} \cdot \frac{h'}{h} + \mathcal{K}h'. \quad (754)$$

С другой стороны, просадка пути на величину $h - h'$ вызовет увеличение реакции пути на ось, равное:

$$(h - h')\lambda,$$

где λ — коэффициент жесткости пути или коэффициент пропорциональности между нагрузкой на рельс и опусканием пути, учитывающий упругость не только балласта, но и шпал и рельсов.

По опытам проф. Васютинского при весе рельса 38 кг/м при песчаном хорошем балласте величина $\lambda = 32 \text{ т/см}$; на стыках жесткость пути меньше и коэффициент жесткости пути может быть принят для стыков равным:

$$\lambda = 22 \div 24 \text{ т/см}.$$

Приравнивая динамическую дополнительную нагрузку колеса на рельс упругим силам от вертикальных деформаций пути, получим новое уравнение:

$$\mathcal{K}h' + \frac{q}{g} \cdot \frac{2v^2}{D_k} \cdot \frac{h'}{h} = (h - h')\lambda. \quad (755)$$

Определим динамическую нагрузку оси при прохождении ею неровности пути.

Пусть возвышение рельса в стыке равно 3 мм, т. е.

$$h = 3 \text{ мм}.$$

Примем незарессоренную массу оси с лежащим на ней мотором при трамвайной подвеске $\frac{q}{g} = 540 \text{ кгм}^{-1}\text{сек}^2$.

Жесткость рессор на оси

$$\mathcal{K} = 200 \text{ кг/мм};$$

диаметр движущих колес

$$D_k = 1,2 \text{ м}.$$

Тогда из уравнения (755) для различных скоростей при $\lambda = 24 \text{ т/см}$ мы найдем величину h' и, подставив ее в уравнение (754), определим P_d для различных скоростей.

Результаты подсчетов приведены на табл. 64.

Динамические перегрузки оси при возвышении рельса на стыке высотой 3 мм

Скорости: $\left\{ \begin{array}{l} \text{км/час} \\ \text{м/сек} \end{array} \right.$	30	50	70	90
	8,35	13,9	19,4	25,0
h'	0,30	0,121	0,063	0,038
h'	0,1	0,0403	0,021	0,013
h				
$\frac{d^2y}{dt^2}$	11,7	12,8	12,9	13,0
$\frac{q}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2}$	6 350	6 900	7 000	7 050
$\lambda h'$	60	24	12	7,8
$P_{\partial} - P_{cm}$	6 410	6 924	7 012	7 058
$\frac{P_{\partial}}{P_{cm}}$	1,320	1,346	1,350	1,353

Теперь рассмотрим другой случай, когда колесо вступает на неровность пути с подъемом h на протяжении l . Вследствие упругости пути поднятие колеса будет всего на величину h' , а следовательно на величину $h - h'$ произойдет опускание верхнего строения пути.

Приняв попрежнему постоянное вертикальное ускорение $\frac{d^2y}{dt^2}$ при вхождении на высоту h' на длине l , мы найдем следующую зависимость:

$$h' = \frac{t^2}{2} \cdot \frac{d^2y}{dt^2}$$

и

$$t = \frac{l}{v}$$

откуда

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{2h'v^2}{l^2}.$$

С другой стороны, приравнивая динамическое приращение нагрузки оси при вхождении на возвышение h' приращению упругой реакции верхнего строения пути, получим:

$$\frac{q}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + \lambda h' = \lambda (h - h')$$

или

$$\frac{q}{g} \cdot \frac{2h'v^2}{l^2} + \lambda h' = \lambda (h - h'). \quad (756)$$

Пусть

$$l = 0,1 \text{ м}; \quad h = 3 \text{ мм}; \quad \lambda = 32 \text{ т/см}.$$

Определим сначала величину h' по формуле (756), а затем увеличение величины динамической нагрузки на ось при различных скоростях, пользуясь формулой (754).

Результаты подсчетов даны на табл. 65.

Динамические перегрузки от неровностей пути с подъемом 30‰ на протяжении 0,1 м

Скорости: $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{км/час}}{\text{м/сек}} \end{array} \right.$	30 8,35	50 13,9	70 19,4	90 25,0
h' (мм)	0,895	0,396	0,219	0,135
h'	0,298	0,132	0,073	0,045
h				
$\frac{d^2y}{dt^2}$ (м/сек ²)	12,28	15,28	16,40	16,87
$\varepsilon h'$	179	80	44	27
$P_{\partial}-P_{cm}$	6 789	8 330	8 894	9 137
$\frac{P_{\partial}}{P_{cm}}$	1,339	1,417	1,445	1,457

Сравнивая результаты подсчетов по табл. 64 и 65, мы приходим к следующим выводам.

Влияние скорости движения на упругом пути не сказывается в сильной мере на величине динамических перегрузок. Это объясняется именно упругостью пути: с увеличением скорости увеличивается просадка пути $h-h'$ и падает величина h' (высота поднятия оси на неровность пути), а вместе с тем падает и ускорение $\frac{d^2y}{dt^2}$, вызывающее динамические перегрузки.

В приведенных подсчетах мы принимали для упрощения величину вертикального ускорения постоянной, не учитывая действительную траекторию опорной точки колеса на рельсе.

Мы рассмотрели, пользуясь упрощенными формулами, влияние неровностей пути с постепенным изменением профиля и с резкими переходами, и на примерах показали, какое большое влияние на уменьшение вертикальных ускорений, а следовательно на изменение нагрузок от незарессоренных масс электровоза оказывает упругость пути, а также учли влияние скорости движения колеса.

Ниже, в § 52, мы применим более точный метод исследования влияния поступательной скорости движения колеса на рельсовый путь, а предварительно отметим особенности трамвайной подвески в отношении воздействия на путь массы тягового мотора.

§ 51. Воздействие на путь мотора с трамвайной подвеской

На фиг. 341 изображена ось с мотором с подвеской трамвайного типа, поднимающаяся на возвышение на обеих нитях рельсового пути на высоту h . Но пусть при этом надрессорное строение еще не успело изменить своего положения; поэтому конец мотора A , подвешенный к надрессорному строению, сохраняет свое первоначальное положение; конец же B , опирающийся на моторно-осевые подшипники, поднялся на высоту h . Кроме того благодаря связи ската с якорем мотора при помощи зубчатой передачи поднятие большого зубчатого колеса на высоту h влечет за собой поворот якоря на угол α . Обозначим далее угол наклона централи, вызванный поднятием ската на высоту h , через γ . Если отношение зубчатой передачи обозначим через i , то

$$\alpha = (1 + i) \gamma. \tag{757}$$

Обозначим далее высоту поднятия центра тяжести S мотора через y , а динамическое изменение нагрузки оси, вызванное влиянием опирающейся на нее части мотора, через P . Величина P складывается из силы P_1 , приложенной в моторно-осевых подшипниках и вызывающей поворот всего корпуса мотора на угол γ , и из силы P_2 , передающейся через большое зубчатое колесо на шестеренку и вызывающей указанный выше поворот якоря на угол α .

Сила $P = P_1 + P_2$ показана на фиг. 341. Приложим к центру шестеренки две равные и направленные в противоположные стороны силы P_2 и $-P_2$. Последняя вместе с силой P_2 , приложенной к зубу шестеренки, дает пару сил, с моментом $P_2 r$.

Если полярный момент инерции якоря мотора обозначим через I_a и угловое ускорение его через α'' , то:

$$P_2 r = I_a \cdot \alpha'' = I_a \cdot \frac{2\alpha}{t^2},$$

поскольку, приняв равномерно-ускоренное поднятие, имеем:

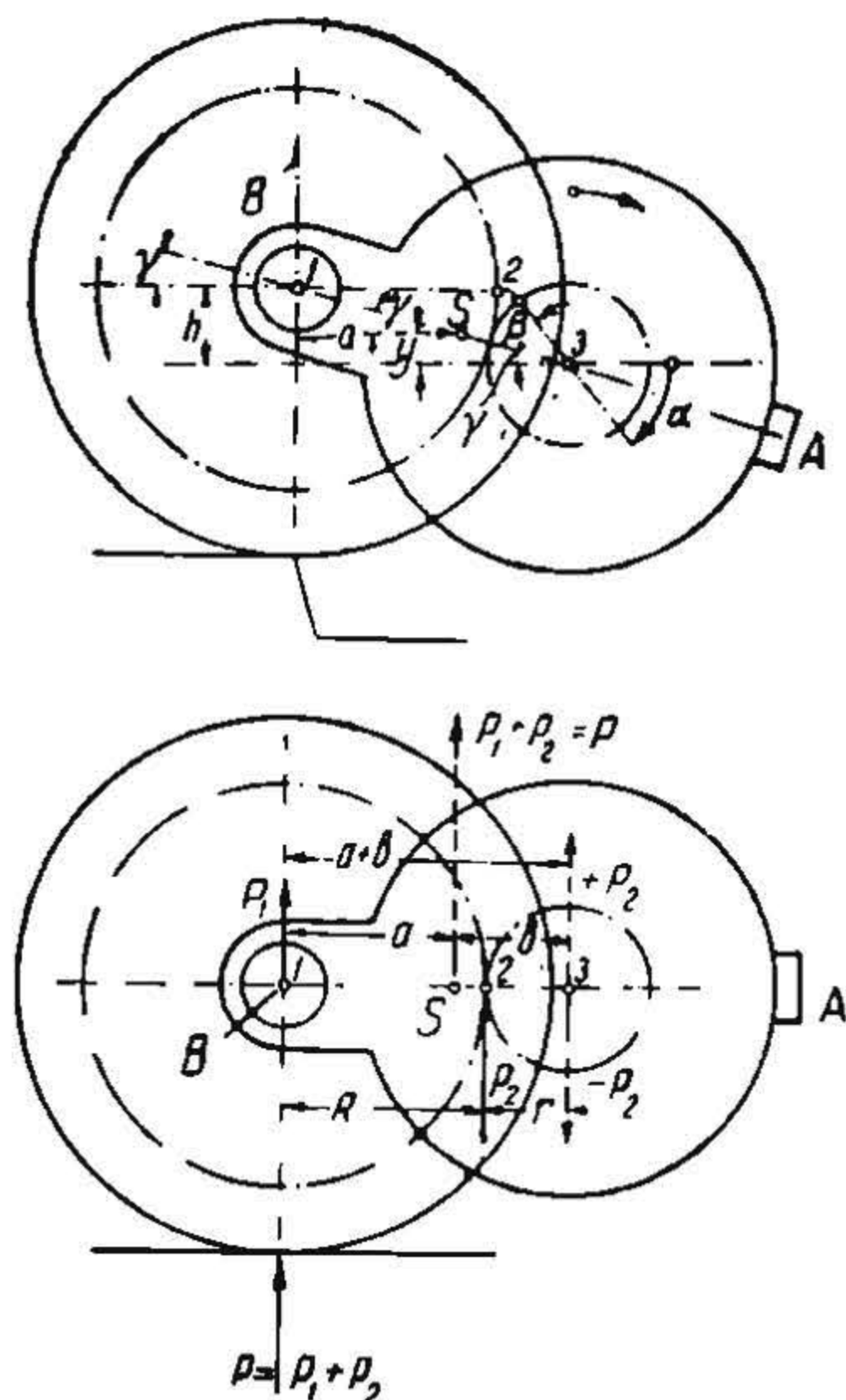
$$\frac{\alpha'' t^2}{2} = \alpha;$$

или, учитывая уравнение (757), получим:

$$P_2 r = I_a \cdot \frac{2}{t^2} \cdot (1 + i) \gamma. \quad (758)$$

Оставшаяся сила $+P_2$ действует на корпус мотора на плече b , сила же P_1 , приложенная в моторно-осевых подшипниках, действует на плече a . Общий момент $P_1 a - P_2 b$ вызывает вращение корпуса мотора с угловым ускорением γ'' , величина которого найдется из уравнения

$$\frac{\gamma'' t^2}{2} = \gamma.$$



Фиг. 341.

Обозначая полярный момент инерции корпуса мотора через I_k , можем написать:

$$P_1 a - P_2 b = \gamma'' I_k = \frac{2}{t^2} \gamma I_k,$$

или, подставляя ранее найденную величину для P_2 , из уравнения (758) получим:

$$P_1 a = \frac{2}{t^2} \left[I_k + I_a (1 + i) \frac{b}{r} \right] \gamma. \quad (759)$$

Реакция рельса в опорных точках колес $P = P_1 + P_2$ или, после подстановки выражений для P_1 и P_2 из уравнений (758) и (759), получим:

$$P = \frac{2}{at^2} \left[I_k + I_a (1 + i) \frac{a + b}{r} \right] \gamma = \frac{2}{at^2} \left[I_k + I_a (1 + i)^2 \right] \gamma. \quad (760)$$

Выражение, стоящее в скобках, носит название приведенного полярного момента инерции мотора.

Определим теперь отношение массы мотора, производящей динамическую нагрузку на ось, ко всей массе мотора. Это отношение равно отношению высоты поднятия центра тяжести мотора к высоте поднятия самой оси, т. е. отношению $\frac{y}{h}$. Усилие, действующее от инерции мотора на ось, мы нашли

равным P . Обозначив ускорение вертикального перемещения центра тяжести массы всего мотора через y'' при высоте поднятия его y , имеем:

$$y'' = \frac{2y}{t^2}$$

При массе мотора M найдем:

$$y'' = \frac{P}{M} = \frac{2y}{t^2},$$

откуда

$$y = \frac{Pt^2}{2M}.$$

Величина же h , как видно из фиг. 341, может быть выражена в виде:

$$h = y + ay.$$

Подставляя в это уравнение найденное ранее выражение для y , а также значение γ из уравнения (760), получим:

$$h = \frac{Pt^2}{2M} + \frac{Pa^2t^2}{2[I_k + I_a(1+i)^2]}. \quad (761)$$

Искомое отношение $\frac{y}{h}$ найдется равным:

$$\frac{y}{h} = \frac{\frac{1}{M}}{\frac{1}{M} + \frac{a^2}{I_k + I_a(1+i)^2}} = \frac{1}{1 + \frac{Ma^2}{I_k + I_a(1+i)^2}}. \quad (762)$$

Для тягового двигателя часовой мощностью порядка 350 квт с трамвайной подвеской, приняв:

M — масса мотора	565 кгм ¹ сек ²
a — расстояние центра тяжести мотора до центра движущего колеса	0,5 м
b — расстояние центра тяжести мотора до его оси	0,09 „
R — радиус большого зубчатого колеса .	0,430 „
r — то же шестеренки	0,115 „
i — передаточное число	3,75 „
I_k — момент инерции корпуса мотора	35 кгм ¹ сек ²
I_a — момент инерции якоря мотора	20 кгм ¹ сек ²

и подставив эти величины в уравнение (762), найдем неподдрессоренную массу мотора, действующую непосредственно на ось, равной (по отношению ко всей массе мотора):

$$\frac{y}{h} = \frac{1}{1 + \frac{565 \cdot 0,25}{35 + 20(1 + 3,75)^2}} = 0,775, \text{ или } 77,5\%.$$

Полученный результат показывает, что если статически около половины массы мотора является незарессоренной, то в динамическом отношении, т. е. при внезапных повышениях или понижениях пути, на ось непосредственно начинает действовать масса, равная 77,5% всей массы мотора. Такое значительное увеличение динамической незарессоренности массы мотора против статической объясняется инерцией якоря, инерцию которого мы приводим также к массе мотора. Действительно, из уравнений (758) и (760) мы находим, что отношение усилия P_2 , развиваемого осью и передаваемого через большое зубчатое колесо якорю мотора, вызывая проворачивание его,—к полному вертикальному усилию P , испытываемому осью, равно:

$$\frac{P_2}{P} = \frac{I_a(1+i)}{I_k + I_a(1+i)^2} \cdot \frac{a}{r}$$

что для рассматриваемого случая составляет:

$$\frac{P_2}{P} = \frac{20(1 + 3,75)}{35 + 20(1 + 3,75)^2} \cdot \frac{0,5}{0,115} = 0,85, \text{ или } 85\%.$$

При передаче зубчатым колесом усилия P_2 на вал мотора реактивная сила с моментом P_2R стремится повернуть колесо. Если этот момент окажется больше момента, образуемого силой сцепления движущего колеса с рельсом, то произойдет боксование колеса.

Для рассматриваемого нами случая кажущаяся масса мотора

$$M' = M \cdot \frac{y}{h} = 565 \cdot 0,775 = 438 \text{ кгм}^{-1}\text{сек}^2.$$

При вертикальном ускорении колеса y''_k усилие P найдется равным:

$$P = M' y''_k = M \cdot \frac{y}{h} \cdot y''_k = 438 y''_k;$$

при чем мы выше нашли, что 85% этого усилия передается через зубчатое колесо, т. е.

$$P_2 = 0,85 \cdot 438 \cdot y''_k = 372 y''_k.$$

Таким образом, реактивный момент найдется равным:

$$M_r = P_2 R = 372 y''_k \cdot 0,430 = 160 y''_k.$$

Статическая нагрузка оси 20 т; динамическое же увеличение нагрузки от массы мотора составляет, как мы видели выше, $372 y''_k$; приняв массу самой оси с буксами и с большим зубчатым колесом равной $m = 190 \text{ кгм}^{-1}\text{сек}^2$, общую динамическую нагрузку оси найдем равной:

$$P_\partial = 20\,000 + 372 y''_k + 190 y''_k = 20\,000 + 562 y''_k.$$

Приняв коэффициент сцепления равным $\phi = 0,24$; максимальное ускорение $y''_{k_{\max}}$, соответствующее силе сцепления колес с рельсами, найдем из уравнения:

$$\frac{\phi P_\partial D_k}{2} = P_2 R = 372 y''_{k_{\max}} R, \quad (763)$$

где D_k — диаметр движущих колес.

Для рассматриваемого случая уравнение (763) перепишется в виде:

$$1,2 \cdot \frac{0,24 (20\,000 + 562 y''_{k_{\max}})}{2} = 372 y''_{k_{\max}} \cdot 0,430;$$

откуда

$$y''_{k_{\max}} = 36,8 \text{ м/сек}^2.$$

Таким образом, максимальная динамическая вертикальная перегрузка оси от массы мотора будет:

$$P = 438 y''_{k_{\max}} = 16\,200 \text{ кг},$$

т. е. составляет 81% от статической нагрузки.

В том случае, если зубчатая передача поставлена с начальным натяжением, то могут иметь место два случая:

1) Сила P_2 , передающаяся на якорь через зубчатое колесо, не превышает величины первоначального натяжения рессор упругого венца; тогда явление будет происходить совершенно так же, как если бы зубчатая передача была неупругой.

2) Если же при ударе о неровности пути произойдет сдвиг венца относительно тела зубчатого колеса, то при малой жесткости пружин мы можем пренебречь небольшим увеличением усилия рессор в венце зубчатого колеса вследствие проворачивания его относительно тела зубчатого колеса и тогда можем принять, что ускорение якоря будет соответствовать моменту от начального натяжения рессор упругой передачи, т. е.

$$I_a \cdot a'' = F r_0, \quad (764)$$

где F — начальное натяжение всех рессор упругого венца и r_0 — их расстояние от центра зубчатого колеса.

Если жесткость рессор упругого венца настолько велика, что дополнительным усилием от проворачивания венца относительно тела зубчатого колеса

пренебрегать нельзя, то ускорение якоря будет рассчитываться по моменту:

$$Fr_0 + n\mathcal{J}\vartheta r_0,$$

т. е.

$$I_a \cdot \alpha'' = Fr_0 + n\mathcal{J}\vartheta r_0, \quad (765)$$

где:

n — число пружин;

\mathcal{J} — жесткость каждой пружины и

ϑ — угол проворачивания венца относительно тела зубчатого колеса.

В том и другом случае влияние инерции якоря сказывается лишь в зависимости от жесткости рессор между венцом и телом зубчатого колеса и в зависимости от начального усилия этих рессор.

Здесь следует однако отметить, что удары, получаемые при прохождении неровностей пути, в сильной мере зависят от зазоров как в самой зубчатой передаче, так и в моторно-осевых подшипниках и у подшипников вала мотора, при чем эти зазоры оказывают различное влияние в зависимости от расположения мотора (впереди своей оси или сзади).

Исследование влияния этих зазоров выходит из рамок настоящей книги; мы можем только отметить, что часто зазоры вызывают первый удар меньшей величины вследствие того, что в нем участвует не вся масса мотора; но после того, как соответствующий зазор будет пройден, имеет место второй удар, который может быть очень значительным, особенно при больших зазорах в зубчатом колесе вследствие износа их.

Косые зубья оказывают лишь то влияние, что дают аксиальное усилие.

В том случае, если неровность пути h будет лежать на одной рельсовой нити, то движение оси можно рассматривать как состоящее из вертикального поступательного на высоту $\frac{h}{2}$ и из вращения около средней точки, так что

одно колесо остается на прежней высоте, но другое — поднимается еще на $\frac{h}{2}$, т. е. всего на h . Таким образом, вертикальное ускорение средней точки оси будет равно $\frac{1}{2}y_k''$, где y_k'' — ускорение в случае неровности h под обоими рельсами. Если обозначим расстояние между опорными точками колес на рельсах через $2s$, то ускорение вращения оси около средней точки будет равно:

$$\omega'' = \frac{y''}{2s}.$$

Для первого вертикального ускорения справедливы ранее выведенные формулы, но с заменой y'' на $\frac{y''}{2}$, т. е. усилие от мотора будет $\frac{P}{2}$.

Усилия p и $-p$, действующие в опорных точках колес и вызывающие поворот мотора с угловым ускорением ω'' , при моменте инерции массы мотора I_m' и оси I_o' относительно горизонтальной продольной оси, проходящей через середину оси, найдем равными:

$$p \cdot 2s = (I_m' + I_o') \omega'',$$

откуда

$$p = \frac{I_m' + I_o'}{2s} \omega'', \quad (766)$$

т. е. давление колеса, входящего на одностороннюю неровность пути, найдется равным:

$$\frac{P}{2} + p = \frac{P}{2} + \frac{I_m' + I_o'}{2} \omega'' \quad (767)$$

Для рассмотренного выше мотора это дает около 70% от величины перегрузки от удара колеса при набегании на двухстороннюю неровность пути той же высоты h .

§ 52. Влияние поступательной скорости колеса при движении по рельсовому пути¹

Влияние поступательной скорости колеса, неправильной формы бандажа и рельсов, свойств верхнего строения пути освещено трудами проф. Петрова в его сочинении „Давление колес на рельсы железных дорог, прочность рельсов и устойчивость пути“, при чем рельс рассматривается как упругая балка, лежащая на двух упругих опорах и нагруженная в некоторой средней точке.

Применим тот же метод проф. Петрова для исследования движения электровозной оси.

Пусть колесо под влиянием той или иной причины опустится на величину y (см. фиг. 342); точки A , принадлежащие наддрессорному строению, переместятся в A' ; при этом стрела прогиба рессоры f , соответствующая нагрузке mq (т. е. $f = kmq$, где k — коэффициент гибкости рессоры, mq — зарессоренная нагрузка на колесо), изменится до f' , например уменьшится на величину $f - f' = y'$. Изменение давления, передаваемого рессорой на колесо, будет очевидно равно $\frac{y}{k}$.



Фиг. 342.

Принимая вес шпалы, участвующей в вертикальных перемещениях, p , а рельса p' и обозначая ускорение вертикального перемещения колеса через $\frac{d^2y}{dt^2}$, получим уравнение проекций на вертикальную ось действующих сил и сил инерции в виде:

$$\frac{p + p' + q}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = q + mq - \frac{\bar{y}}{k} - P, \quad (768)$$

где:

q — незарессоренная нагрузка колеса и P — реакция рельса, действующая вертикально.

Однако, как показывает расчет, влияние инерции части шпалы и рельса невелико по сравнению с остальными возникающими силами, почему ими можно пренебречь. Далее, произведенные опыты определения колебания рессоры в пути показали, что таковые, вообще говоря, невелики, почему и вызываемое ими изменение в нагрузке на колесо $\frac{\bar{y}}{k}$ также невелико и им можно также пренебречь. Таким образом уравнение (768) получает вид:

$$\frac{q}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = q(1 + m) - P. \quad (769)$$

Если обозначим скорость поступательного движения через v , то дифференциальное уравнение движения получится в виде:

$$dx = v dt$$

или, так как:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

и

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v}$$

то

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{v} \cdot \frac{dy}{dt}.$$

Продифференцировав еще раз, найдем:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{d^2y}{dt^2}$$

¹ См. также В. Медель, Пособие для проектирования паровозов, § 68.

или

$$\frac{d^2y}{dt^2} = v^2 \cdot \frac{d^2y}{dx^2}.$$

Подставляя полученное выражение в формулу (769), получим:

$$\frac{v^2 q}{g} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = q(1+m) - P. \quad (770)$$

Если обозначим через h_x вертикальное перемещение точки соприкосновения колеса с рельсом под влиянием приложенной в этой точке статической нагрузки $q(1+m)$, то y_x — динамическое понижение той же точки под действием силы P_x найдем, пользуясь пропорциональностью прогиба и вызывающей его силы, т. е.

$$\frac{y_x}{h_x} = \frac{P_x}{q(1+m)}$$

или

$$P = q(1+m) \cdot \frac{y_x}{h_x}. \quad (771)$$

Подставляя это значение для некоторого положения груза, указываемого индексом x , в формулу (770), получим:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{g}{v^2}(1+m) - \frac{g}{v^2}(1+m) \frac{y_x}{h_x}.$$

Здесь переменными величинами являются y_x и h_x ; почему, проинтегрировав это уравнение в пределах от x_{i-1} до x , найдем:

$$\frac{dy}{dx} - \left(\frac{dy}{dx}\right)_{i-1} = -\frac{g}{v^2}(1+m) \int_{x_{i-1}}^x \frac{y_x}{h_x} dx. \quad (772)$$

В этом уравнении подинтегральные функции мы заменим средними арифметическими их величинами, соответствующими пределам x_{i-1} и x ; получим:

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{i-1} - \frac{g}{2v^2}(1+m) \left(\frac{y_x}{h_x} + \frac{y_{x_{i-1}}}{h_{x_{i-1}}}\right)(x - x_{i-1}).$$

Обозначая скорость вертикального перемещения колеса через $\frac{dy}{dt} = \omega$, найдем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{v} \omega.$$

Интегрируя полученное уравнение по x в пределах от x_{i-1} до x , заменяя также подинтегральные функции их средними арифметическими величинами для данных пределов и обозначая длину равных подразделений как расстояние между серединами двух смежных шпал $a = x_i - x_{i-1}$, найдем:

$$y_i = \frac{y_{i-1} + \omega_{i-1} \frac{a}{v} + \frac{g}{8} \left\{ 4(1+m) - 3m \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} - \frac{3y_{i-1}}{h_{i-1}} \right\} \frac{a^2}{v^2}}{1 + \frac{g}{8h_i}(1+m) \frac{a^2}{v^2}} \quad (773)$$

и для вертикальной скорости ω_i найдем:

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \frac{g}{2} \left\{ 2 + m \left(2 - \frac{y_i}{h_i} - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) - \frac{y_i}{h_i} - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right\} \frac{a}{v} \quad (774)$$

Если колесо или рельс имеют дефекты в виде выбоин переменной глубины в различных местах y' , то очевидно изменится ускорение масс колеса и неизменно связанных с ним частей, т. е. получим уже ускорение в виде $\frac{d^2y''}{dx^2}$, где

$$y'' = y + y'.$$

Обозначив попрежнему $\frac{dy''}{dt} = \omega$ и интегрируя с заменой подинтегральных

функций их средними арифметическими значениями, получим и для этого случая:

$$y_i = \frac{y_{i-1} + \frac{a}{v} \omega_{i-1} + \frac{g}{8} \left[4(1+m) - 3(m+1) \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right] \frac{a^2}{v^2}}{1 + \frac{g}{8h_i} \cdot \frac{a^2}{v^2} (1+m)} \quad (775)$$

и для вертикальной скорости:

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \frac{g}{2} \cdot \frac{a}{v} \left[2(1+m) + m \left(\frac{y_i}{h_i} + \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right]. \quad (776)$$

Как видно из приведенных формул, как в случае правильной формы колеса, так и при дефектах на бандажах или рельсах, величина y_i при динамическом действии колеса определяется при помощи h_i — величины вертикального перемещения колеса под статической нагрузкой; таким образом, прежде всего необходимо найти обертывающую статических изгибов оси рельса и ее ординаты при различном положении нагрузки.

Положим, что под действием нагрузки P (фиг. 343), приложенной к точке C , удаленной на расстоянии δL от опоры, рельс изгибается и занимает указанное на чертеже положение $A_1 A B B_1$.

Точки опоры, понижаясь на y_I , y_{II} , y_{III} и y_{IV} , вызывают силы сопротивления X , Q , R и Y , пропорциональные этим понижениям, т. е. $X = k_I y_I$; $Q = k_{II} y_{II}$; $R = k_{III} y_{III}$ и $Y = k_{IV} y_{IV}$.

Дифференциальное уравнение для этой кривой в части BB_1 будет:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Y(3L - x)$$

или

$$EI \frac{dy}{dx} = -Y \left(3Lx - \frac{x^2}{2} \right) + C_1$$

$$EI y = -Y \left(\frac{9Lx^2}{6} - \frac{x^3}{2 \cdot 3} \right) + C_1 x + C_2. \quad (777)$$

Для части кривой от B до силы P :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Y(3L - x) - R(2L - x);$$

далее:

$$EI \frac{dy}{dx} = -Y \left(3Lx - \frac{x^2}{2} \right) - R \left(2Lx - \frac{x^2}{2} \right) + C_3$$

и

$$EI y = -Y \left(\frac{9Lx^2}{6} - \frac{x^3}{6} \right) - R \left(\frac{3 \cdot 2Lx^2}{6} - \frac{x^3}{6} \right) + C_3 x + C_4. \quad (778)$$

Для части кривой от силы P до A :

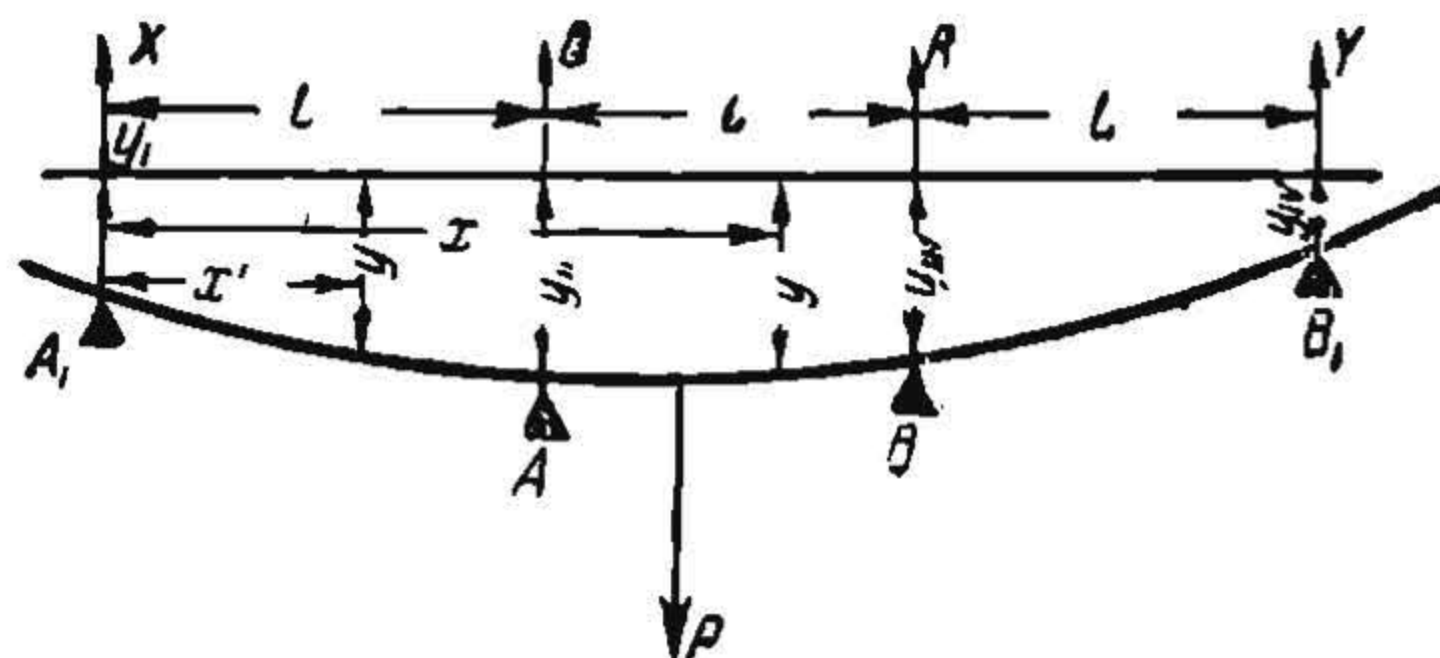
$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Y(3L - x) - R(2L - x) + P[(1 + \delta)L - x],$$

откуда

$$EI \frac{dy}{dx} = -Y \left(3Lx - \frac{x^2}{2} \right) - R \left(2Lx - \frac{x^2}{2} \right) + P \left[(1 + \delta)Lx - \frac{x^2}{2} \right] + C_5$$

и

$$EI y = -Y \left(\frac{9Lx^2}{6} - \frac{x^3}{6} \right) - R \left(\frac{6Lx^2}{6} - \frac{x^3}{6} \right) + P \left[\frac{(1 + \delta)Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right] + C_5 x + C_6. \quad (779)$$



Фиг. 343.

Для части кривой AA_1 :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Y(3L - x) - R(2L - x) + P[(1 + \delta)L - x] - Q(L - x),$$

откуда

$$EI \frac{dy}{dx} = -Y \left(3Lx - \frac{x^2}{2} \right) - R \left(2Lx - \frac{x^2}{2} \right) + P \left[(1 + \delta)Lx - \frac{x^2}{2} \right] - Q \left(Lx - \frac{x^2}{2} \right) + C_7$$

и

$$EI y = -Y \left(\frac{3}{2} Lx^2 - \frac{x^3}{6} \right) - R \left(\frac{2Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + P \left[(1 + \delta) \frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right] - Q \left(\frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + C_7 x + C_8. \quad (780)$$

Таким образом, мы получили 8 постоянных, но в точках A и B кривая имеет общие ординаты и касательные; отсюда получим при $x = 2L$:

$$C_1 = -\frac{12}{6} RL^2 + C_3$$

и

$$C_2 = \frac{8}{6} RL^3 + C_4;$$

при $x = (1 + \delta)L$ для точки приложения силы P получим:

$$C_3 = \frac{3(1 + \delta)^2}{6} PL^2 + C_5$$

и

$$C_4 = -\frac{(1 + \delta)^3}{6} PL^3 + C_6$$

и при $x = L$ (для точки A):

$$C_5 = -\frac{3}{6} QL^2 + C_2$$

и

$$C_6 = \frac{1}{6} QL^3 + C_8.$$

Наконец, при $x = 3L$ мы из уравнения (777) определим y_{IV} ; а при $x = 2L$ определим y_{III} , что дает возможность выразить постоянные C :

$$EI y_{IV} = -\frac{54}{6} YL^3 + 3LC_1 + C_2$$

и

$$EI y_{III} = -\frac{28}{6} YL^3 + 2LC_1 + C_2.$$

Таким образом, найдя постоянные C , получим уравнения для y (прогиба), куда входят силы X , Y , P и Q , которые можно определить из уравнений:

$$X = k_I y_I;$$

$$Q = k_{II} y_{II};$$

$$R = k_{III} y_{III}$$

и

$$Y = k_{IV} y_{IV};$$

$$X + Y + R + Q = P;$$

и

$$X(1 + \delta) - Y(2 - \delta) + Q\delta - R(1 - \delta) = 0.$$

Кроме того при $x = L$ уравнение (779) дает:

$$y = y_{II} = \frac{Q}{k_{II}},$$

а при $x=0$ уравнение (780) дает:

$$y = y_1 = \frac{X}{k_1}$$

Решая эти уравнения и считая одинаковою подбивку шпал $k_I = k_{II} = k_{III} = k_{IV}$ и одинаковые промежутки между шпалами (L), т. е. считая $A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A = \frac{EI}{kL^3}$, получим:

$$R = \frac{144 A^2 + 126 A + (72 A^2 + 138 A + 12) \delta - (36 A - 18) \delta^2 - (36 A + 15) \delta^3}{720 A^2 + 336 A + 15} \cdot P;$$

$$X = \frac{228 A^2 + 54 A - (216 A^2 + 186 A + 7) \delta + (108 A + 12) \delta^2 - (12 A + 5) \delta^3}{720 A^2 + 336 A + 15} \cdot P;$$

$$Y = \frac{72 A^2 - 36 A + (216 A^2 + 6 A - 2) \delta + (72 A - 3) \delta^2 + (12 A + 5) \delta^3}{720 A^2 + 336 A + 15} \cdot P;$$

$$Q = \frac{216 A^2 + 192 A + 15 + (72 A^2 - 42 A + 3) \delta - (144 A + 27) \delta^2 + (36 A + 15) \delta^3}{720 A^2 + 336 A + 15} \cdot P.$$

Подсчет указывает, что:

1) при малых A (т. е. малых значениях I и больших k и L) давление передается лишь на три шпалы, а четвертая, дальше отстоящая от точки приложения груза, имеет отрицательную реакцию (подымается вверх при $A < \frac{1}{8}$);

2) при $A \geq \frac{1}{2}$ нагрузка распределяется на все четыре шпалы (но при $A = \frac{1}{2}$ и когда груз над шпалой, то на ближайшие две шпалы нагрузка распределяется поровну, и дальняя имеет реакцию, равную нулю); Q и R меняются для $A=1$ от $0,3950 P$ до $0,2521 P$, а X и Y — от $0,0336 P$ до $0,3193 P$.

Если предположим, что груз находится посередине пролета, т. е. $\delta = 0,5$, то получим:

$$M_c = 1,5 XL + 0,5 QL$$

или, подставляя значения X и Q , получим:

$$M_c = \frac{48 A + 7}{24 A + 10} \cdot \frac{PL}{4} \quad (781)$$

Если считать, что груз передается только на две шпалы, наибольший статический момент получится равным:

$$M = \frac{PL}{4}.$$

Другими словами, действительный статический момент M_c равен:

$$M_c = nM,$$

где n — коэффициент, учитывающий конструкцию пути и электровоза:

$$n = \frac{48 A + 7}{24 A + 10}.$$

Влияние распределения нагрузки на большее число шпал, т. е. отношения $\frac{M_c}{M}$ для различных значений A , приведено в табл. 66.

Циммерман принимает $\gamma = \frac{6EI}{kL^3}$, т. е. $\gamma = 6A$; из формулы (781) легко получается известная формула Циммермана:

$$M_c = \frac{8\gamma + 7}{4\gamma + 10} \cdot \frac{PL}{4} \quad (782)$$

A	0,125	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$\frac{M_c}{M}$	1,13584	1,1875	1,40909	1,53571	1,6176	1,71739	1,7758

Выбрав A , другими словами, задавшись значениями k , I и L и найдя силы Q, R, X и Y , мы можем определить обертывающую статических прогибов; однако разница в ординатах ее достигает при $A = \frac{1}{8}$ лишь $\frac{1}{4}$ мм, а при $A = 1$ лишь $\frac{1}{20}$ мм, т. е. при четырех шпалах можно считать, что обертывающая близко подходит к прямой линии.

Если бы мы взяли балку, опирающуюся на 6 опор, то, составив по предыдущему способу для каждого пролета дифференциальные уравнения с 12 неизвестными, мы нашли бы, что независимо от нагрузки среднего пролета работают обычно 4 шпалы, редко 5, а на остальные собственно передается лишь тяжесть самого рельса. Находя таким же способом реакции R, Q, X и Y , увидим, что они по величине почти совпадают с ранее найденными (разница в $1 \div 1,5\%$); что касается ординат огибающей кривой, то они еще менее разнятся друг от друга (в 0,05 мм).

Разница в прогибах при 4 и 6 опорах невелика и зависит от величины A , а именно: при $A = \frac{1}{2}$ при 4 опорах $h_i = 0,4644$ при $\delta = 0,5$, а при 6 опорах $h_i = 0,4458$ и при $A = 2$ соответственно для четырех и шести опор получим:

$$h_i = 0,3286$$

и

$$h_i = 0,3165,$$

т. е. большую ошибку делаем, принимая вместо шести четыре опоры при больших значениях A .

Большое динамическое влияние оказывают просевшие шпалы. Если какой-нибудь пролет будет иметь шпалу, которая дает некоторую осадку, например y_0 без всякого сопротивления, то мы должны будем произвести подсчет реакций остальных шпал, полагая реакцию осевшей шпалы $Y = k(y - y_0)$. Тогда, очевидно, составляя дифференциальные уравнения упругой линии и интегрируя их, мы получим в случае шести шпал шесть уравнений упругой линии и, решая их, мы найдем как величины реакций опор, так и ординат упругой линии. Может оказаться при подсчете, что $Y = k(y - y_0)$ настолько мало, что шпала и не получит прогиба; следовательно, она не будет участвовать в работе, и мы составляем новые уже пять дифференциальных уравнений¹.

Подсчеты показывают, что при прохождении колесом пролета, где имеется просадка шпалы в 0,4 см, получается увеличение статического момента M_c при $\delta = 0,4$ в 1,443 раза по отношению к статическому моменту балки на двух опорах, а динамическое увеличение момента против статического в 1,223 раза, так что полное увеличение момента будет в

$$1,443 \cdot 1,223 = 1,765 \text{ раза, т. е. на } 76,5\%.$$

Таким образом, мы всегда можем найти огибающую линию прогибов рельсов и ее ординаты и, пользуясь вышеприведенными уравнениями (773)—(776), можем определить через определенные промежутки, например через каждые 0,1 пролета между шпалами, т. е. через $0,1 L$, величину y_i и ω_i , а следовательно и отношение $a = \frac{y_i}{h_i}$, которое и даст нам отношение динамического момента к статическому. Так как указанные формулы (773)—(776) дают значения y_i и

¹ Один пролет между рабочими шпалами тогда окажется равным $2L$.

ω_i в зависимости от тех же величин для предыдущего участка, т. е. от y_{i-1} и ω_{i-1} , то, начиная расчет, мы полагаем $\omega_0 = 0$ и $y_0 = 0$. Решая последовательно уравнения (773) — (776) для промежуточных значений через $0,1L$, получим ряд значений $\alpha = \frac{y_i}{h_i}$ в предположении совершенно круглого колеса и рельса, и максимальная величина отношения $\frac{y_i}{h_i}$ дает нам максимальную величину динамического коэффициента.

При сравнении результатов опытов, произведенных Дудлем, с аналитическими вычислениями (см. „Essais effectués au moyen du stemmatorgraphe“ и „Le rail placé sur des supports flexibles“, Bulletin de la Congrès Intern. de ch. de fer, Dec. 1904) результаты оказались очень близкими, и найдено было, что динамическое давление превышает статическое в:

1,18	раза при ровном колесе,
1,36	впадине до 0,2 см,
1,68	0,4 см.

Результаты расчетов в предположении 4 или 6 опор, нескольких грузов или одного, так мало отличаются, что достаточно производить расчет при 4 опорах и одном колесе. Интересно отметить, что как при слабом, так и жестком пути с увеличением скорости динамическая нагрузка увеличивается, но до скорости приблизительно 60—80 км/час, после каковой почти остается без изменения или даже уменьшается.

Это имеет важное значение, ибо рельсы, которые рассчитываются лишь на динамическое вертикальное давление для критической скорости, не могут служить причиной ограничения скорости.

Если увеличивать коэффициент балласта, то отношение $\frac{y_i}{h_i}$ получается больше.

Так при $C = 3$ и $A = 1$ имеем:

$$M_c = \frac{48A + 7}{24A + 10} M = 1,618 M,$$

а при $C = 6$ и $A = 0,5$ имеем:

$$M_c = 1,41 M.$$

Но так как отношение $\frac{y_i}{h_i}$ для первого случая равно 1,7540, а для второго случая 2,2049, то динамические моменты для обоих случаев равны:

$$M_1 = 1,618 \quad 1,745 M = 2,82 M$$

и

$$M_2 = 1,41 \quad 2,2049 M = 3,10 M.$$

Следовательно, чтобы уменьшить напряжение в рельсах, придется либо сближать шпалы, либо увеличить I — момент инерции рельса в поперечном сечении.

При уменьшении расстояния между шпалами отношение $\frac{y_i}{h_i}$ несколько увеличивается, но статический момент уменьшается и общий динамический момент остается почти без изменения. Таким образом, увеличение числа шпал на километре дает увеличение общей устойчивости пути.

С увеличением I (момента инерции рельса) увеличивается несколько динамический момент, прочность же увеличивается почти пропорционально I .

Ниже приведена табл. 67 значений

$$n = \frac{48A + 7}{24A + 10},$$

т. е. отношение момента балки на упругих опорах к моменту в случае двух неподвижных опор и отношение $\frac{y_i}{h_i}$ при различных A и различных коэффициентах баласта C (от 3 до 5 кг/см) и при выбоине до 0,4 см.

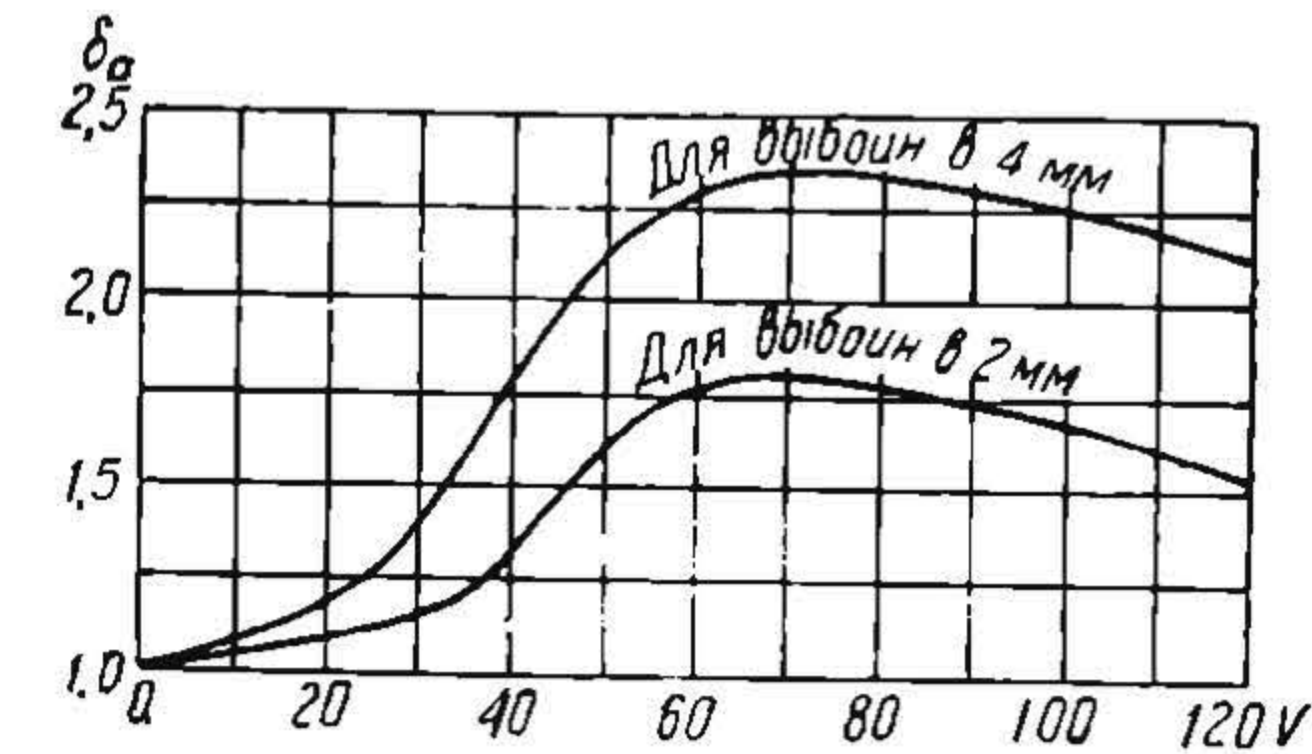
Таблица 67

Определение наибольших величин коэффициентов n и $\frac{y_i}{h_i}$

A	$n = \frac{48A + 7}{24A + 10}$	$\max (1 + \delta_a) = \max \frac{y_i}{h_i}$			Примечание
		при C = 3	при C = 4	при C = 5	
0,2	1,122	2,0	2,28	2,56	Выбоина—до 0,4 см.
0,3	1,261	2,04	2,32	2,61	
0,4	1,337	2,09	2,38	2,67	
0,5	1,409	2,13	2,42	2,72	
0,6	1,467	2,17	2,47	2,77	
0,7	1 515	2,21	2,52	2,83	
0,8	1 555	2,26	2,57	2,89	
0,9	1,538	2,30	2,62	2,94	
1,0	1,618	2,34	2,66	2,99	

На фиг. 344 дана зависимость $\frac{y_i}{h_i}$ от скорости при $A = 1$ и $C = 3$ для выбоин в 2 мм и 4 мм.

Во все формулы для определения динамических перегрузок необходимо однако подставлять не статическую зарессоренную нагрузку, а динамическую, т. е. с учетом изменения зарессоренных нагрузок при продольных и поперечных колебаниях в зависимости от типа рессорного подвешивания или при движении в кривых.



Фиг. 344.

Приведенные формулы позволяют определять напряжение в рельсе с учетом влияния упругости балластного слоя и распределение нагрузок на несколько шпал, когда рельс принимается как балка, лежащая на упругих опорах. Напряжения в рельсах $K_{изг}$ при моменте сопротивления W получатся равными:

$$K_{изг} = \frac{M_{\delta}}{W} = n \cdot \frac{PL}{4} \cdot \frac{y_i}{h_i} \cdot \frac{1}{W}. \tag{783}$$

Эта формула получена, как мы видели, путем чисто теоретических подсчетов как распределения нагрузок на отдельные шпалы (коэффициент Циммермана), так и динамического влияния движущегося ската по упругому пути на шпалах ($\frac{y_i}{h_i}$ — коэффициент проф. Петрова)

Для определения необходимого момента сопротивления рельса W германские ж. д. пользуются формулой:

$$W = \frac{k_s G \cdot a \cdot k_v \cdot k_d}{\sigma_{max}}, \tag{784}$$

где G —нагрузка на колесо в кг; a —расстояние между шпалами; σ_{max} —максимально допускаемое напряжение в кг/см²; k_s —статический коэффициент; k_v —коэффициент, учитывающий влияние скорости; k_d —коэффициент, учитывающий боковые и динамические усилия.

По Винклеру $k_s = 0,1888$; северо-испанские ж. д. принимают $k_s = 0,192$; если рассматривать балку на двух жестких опорах с нагрузкой посередине, то $k_s = 0,250$.

Германские ж. д. рекомендуют учитывать влияние соседних грузов формулой: для средних осей

$$k_s = \frac{12 mn - 7(m + n) + 4}{16[3mn - (m + n)]} \quad (785)$$

и для крайних осей

$$k_s = \frac{12n - 7}{16(3n - 1)}. \quad (785')$$

Здесь m и n обозначают отношения расстояний обеих соседних осей к расстоянию между шпалами.

Как выше указывалось, коэффициент k_s по Циммерману равен:

$$k_s = \frac{8\gamma + 7}{4\gamma + 10},$$

где

$$\gamma = \frac{6EI}{kL^3} = \frac{B}{k} = \frac{\text{жесткость рельса}}{\text{жесткость опор}}.$$

При одинаковом расстоянии между шпалами γ будет тем меньше, чем более жесткость опор, больше опорная поверхность шпал. Формула Циммермана применима для одиночных грузов (осей). Влияние соседних осей благоприятно сказывается на напряжениях под рассматриваемым колесом.

По Loeuwe считается соответственно:

для γ	=0,2;	0,6;	1,0;	2,0;	3,0;	4,0
для промежуточных осей k_s	=0,187;	0,183;	0,182;	0,185;	0,193;	0,204
для крайней оси k_s	=0,193;	0,213;	0,227;	0,253;	0,271;	0,286
в то время как по Циммерману k_s	=0,199;	0,238;	0,268;	0,319;	0,352;	0,375.

Влияние скорости впервые учитывалось Винклером, который для динамического момента дает:

$$M_r = M_s \left(\frac{1}{1 - M_s \frac{v^2}{EJg}} \right) = k_v M_s,$$

где M_s — статический момент ($M_s = 0,1888Ga$); v — скорость в см/сек;
 E — модуль упругости в кг/см²; J — момент инерции сечения рельса в см⁴;
 $g = 981$ см/сек² (ускорение силы тяжести).

Для рельсов веса 33 кг/м и расстояния между шпалами $a = 70$ см:

$$J = \sim 1\,000 \text{ см}^4$$

и

$$k_v = \frac{30\,000}{30\,000 - v^2} \quad (786)$$

и для тяжелых рельсов веса 45 кг/м и $a = 60$ см:

$$J = \sim 1\,600 \text{ см}^4$$

и

$$k_v = \frac{40\,000}{40\,000 - v^2}. \quad (787)$$

Шведские ж. д. принимают:

$$k_v = \frac{1\,100}{1\,100 - 5v} \quad (788)$$

и германские ж. д.

$$k_v = \frac{1\,300}{1\,300 - 2v}, \quad (789)$$

по выведенной на основании опытов на ж. д. Саксонии, формуле:

$$k_v = 1 + \frac{v^2}{30\,000}.$$

(790)

Ниже приведены величины k_v , вычисленные по различным формулам (см. табл. 68).

Таблица 68

Значения коэффициентов k_v для учета напряжений в рельсах

№ формул Скорость в км/час	по Винклеру		Германские ж. д.		Шведские ж. д.
	(786)	(787)	(789)	(790)	(788)
40	1,06	1,04	1,07	1,05	1,22
60	1,14	1,10	1,10	1,12	1,38
80	1,27	1,19	1,14	1,21	1,57
100	1,50	1,33	1,18	1,33	1,83
120	1,92	1,56	1,23	1,48	2,20
150	4,0	2,29	1,30	1,75	3,14

При чем σ_{max} принимается германскими ж. д. в 1 400 кг/см² при наличии скорых поездов и 1 500 кг/см², если скорые поезда отсутствуют.

Указанные выше формулы можно переделать для получения непосредственно веса рельсов p для различных нагрузок. Действительно отношение $\frac{W}{p}$ очень мало колеблется для различных профилей и может быть принято $\frac{W}{p} = 4,5$; тогда:

$$p = \frac{k_s k_v k_d}{4,5 \sigma_{max}} Ga = \frac{Ga}{k},$$

(791)

где

$$k = \frac{4,5 \sigma_{max}}{k_s k_v k_d}.$$

Величина k для различных дорог дана на табл. 69.

Таблица 69

Значения коэффициентов k для определения веса рельсов

Названия дорог	G в кг	a в см	p в кгм	$k = \frac{Ga}{p}$	Примечание
Германские ж. д. .	10 000	65	49	13 265	В среднем можно считать $p = \frac{G}{200}$
Датские ж. д. .	8 500	63	37	14 473	
Норвежские ж. д. .	—	66	45	12 467	
Шведские гос. ж. д. .	7 150	66	49	11 060	
Швейцарские ж. д. .	8 500	66	42,2	12 986	
Пенсильванская ж. д. .	10 200	60	46	13 304	
	18 000	51	64	14 344	

По грубому сопоставлению нагрузок на ось и веса рельсов можно считать, что вес рельса (в кг/м) больше в среднем в 2½ раза числа тонн статической нагрузки на ось и в 3 раза—для некоторых дорог с особо большим движением.

§ 53. Опытные исследования динамического воздействия локомотивов на путь

Исследования влияния прохождения подвижного состава по рельсовому пути на работу последнего производились в прошлом за границей и у нас; однако начало широких исследований было положено Научно-исследовательским институтом реконструкции пути НКПС на базе известных исследований специальной комиссии, в работе которой принимали участие видные американские профессора и Иллинойский университет¹.

Эти испытания характеризуются прежде всего переходом от коэффициента балласта C или, как он называется еще, коэффициента постели шпал, являющегося основой германской школы расчета ж.-д. пути, к модулю упругости основания рельса u , который представляет собой давление на единицу длины одного рельса, вызывающее осадку, равную той же длине.

Если обозначим через l расстояние между осями шпал:

a и b —длину и ширину шпал,

α —коэффициент, зависящий от формы изгиба шпал,

то зависимость между коэффициентом C и модулем u выразится следующим образом:

$$u = \alpha \cdot \frac{ab}{2l} \cdot C.$$

Эта формула справедлива конечно при отсутствии зазора между рельсом, подкладкой и шпалой. Определение модуля u может быть легко получено путем непосредственного определения понижения подошвы рельса в зависимости от нагрузки.

Если принять, что работа ж.-д. пути имеет место по схеме бруса на упругом основании, то дифференциальное уравнение изгиба будет выражаться формулой:

$$EJ \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} = u y,$$

что для точки приложения груза дает:

$$y = - \frac{P}{\sqrt[4]{64EJu^3}},$$

откуда находим:

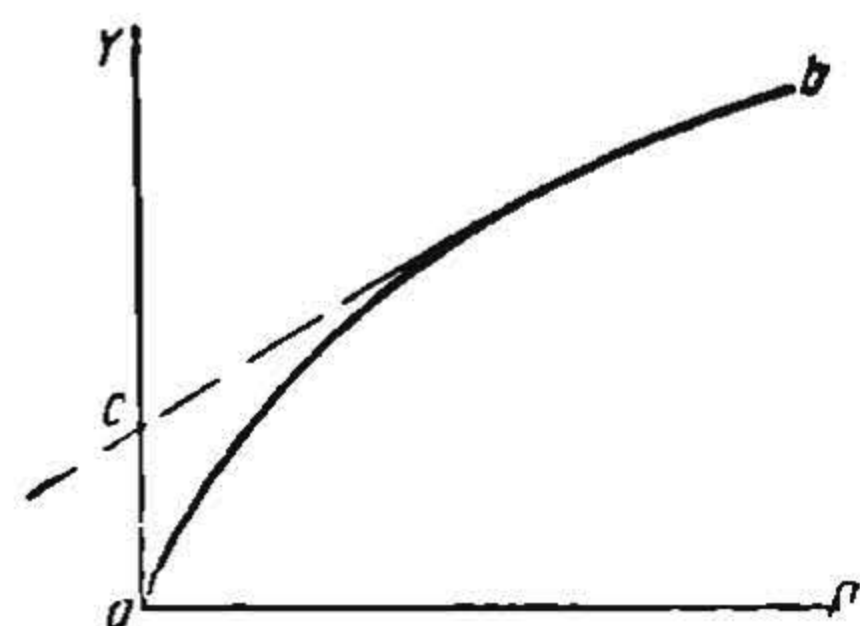
$$u = \frac{1}{\sqrt[3]{64EJ}} \cdot \left(\frac{P}{y} \right)^{\frac{4}{3}}. \quad (792)$$

Другими словами, измеряя изменение прогибов y под различными грузами, можно экспериментальным путем определить модуль u , а по нему подсчитать наибольший статический изгибающий момент под грузом, т. е.

$$M_c = \frac{P}{4} \sqrt[4]{\frac{4EJ}{u}}$$

Для определения модуля пути применяют нагрузку домкратом и измеряют прогибы пути при различных давлениях. Вообще говоря, кривая $y = f(P)$ имеет вид, изображенный на фиг. 345 (кривая ab), т. е. в первый момент сравнительно небольшие нагрузки дают большие деформации пути и в особенности при плохой подбивке; однако впоследствии зависимость $y = f(P)$ приближается к прямой линии.

Этой прямолинейной частью кривой $y = f(P)$ пользуются для определения модуля u по формуле (792). Можно также модуль u определить по напряжению



Фиг. 345

¹ См. Progress Report of the special committee, 1917 г.

в рельсе. Действительно, если обозначим через σ напряжение в рельсе, а через W —момент сопротивления его по нижнему волокну, то окончательно получаем формулу для определения u в виде:

$$u = \frac{P}{\sigma W} \cdot \frac{EJ}{64}.$$

Не трудно видеть, что неточность наблюдений напряжений σ сильно сказывается на величине u , так как σ входит в уравнение в 4-й степени.

При испытаниях американских паровозов „Та“ и „Тв“ (см. „Ориентировочные испытания ж.-д. пути под тяжелыми американскими паровозами“, изд. Научно-исследов. ин-та пути НКПС, сборник 24, 1932 г.) были получены средние значения модуля u для различных балластов, помещенные в табл. 70.

Таблица 70
Модуль упругости рельсового основания при действии одиночного груза при различных балластах

Тип балласта	Щебенка		Чистый песок		Земли- стый	Примечание
Число шпал на 1 км	1 840	2 000	1 840	1 440	1 440	Рельс типа II-а
Средние величины модуля u .	95	130	110	80	85	

Из этой таблицы видно, что с увеличением числа шпал на 1 км величина u повышается и что щебенковый балласт вовсе не является таким жестким (при одинаковом количестве шпал на 1 км он менее жесток, чем чистый песок). Вообще же следует отметить, что величина u получается на двухколейных дорогах не одинаковой под правым и левым колесом, а именно: величина u меньше у колеса, находящегося у края земляного полотна.

При движении локомотива также определяется модуль u при измерении просадок рельса прибором Гейгера, но в полученной кривой просадок рельса вычитаются ординаты (прямоугольник), соответствующие зоне непропорциональных просадок.

Интересно отметить, что действительные кривые и кривые, вычисленные по коэффициенту u , исходя из предпосылки, что рельс работает как балка на сплошном упругом основании, очень близко сходятся между собою.

При сравнительных испытаниях воздействия на путь электровозов „ВЛ“ и „С“ (см. сборник № 40 Научно-исследовательского ин-та пути „Воздействие на пути электровозов типа 0—3—0+0—3—0“, 1935 г.) величины модуля пути были найдены до опытов и по окончании их равными: $u = 170 \text{ кг/см}^2$ и $u = 390 \text{ кг/см}^2$; величины напряжений в рельсах, полученные экспериментальным путем (как средние для правых и левых колес) и определенные расчетным путем по вышеупомянутым модулям, даны на табл. 71.

При заданном модуле u и моменте инерции рельса J или, что то же, при заданном коэффициенте относительной жесткости основания и рельса, т. е.

$$K = \sqrt[4]{\frac{u}{4EJ}}$$

отношение напряжения в рельсе к нагрузке на колесо

$$A = \frac{\sigma}{p}$$

характеризует, насколько хорошо запроектирована колесная формула локомотива в отношении статического воздействия на путь.

Из табл. 71 видно, что в отношении статических воздействий электровоз „ВЛ 19-01“ имеет преимущество перед электровозом „С 10-06“.

Напряжения в рельсах под электровозами „ВЛ“ и „С“

Тип электровоза	Электровоз „ВЛ 19-01“						Электровоз „С 10-06“					
№ осей	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Напряжения												
Опытное расчетное	786	634	784	804	638	755	831	701	868	854	737	851
При $u = 170$	878	718	878	878	718	878	924	767	924	—	—	—
При $u = 390$	754	668	754	754	668	754	794	670	794	—	—	—
Среднее	816	693	816	816	693	816	859	719	859	—	—	—

На табл. 72 приведены удельные напряжения для электровозов „ВЛ 19-01“ и „С 10-06“, отнесенные к нагрузкам по взвешиванию электровозов и к проектно-паспортным.

Таблица 72

Удельные напряжения для электровозов „ВЛ 19-01“ и „С 10-06“

Тип электро- воза	№ осей Удельные напряжения	I	II	III	IV	V	VI
„ВЛ 19-01“	По фактическому взвешиванию	80	68	76	78	66	78
	По паспортно-проектным нагрузкам	83	67	81	85	67	80
„С 10-06“	По фактическому взвешиванию	81	69	83	77	75	83
	По паспортно-проектным коэффициентам	83	70	87	85	74	85

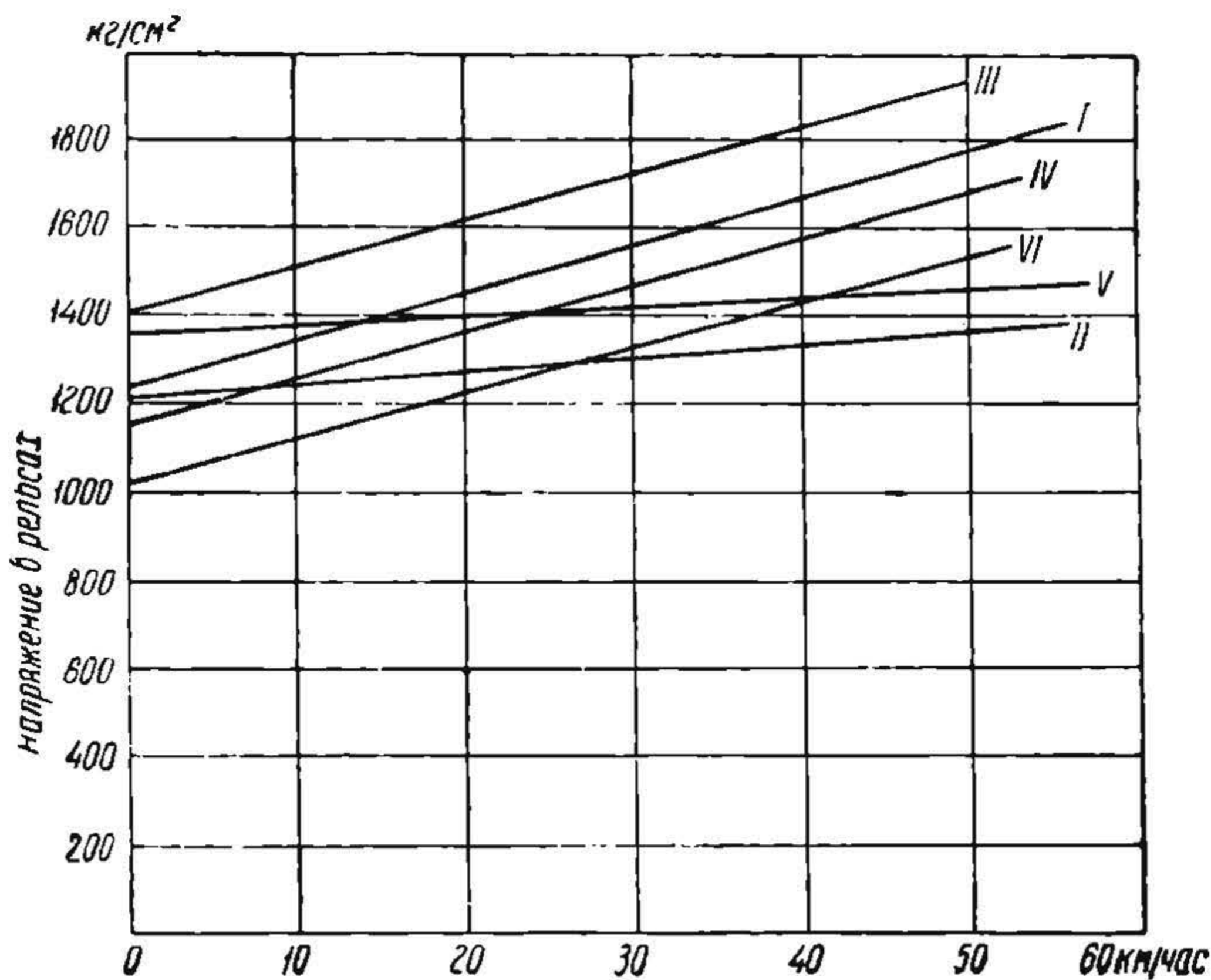
Переход к динамическому моменту может быть проделан, основываясь например на вышеприведенных формулах проф. Петрова $M_{\partial} = M_{ст} \cdot \frac{y_i}{h_i}$, при чем отношение $\frac{y_i}{h_i}$ или динамический коэффициент определяется легко путевыми испытаниями при помощи стемматогографов или прибором Гейгера. Прибор Гейгера приходится устанавливать не для непосредственного регистрирования напряжения в рельсе, а его прогибов; в противном случае собственные вибрации прибора сильно искажают измерения. Пропускают локомотив с различными скоростями и определяют прогибы пути, а также находят соотношения $\frac{y_i}{h_i}$, т. е. коэффициент динамичности нагрузки.

Опыты, произведенные с различными скоростями, дали возможность вывести влияние скорости на динамическое воздействие колеса на путь, а именно: найдено, что оно может быть выражено следующей формулой:

$$\sigma_{\partial} = (1 + kv) \sigma_{ст}, \tag{793}$$

где σ_{∂} и $\sigma_{ст}$ — динамическое и статическое напряжение в рельсах.

По данным опытов Южных и Западных ж. д. в 1927—1928 гг. величина коэффициента k в формуле (793) колеблется для различных колес паровоза „С^у“ в пределах 0,0036÷0,0069 и для паровоза „С“—в пределах 0,026÷0,0068 и только бегунок паровоза „С“ дал $k = 0,0015$ (см. „Пересмотр путевых расчетов“, стр. 113). Эти данные близки к результатам, полученным американцами на своих вышеупомянутых испытаниях. Для паровоза „Та“, прибывшего в 1931 г. из США, опытные исследования дали следующую величину коэффициента k : для движущих колес от 0,0062 до 0,0086 и только под движущей третьей осью 0,0210 и для бегунковой оси 0,0011 (см. „Ориентировочные испытания железнодорожного пути под тяжелыми американскими паровозами“, сборник Научно-исследов. ин-та пути 1932 г., стр. 81).



Фиг. 346.

Вертикальные динамические воздействия электровозов „ВЛ 19-01“ и „СВ 10-06“ определены по напряжениям в рельсах по микродиаграммам прибора Пабста для скоростей $v = 5; 25$ и 55 км/час. По полученным результатам намечен в качестве первого приближения прямолинейный закон изменения напряжений в рельсах (от динамических максимальных вертикальных воздействий) в зависимости от скорости в виде

$$\sigma_d = \sigma_{ст} (1 + m_0 v),$$

Таблица 73

Коэффициенты динамических вертикальных воздействий электровозов „ВЛ 19-01“ и „С 10-06“

Тип электровоза	№ осей	Динамическое напряжение	Динамический коэффициент $(1 + m_0 v)$	n_0 при:		Средние величины n_0
				$u = 170$	$u = 390$	
„ВЛ 19-01“	I; VI	1 241 $(1 + 0,0062)$	$1 + 0,0062$	1,36	1,59	1,48
	II; V	1 088 $(1 + 0,0061)$	$1 + 0,0061$	1,55	1,64	1,59
	III и IV	1 209 $(1 + 0,0056)$	$1 + 0,0056$	1,27	1,48	1,37
„С 10-06“	I и VI	1 324 $(1 + 0,0038)$	$1 + 0,0038$	1,41	1,65	1,53
	II и V	1 047 $(1 + 0,00935)$	$1 + 0,00935$	1,52	1,63	1,57
	III и IV	1 362 $(1 + 0,00379)$	$1 + 0,00379$	1,38	1,60	1,49

где σ_{cm} —напряжения при $v = 0$ и $(1 + m_0 v)$ —коэффициент динамичности—имеют приведенные на табл. 73 величины.

На фиг. 346 нанесены кривые напряжений во внешнем рельсе при движении электровоза „ВЛ“ в кривой радиуса $R=190$ м.

Влияние конструкции машины на напряжения в рельсах оценивается коэффициентом машины n_0 , т. е. отношением действительных напряжений при $v=0$ к расчетным. Эти коэффициенты были определены для тех же электровозов по действительным напряжениям в рельсах и расчетным при $u = 170$ и $u = 390$, и средние величины их помещены на табл. 73. Интересно отметить, что для паровоза „Э“ при сравнительных испытаниях вместе с электровозами величина динамического коэффициента получилась равной для различных осей в пределах $1+0,007 v$ до $1,0113v$ (где v —скорость в км/час), а коэффициент машины $n_0 = 1,38$ для первой оси и $n_0 = 1,92$ для третьей движущей оси.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	<i>Стр.</i>
Предисловие	3
<i>Глава I</i>	
Влияние рессорного подвешивания электровоза на его динамические свойства	
§ 1. Движение одиночной оси по неровностям пути	5
§ 2. Комбинирование рессор на электровозах . . .	15
§ 3. Распространение выводов из движения отдельных осей на многоосные электровозы .	22
§ 4. Типы рессорного подвешивания электровозов .	25
§ 5. Влияние рессорного подвешивания электровозов на изменение нагрузок колес	28
§ 6. Определение изменения нагрузок на оси от неровностей пути при большом числе точек подвешивания	32
§ 7. Влияние конструкции бегунковых тележек на изменение нагрузок колес	39
<i>Глава II</i>	
Колебания надрессорного строения электровоза	
§ 8. Продольное колебание электровоза :	49
§ 9. Влияние балансиров на устойчивость электровоза в отношении продольных колебаний.	58
§ 10. Влияние отдельных неровностей пути на продольные колебания	65
§ 11. Исследование различных типов рессорного подвешивания в отношении продольных колебаний	68
§ 12. Влияние просадки стыков и изменений профиля на продольные колебания .	78
§ 13. Поперечные колебания	80
§ 14. Влияние односторонних неровностей пути на поперечные колебания	86
§ 15. Влияние возвышения внешнего рельса в кривой на поперечные колебания	90
§ 16. Опрокидывание электровоза в кривых	94
<i>Глава III</i>	
Динамика электровоза в прямых и кривых	
§ 17. Движение в прямых участках пути .	102
§ 18. Движение в кривых	109
§ 19. Определение боковых давлений колес при движении в кривых (динамическое вписывание)	116
§ 20. Графический способ определения точки поворота и направляющих усилий .	126
§ 21. Динамическое вписывание с учетом силы тяги электровоза .	131
§ 22. Устойчивость против схода с рельсов	137
§ 23. Исследование движения в кривых электровозов без бегунковых осей	147
§ 24. Исследование движения передних бегунковых тележек	152
§ 25. Исследование движения задних бегунковых тележек	159

	<i>Стр.</i>
§ 26. Возвращающие механизмы бегунковых тележек .	16
§ 27. Влияние возвращающей силы на ведение электровоза в кривой	188
§ 28. Вписывание в кривые электровозов с сочлененными тележками	204
§ 29. Вход в кривую	209
§ 30. Влияние высоты центра тяжести надрессорного строения на удар при входе в кривую..	235

Глава IV

Динамические нагрузки колес электровоза

§ 31. Изменение нагрузок колес в кривой	241
§ 32. Изменение нагрузок осей при развитии электровозом силы тяги	249
§ 33. Коэффициент использования сцепного веса .	252
§ 34. Методы определения изменения нагрузок от силы тяги электровоза .	255
§ 35. Влияние рессорного подвешивания на использование сцепного веса электровоза	264
§ 36. Исследование коэффициента использования сцепного веса различных электровозов .	267
§ 37. Использование сцепного веса электровоза в кривых	322

Глава V

Колебания, вызываемые работой электровозной передачи

§ 38. Общие замечания	326
§ 39. Колебания индивидуальных приводов .	327
§ 40. Колебания упругого привода .	328
§ 41. Колебания при передаче полой осью и рычажным механизмом	339
§ 42. Распределение усилий в шатунной передаче .	353
§ 43. Влияние игры в подшипниках на распределение усилий в шатунной передаче .	358
§ 44. Влияние неправильной сборки движущего механизма на распределение усилий в шатунной передаче .	363
§ 45. Длительность колебания при шатунном механизме	367
§ 46. Появление резонанса при шатунной передаче .	371
§ 47. Возмущение электровозов с шатунной передачей . .	377

Глава VI

Динамическое воздействие электровоза на путь

§ 48. Общие положения . . .	390
§ 49. Вертикальные динамические воздействия электровоза на путь	390
§ 50. Влияние неровностей при упругом пути .	391
§ 51. Воздействие на путь мотора с трамвайной подвеской .	394
§ 52. Влияние поступательной скорости колеса при движении по рельсовому пути	399
§ 53. Опытные исследования динамического воздействия локомотивов на путь .	409

НТБ
ДНУЖТ

Цена книги 10 руб.

Переплет 70 коп.

Редактор *С. М. Кузьмин*

Техн. редактор *Н. Фомин*

Уполн. Главлита Б-18151 ЖДИЗ 3187 Ж 51

Тираж 3230 экз. Зак. тип. 131

Разм. бумаги $70 \times 108^{1/16}$ объем 26 п. л. и

1 вклейка $1/4$ п. л.

Зн. в п. л. 65816

Сдано в набор 24/I 1937 г.

Подписано к печати 7/VIII 1937 г.

5-я типография Трансжелдориздата НКПС.

Москва, Каланчевский туп., д. 3/5.

Цена 10 руб. 70 коп.



**ИЗДАНИЯ
ТРАНСЖЕЛДОРИЗДАТА
ВЫСЫЛАЮТСЯ
НАЛОЖЕННЫМ ПЛАТЕЖОМ
„ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНАЯ
КНИГА—ПОЧТОЙ“**

**Москва 9.
улица Горького, дом 42/2
и продаются в магазинах
Книгообъединения ОГИЗа**

Сканировала Федорович М. Н.

НТБ
ДНУЖТ