

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

Г. Ф. НИКИТИН

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ О ДИНАМИЧЕСКОМ
ВОЗДЕЙСТВИИ ПОДВИЖНЫХ НАГРУЗОК

34612 (022 — сопротивление материалов и строительная механика)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Днепропетровск
1968

Защита диссертации состоится « » 1968 г.
на заседании Ученого совета Днепропетровского института инженеров же-
лезнодорожного транспорта.

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

Г. Ф. НИКИТИН

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ О ДИНАМИЧЕСКОМ
ВОЗДЕЙСТВИИ ПОДВИЖНЫХ НАГРУЗОК

(022 — сопротивление материалов и строительная механика)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Днепропетровск
1968

Исследования динамического воздействия подвижных нагрузок на сооружения продолжают оставаться весьма актуальными в современной механике, несмотря на определенные успехи, достигнутые в последние годы трудами, в основном, советских ученых.

Значительный вклад в изучение этой проблемы внесли В. В. Болотин, Н. Г. Бондарь, П. И. Гольденблат, А. Б. Моргаевский, Я. Г. Пановко, А. П. Филиппов и др.

Интенсивное развитие промышленности и транспорта в СССР, применение новой техники вносит существенные изменения в условия эксплуатации инженерных сооружений, при этом увеличиваются скорости движения и масса подвижных нагрузок, а масса сооружения, за счет использования новых высокопрочных материалов и рациональных конструктивных решений, уменьшается. Появляются новые типы сооружений. Кроме того новая электронная вычислительная техника позволяет получить решения ряда таких задач, которые до этого считались практически неразрешимыми или имели сугубо приближенные решения.

Указанные обстоятельства делают необходимыми дальнейшие теоретические исследования с достаточно высокой степенью точности получающихся решений.

Одновременный учет всех основных динамических факторов, возникающих при движении нагрузки, приводит к решению достаточно сложных уравнений, не допускающих решения в замкнутом виде. Это обстоятельство заставляет искать, с одной стороны, приближенные методы решения общих уравнений движения, а с другой,— возможные упрощения в самой постановке задачи.

Иной путь открывает применение электронных цифровых вычислительных машин, позволяющее получить решение задачи с необходимой степенью точности, исходя из общих уравнений движения, без упрощения в самой постановке задачи. Все

эти направления привели к тому, что возникли и применяются многочисленные методы решения задач о динамическом воздействии подвижных нагрузок. Назрела необходимость в сравнении и анализе эффективности этих методов. Поэтому IV глава нашей работы посвящена рассмотрению и сравнению наиболее распространенных методик, применяемых до последнего времени.

Задачи о динамическом воздействии подвижных нагрузок приводят к рассмотрению бесконечных систем интегральных, интегро-дифференциальных или дифференциальных уравнений. Естественно, мы органичиваемся конечным числом уравнений. При этом возникают вопросы связанные с алгоритмом решения и сходимостью процесса, а именно — обеспечение точности решения при наименьшей затрате труда на составление программы и наименьшем количестве необходимого машинного времени.

Эти вопросы в определенной степени и рассмотрены во второй главе и при решении каждой конкретной задачи. При этом исследован вопрос о динамическом эффекте движущейся нагрузки с учетом массы как сооружения, так и груза при больших скоростях движения вплоть до критических.

Методом Бубнова-Галеркина получены общие дифференциальные уравнения, которые решаются численными приемами интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений с применением электронных цифровых вычислительных машин (ЭЦВМ).

В работе приведены расчетные схемы и графики динамических коэффициентов для большого числа задач при различных параметрах движущейся нагрузки.

Диссертационная работа, объемом в 232 страницы машинописного текста с 79 иллюстрациями и 17 таблицами, состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы и приложения. Библиография содержит 144 названия.

В первой главе дан обзор теоретических исследований по колебаниям балочных и арочных конструкций при действии подвижной нагрузки. Этот обзор, посвящен применению различных методов решения задачи о динамическом воздействии подвижной нагрузки. Отмечено большое количество методов и необходимость анализа их эффективности. Перечислены задачи, рассмотренные в настоящей работе.

Во второй главе исследовано влияние форм свободных колебаний на величину динамического коэффициента при движении по балке сосредоточенного массивного груза. Исследова-

ние проведено с помощью метода разложения по фундаментальным функциям колебаний системы. Используя дифференциальное уравнение поперечных колебаний балки и применяя метод Бубнова-Галеркина, получена бесконечная система дифференциальных уравнений вида:

$$A_i(\xi) \eta_i(\xi) + B_i(\xi) \eta_i(\xi) + C_i(\xi) \eta_i(\xi) + \\ + \sum_{j \neq i} [a_{ij}(\xi) \eta_j(\xi) + b_{ij}(\xi) \dot{\eta}_j(\xi) + c_{ij}(\xi) \ddot{\eta}_j(\xi)] = D_i(\xi), \quad (1) \\ (i = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2, 3 \quad)$$

где $\eta_i(\xi)$ — динамический коэффициент по соответствующей форме свободных колебаний;
 ξ — безразмерное время ($0 \leq \xi \leq 1$).

Переменные коэффициенты в системе дифференциальных уравнений (1) зависят от вида и поведения нагрузки.

Оставляя в системе (1) конечное число уравнений n , мы учитываем, соответственно, n форм свободных колебаний. Для решения полученной системы дифференциальных уравнений применялся численный метод Рунге-Кутты. Предварительно система (1) приведена к системе дифференциальных уравнений первого порядка. Решения получены с учетом одной и двух форм свободных колебаний на ЭЦВМ «Промінь», с учетом трех форм свободных колебаний на ЭЦВМ М-20.

Оказалось, что для определения с точностью до 2—3% абсолютного наибольшего динамического прогиба или прогиба на середине пролета балки, с успехом можно пользоваться первым приближением (учитывается одна первая форма колебаний).

При определении прогибов под грузом,двигающимся с постоянной скоростью, рекомендуется учитывать, по крайней мере, две первые формы колебаний.

При решении задач о динамическом воздействии подвижной нагрузки следует избегать оценок величины динамического коэффициента по величине динамического прогиба под грузом, так как это при больших скоростях движения нагрузки может привести к существенному искажению результатов и неверным выводам. Величину динамического коэффициента по деформациям можно рекомендовать оценивать по абсолютно наибольшему динамическому прогибу балки. Для определения динамического коэффициента по моментам необходимо учитывать достаточно большое число форм колебаний.

В этой главе, естественно, рассмотрена простейшая расчетная схема — свободно опертая балка при постоянной скорости движения груза.

В третьей главе рассмотрены колебания балки при движении по ней нагрузки с переменной скоростью. Результаты получены с учетом высших форм колебаний. Во всех случаях принята равнопеременная скорость движения нагрузки и учитывается как масса нагрузки, так и масса сооружения.

Рассмотрены случаи движения сосредоточенного груза ускорением и замедлением, полосы равномерно распределенной нагрузки с ускорением и замедлением, а также случай движения полосы равномерно распределенной нагрузки, перемежающейся по балке с ускорением и замедлением. Для каждого случая просчитаны варианты с различными начальными скоростями. Массы нагрузки и балки приняты равновеликими. Расчеты проведены на ЭЦВМ «Промінь» и М-20.

Для любой скорости движения полосы равномерно распределенной нагрузки достаточно точное решение, при определении динамических прогибов, можно получить учитывая только одну первую форму колебаний, для сосредоточенного груза учет одной формы колебаний возможен лишь при максимальной мгновенной скорости меньшей половины критической для данной балки; при большей же скорости движения сосредоточенного груза необходим учет высших форм колебаний (второй и третьей).

Для определения динамических перемещений при движении нагрузки с переменной скоростью был применен метод разложения по фундаментальным функциям колебаний, но для сравнения был использован и асимптотический метод (метод БВК), который дает решение в форме квадратур, что позволило провести некоторый анализ параметров задачи. Асимптотический метод дает удовлетворительные результаты в первом приближении только при скоростях значительно меньших критической.

Четвертая глава посвящена сравнению различных методов решения задачи о динамическом воздействии подвижной нагрузки и на основании сравнения, предложены наиболее эффективные методы для различных конкретных задач.

Здесь излагается в основном известный материал, но он сгруппирован и проанализирован в сравнении. Кроме уже использованных нами в предыдущих главах методов (асимптотического и метода разложения по фундаментальным функциям колебаний) рассмотрены:

1. Метод Шалленкампа;
2. Метод интегральных уравнений;
3. Метод переменного масштаба.

По сравнению с другими методами, метод Шалленкампа оказался очень трудоемким, не эффективным и устаревшим. Методы переменного масштаба и асимптотический можно использовать при решении задач с учетом только одной формы колебаний, т. е. для решения одного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Но эти методы позволяют получить аналитическое решение в форме квадратур.

Сравнивая метод разложения по фундаментальным функциям с методом интегральных уравнений, нельзя отдать решительного предпочтения ни одному из этих методов. Они достаточно удобны для программирования, но при определении динамических перемещений с учетом небольшого числа форм свободных колебаний (до трех) затраты машинного времени несколько меньше в случае применения метода разложения по фундаментальным функциям колебаний. В случае же определения динамических напряжений предпочтение нужно отдать методу интегральных уравнений. При движении нагрузки по балкам динамические коэффициенты для перемещений оказываются несколько большими, чем динамические коэффициенты для напряжений.

Поэтому в дальнейшем мы ограничились определением только динамических коэффициентов для перемещений.

В пятой главе рассмотрены колебания пологой параболической арки при движении по ней сосредоточенного груза и надвигании на арку полосы равномерно распределенной нагрузки с постоянной скоростью.

Пренебрежение горизонтальными силами инерции арки приводит к тому, что уравнения вынужденных колебаний пологой арки совпадают с уравнениями колебаний балки, нагруженной некоторой специфической нагрузкой, вызванной действием распора. В этом случае также получается система дифференциальных уравнений вида (1) с переменными коэффициентами зависящими от вида и поведения нагрузки.

Рассмотрены два случая соотношения частот свободных колебаний пологой двухшарнирной арки:

$$\omega_1^2 : \omega_2^2 : \omega_3^2 = 1 : 5,0625 : 16 \text{ и } \omega_1^2 : \omega_2^2 : \omega_3^2 = 1 : 16 : 16.$$

Параметр $\alpha = v/v_{кр}$ принимался равным 0,25; 0,5; 1 и 1,5. Здесь $v_{кр}$ — критическая скорость движения по пологой арке

безмассовой сосредоточенной нагрузки. Большие значения параметра α объясняются желанием получить резонансные явления по первой и второй частоте свободных колебаний пологой арки.

На основании большого количества численных результатов было установлено, что с увеличением массы движущейся нагрузки, динамические коэффициенты возрастают. С увеличением скорости движения сосредоточенного груза до некоторой величины, которую можно назвать критической для данного груза, динамический коэффициент также возрастает, а при дальнейшем увеличении скорости динамический коэффициент уменьшается. С увеличением скорости надвижения распределенной полосы нагрузки динамический коэффициент все время возрастает.

Движение по пологой арке вертикальной силы P (сила инерции нагрузки не учитывается) при $\alpha = 1; 1,5$ и 2 вызывает резонансные колебания, соответственно, по 1-й, 2-й, и 3-ей форме свободных колебаний. При этом соответствующие динамические коэффициенты η_1 , η_2 и η_3 имеют наибольшие, но ограниченные значения, т. к. нагрузка движется по арке ограниченный промежуток времени.

При движении сосредоточенного груза, имеющего массу меньшую половины массы арки и при $\alpha \approx 0,5$, практически, можно ограничиться учетом двух первых форм свободных колебаний. И чем меньше скорость и масса нагрузки, тем точнее при этом будет решение.

При надвижении полосы распределенной нагрузки, во многих случаях, можно ограничиться учетом одной формы свободных колебаний, а для случая когда две первые частоты свободных колебаний пологой арки достаточно близки, необходимо учитывать две первые формы свободных колебаний.

В шестой главе исследованы колебания круговой арки при движении сосредоточенного груза по прямолинейной проезжей части. Используются основные уравнения движения, которые после ряда преобразований с применением метода Бубнова-Галеркина и введения δ — функции Дирака приведены к виду (1). Применение δ — функции позволило несколько упростить вывод уравнений, сделав его более изящным и снять ряд ограничений накладываемых в подобных случаях на функцию, зависящую от вида и поведения нагрузки. При использовании метода Бубнова-Галеркина принято разложение решения в ряд по фундаментальным функциям колебаний круговой арки. Частоты и формы свободных колебаний арки определены из

точных решений при помощи ЭЦВМ «Промінь». Путем аппроксимации точных решений кривой гиперболического вида была получена простая приближенная формула для определения частот свободных колебаний двухшарнирной круговой арки постоянного сечения:

$$\omega_i = \frac{i^2 \pi^2 - 2 \alpha^2}{\alpha^4} \sqrt{\frac{EI}{M_a R^4}}, \quad (i = 2, 3, 4, 5, \dots), \quad (2)$$

где α — радианная мера дуги арки.

Формула (2) дает приближенные значения частот как симметричных, так кососимметричных колебаний арки, причем сравнение результатов полученных по этой формуле с точными решениями и результатами полученными по другим приближенным и более сложным формулам, свидетельствует о достаточно высокой степени точности формулы (2).

Динамические коэффициенты по прогибам получены на ЭЦВМ «Промінь» и М-20 для круговой арки с дугой в 90° при различных скоростях движения груза. Отношения массы груза к массе арки ($\mu = M_p/M_a$) принимались равными 0; 0,5 и 1. Решения получены как с учетом одной, так и с учетом трех форм свободных колебаний. Для других растворов арки при $\alpha = 180^\circ$, 60° и 30° динамические коэффициенты получены на ЭЦВМ «Промінь» с учетом только одной первой формы свободных колебаний.

При движении по прямолинейной проезжей части круговой арки безмассовой силы ($\mu = 0$) система дифференциальных уравнений распадается на независимые уравнения, решение которых можно найти точно в аналитической форме. Как показали вычисления, в этом случае динамические коэффициенты можно определить с достаточной точностью (до 5%) учитывая только первую форму колебаний.

При движении массивного груза необходим учет высших форм свободных колебаний. Достаточно быструю сходимость решения при учете 3-х первых форм свободных колебаний арки удалось получить только при $\mu < 0,5$ и при скорости движения груза менее четверти критической скорости движения силы по дуге арки.

Увеличение массы груза, как и увеличение раствора арки (угол α), приводит к увеличению динамических коэффициентов.

В работе определялись динамические перемещения различных точек конструкций в зависимости от положения нагрузки.

Анализ большого количества числовых результатов позволил сделать некоторые выводы по рассматриваемой проблеме, которые сформулированы в заключении.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Результаты исследований показали, что при определении наибольших динамических перемещений для шарнирно опертой балки, в большинстве случаев, можно ограничиться учетом одной первой формы колебаний. Для арокных конструкций это допустимо только при движении безмассовой сосредоточенной нагрузки или при движении полосы равномерно распределенной нагрузки с небольшой скоростью. При движении массивных сосредоточенных нагрузок по арокным системам необходим учет двух-трех форм колебаний, а в случае движения на грузок имеющих массу сравнимую или более массы арки и движущихся с большими скоростями, для получения достаточно точного решения необходим учет и более высоких форм свободных колебаний.

При исследовании динамического влияния подвижной нагрузки для конструкций имеющих более густой спектр частот свободных колебаний необходимо учитывать большее количество форм свободных колебаний.

В работе принимались следующие соотношения квадратов трех первых частот свободных колебаний:

- а) шарнирно опертая балка — $\omega_1^2 : \omega_2^2 : \omega_3^2 = 1 : 16 : 81$;
- б) пологая двухшарнирная арка — $\omega_1^2 : \omega_2^2 : \omega_3^2 = 1 : 5,06 : 16$ и $\omega_1^2 : \omega_2^2 : \omega_3^2 = 1 : 16 : 16$;
- в) круговая двухшарнирная арка ($\alpha = 90^\circ$) — $\omega_1^2 : \omega_2^2 : \omega_3^2 = 1 : 5,55 : 20,1$.

3. Во всех случаях увеличение массы и скорости движущейся нагрузки приводит, при определении динамических коэффициентов, к некоторому увеличению влияния высших форм свободных колебаний.

4. Сравнение различных методов решения задач о динамическом воздействии подвижной нагрузки указывает на то, что в большинстве случаев наиболее эффективными являются численные методы. Это метод разложения по фундаментальным функциям в комбинации с методом Рунге-Кутты и метод интегральных уравнений. Применение этих методов предполагает наличие электронных цифровых вычислительных машин.

5. С увеличением массы движущегося груза динамические коэффициенты всегда увеличиваются.

6. Увеличение скорости движения сосредоточенного груза до некоторой величины, которую можно назвать критической скоростью груза, приводит к увеличению динамических коэффициентов; при дальнейшем увеличении скорости динамические коэффициенты уменьшаются и могут оказаться меньшими единицы.

7. Увеличение скорости движения полосы распределенной нагрузки всегда вызывает увеличение динамических коэффициентов и движение полосы распределенной нагрузки с критической скоростью вызывает потерю устойчивости конструкции в смысле Эйлера.

8. При движении нагрузки с переменной скоростью динамический эффект оказывается меньшим, чем при движении с постоянной скоростью равной максимальной скорости переменного движения (рассмотрено только равнопеременное движение). Торможение сосредоточенного груза вызывает больший динамический эффект, чем ускорение.

9. При одних и тех же параметрах, характеризующих массу и скорость подвижной нагрузки, динамические коэффициенты для шарнирно опертой балки будут значительно меньшими, чем для арочных систем, а динамические коэффициенты для пологой арки меньше, чем для подъемистой.

В приложении приведено краткое описание, инструкция и текст программы для ЭЦВМ «Промінь» позволяющей численно проинтегрировать систему дифференциальных уравнений, к которой сводятся многие задачи о действии подвижной нагрузки, а также программа, предназначенная для решения таких задач методом интегральных уравнений.

НТБ
ДНУЖТ

Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались автором:

на семинаре секции строительной механике НТО стройиндустрии Днепропетровской области;

на семинаре по механике при Днепропетровском институте инженеров железнодорожного транспорта;

на XXVII научной конференции ДИСИ, 1966;

на межвузовской республиканской конференции по строительству, строительным материалам и архитектуре (Киев — 1967 г.) и опубликованы в следующих работах:

1. Г. Ф. Никитин. О динамическом эффекте полосы подвижной нагрузки, движущейся по балке с переменной скоростью. Сб. ДИСИ, XXVII научная конференция (тезисы докладов), стр. 109—113, Днепропетровск, 1966.

2. А. Б. Моргаевский, Л. П. Карпов, Г. Ф. Никитин. Определение динамического эффекта подвижной нагрузки с применением ЭЦВМ «Промінь». «Динамика и прочность машин», республ. межвед. научно-техн. сб., вып. 6, Харьков, 1967.

3. Г. Ф. Никитин. О динамическом воздействии подвижной нагрузки при больших переменных скоростях движения с учетом высших гармоник. «Сопрот. матер. и теор. сооруж.», республ. межвед. научно-техн. сб., вып. VI, Киев, 1967.

4. А. Б. Моргаевский, Г. Ф. Никитин. Некоторые задачи о динамическом воздействии подвижных нагрузок на сооружения. Межвуз. республ. конф. по строительству, строит. матер. и архит. (тезисы докладов), Киев, 1967.

5. А. Б. Моргаевский, Л. П. Карпов, Г. Ф. Никитин. Об исследовании величины динамического воздействия подвижной нагрузки с учетом высших гармоник. Сб. «Исследования по теории сооружений», вып. XVI, Москва, 1968.

БТ 01836. Областная книжная типография

Днепропетровского областного управления по печати,

г. Днепропетровск, ул. Серова, 7.

Заказ № 2751-м. Тираж 200. Объем 0,75 п. л. Подписано к печати 22.X-68 г.