

УДК 621.333.024:621.316.73

А. М. АФАНАСОВ – к. т. н., доц., Днепропетровский национальный университет
железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, afanasof@gmail.com

АППРОКСИМАЦИЯ МАГНИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЯГОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОПОДВИЖНОГО СОСТАВА

Статью представил д. т. н., проф. Г. К. Гетьман

Известен целый ряд исследований, посвященных поиску оптимальных аналитических выражений, описывающих кривые намагничивания электрических машин, в том числе – тяговых электродвигателей постоянного тока. Такое аналитическое выражение с одной стороны должно возможно точно описывать зависимость магнитного потока электромашины от м. д. с. её обмотки возбуждения (тока возбуждения), а с другой стороны – быть достаточно простым и легко дифференцируемым. Таким требованиям, по мнению многих исследователей, наиболее полно отвечает функция арктангенса [1].

Для практических расчетов наиболее удобным является описание кривой намагничивания электромашины в виде зависимости удельной э. д. с. вращения от тока возбуждения

$$e = f(I),$$

где e – удельная э. д. с. вращения якоря;
 I – ток возбуждения электромашины.

$$e = \frac{E}{\omega},$$

где E – э. д. с. вращения якоря электромашины; ω – угловая скорость вращения якоря.

Аналитическое выражение зависимости $e(I)$ может быть представлено в виде

$$e = A \arctg(BI), \quad (1)$$

где A и B – постоянные коэффициенты.

В практике тягового электромашиностроения широко используется универсальная магнитная характеристика, достаточно точно описывающая кривые намагничивания электродвигателей тягового по-

движного состава [2]. Известны и исследования, посвященные аналитическому описанию данной универсальной характеристики. Предварительный анализ показывает, что выражение (1) описывает универсальную магнитную характеристику с достаточной точностью лишь в средней её части. В ненасыщенной зоне и зоне насыщения применение выражения (1) даёт некоторую ошибку. Асимптота арктангенса горизонтальна, а кривая универсальной магнитной характеристики в зоне насыщения представляет собою наклонную линию.

Необходимо отметить, что реальные типовые скоростные характеристики тяговых двигателей [3] дают расчетные приведенные магнитные характеристики, расходящиеся с универсальной характеристикой на величины, соизмеримые с допустимыми отклонениями магнитных характеристик в часовом режиме ($\pm 3\%$) [4]. Поэтому описание реальных магнитных характеристик выражением (1) в зоне рабочего диапазона изменения тока является удовлетворительным. Например, при тепловых испытаниях тяговых электромашин этот диапазон изменения тока может быть задан в окрестности часового режима, при котором проводятся испытания [4].

Рассмотрим свойства функции (1), как выражения для описания магнитной характеристики, представив её в виде

$$e_A = \arctg BI, \quad (2)$$

где $e_A = \frac{e}{A}$.

График функции (2) приведен на рис. 1 в виде кривой $e_A = f(BI)$ (линия 1). Допу-

стим, точка S соответствует часовому режиму ($I = I_q$), для которого $e_A = e_{Aq}$. Тогда коэффициент насыщения тяговой электромашины, соответствующий часовому режиму, будет равен

$$K_{нч} = \frac{BI_{q_0}}{BI_{\delta}},$$

где BI_{δ} – параметр BI , соответствующий падению магнитного напряжения в воздушном зазоре.

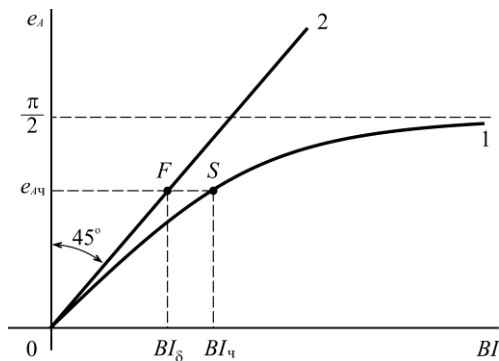


Рис. 1. Магнитные характеристики тяговых двигателей

Прямая 2 (рис. 1) соответствует зависимости удельной э. д. с. от падения магнитного напряжения в воздушном зазоре электромашины. Из свойств функции арктангенса прямая 2, представляющая собой касательную к кривой 1 в точке $e_A(0)$, описывается уравнением

$$e_A = BI,$$

а углы её наклона к осям координат равны 45° . Тогда выражение для коэффициента насыщения $K_{нч}$ может быть преобразовано к виду

$$K_{нч} = \frac{\operatorname{tg} e_{Aq}}{e_{Aq}}, \quad (3)$$

где e_{Aq} – параметр e_A , соответствующий часовому току (рис. 1).

Таким образом, коэффициент насыщения $K_{нч}$, соответствующий часовому режиму, определяет параметр e_{Aq} , а при известной удельной часовой э. д. с. вращения e_q и сам коэффициент A в выражении (1).

$$A = \frac{e_q}{e_{Aq}}. \quad (4)$$

Значение e_q может быть выражено через типовые параметры тяговой электромашины в виде

$$e_q = \frac{U_n - I_q \cdot R}{\omega_q},$$

где U_n – номинальное напряжение;

I_q , ω_q – часовые значения тока и угловой скорости соответственно;

R – суммарное сопротивление обмоток электромашины.

Выражения (3) и (4) могут быть использованы для предварительной оценки параметра A в упрощенных расчетах, требующих аналитического описания магнитных характеристик тяговых электромашин по известному коэффициенту магнитного насыщения $K_{нч}$.

Коэффициент B при известных значениях A и e_q может быть определён как

$$B = \frac{\operatorname{tg} e_{Aq}}{I_q}. \quad (5)$$

Рассмотрим основные возможные способы определения уточненных значений коэффициентов A и B , обеспечивающих наиболее корректное аналитическое описание магнитных характеристик известных серий тяговых электромашин. Будем считать известными их типовые скоростные характеристики $\omega = f(I)$, номинальное напряжение U_n и суммарное сопротивление обмоток R . Тогда не представляет трудности получение реальной магнитной характеристики в виде $e = f(I)$. Необходимо отметить, что типовые скоростные характеристики, получаемые в результате квалификационных испытаний тяговых электромашин, представляются в виде конечного числа дискретных точек и являются усреднёнными для данной серии электромашины [3].

Первый способ определения коэффициентов A и B графически представлен на

рис. 2. Искомые параметры аппроксимирующей функции (1) могут быть найдены из условия прохождения кривой $e(I)$ через две заданные точки M и N . Предполагается, что $e(I_M)$ и $e(I_N)$ точно определены типовой скоростной характеристикой, то есть $\omega(I_M)$ и $\omega(I_N)$ являются табличными данными результатов квалификационных испытаний.

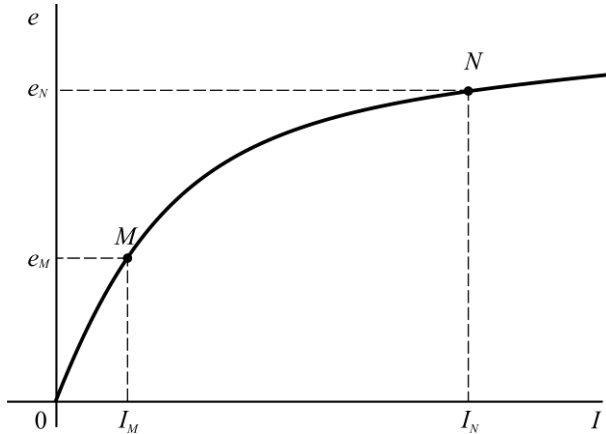


Рис. 2. Магнитная характеристика тяговой электрической машины для определения коэффициентов A и B (первый способ)

Коэффициенты A и B в этом случае могут быть определены путём решения системы уравнений:

$$\begin{cases} e_M = A \cdot \arctg(BI_M); \\ e_N = A \cdot \arctg(BI_N). \end{cases}$$

Выбор самих точек M и N , в которых реальная характеристика $e(I)$ и аппроксимирующая кривая будут пересекаться, может быть осуществлён методом экспертных оценок в зависимости от цели моделирования магнитной характеристики.

Второй способ определения коэффициентов A и B графически представлен на рис. 3. Искомые параметры аппроксимирующей функции (1) могут быть определены из условия прохождения кривой $e(I)$ через заданную точку S с заданным значением производной $\frac{de}{dI}$ в данной точке. Здесь предполагается, что $e(I_s)$ точно определе-

на типовой скоростной характеристикой, а производная $\frac{de}{dI}$ в точке S может быть определена графически достаточно точно.

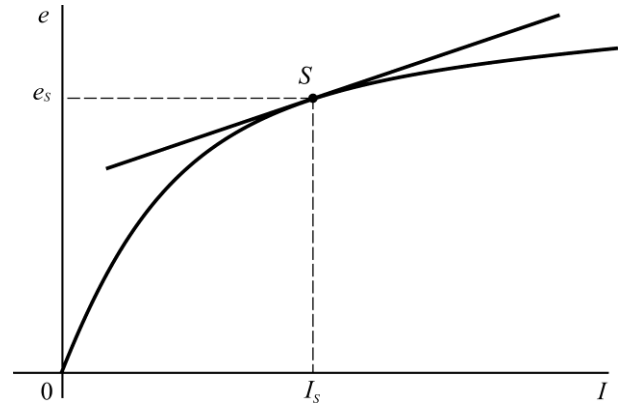


Рис. 3. Магнитная характеристика тяговой электрической машины для определения коэффициентов A и B (второй способ)

Коэффициенты A и B в этом случае определяются путём решения системы уравнений:

$$\begin{cases} e_s = A \cdot \arctg(BI_s); \\ \left. \frac{de}{dI} \right|_{I=I_s} = \frac{AB}{1+B^2I_s^2}. \end{cases}$$

В качестве точки S при данном способе аппроксимации имеет смысл выбирать наиболее вероятный режим работы электромашины. Если идет речь о моделировании электромеханических процессов при тепловых испытаниях электромашин, это будет режим, соответствующий часовому или другому эквивалентному току.

Третий способ определения коэффициентов A и B графически представлен на рис. 4. Искомые параметры аппроксимирующей функции (1) могут быть определены из условия прохождения кривой $e(I)$ через заданную точку S при максимальном совпадении искомой кривой 2 с реальной кривой намагничивания 1 на заданном отрезке изменения тока $[I_1; I_2]$. Критерием степени корректности аппроксимации может быть выбран, например, минимум среднего квадратического отклонения.

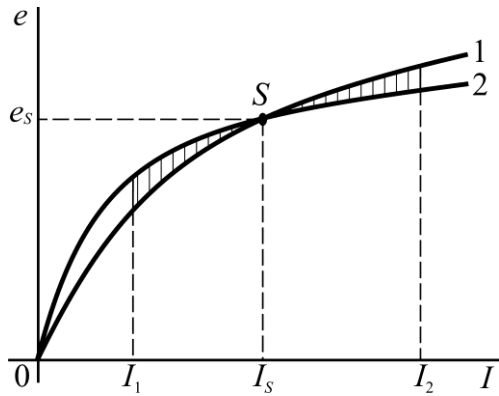


Рис. 4. Магнитная характеристика тяговой электрической машины для определения коэффициентов A и B (третий способ)

В качестве точки S при заданном способе аппроксимации имеет смысл выбирать режим, соответствующий часовому току, то есть $I_s = I_q$.

Коэффициенты A и B в этом случае определяются методом подбора с учётом выполнения условий:

$$\begin{cases} e_s = A \cdot \arctg(BI_s); \\ \sigma \rightarrow \min, \end{cases} \quad (6)$$

где σ – среднее квадратическое отклонение.

Выбор отрезка $[I_1; I_2]$, на котором рассчитывается параметр σ , осуществляется в зависимости от ожидаемого диапазона изменения тока I и целей моделирования магнитной характеристики.

Четвертый способ определения коэффициентов A и B графически представлен на рис. 5. Здесь искомые параметры аппроксимирующей функции могут быть определены из условия максимального совпадения искомой кривой 2 с реальной кривой намагничивания 1 на заданном отрезке изменения тока $[I_1; I_2]$.

Критерием степени корректности проводимой аппроксимации может быть выбран тот же параметр, что и в третьем способе – минимум среднеквадратического отклонения σ .

$$\sigma \rightarrow \min.$$

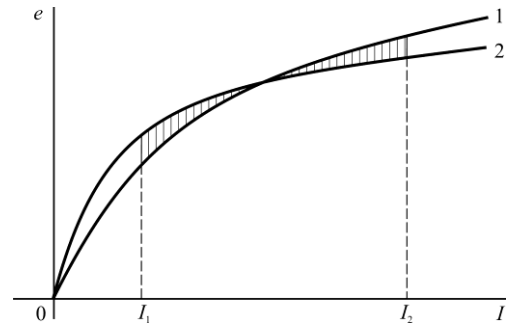


Рис. 5. Магнитная характеристика тяговой электрической машины для определения коэффициентов A и B (четвертый способ)

Выбор отрезка $[I_1; I_2]$ осуществляется таким же образом, как и в предыдущем – третьем способе.

В отличие от третьего способа, в котором выбор одного из коэффициентов, например A , определяет значение другого (B), в четвертом способе требуется перебор сочетаний этих двух параметров. Данный способ даёт наиболее точное совпадение аппроксимирующей характеристики с реальной, однако не гарантирует их совпадение в заданной точке, например в той, которая соответствует режиму испытания. Кроме того, этот способ в сравнении с другими, описанными выше, является самым трудоёмким.

Анализ приведенных способов определения параметров аппроксимирующей функции (1) показывает, что наиболее рациональным для описания кривой намагничивания на заданном отрезке изменения тока является третий способ, формализованный в виде условий (6).

Зависимость $e_{\text{АЧ}} = f(K_{\text{нч}})$ может быть определена по универсальной магнитной характеристике. В табл. 1 приведены результаты расчёта данной зависимости, проведенного по третьему способу с учётом выполнения условий:

$$\begin{cases} \Phi_s = A_0 \cdot \arctg(B_0 F_s); \\ \sigma \rightarrow \min, \end{cases}$$

где Φ_s и F_s – координаты точки S (в относительных единицах) на универсальной магнитной характеристике [2],

Таблица 1

Результаты расчета э. д. с. якоря в зависимости от коэффициента насыщения в часовом режиме

$K_{нч}$	1,67	1,79	1,91	2,04	2,15	2,27	2,49
$e_{Ач}$	1,16	1,2	1,23	1,25	1,26	1,28	1,3

соответствующие выбранному коэффициенту насыщения $K_{нч}$ часового режима;

A_0 и B_0 – коэффициенты аппроксимации универсальной магнитной характеристики.

При этом параметр $e_{Ач}$ рассматривается как отношение

$$e_{Ач} = \frac{\Phi_{сч}}{A_0},$$

где $\Phi_{сч}$ – магнитный поток (в относительных единицах), соответствующий часовому режиму.

Сам часовой режим (положение точки S) задавался на кривой универсальной магнитной характеристики значением коэффициента магнитного насыщения $K_{нч}$.

На рис. 6 зависимость $e_{Ач}(K_{нч})$, полученная для универсальной магнитной характеристики (см. табл. 1) приведена в графическом виде.

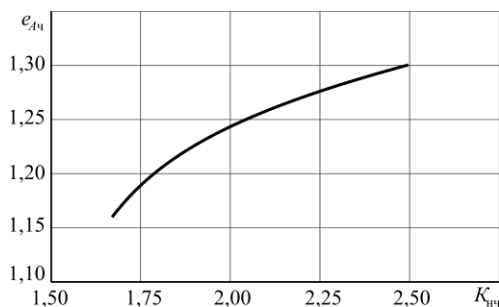


Рис. 6. Зависимость $e_{Ач} = f(K_{нч})$

Данная зависимость позволяет определить коэффициенты аппроксимации A и B в уравнении (1) по выражениям (3) и (4) соответственно, используя только типовые

параметры тяговой электромашин и значение коэффициента магнитного насыщения в часовом режиме. При этом наличия самой магнитной характеристики не требуется.

Библиографический список

1. Архангельский, Б. И. Аналитическое выражение кривой намагничивания электрических машин [Текст] / Б. И. Архангельский // Электричество. – 1958. – № 1. – С. 14-18.
2. Находкин, М. Д. Универсальная магнитная характеристика тяговых электродвигателей постоянного тока [Текст] / М. Д. Находкин, В. С. Хвостов // Вестник электропромышленности. – 1958. – № 1. – С.44-48.
3. Правила тяговых расчетов для поездной работы. – М.: Транспорт, 1985. – 287 с.
4. ГОСТ 2582-81. Машины электрические вращающиеся тяговые. [Текст] / Государственный стандарт СССР. – М.: Издательство стандартов, 1981. – 50с.

Ключові слова: тяговий електродвигун, магнітна характеристика, коефіцієнт насичення, апроксимація, електрорушійна сила.

Ключевые слова: тяговый электродвигатель, магнитная характеристика, коэффициент насыщения, аппроксимация, электродвижущая сила.

Keywords: traction motor, magnetic characteristics, saturation coefficient, approximation, electromotive force.

Надійшла до редколегії 16.10.2012