

УДК 004.02

Косолапов А.А.

МЕТОДИКА АНАЛИЗА НАДЁЖНОСТИ НЕЧЁТКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ РАЗМЫТЫХ МНОЖЕСТВ

*Днепропетровский национальный университет
железнодорожного транспорта им. акад. В. Лазаряна
Днепропетровск, Лазаряна 2, 49010*

В данной работе предложен новый табличный метод описания и анализа надежности нечетких систем с помощью теории расплывчатых множеств, где надёжностные параметры компонентов системы представлены как размытые множества, определенные на универсуме $[0, 1]$. Предлагаемая методика табличного моделирования позволяет упростить процесс построения моделей, исключает сложные математические преобразования, сокращает время разработки моделей и моделирования.

Ключевые слова: надежность нечеткой системы, функции принадлежности ложь (ФПЛ), функции принадлежности истина (ФПИ), размытые множества, табличные модели.

1. Введение

О важности задачи моделирования надёжности при проектировании систем говорил в своей работе Кауфман [1]. Обычно надежное поведение системы полностью описывается вероятностными характеристиками. Тем не менее, из-за неточности и неопределенности исходных данных, оценка точных значений вероятностей во многих системах представляется трудной задачей [2]. В последние годы некоторые исследователи сосредоточены на использовании теории нечетких множеств [3] для анализа надежности нечетких системы [2,4,5], В [6] представлены следующие два предположения:

(1) Fuzzy-состояние: в любое время система может находиться либо в состоянии нечеткой работоспособности или в состоянии нечеткого отказа.

(2) Предположение о возможности: поведение системы может быть полностью охарактеризовано мерой возможности.

В работе [2] представлен анализ работ, связанных с введением в инженерию систем с отказами и использованием в ней нечеткой методологии, анализом надежности нечеткой системы с использованием нечетких числовых арифметических операций, анализом надежности нечеткой системы, основанный на нечетких временных рядах и α -отсечении в операциях над нечеткими числами, нечетким анализом надежности системы с использованием интервала доверия и других известных подходов и методов в данной области.

В этой статье представляется новый табличный метод анализа надежности нечеткой системы с использованием размытых множества [4,5], где надежность параметры компонентов системы представляются размытыми множествами, определяемыми в универсуме $[0, 1]$. Степень принадлежности элемента x размытому множеству представляется размытым значением $[t_x, 1 - f_x]$ в $[0, 1]$, где t_x указывает на степень истины, f_x указывает на степень ложности, $1 - t_x - f_x$ указывает на неизвестную часть $0 \leq t_x \leq 1 - f_x \leq 1$, и $t_x + f_x \leq 1$. Понятие размытых множеств похоже на интуитивные нечеткие множества [7], и оба они являются обобщением понятия нечетких множеств [3]. Предлагаемая методика табличного моделирования и анализа надежности нечеткой системы обладает наглядностью, гибкостью и простой интеллектуальной формой.

2. Базовые концепты размытых множеств

В 1965 году Заде предложил теорию нечетких множеств [3] или нечеткое множество классов с нечеткими границами. Пусть имеем универсум U , состоящий из n значений $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$. Степень принадлежности элемента u_i нечеткому множеству представлены реальными значениями между нулем и

единицей, где $u_i \in U$. В [4] Гау отметил, что это одно значение степени принадлежности сочетает в себе доказательство, что $u_i \in U$, и демонстрирует противоречие, что $u_i \in U$. Это не является доказательством, что $u_i \in U$, и доказательством против $u_i \in U$ соответственно, и оно не указывает, сколько там каждого из них. Кроме того, Гау также отметил, что одно значение степени ничего не говорит о его точности и представил в [4] основные понятия размытых множеств. В [5] предложены правила выполнения арифметических операций над размытыми множествами. Пусть U универсум $U=\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, описываемый элементами u_i . Размытое множество $\tilde{A}$ на универсе U характеризуется функцией принадлежности истина (ФПИ) $t_{\tilde{A}}, t_{\tilde{A}}:U \rightarrow [0,1]$, и функцией принадлежности ложь (ФПЛ) $f_{\tilde{A}}, f_{\tilde{A}}:U \rightarrow [0,1]$, где $t_{\tilde{A}}(u_i)$ нижняя граница функции принадлежности u_i , являющаяся доказательством для значения u_i , $f_{\tilde{A}}(u_i)$ - нижняя граница отрицания u_i , являющаяся доказательством против значения u_i , и $t_{\tilde{A}}(u_i) + f_{\tilde{A}}(u_i) \leq 1$. Значения функции принадлежности u_i размытому множеству $\tilde{A}$ есть ограниченный подинтервал $[t_{\tilde{A}}(u_i), 1 - f_{\tilde{A}}(u_i)]$ в $[0, 1]$. Размытая величина $[t_{\tilde{A}}(u_i), 1 - f_{\tilde{A}}(u_i)]$ показывает, что точное значение функции принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(u_i)$ для u_i ограничено диапазоном $t_{\tilde{A}}(u_i) \leq \mu_{\tilde{A}}(u_i) \leq 1 - f_{\tilde{A}}(u_i)$, где $t_{\tilde{A}}(u_i) + f_{\tilde{A}}(u_i) \leq 1$. Пример размытого множества $\tilde{A}$ на универсе U показано на рис. 1.

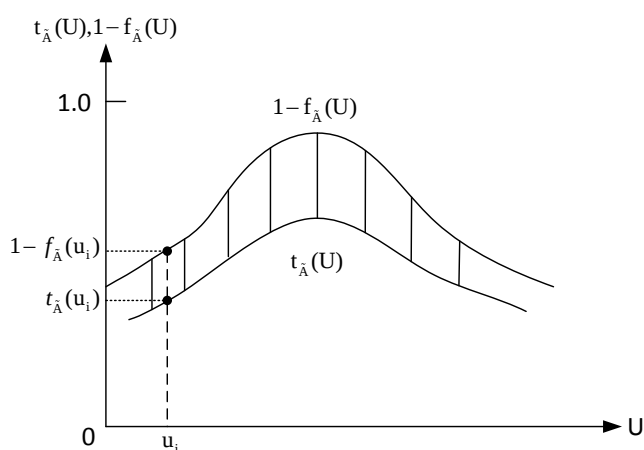


Рис. 1. Размытое множество

Если универс U является дискретным множеством, то размытое множество $\tilde{A}$ на универсе U может быть представлено как

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^n [t_{\tilde{A}}(u_i), 1 - f_{\tilde{A}}(u_i)] / u_i, \quad u_i \in U \quad (1)$$

Если универс U является непрерывным множеством, то размытое множество $\tilde{A}$ на универсе U может быть представлено как

$$\tilde{A} = \int_U [t_{\tilde{A}}(u_i), 1 - f_{\tilde{A}}(u_i)] / u_i, \quad u_i \in U \quad (2)$$

Определение 1. Пусть $\tilde{A}$ размытое множество на универсе U с ФПИ $t_{\tilde{A}}$ и ФПЛ $f_{\tilde{A}}$ соответственно. Размытое множество $\tilde{A}$ является выпуклым тогда и только тогда, когда для всех u_1, u_2 на U ,

$$t_{\tilde{A}}(\lambda u_1 + (1 - \lambda)u_2) \geq \min(t_{\tilde{A}}(u_1), t_{\tilde{A}}(u_2)), \quad (3)$$

$$1 - f_{\tilde{A}}(\lambda u_1 + (1 - \lambda)u_2) \geq \min(1 - f_{\tilde{A}}(u_1), 1 - f_{\tilde{A}}(u_2)), \quad \text{где } \lambda \in [0, 1]. \quad (4)$$

Определение 2. Размытое множество $\tilde{A}$ на универсе U называется нормальным размытым множеством, если $\exists u_i \in U$ для которого $1 - f_{\tilde{A}}(u_i) = 1$. В этом случае $f_{\tilde{A}}(u_i) = 0$.

Определение 3. Размытое число есть такое размытое подмножество на универсе U , которое является как выпуклым, так и нормальным.

Далее, введём основные арифметические операции над треугольными размытыми множествами [5].

Рассмотрим треугольное размытое множество $\tilde{A}$, показанное на рис. 2, где треугольное размытое множество $\tilde{A}$ может быть параметризовано кортежем $\langle [(a, b, c); \mu_1], [(a, b, c); \mu_2] \rangle$. Для удобства кортеж $\langle [(a, b, c); \mu_1], [(a, b, c); \mu_2] \rangle$ будем представлять аббревиатурой $\langle [(a, b, c); \mu_1, \mu_2] \rangle$, где $0 \leq \mu_1 \leq \mu_2 \leq 1$.

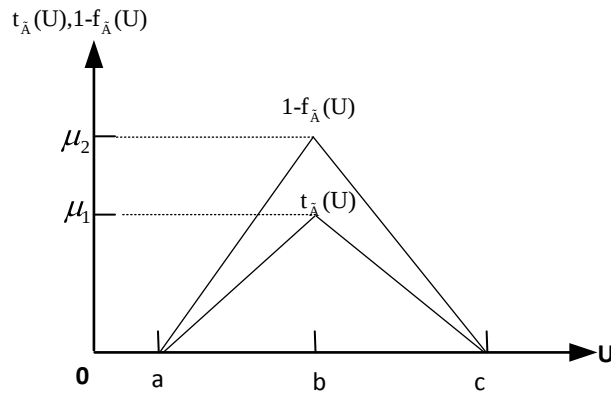


Рис. 2. Треугольное размытое множество

Теперь перейдём к арифметическим операциям между треугольными размытыми множествами.

Случай 1. Рассмотрим треугольные размытые множества $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$, показанные на рис. 3, где

$$\tilde{A} = \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle = \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1; \mu_2] \rangle,$$

$$\tilde{B} = \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1], [(a_2, b_2, c_2); \mu_2] \rangle = \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1; \mu_2] \rangle,$$

и $0 \leq \mu_1 \leq \mu_2 \leq 1$.

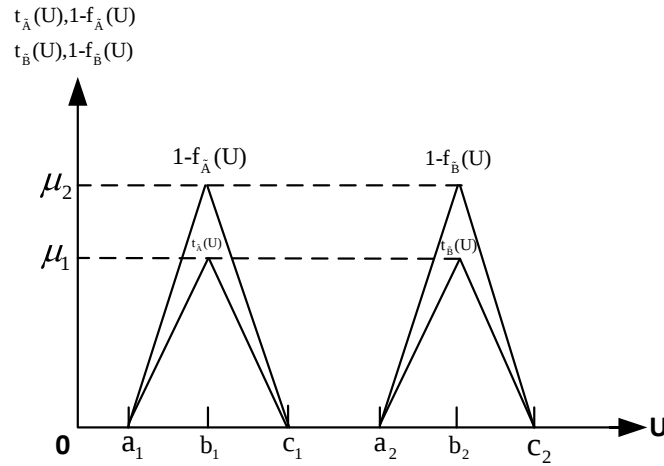


Рис. 3. Размытые треугольные множества $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ (случай 1)

Арифметические операции между треугольными размытыми множествами $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ определяются следующим образом.

Сложение ($\oplus$):

$$\begin{aligned} \tilde{A} \oplus \tilde{B} &= \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \oplus \\ &\quad \oplus \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1], [(a_2, b_2, c_2); \mu_2] \rangle = \\ &= \langle [(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2); \mu_1], [(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2); \mu_2] \rangle \\ &= \langle [(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2); \mu_1; \mu_2] \rangle \end{aligned} \quad (5)$$

Вычитание ($\ominus$):

$$\begin{aligned}\tilde{B} \ominus \tilde{A} &= \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1], [(a_2, b_2, c_2); \mu_2] \rangle \ominus \\ &\quad \ominus \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle = \\ &= \langle [(a_2 - c_1, b_2 - b_1, c_2 - a_1); \mu_1], [(a_2 - c_1, b_2 - b_1, c_2 - a_1); \mu_2] \rangle = \\ &= \langle [(a_2 - c_1, b_2 - b_1, c_2 - a_1); \mu_1; \mu_2] \rangle\end{aligned}\quad (6)$$

Умножение ($\otimes$):

$$\begin{aligned}\tilde{A} \otimes \tilde{B} &= \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \otimes \\ &\quad \otimes \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1], [(a_2, b_2, c_2); \mu_2] \rangle = \\ &= \langle [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \mu_1], [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \mu_2] \rangle = \\ &= \langle [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \mu_1; \mu_2] \rangle\end{aligned}\quad (7)$$

Деление ($\oslash$):

$$\begin{aligned}\tilde{B} \oslash \tilde{A} &= \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_1], [(a_2, b_2, c_2); \mu_2] \rangle \oslash \\ &\quad \oslash \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle = \\ &= \langle [(a_2/c_1, b_2/b_1, c_2/a_1); \mu_1], [(a_2/c_1, b_2/b_1, c_2/a_1); \mu_2] \rangle = \\ &= \langle [(a_2/c_1, b_2/b_1, c_2/a_1); \mu_1; \mu_2] \rangle.\end{aligned}\quad (8)$$

Случай 2. Рассмотрим треугольные размытые множества $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$, показанные на рис. 4, где

$$\tilde{A} = \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle,$$

$$\tilde{B} = \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_3], [(a_2, b_2, c_2); \mu_4] \rangle,$$

$$\text{и } 0 \leq \mu_3 \leq \mu_1 \leq \mu_4 \leq \mu_2 \leq 1.$$

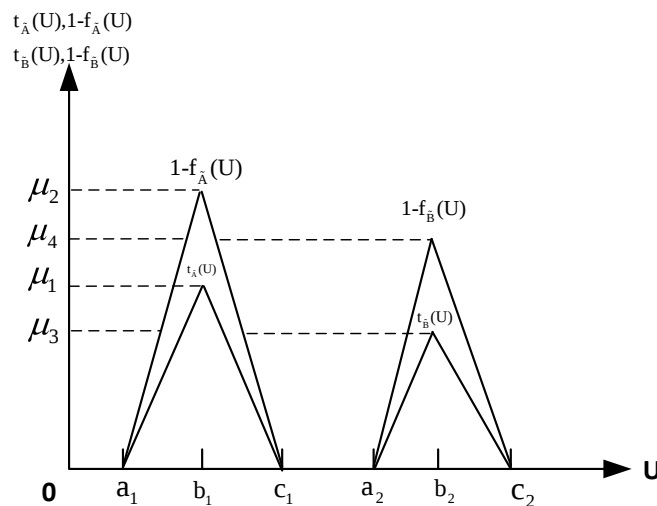


Рис. 4. Размытые треугольные множества $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ (случай 2)

Арифметические операции в этом случае между треугольными размытыми множествами $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ определяются следующим образом.

Сложение:

$$\begin{aligned}\tilde{A} \oplus \tilde{B} &= \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \oplus \\ &\oplus \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_3], [(a_2, b_2, c_2); \mu_4] \rangle = \\ &= \langle [(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2); \min(\mu_1, \mu_3)], \\ &\quad [(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2); \min(\mu_2, \mu_4)] \rangle\end{aligned}\quad (9)$$

Вычитание:

$$\begin{aligned}\tilde{B} \ominus \tilde{A} &= \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_3], [(a_2, b_2, c_2); \mu_4] \rangle \ominus \\ &\ominus \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle = \\ &= \langle [(a_2 - c_1, b_2 - b_1, c_2 - a_1); \min(\mu_1 - \mu_3)], \\ &\quad [(a_2 - c_1, b_2 - b_1, c_2 - a_1); \min(\mu_2 - \mu_4)] \rangle\end{aligned}\quad (10)$$

Умножение:

$$\begin{aligned}\tilde{A} \otimes \tilde{B} &= \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle \otimes \\ &\otimes \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_3], [(a_2, b_2, c_2); \mu_4] \rangle = \\ &= \langle [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \min(\mu_1, \mu_3)], \\ &\quad [(a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2); \min(\mu_2, \mu_4)] \rangle\end{aligned}\quad (11)$$

Деление:

$$\begin{aligned}\tilde{B} \oslash \tilde{A} &= \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_3], [(a_2, b_2, c_2); \mu_4] \rangle \oslash \\ &\oslash \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_1], [(a_1, b_1, c_1); \mu_2] \rangle = \\ &= \langle [(a_2 / c_1, b_2 / b_1, c_2 / a_1); \min(\mu_1, \mu_3)], \\ &\quad [(a_2 / c_1, b_2 / b_1, c_2 / a_1); \min(\mu_2, \mu_4)] \rangle\end{aligned}\quad (12)$$

3. Анализ надёжности нечётких систем на основе размытых множеств

В этой части рассмотрим новый метод анализа надёжности нечётких систем на основе теории размытых множеств, где надёжность компонентов системы представляются размытыми множествами, определёнными на универсе $[0, 1]$.

3.1 Последовательные структуры

Начнём с последовательной надёжностной схемы соединений компонентов системы, как показано на рис. 5, где надёжность $\tilde{R}_i$ компоненты P_i представляется размытым множеством $\langle [(a_i, b_i, c_i); \mu_{i1}; \mu_{i2}] \rangle$, где $0 \leq \mu_{i1} \leq \mu_{i2} \leq 1$, а $1 \leq i \leq n$. Тогда надёжность $\tilde{R}$ последовательной системы, показанной на рис. 5, может быть рассчитана по формуле

$$\tilde{R} = \tilde{R}_1 \otimes \tilde{R}_2 \otimes \dots \otimes \tilde{R}_n =$$

$$\begin{aligned}
&= \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_{11}; \mu_{12}] \rangle \otimes \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_{21}; \mu_{22}] \rangle \otimes \dots \\
&\dots \otimes \langle [(a_n, b_n, c_n); \mu_{n1}; \mu_{n2}] \rangle = \\
&= \langle [(\bigotimes_{i=1}^n a_i, \bigotimes_{i=1}^n b_i, \bigotimes_{i=1}^n c_i); \min(\mu_{11}, \mu_{21}, \dots, \mu_{n1}); \min(\mu_{12}, \mu_{22}, \dots, \mu_{n2})] \rangle
\end{aligned} \tag{13}$$

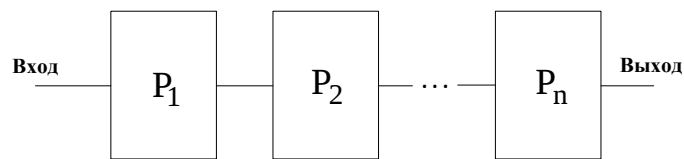


Рис. 5. Структура последовательной системы

Пример 1.

Рассмотрим пример цепочки из 3-х последовательно соединённых элементов. Исходные значения параметров и результат приведены на рис. 6.

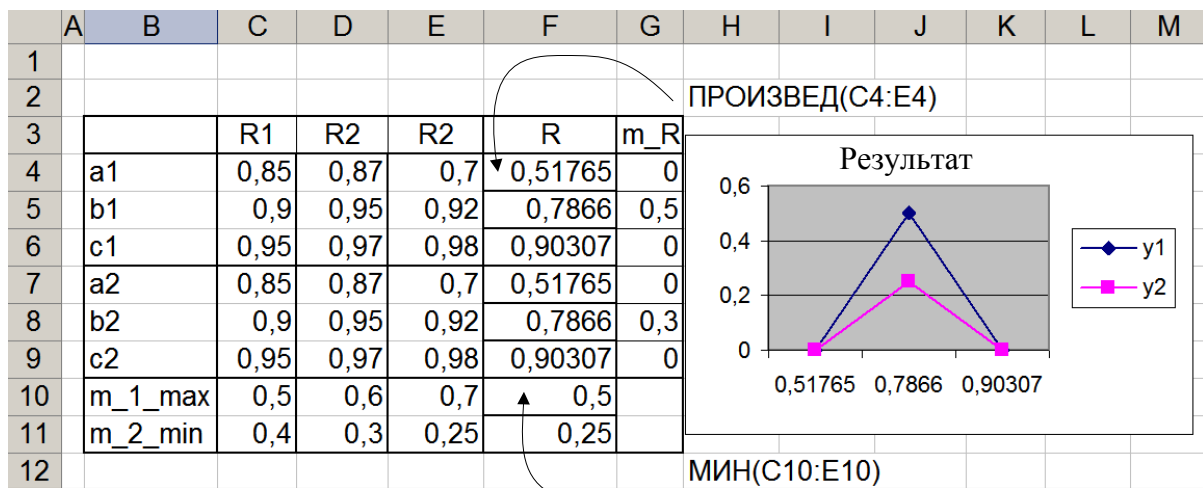


Рис. 6. Характеристики последовательной структуры

3.2 Параллельные структуры (системы с резервированием)

Теперь рассмотрим параллельную систему, изображённую на рис. 7, где надёжность $\tilde{R}_i$ компоненты P_i представляется размытым множеством

$\langle [(a_i, b_i, c_i); \mu_{i1}; \mu_{i2}] \rangle$, где $0 \leq \mu_{i1} \leq \mu_{i2} \leq 1$, а $1 \leq i \leq n$. Тогда надёжность $\tilde{R}$ параллельной системы, показанной на рис. 6, может быть рассчитана по формуле

$$\tilde{R} = 1 \ominus \bigotimes_{i=1}^n (1 \ominus \tilde{R}_i) = \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 \ominus (1 \ominus < [(a_1, b_1, c_1); \mu_{11}; \mu_{12}] >) \otimes (1 \ominus < [(a_2, b_2, c_2); \mu_{21}; \mu_{22}] >) \otimes \dots \\
&\dots \otimes (1 \ominus < [(a_n, b_n, c_n); \mu_{n1}; \mu_{n2}] >) = \\
&= 1 \ominus < [(1 - c_1, 1 - b_1, 1 - a_1); \mu_{11}; \mu_{12}] > \otimes < [(1 - c_2, 1 - b_2, 1 - a_2); \mu_{21}; \mu_{22}] > \otimes \dots \\
&\dots \otimes < [(1 - c_n, 1 - b_n, 1 - a_n); \mu_{n1}; \mu_{n2}] > = \\
&= 1 \ominus < (\bigotimes_{i=1}^n (1 - c_i), \bigotimes_{i=1}^n (1 - b_i), \bigotimes_{i=1}^n (1 - a_i)); \\
&\min(\mu_{11}; \mu_{21}; \dots, \mu_{n1}); \min(\mu_{12}; \mu_{22}; \dots, \mu_{n2}) > = \\
&= < [(1 - \bigotimes_{i=1}^n (1 - a_i), 1 - \bigotimes_{i=1}^n (1 - b_i), 1 - \bigotimes_{i=1}^n (1 - c_i)); \\
&\min(\mu_{11}; \mu_{21}; \dots, \mu_{n1}); \min(\mu_{12}; \mu_{22}; \dots, \mu_{n2}) >
\end{aligned}$$

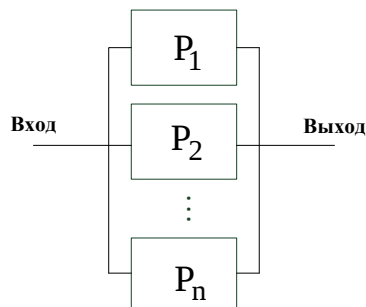


Рис. 7. Структура параллельной системы

Пример 2.

Рассмотрим пример цепочки из 3-х параллельно соединённых элементов.

Исходные значения параметров и результаты приведены в таблице на рис. 8.

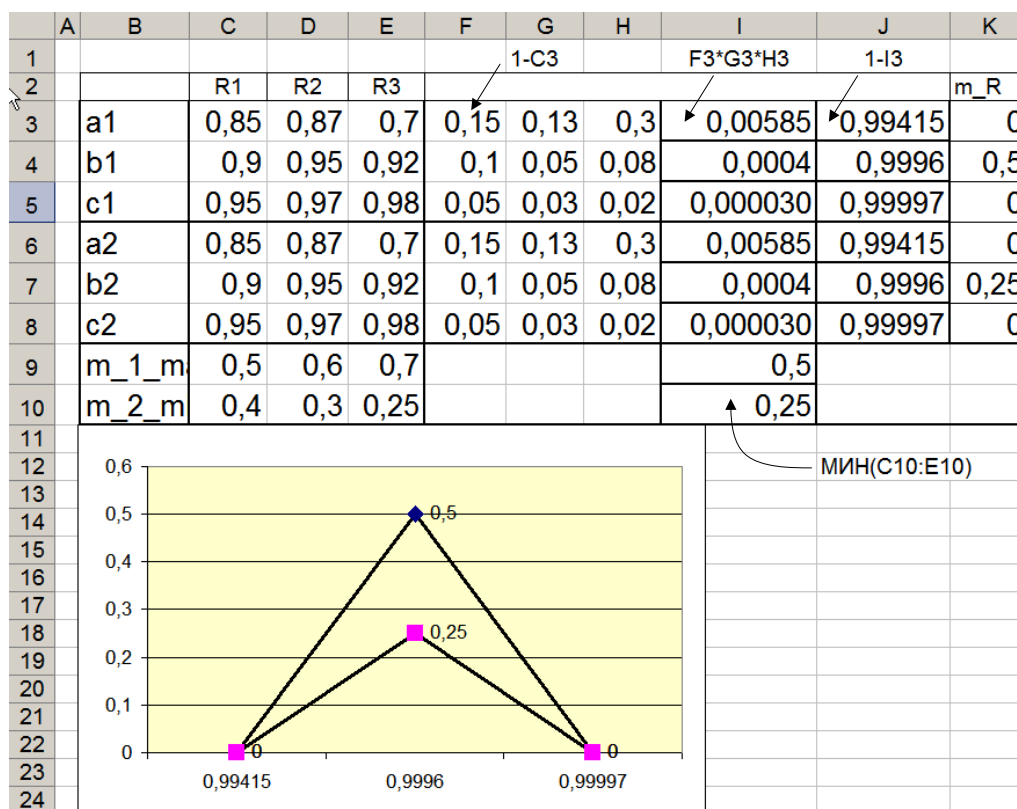


Рис. 8. Характеристики системы с тройным резервированием

Графическое представление исходных данных и результатов надёжностного моделирования приведены на рисунке 9.

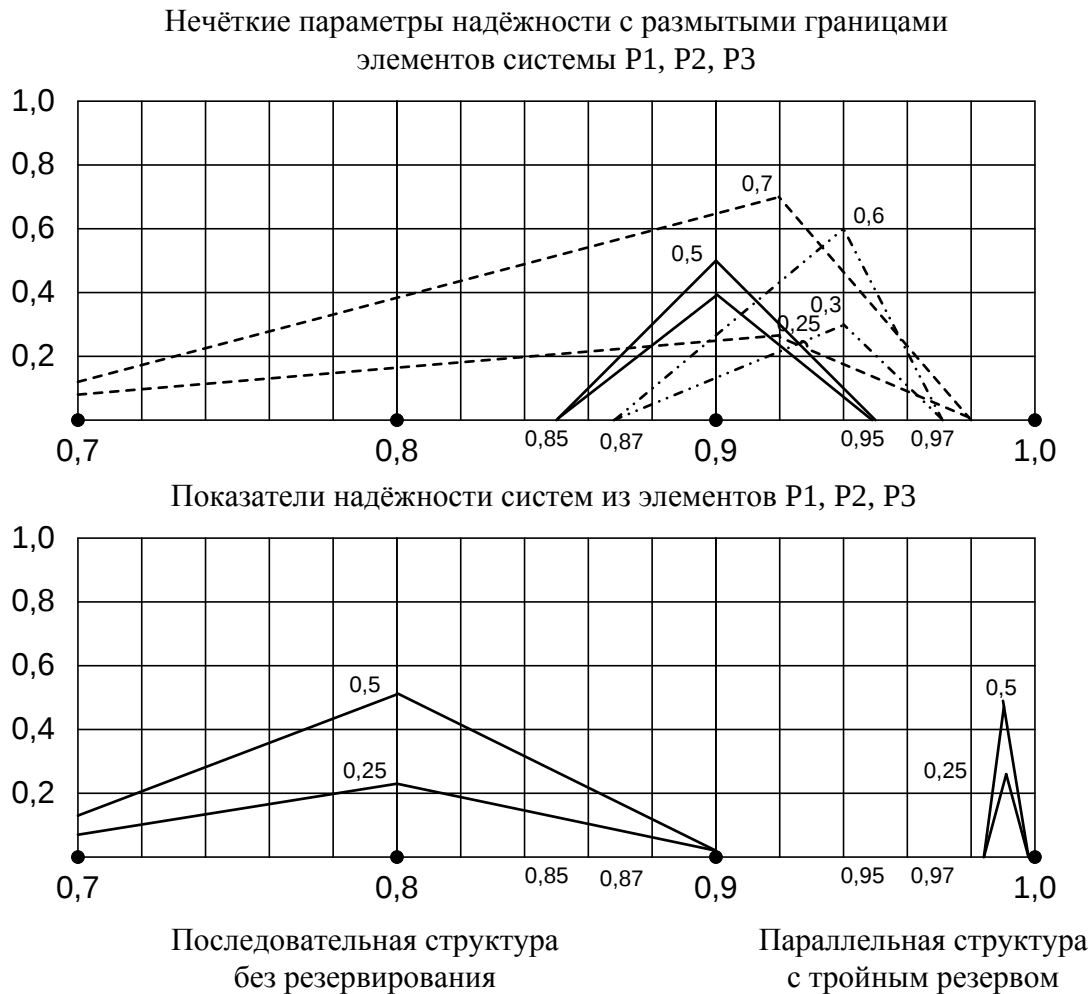


Рис. 9. Графические результаты решения задач (рис. 7 и рис. 9)

3.3 Комбинированные структуры

Рассмотрим пример, иллюстрирующий применение описанного метода для анализа надёжности последовательно-параллельной структуры нечёткой системы.

Пример 3. Исследуем систему, показанную на рис. 10, где надёжность компонентов P_1, P_2, P_3 и P_4 есть соответственно $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2, \tilde{R}_3$ и $\tilde{R}_4$, где

$$\begin{aligned}\tilde{R}_1 &= \langle [a_1, b_1, c_1]; \mu_{11}; \mu_{12} \rangle, \\ \tilde{R}_2 &= \langle [a_2, b_2, c_2]; \mu_{21}; \mu_{22} \rangle, \\ \tilde{R}_3 &= \langle [a_3, b_3, c_3]; \mu_{31}; \mu_{32} \rangle, \\ \tilde{R}_4 &= \langle [a_4, b_4, c_4]; \mu_{41}; \mu_{42} \rangle,\end{aligned}$$

$$0 \leq \mu_{i1} \leq \mu_{i2} \leq 1 \text{ и } 1 \leq i \leq 4.$$

Основываясь на предыдущих определениях, мы можем оценить надёжность $\tilde{R}$ системы, приведенной на рис. 11, с помощью следующих выражений:

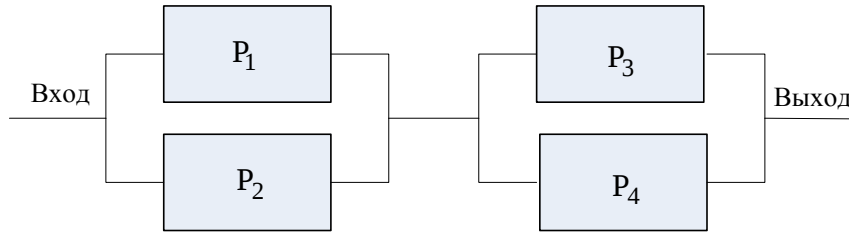


Рис. 10. Последовательно-параллельная структура

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= [1 \ominus (1 \ominus \tilde{R}_1) \otimes (1 \ominus \tilde{R}_2)] \otimes [1 \ominus (1 \ominus \tilde{R}_3) \otimes (1 \ominus \tilde{R}_4)] = \\ &= [1 \ominus (1 \ominus \langle [(a_1, b_1, c_1); \mu_{11}; \mu_{12}] \rangle) \otimes (1 \ominus \langle [(a_2, b_2, c_2); \mu_{21}; \mu_{22}] \rangle) \otimes \\ &\otimes [1 \ominus (1 \ominus \langle [(a_3, b_3, c_3); \mu_{31}; \mu_{32}] \rangle) \otimes (1 \ominus \langle [(a_4, b_4, c_4); \mu_{41}; \mu_{42}] \rangle)] = \\ &= [1 \ominus \langle [(1 - c_1, 1 - b_1, 1 - a_1); \mu_{11}; \mu_{12}] \rangle \otimes \langle [(1 - c_2, 1 - b_2, 1 - a_2); \mu_{21}; \mu_{22}] \rangle] \otimes \\ &\otimes [1 \ominus \langle [(1 - c_3, 1 - b_3, 1 - a_3); \mu_{31}; \mu_{32}] \rangle \otimes \langle [(1 - c_4, 1 - b_4, 1 - a_4); \mu_{41}; \mu_{42}] \rangle] = \\ &= [1 \ominus \langle [((1 - c_1)(1 - c_2), (1 - b_1)(1 - b_2), (1 - a_1)(1 - a_2)); \\ &\min(\mu_{11}; \mu_{21}); \min(\mu_{12}, \mu_{22})] \rangle] \otimes \\ &\otimes [1 \ominus \langle [((1 - c_3)(1 - c_4), (1 - b_3)(1 - b_4), (1 - a_3)(1 - a_4)); \\ &\min(\mu_{31}; \mu_{41}); \min(\mu_{32}, \mu_{42})] \rangle] = \\ &= \langle [1 - (1 - a_1)(1 - a_2), 1 - (1 - b_1)(1 - b_2), 1 - (1 - c_1)(1 - c_2)); \\ &\min(\mu_{11}; \mu_{21}); \min(\mu_{12}, \mu_{22})] \rangle \otimes \\ &\otimes \langle [(1 - (1 - a_3)(1 - a_4), 1 - (1 - b_3)(1 - b_4), 1 - (1 - c_3)(1 - c_4)); \\ &\min(\mu_{31}; \mu_{41}); \min(\mu_{32}, \mu_{42})] \rangle = \\ &= \langle [(a_1 + a_2 - a_1 a_2, b_1 + b_2 - b_1 b_2, c_1 + c_2 - c_1 c_2); \\ &\min(\mu_{11}, \mu_{21}); \min(\mu_{12}, \mu_{22})] \rangle \otimes \\ &\otimes \langle [(a_3 + a_4 - a_3 a_4, b_3 + b_4 - b_3 b_4, c_3 + c_4 - c_3 c_4); \\ &\min(\mu_{31}, \mu_{41}); \min(\mu_{32}, \mu_{42})] \rangle = \\ &= \langle [((a_1 + a_2 - a_1 a_2)(a_3 + a_4 - a_3 a_4), (b_1 + b_2 - b_1 b_2)(b_3 + b_4 - b_3 b_4), \\ &(c_1 + c_2 - c_1 c_2)(c_3 + c_4 - c_3 c_4)); \\ &\min(\mu_{11}, \mu_{21}, \mu_{31}, \mu_{41}); \min(\mu_{12}, \mu_{22}, \mu_{32}, \mu_{42})] \rangle = \\ &= \langle [(a_1 a_3 + a_1 a_4 - a_1 a_3 a_4 + a_2 a_3 + a_2 a_4 - a_2 a_3 a_4 - a_1 a_2 a_3 - a_1 a_2 a_4 + a_1 a_2 a_3 a_4, \\ &b_1 b_3 + b_1 b_4 - b_1 b_3 b_4 + b_2 b_3 + b_2 b_4 - b_2 b_3 b_4 - b_1 b_2 b_3 - b_1 b_2 b_4 + b_1 b_2 b_3 b_4, \\ &c_1 c_3 + c_1 c_4 - c_1 c_3 c_4 + c_2 c_3 + c_2 c_4 - c_2 c_3 c_4 - c_1 c_2 c_3 - c_1 c_2 c_4 + c_1 c_2 c_3 c_4); \\ &\min(\mu_{11}, \mu_{21}, \mu_{31}, \mu_{41}); \min(\mu_{12}, \mu_{22}, \mu_{32}, \mu_{42})] \rangle. \end{aligned}$$

Математические выражения для оценки надёжности нечётких систем с размытыми параметрами получить достаточно сложно, особенно при построении комбинированных структур. Более эффективным и гибким решением яв-

ляется использование табличного описания взаимосвязанных подсистем. Например, структуру, изображённую на рис. 10, можно представить в виде набора таблиц, приведенных на рис. 7 и 9. В результате получаем эффективную, настраиваемую модель для надёжного моделирования нечётких систем с размытыми параметрами (рис. 11).

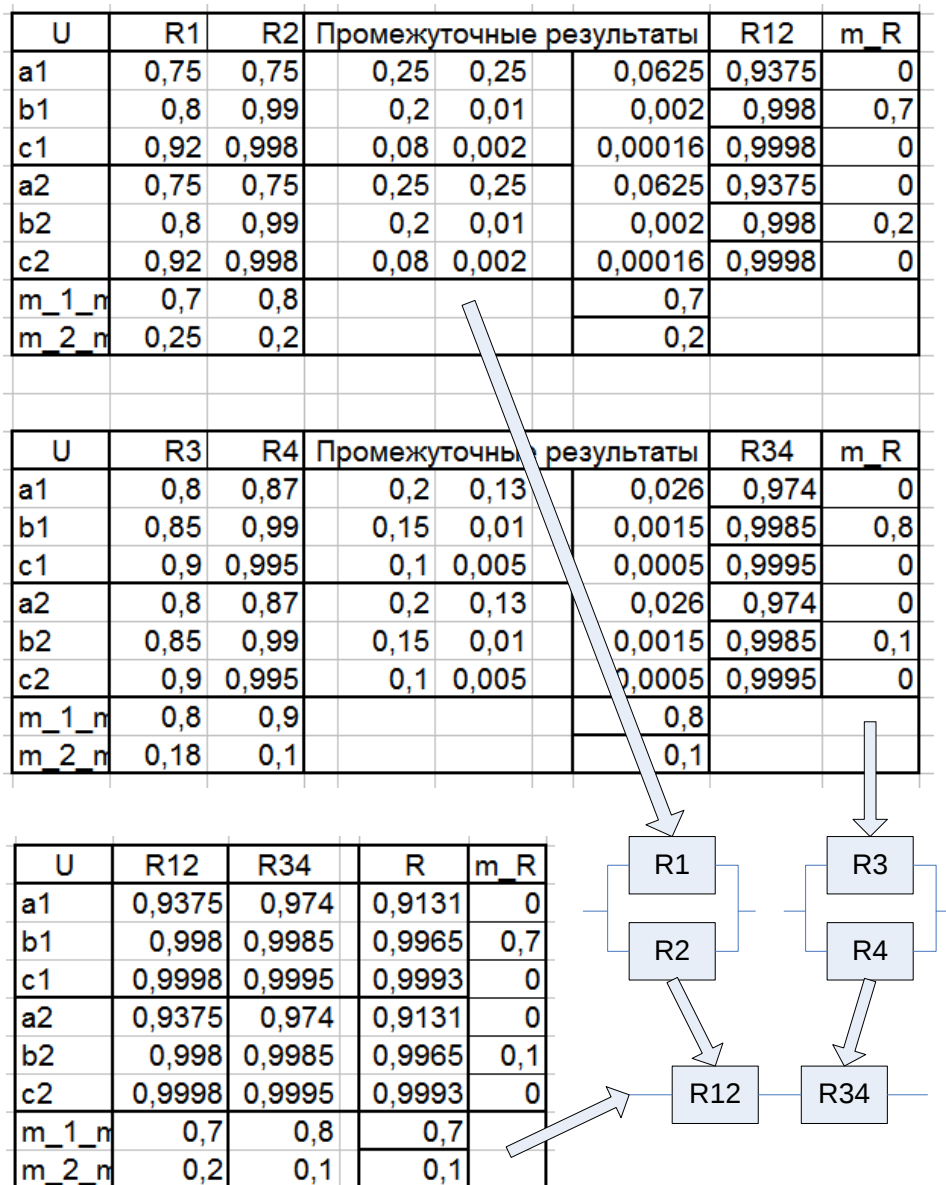


Рис. 11. Табличное моделирование нечётких систем сложной структуры с размытыми параметрами

4. Заключение

Предложенная методика табличного описания нечётких систем, элементы которых описываются треугольными функциями принадлежности с размытыми

границами, позволяет моделировать характеристики надёжности подобных систем путём построения взаимосвязанных таблиц для последовательных и параллельных структур без выполнения сложных математических преобразований, что снижает вероятность ошибок, сокращает время построения моделей и моделирования систем в целом.

Литература:

1. Kaufmann A. and Gupte M. M. Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science // A. Kaufmann, M.M. Gupte / North-Holland, Amsterdam. – 1988.
2. Chen, S. M. Analyzing fuzzy system reliability using vague set theory // S. M. Chen / International Journal of Applied Science and Engineering. - № 1. – 2003. – P. 82 - 88.
3. Zadeh L. A. Fuzzy sets // L.A. Zadeh / - Information and Control. - № 8. – 1965. – P. 338 - 353.
4. Gau W. L., Buehrer D. J. Vague sets // W. L. Gau, D. J. Buehrer / IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. - № 23. – 1993. –P. 610 - 614.
5. Chen S. M. Arithmetic operations between vague sets // S.M. Chen / Proceedings of the International Joint Conference of CFSA/IFIS/SOFT'95 on Fuzzy Theory and Applications, Taipei, Taiwan, Republic of China. – 1995. – P. 206 - 211.
6. Cai K. Y., Wen C. Y., Zhang M. L. Possibilistic reliability behavior of typical systems with two types of failure // K.Y. Cai, C.Y. Wen, M. L. Zhang / Fuzzy Sets and Systems. - № 43. – 1991. – P. 17 - 32.
7. Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets // K. Atanassov / Fuzzy Sets and Systems. - № 20. – 1986. – P. 87 - 96.