

УДК 621.74.042

Ракша, С. В., Анофрієв, П. Г., Главацький, К. Ц. Куроп'ятник, О. С. Посмітюха О. П., Черкудінов В. Е.

Динаміка відцентрового ливарного модуля на карданній підвісці

Raksha, S. V., Anofriev, P. G., Kuropiatnyk, O. S., Hlavatskyi, K. C., Posmitiukha, O. P., Cherkudinov, V. E.

Dynamics of a centrifugal casting module on a cardan suspension

Мета. Метою роботи є визначення впливу довжини ланок модифікованої карданної підвіски відцентрового ливарного модуля та його інерційних параметрів на його власні частоти коливань, а також створення математичної моделі коливань модуля у сталому режимі роботи, що дозволяє розрахувати амплітудно-частотну характеристику і коефіцієнт динамічності цієї коливальної системи. **Методика.** Розглядаються малі коливання відцентрового ливарного модуля, тому застосовано класичний спосіб складання звичайних диференціальних рівнянь його руху за допомогою рівняння Лагранжа II роду. Для розрахунку параметрів коливань модуля створені m-файли у системі Matlab. **Результати.** Отримані залежності власних частот ливарного модуля від довжини підвіски, від довжини підвіски форми з електродвигуном та противагою та від його інерційних параметрів. Розраховано амплітудно-частотні характеристики модуля. Побудовано графік коефіцієнта динамічності у робочому діапазоні обертання ливарної форми модуля. У робочому діапазоні обертання ливарної форми значення коефіцієнта динамічності знаходяться в інтервалі від 0,035 до 0,001. **Наукова новизна.** Вперше створена математична модель коливань відцентрового ливарного модуля на модифікованій карданній підвісці. За допомогою системи Matlab досліджено вплив параметрів ливарного модуля на його власні частоти. **Практична значущість.** Розроблена математична модель коливань відцентрового ливарного модуля та результати досліджень впливу основних його характеристик на власні частоти коливань дозволяють створити конструкцію модуля з раціональними характеристиками, визначити безпечний робочий діапазон частоти обертання форми.

Ключевые слова: відцентровий ливарний модуль, математична модель, динаміка, карданна підвіска

Purpose. The purpose of the work is to determine the influence of the link length of the modified gimbal suspension of the centrifugal casting module and its inertial parameters on its own oscillation frequencies, as well as to create a mathematical model of the module oscillations in a stable mode of operation, which allows to calculate the amplitude-frequency characteristic and the coefficient of dynamism of this oscillatory system. **Methods.** Small fluctuations of the centrifugal casting module are considered, therefore the classical method of constructing the ordinary differential equations of its motion using the Lagrange equation of the II kind is applied. M-files were created in the Matlab system to calculate the vibration parameters of the module. **Results.** The obtained dependences of the natural frequencies of the foundry module on the length of the suspension, on the length of the suspension of the form with an electric motor and counterweight, and on its inertial parameters. The amplitude-frequency characteristics of the module are calculated. A graph of the dynamism coefficient in the working range of rotation of the mold of the module is plotted. In the working range of rotation of the casting mold, the values of the dynamism coefficient are in the range from 0.035 to 0.001. **Scientific novelty.** For the first time, a mathematical model of oscillations of a centrifugal casting module on a modified cardan suspension was created. Using the Matlab system, the influence of the parameters of the foundry module on its natural frequencies was investigated. **Practical significance.** The developed mathematical model of oscillations of the centrifugal foundry module and the results of studies of the influence of its main characteristics on the natural frequencies of oscillations will allow to create a structure of the module with rational characteristics, to determine a safe working range of the rotation frequency of the mold.

Keywords: centrifugal casting module, mathematical model, dynamics, cardan suspension

Вступ

Одним з багатьох способів отримання відливок циліндричної форми, кільць, труб та двошарових прокатних валків є відцентровий спосіб. Для реалізації цього способу використовують відцентрові машини з горизонтальною або вертикальною осями обертання ливарної форми [1, 2]. Безперервно покращуються технології лиття [3, 4], удосконалюються конструкції відцентрових машин [5] та підвищуються вимоги до якості литва [6].

Надійна робота ливарної машини визначається багатьма факторами. Декілька з них пов'язані з характеристиками опорних вузлів форми, що обертается у процесі роботи. Стаття присвячена моделюванню коливань форми на карданній підвісці.

Карданні шарніри добре відомі і набули широкого застосування в трансмісіях автотранспортної

техніки, водного транспорту та технологічних машин у промисловості. Карданний шарнір є аналогом сферичної кінематичної пари з пальцем і має два ступені свободи [7]. Якщо карданний шарнір у механізмі не передає обертального руху, його називають карданним підвісом. Карданні підвіси використовуються в гіроскопах [8], а також для підвіски предметів, які повинні залишатися у вертикальному положенні під дією власної ваги при зміні нахилу стійки підвісу. Для підвішування технологічних машин роторного типу класичний карданний підвіс не підходить, так як для самоцентрування неврівноваженого ротора, що обертається, необхідно не дві, а п'ять ступенів свободи [9, 10]. Коливальні процеси у різних машинах і агрегатах добре та швидко моделюються у системі Matlab [11, 12]. Математичне моделювання коливань машини на

Ракша, С. В.,	
Анофрієв, П. Г.,	
Главацький, К. Ц.	
Куроп'ятник, О. С.	
Посмітюха О. П.,	
Черкудінов В. Е.	

карданній підвісці з сергами за допомогою системи *Matlab* дозволяє достатньо швидко здійснити аналіз залежності значень власних частот коливань машини від її параметрів.

Мета та постановка задачі

Метою роботи є дослідження впливу розмірів сержок карданної підвіски відцентрового ливарного модуля на значення її власних частот коливань. Вирішення цієї задачі потребує розробки математичної моделі власних коливань ливарної відцентрової машини та дослідження її за допомогою комп'ютерних алгоритмів за допомогою системи *Matlab*.

Складання математичних моделей коливань рухомих об'єктів передбачає використання класичних методів складання звичайних диференціальних рівнянь, що добре описують малі коливання механічних систем.

Об'єкт досліджень

Відцентровий ливарний модуль на карданній підвісці з додатковими ланками – сергами (рис. 1) має форму 1, електродвигун 3, кільцеву контрвагу і карданну підвіску, до складу якої належать зовнішнє 2 та внутрішнє 6 кільця, а також сержки 5, 7. З ціллю спрощення відображення модуля, дрібні деталі конструкції, деякі з'єднання та електрична частина не показані.

Робочій цикл модуля складається з періодів розгону, заливки у форму рідкого металу, кристалізації відливки та вибігу. На етапах розгону і вибігу модуль проходить резонансні частоти коливань, які досить близькі до його власних частот. Самоцентрування форми, що обертається відбувається в закритичних діапазонах роботи модуля.

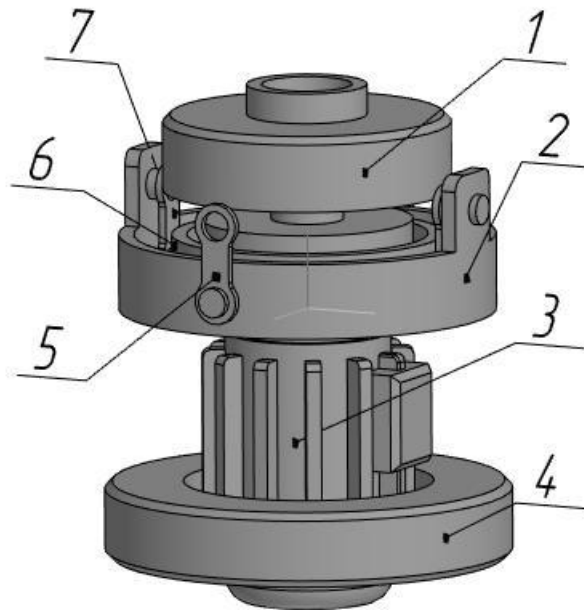


Рис. 1 Відцентровий ливарний модуль:

1 – форма; 2 – зовнішнє кільце; 3 – електродвигун; 4 – кільцева контрвага;
5 – серга підвіски модуля; 6 – кільце; 7 – серга підвіски внутрішнього кільця

Знання значень резонансних частот модуля необхідно для визначення безпечного діапазону частоти обертання форми при заповненні її металом.

Математична модель коливань ливарного модуля

Процес роботи модуля супроводжується його коливаннями, які виникають із-за статичної та динамічної невідповідності форми.

При складанні розрахункової схеми модуля прийняти наступні припущення:

форма і її привід масою m розглядаються, як абсолютно тверді тіла;

розглядаються мали коливання модуля;

пружні елементи модуля мають лінійні силові характеристики;

масами деталей карданної підвіски нехтуємо;

гіроскопічним моментом, що діє на коливальну систему модуля не враховуємо

коливання вздовж вертикалі модуля другого порядку малості, тому не розглядаються.

З урахуванням осьової симетрії модуля розглядається проекція коливань на площину. Відповідно з прийнятими припущеннями розглядається плоска розрахункова схема коливань ливарного модуля (рис. 2). У якості узагальнених координат прийняти кутові координат: φ – сержок підвіски; θ – форми з приводом. Ливарна форма має ексцентриситет центра мас e і кут ξ перекоосу головної осі інерції.

Для складання рівнянь руху скористаємося рівнянням Лагранжа II роду для систем із консервативними силами [13]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

де T , Π – кінетична та потенціальна енергії системи; Φ – функція розсіювання енергії; $q_i, \dot{q}_i$ – узагальнені координати і швидкості; t – час; Q_i – узагальнені сили, які діють по узагальнених координатах.

Кінетична енергія системи

$$T = \frac{1}{2} \left[m(l\dot{\varphi} + L\dot{\theta})^2 + J\dot{\theta}^2 \right], \quad (2)$$

де m – маса форми та приводу;
 J – екваторіальний момент інерції форми та приводу.

Потенціальна енергія системи

$$\Pi = \frac{1}{2} \left[mg(l\varphi^2 + L\theta^2) \right], \quad (3)$$

де g – прискорення вільного падіння.

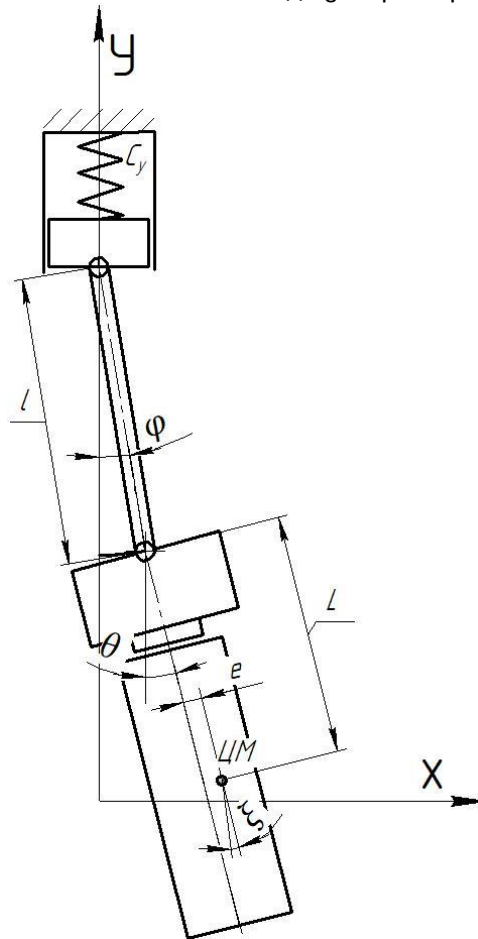


Рис. 2 Розрахункова схема коливань ливарного модуля

Ливарний модуль не має спеціальних пристроїв, що виконують демпфування, однак, розсіювання енергії відбувається у кінематичних парах, у матеріалах вузлів та деталей. Це так зване конструкційне демпфування, яке і першому наближенні пропорційне швидкості.

У діапазонах, що віддалені від критичних частот, амплітуди коливань форми з похибкою, яка не перевищує 2 – 3%, можливо визначити без врахування демпфування, тобто при $\Phi = 0$.

Узагальнені сили визначаються, як коефіцієнти при варіаціях координат у виразі елементарної

роботи, що виконується неврівноваженими силами і моментами на можливих переміщеннях

$$Q_{\varphi} = 0; \quad (4)$$

$$Q_{\theta} = meL\omega^2 \sin \omega t + (J - J_0) \xi \omega^2 \sin \omega t, \quad (5)$$

де ω – кутова швидкість форми; J_0 – полярний момент інерції форми.

Після підстановки узагальнених сил, кінетичної та потенціальної енергій до рівняння Лагранжа II роду (1) отримуємо математичну модель коливань форми у сталому режимі руху

$$\begin{cases} ml^2\ddot{\varphi} + mLl\ddot{\theta} + mgl\varphi = 0; \\ mlL\ddot{\varphi} + (J + mL^2)\ddot{\theta} + mgL\theta = mL\omega^2 \sin \omega t + \\ + (J - J_0)\xi\omega^2 \sin \omega t. \end{cases} \quad (6)$$

Після алгебраїчних перетворень системи (6) отримуємо

$$\begin{cases} l\ddot{\varphi} + L\ddot{\theta} + g\varphi = 0; \\ l\ddot{\varphi} + \left(L + \frac{r_{np}^2}{L}\right)\ddot{\theta} + g\theta = \left(e + \frac{J - J_0}{mL}\xi\right)\omega^2 \sin \omega t, \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{де } r_{np}^2 = \frac{J}{m}.$$

Вплив параметрів ливарного модуля на його власні частоти

Система (7) має власне рішення

$$\varphi = \varphi_A \sin \omega t; \quad (8)$$

$$\theta = \theta_A \sin \omega t, \quad (9)$$

де φ_A , θ_A – амплітуди коливань.

Підстановка (8) і (9) у систему (7) з наступним виключенням з рівнянь часу дає систему алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} (g - l\omega^2)\varphi_A + L\omega^2\theta_A = 0; \\ l\omega^2\varphi_A + \left[g - \left(L + \frac{r_{np}^2}{L}\right)\omega^2\right]\theta_A = \left(e + \frac{J - J_0}{mL}\xi\right)\omega^2. \end{cases} \quad (10)$$

Прирівняв нулю головний визначник системи (10) отримаємо рівняння власних частот ливарного модуля

$$(g - l\omega^2)\left[g - \left(L + \frac{r_{np}^2}{L}\right)\omega^2\right] - Ll\omega^4 = 0 \quad (11)$$

або

$$\left[\left(L + \frac{r_{np}^2}{L}\right)l - lL\right]\omega^4 - \left(l + L + \frac{r_{np}^2}{L}\right)g\omega^2 + g^2 = 0. \quad (12)$$

Після алгебраїчних перетворень отримаємо бікватратне алгебраїчне рівняння

$$Ap^4 + Bp^2 + C = 0, \quad (13)$$

$$\text{де } A = \left(L + \frac{r_{np}^2}{L}\right)l - lL; \quad B = -\left(l + L + \frac{r_{np}^2}{L}\right)g; \quad C = g^2.$$

Рішення цього рівняння відомо

$$p_{1,2} = \sqrt{\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}}. \quad (14)$$

Дискримінант D квадратного тричлена $Ax^2 + Bx + C$ дорівнює $B^2 - 4AC$. Коріння квадратного рівняння залежать від знаку дискримінанта (D) [14]:

$D > 0$ – рівняння має 2 різних речових кореня;

$D = 0$ – рівняння має 1 корінь (або ж 2 співпадаючих речових кореня);

$$x = -B/(2A).$$

$D < 0$ – рівняння має 2 мнимих кореня (тобто речових коренів немає).

Залежність власних частот коливань ливарного модуля від параметрів підвіски обчислені за допомогою математичного пакета MATLAB та ПОЕМ.

Графіки залежності власних частот коливань (рис. 3) ливарного модуля від довжини підвіски

свідчить о майже лінійній залежності зростання власних частот з ростом довжини підвіски l . Але зріст другої власних частот не суттєвий і складає лише 4,3%.

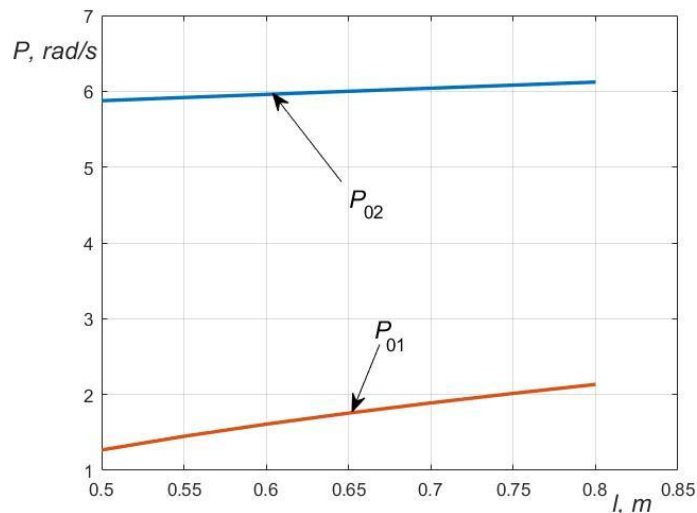


Рис. 3 Залежність власних частот ливарного модуля від довжини підвіски

Залежності власних частот ливарного модуля від довжини підвіски форми з електродвигуном та противагою L має нелінійний характер (рис. 4). Мінімальні значення власних частот ливарного модуля спостерігаються при довжини підвіски L у інтервалі від 0,6 до 0,8 м. Цей інтервал можливо

прийняти раціональним при створенні конструкції ливарного модуля.

Вплив інерційних характеристик ливарного модуля на значення його власних частот найбільш вагомий (рис. 5). Зріст співвідношення моменту інерції системи до її маси у п'ять разів викликає зростання власних частот приблизно у 1,6 рази.

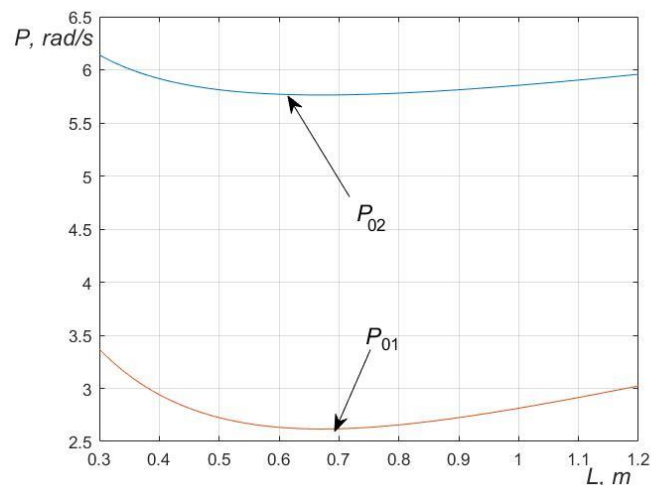


Рис. 4 Залежність власних частот ливарного модуля від довжини підвіски форми з електродвигуном та противагою

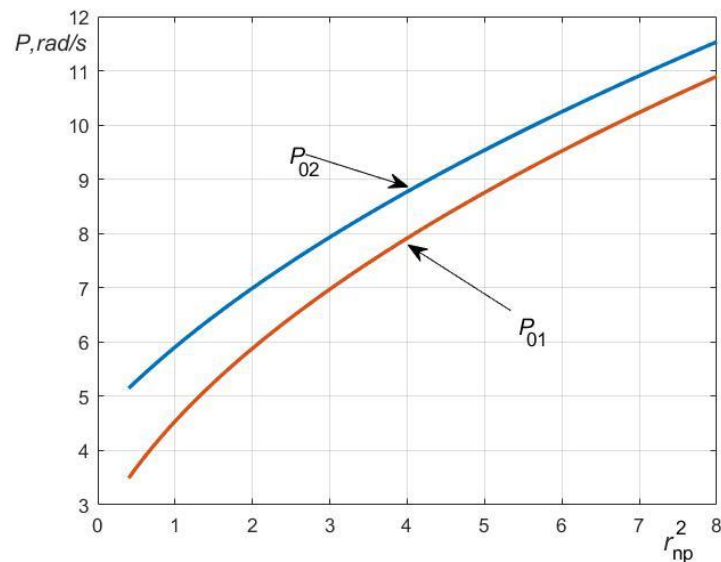


Рис. 5 Залежність власних частот ливарного модуля від його інерційних параметрів

Вимушені коливання ливарного модуля

Вимушені коливання ливарного модуля описується системою (7). Для побудови амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ) необхідно знайти рішення системи (10), наприклад, методом Крамера.

Головний визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} (g - l\omega^2) & L\omega^2 \\ l\omega^2 & \left[g - \left(L + \frac{r_{np}^2}{L} \right) \omega^2 \right] \end{vmatrix}. \quad (15)$$

Допоміжні визначники системи

$$\Delta_\varphi = \begin{vmatrix} 0 & L\omega^2 \\ \left(e + \frac{J - J_0}{mL} \xi \right) \omega^2 & \left[g - \left(L + \frac{r_{np}^2}{L} \right) \omega^2 \right] \end{vmatrix}; \quad (16)$$

$$\Delta_\theta = \begin{vmatrix} (g - l\omega^2) & 0 \\ l\omega^2 & \left(e + \frac{J - J_0}{mL} \xi \right) \omega^2 \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Рішення системи за методом Крамера

$$\varphi_A = \frac{\Delta_\varphi}{\Delta}; \quad (18)$$

$$\theta_A = \frac{\Delta_\theta}{\Delta}. \quad (19)$$

Після підстановки (15) - (17) у (18) та (19) отримуємо

$$\varphi_A = \frac{\left(e + \frac{J - J_0}{mL} \xi \right) L\omega^4}{(g - l\omega^2) \left[g - \left(L + \frac{r_{np}^2}{L} \right) \omega^2 \right] - Ll\omega^4}; \quad (20)$$

$$\theta_A = \frac{(g - l\omega^2) \left(e + \frac{J - J_0}{mL} \xi \right) \omega^2}{(g - l\omega^2) \left[g - \left(L + \frac{r_{np}^2}{L} \right) \omega^2 \right] - Ll\omega^4}. \quad (21)$$

Для побудови АЧХ за алгоритмом (рис. 6) виконано табуляцію виразів (20) і (21).

АЧХ мають два розриви другого роду на власних частотах ливарного модуля (рис. 7, рис. 8). На частоті 3,75 rad/s спостерігається явище, яке має назву антирезонанс – амплітуда коливань по узгайльненій координаті θ дорівнює нулю. Нажаль, цей ефект гасіння коливань модуля не можливо

використати, тому що кутова швидкість форми модуля повинна бути не менш 104 rad/s (1000 об/хв).

За другою резонансною частотою амплітуди коливань модуля асимптотичне зменшуються. Форма прагне обернутися відносно власного центра мас і головної осі інерції.

```
P1_P2_ACHH1.m P1_P2_CHH_Lm ACHH_kardan.m +
1 - m=290; l=0.7; L=0.7; J0=8.15; J=102.1;
2 - g=9.81; rnp=0.45; e=0.003; ksi=0.001;
3 - w=0:0.05:12;
4 - A=(L+rnp./L)*l-l*L;
5 - B=-(l+L+rnp./L)*g;
6 - C=g.^2;
7 - D1=-(e+(J-J0)*ksi./m/L)*L*w.^4;
8 - D2=(g-l*w.^2)*(e+(J-J0)*ksi./m/L).*w.^2;
9 - %fi=abs(D1./(A*w.^4+B*w.^2+C));
10 - %plot(w,fi);
11 - teta=abs(D2./(A*w.^4+B*w.^2+C));
12 - plot(w,teta)
```

Рис. 6 Алгоритм розрахунку АЧХ

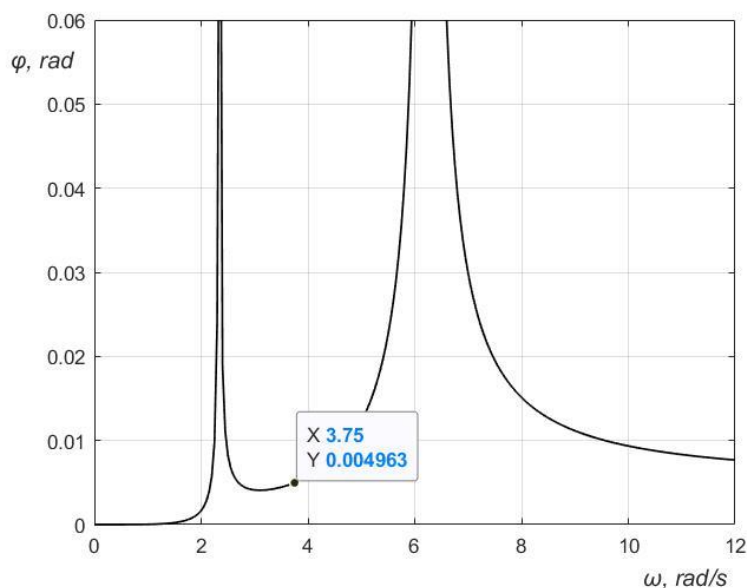
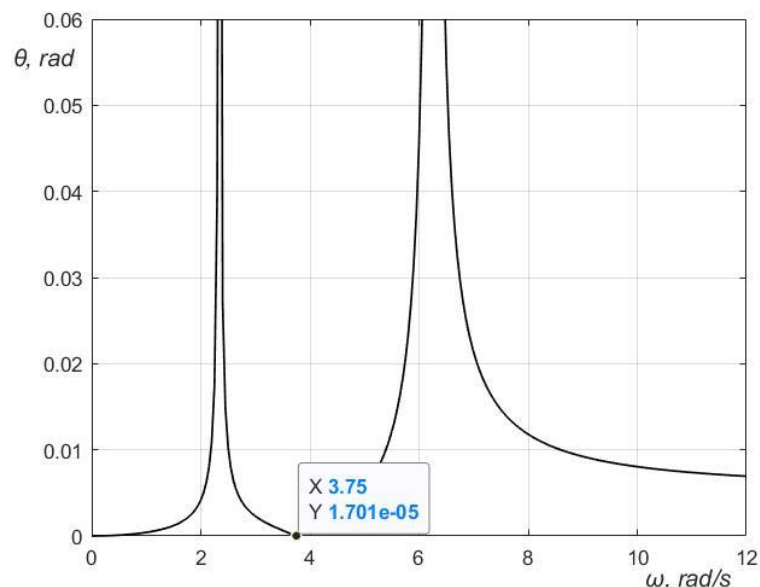


Рис. 7 Амплітудно-частотна характеристика по координаті φ

Рис. 8 Амплітудно-частотною характеристикою по координаті θ **Коефіцієнт динамічності модуля**

Коефіцієнта динамічності показує в скільки разів амплітуда вимушених коливань, що встановилась, більш переміщення, яке викликане статичною дією вимушеної сили [13].

Вважаємо, зв'язок по узагальнених координатах слабким, друга власна частота $P_{02} \approx 6 \text{ rad/s}$, тому коефіцієнта динамічності μ розраховуємо за формулою

$$\mu = \frac{1}{\left| \frac{\left\{ \left(g - l\omega^2 \right) \left[g - \left(L + \frac{r_{np}^2}{L} \right) \omega^2 \right] - Ll\omega^4 \right\}}{g^2} \right|}. \quad (22)$$

Алгоритм розрахунку коефіцієнта динамічності виконано у системі MATLAB (рис. 9).

```

+2 mu_kardan.m P1_P2_CHH.m ACHH_kardan.m +
1 m=290; l=0.7; L=0.7; J0=8.15; J=102.1;
2 g=9.81; rnp=0.45; e=0.003; ksi=0.001;
3 w=0:0.05:12;
4 A=(L+rnp./L)*l-l*L;
5 B=-(l+L+rnp./L)*g;
6 C=g.^2;
7 mu=abs(1./((A*w.^4+B*w.^2+C)/(g.^2)));
8 plot(w,mu)

```

Рис. 9 Алгоритм розрахунку коефіцієнта динамічності

Графік коефіцієнта динамічності (рис. 10) має два розриви другого роду, тому що у математичній моделі відсутні складові дисипативних сил.

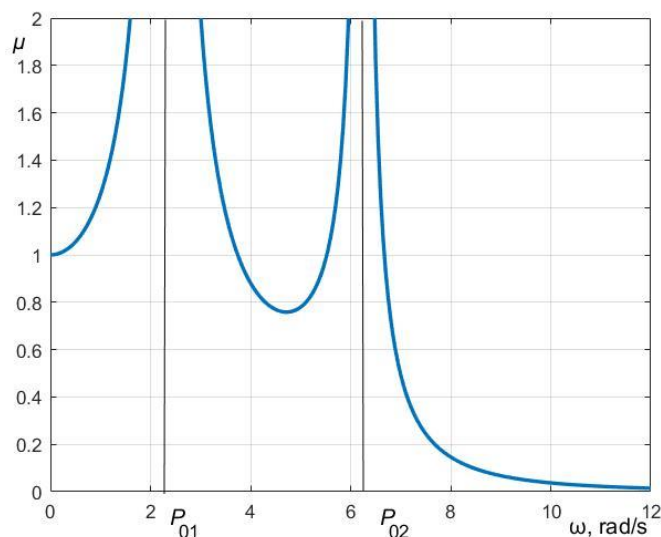


Рис. 10 Графік коефіцієнта динамічності

У робочому діапазоні обертання ливарної форми значення коефіцієнта динамічності (рис. 12) знаходяться в інтервалі від 0,035 до 0,001.

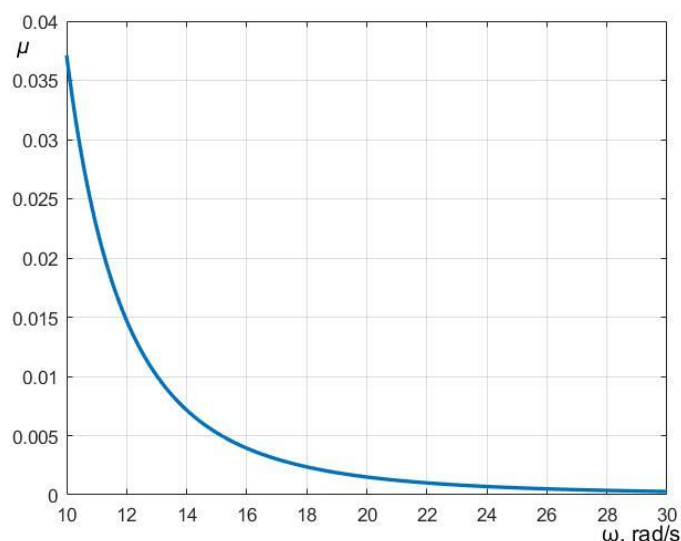


Рис. 11 Графік коефіцієнта динамічності у робочому діапазоні обертання ливарної форми

Висновки

Розроблена математична модель вільних і вимушених коливань ливарного модуля на карданному підвісі. Модуль має дві власні частоти.

У *Matlab* розроблені m-сценарії розрахунку власних частот ливарного модуля та його амплітудно-частотної характеристики.

На математичних моделях досліджено вплив на власні частоти ливарного модуля довжини підвіски, довжини підвіски форми з електродвигуном та противагою та від його інерційних параметрів.

Залежність власних частот коливань модуля від довжини підвіски майже лінійна.

Вплив довжини підвіски форми з електродвигуном та противагою на власних частот коливань модуля має нелінійний характер та екстремуми першої і другої частот коливань.

Залежність власних частот ливарного модуля від його інерційних параметрів має слабку нелінійність.

Побудовані амплітудно-частотні характеристики та графік коефіцієнта динамічності у робочому діапазоні обертання ливарної форми модуля.

Список літератури

1. Юдин, С.Б. Центробежное литье / С.Б. Юдин, М.М. Левин, С.Е. Розенфельд. – М. : Машиностроение, 1972. – 280 с.
2. Специальные методы литья: Справочник/В.А Ефимов, Г.А.Анисович, В.Н. Бабич и др; Под ред. В.А Ефимова. М : Машиностроение, - 1991. - 436 с.
3. Жижкина, Н. А. Оптимизация технологии изготовления центробежнолитых валков / Н. А. Жижкина // Вестник Брянского государственного технического университета No 2(50). 2016. -С. 143-148. DOI: 10.12737/20269.

4. Волков, Д. А. Технологии изготовления короткомерных заготовок методом центробежного литья / Д. А. Волков, А. Д. Волков // Литье и металлургия. 2013. № 3. Спецвыпуск. С. 128–137.
5. Волков, Д. А. Новые разработки ОАО «БЕЛНИИЛИТ» в области центробежного литья / Д. А. Волков, А. П. Мельников, А. Д. Волков и др. // Литье и металлургия. 2011. № 4. С. 31–35.
6. Андрушевич, А. А. Центробежное литье – перспективная технология производства деталей для сельскохозяйственных машин / А. А. Андрушевич, А. Д. Охотский, М. А. Садоха // Литье и металлургия. 2019. № 2. С. 23–27. DOI: 10.21122/1683-6065-2019-2-23-27.
7. Артоболевский, И.И. *Теория механизмов и машин* / И.И. Артоболевский. М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. -640 с. ISBN 5-02-013810-X.
8. Павловский, М. А. *Теория гироскопов* / М. А. Павловский. К. : Вища шк. Головне из-во, 1986. - 303 с.
9. Кельзон, А. Самоцентрирование и уравнивание жесткого ротора, вращающегося в двух упругих опорах/ А.С. Кельзон А.С. – М. : АН СССР, 1956. Т. 110. №1.
10. Кельзон, А.С. Расчет и конструирование роторных машин/ А.С. Кельзон, Ю.Н. Журавлев, Н.В. Январев. – Л. : Машиностроение, 1977. – 288 с.
11. Raksha, S., Anofriev, P., Bohomaz, V., Kuropiatnyk, O. Mathematical and s-models of cargo oscillations during movement of bridge crane //Naukovyi Visnyk NHU, 2019, № 2. – P. 108 – 115. <https://doi.org/10.29202/nvngu/2019-2/16>.
12. Raksha, S., Anofriev, P., Kuropiatnyk, O. Simulation modelling of the rolling stock axle test-bench / MATEC Web Conf., 2nd International Scientific and Practical Conference “Energy-Optimal Technologies, Logistic and Safety on Transport” (EOT-2019). 2019 г. Т. 294. Article Number 03008. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201929403008>.
13. Пановко, Г.Я. Введение в теорию механических колебаний / Г.Я. Пановко. – М. : Наука. Главн. ред. физ.-мат. лит., 1980. – 272 с.
14. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов - 13-е изд. исправленное / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. - М : Гл. ред. физ.-мат. лит, 1986. - 544 с.

References

1. Yudyn, S.B. Tsentrobezhnoe lyte / S.B. Yudyn, M.M. Levyn, S.E. Rozenfeld. – М. : Mashynostroenye, 1972. – 280 s.
2. Spetsyalnye metody lytia: Spravochnyk/V.A Efymov, H.A.Anysovych, V.N. Babych y dr; Pod red. V.A Efymova. М : Mashynostrenye, - 1991. - 436 s.
3. Zhyzhkyna, N. A. Optymyzatsiya tekhnolohyy yzghotovleniya tsentrobezhnolytykh valkov / N. A. Zhyzhkyna // Vestnyk Brianskoho hosudarstvennoho tekhnicheskoho unyversyteta No 2(50). 2016. -S. 143-148. DOI: 10.12737/20269.
4. Volkov, D. A. Tekhnolohyy yzghotovleniya korotkomernykh zahotovok metodom tsentrobezhnoho lytia / D. A. Volkov, A. D. Volkov// Lyte y metallurhiya. 2013. No 3. Spetsvyypusk. S. 128–137.
5. Volkov, D. A. Novyye razrabotky OAO «BELNYLYT» v oblasti tsentrobezhnoho lytia / D. A. Volkov, A. P. Melnykov, A. D. Volkov y dr. // Lyte y metallurhiya. 2011. No 4. S. 31–35.
6. Andrushevych, A. A. Tsentrobezhnoe lyte – perspektyvnaia tekhnolohiya proyzvodstva detalei dlia selskokhoziaistvennykh mashyn / A. A. Andrushevych, A. D. Okhotskyi, M. A. Sadokha // Lyte y metallurhiya. 2019.No 2. S. 23–27. DOI: 10.21122/1683-6065-2019-2-23-27.
7. Artobolevskiy, Y.Y. Teoryia mekhanyzmov y mashyn/ Y.Y. Artobolevskiy. М. : Nauka. Hl. red. fyz.-mat. lyt., 1988. -640 s. ISBN 5-02-013810-X.
8. Pavlovskiy, M. A. Teoryia hyroskopov / M. A. Pavlovskiy. K. : Vyshcha shk. Holovne yz-vo, 1986. - 303 s.
9. Kelzon, A. Samotsentryrovanye y uravnoveshyvyanye zhestkoho rotora, vrashchaiushchehosia v dvukh uprugykh oporakh/ A.S. Kelzon A.S. – М. : АН СССР, 1956. Т. 110. №1.
10. Kelzon, A.S. Raschet y konstruirovanye rotornykh mashyn/ A.S. Kelzon, Yu.N. Zhuravlev, N.V. Yanvarev. – L. : Mashynostroenye, 1977. – 288 s.
11. Raksha, S., Anofriev, P., Bohomaz, V., Kuropiatnyk, O. Mathematical and s-models of cargo oscillations during movement of bridge crane //Naukovyi Visnyk NHU, 2019, № 2. – P. 108 – 115. <https://doi.org/10.29202/nvngu/2019-2/16>.
12. Raksha, S., Anofriev, P., Kuropiatnyk, O. Simulation modelling of the rolling stock axle test-bench / MATEC Web Conf., 2nd International Scientific and Practical Conference “Energy-Optimal Technologies, Logistic and Safety on Transport” (EOT-2019). 2019 h. Т. 294. Article Number 03008. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201929403008>.
13. Panovko, H.Ia. Vvedeniye v teoryiu mekhanycheskykh kolebanyi / H.Ia. Panovko. – М. : Nauka. Hlavn. red. fyz.-mat. lyt., 1980. – 272 s.
14. Bronshtein, Y.N. Spravochnyk po matematyke dlia ynzhenerov y uchashchykhsia vtuzov - 13-e yzd. yspravlennoe / Y. N. Bronshtein, K. A. Semendiaev. - М : Hl. red. fyz.-mat. lyt, 1986. - 544 s.