

ВПЛИВ ОПОРУ КОЧЕННЮ НА АМПЛІТУДУ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ

Актуальність проблеми. У даній статті представлені результати дослідження щодо впливу опору коченню у таких задачах проектування механізмів і машин, як вимушені коливання у парі «колесо-рейка», а також кочення ролика ланцюга по зубу. Описані задачі характерні як для галузі залізничного транспорту, так і для машинобудівництва взагалі.

Формування мети і завдання на дослідження. Мета статті полягає наступному:

- дослідження впливу величини опору коченню на амплітуду вимушених коливань у парі «колесо-рейка»;
- знаходження аналітичної залежності, що визначає опір коченню ролика ланцюга по зубу.

Постановка задачі та аналіз публікацій з питання вимушених коливань у парі «колесо-рейка». Розглянемо розрахункову схему, зображену на рис. 1. Згідно [1] амплітуда вимушених коливань x_0 без урахування опору коченню знаходиться за виразом:

$$\frac{3}{4}c_1x_0^3 + c - m\omega^2 x_0 - F_0 = 0. \quad (1)$$

Причому при $F_0 = 2$ кН, $\omega = 1,2$ с⁻¹, $m = 5000$ кг, $c = 15$ кН/м, $c_1 = 100$ МН/м величина $x_0 = 0,03$ м.

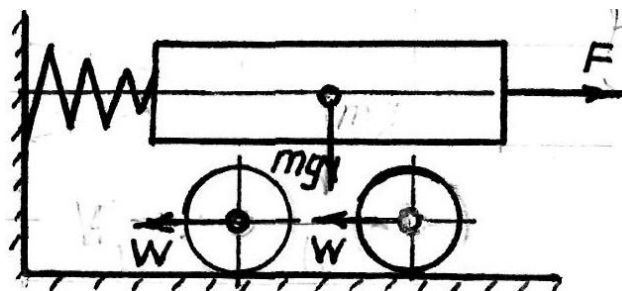


Рис. 1. Розрахункова схема пари «колесо-рейка»

Дослідження вимушених коливань у парі «колесо-рейка». Розв'яжемо дану задачу з урахуванням тертя кочення. Для циліндричного колеса маємо, що його радіус із умови, що контактні напруження дорівнюють допустимим σ , коефіцієнт Пуассона складає 0,3, модулі пружності E матеріалів однакові, а ширина коліс дорівнює B [2]:

$$R = \frac{0,418^2 PE}{B \sigma}, \quad (2)$$

де P – навантаження на колесо.

Діаметр цапфи колеса приймемо рівним згідно [3] $d = \frac{2R}{5}$.

Опір коченню колеса від тертя кочення і у цапфах складає:

$$w = P \frac{\mu d + 2k}{2R}, \quad (3)$$

де μ – коефіцієнт тертя підшипників, зведений до цапфи (для роликових підшипників $\mu = 0,015 \dots 0,020$).

Величина коефіцієнта тертя кочення у довідковій літературі дається в залежності від діаметру колеса та виду голівки рейки. У загальному випадку діаметр може відрізнятися від діаметра стандартних коліс і матеріал може мати механічні характеристики, що суттєво відрізняються від матеріалу кранових коліс.

Спроба отримати аналітичну залежність для визначення коефіцієнту тертя кочення призводила до того, що формули містили коефіцієнти гістерезисних втрат, визначати які невідомо як або формули взагалі не містили йог, що не відображає недосконалість пружності матеріалів.

У [4] отримана експериментально-аналітична залежність для визначення коефіцієнтів тертя кочення при лінійному і точковому контактах, що містять тільки загальноприйняті механічні сталі матеріалів і їх розміри.

При лінійному контакті коефіцієнт тертя кочення рекомендується визначати за виразом:

$$k = 0,225be^{-1,2R}, \quad (4)$$

де b – на півширина плями контакту у напрямку кочення, що визначається з теорії контактних деформацій Герца.

Оскільки при лінійному контакті $b = 1,526 \sqrt{PR/BE}$, то коефіцієнт тертя кочення:

$$k = 0,343 \sqrt{\frac{PR}{BE}} e^{-1,2R}. \quad (5)$$

і вираз (3) може бути записаний у вигляді:

$$w = P \frac{0,2\mu R + 0,343 \sqrt{\frac{PR}{BE}} e^{-1,2R}}{R}. \quad (6)$$

Диференціальне рівняння руху візка масою m з урахуванням чотирьох коліс запишеться у вигляді:

$$m\ddot{x} + cx + c_1x^3 = F_0 \sin \omega t \mp w_0, \quad (7)$$

де $w_0 = 4w$.

Тут величина w_0 стала за величиною за всім інтервалом руху візка, але напрямок необхідно приймати протилежний швидкості $\dot{x}$.

Розв'язок рівняння (7) будемо шукати, розповсюдивши рішення на дві половини періоду $T = \frac{\pi}{\omega}$, тобто

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} m\ddot{x}_1 + cx_1 + c_1x_1^3 - F_0 \sin \omega t - w_0 x_1 dt + \int_{\frac{\pi}{\omega}}^0 m\ddot{x} + cx_1 + c_1x_1^3 - F_0 \sin \omega t - w_0 x_1 dt = 0 \quad (8)$$

де $x_1 = x_0 \sin \omega t$.

Прийнявши додатково виразу (1) $\sigma = 600$ МПа, $B = 20$ мм, $\mu = 0,015$ отримаємо з (8), що $x_0 = 0,01$ м і менше за попередню величину у три рази.

У випадку циліндричного колеса і заокругленої голівки рейки з радіусом заокруглення R_2 коефіцієнт тертя кочення визначиться за формулою:

$$k = 0,160be^{0,2R}, \quad (9)$$

яка у розгорнутому вигляді з урахуванням виразу для b буде мати вигляд:

$$k = 0,22n_b^3 \sqrt{\frac{P}{E} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} e^{0,2R}, \quad (10)$$

де n_b – коефіцієнт, який залежить від відношення коефіцієнтів рівняння еліпсу дотикання;

R_1 – радіус колеса з теорії контактних напружень Герца при величині допустимих напружень при точковому контакті $\sigma = 1,3 \cdot 600 = 780$ МПа [2].

За попередніх даних і прийнятого допустимого напруження величина x_0 у цьому випадку дорівнює приблизно попередній величині.

Постановка задачі і аналіз публікацій з питання дослідження впливу опору коченню ролика ланцюга по зубу. Сила натягу тягової гілки ланцюга визначається за допомогою виразу [5]:

$$F = F_0 + F_1 + F_v, \quad (11)$$

де F_0 – колова сила, що визначається за виразом:

$$F_0 = \frac{2M}{d},$$

де M – момент на зірочці;

d – подільний діаметр зірочки.

F_1 – сила від натягу ланцюга, що визначається за виразом:

$$F_1 = K_f qa,$$

де K_f – коефіцієнт провисання, який залежить від розташування приводу і величини стріли обвисання ланцюга;

a – міжосьова відстань.

F_v – відцентрова сила, що визначається за виразом:

$$F_v = qv^2,$$

де q – маса 1 м ланцюга;

v – швидкість ланцюга.

Коефіцієнт корисної дії (ККД) ланцюгової передачі визначається згідно виразу [6]:

$$\eta = \frac{P}{P + P_{\text{ш}} + P_n + P_m}, \quad (12)$$

де P – потужність, що передається;

$P_{\text{ш}}$ – втрати потужності на тертя у шарнірах, які визначаються за формулою:

$$P_{\text{ш}} = \frac{A_{\text{ш}} v}{pz},$$

де $A_{\text{ш}}$ – робота сил тертя;

z – число ланок ланцюга.

P_n – втрати потужності на тертя у підшипниках, які визначаються за формулою:

$$P_n = 17 \cdot 10^{-10} F_n f \pi d,$$

де F_n – навантаження на підшипник;

f – зведений коефіцієнт тертя;

d – діаметр вала;

n – частота обертання валу;

P_m – втрати потужності на збовтування мастила (4...5% від втрат потужності у шарнірах).

Вважається, що для умов роботи механізму середньої важкості ККД складає $\eta = 0,92 \dots 0,98$. Характерно, що ані у виразі (11), ані у виразі (12) не враховується опір коченню ролика по зубу. Очевидно, це пов'язано з тим, що відсутні аналітичні залежності для визначення опору коченню, а знаходження його величини експериментально практично неможливо у зв'язку із багатовидом розмірів.

Дослідження впливу опору коченню ролика ланцюга по зубу. Для малих діаметрів тіл кочення (за нашими розрахунками $D \leq 50$ мм) коефіцієнтом гістерезисних втрат можна знехтувати і формула для визначення коефіцієнта тертя кочення при початковому лінійному контакті має вигляд [7]:

$$k = \frac{2}{3\pi} b, \quad (13)$$

де b – напівширина плями контакту у напрямку кочення, яка визначається з теорії контактних деформацій Герца [2].

При коченні ролика у зоні спряження:

$$b_c = 1,522 \sqrt{\frac{F}{B y E} \frac{r_1 D}{2 \left(r_1 - \frac{D}{2} \right)}} \quad 0 \leq y \leq r_1 \beta, \quad (14)$$

де $r_1 = 1,303D + 0,05$ – радіус спряження;

D – діаметр ролика;

$B y$ – ширина зуба зірочки, яка залежить від розташування ролика.

При коченні ролика по радіусу голівки зуба:

$$b_e = 1,522 \sqrt{\frac{F}{B y E} \frac{r_1 D}{2 \left(r_1 + \frac{D}{2} \right)}} \quad r_1 \beta \leq y \leq \frac{D_e - d_e}{2 \cos \varphi}. \quad (15)$$

Відмітимо, що вирази (14) і (15) отримані за рівності модулів пружності матеріалів ролика і зуба та при коефіцієнті Пуассона 0,3.

Профіль кочення ролика має на зубі пряму ділянку, проте його довжина незначна і відноситься до довжини заокругленої голівки зуба.

Зміна ширини зуба за його висотою визначається з наступного виразу (Рис. 2):

$$B y = 0,93 B_{zn} - 3D + 2\sqrt{2,89D^2 - y^2} - 0,15, \quad (16)$$

де $0 \leq y \leq 0,8D$.

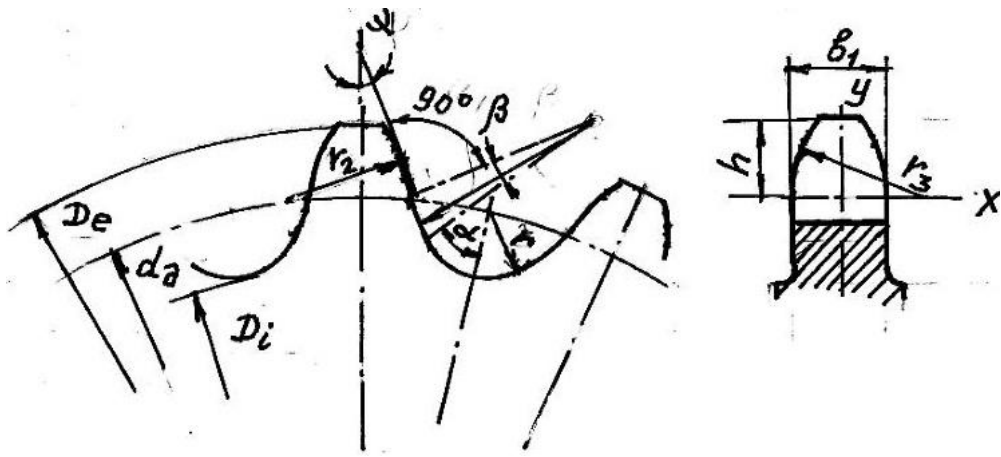


Рис. 2. Схема до визначення ширини зуба за його висотою

Для подальших розрахунків візьмемо ланцюг із кроком $t = 31,75$ мм, $B_{en} = 19,05$ мм – відстань між внутрішніми пластинами ланцюга, $D = 9,55$ мм, запас міцності $n = 10,2$, руйнуюче навантаження $F_p = 86,2$ кН, сила притискання ролика $F = 86,2/10,2 = 8,45$ кН, число зубців зірочки $z = 16$.

Вважаючи F сталою величиною, отримаємо величину на півширини плями контакту на ділянці зони спряження $b_c \cdot x = 0,846 \sqrt{\frac{1}{B \cdot y}}$, на ділянці радіусу голівки

зуба $b_z \cdot x = 0,567 \sqrt{\frac{1}{B \cdot y}}$. Коефіцієнти тертя кочення відповідно складають

$$K_c = 0,18 \sqrt{\frac{1}{B \cdot y}} \text{ і } K_c = 0,12 \sqrt{\frac{1}{B \cdot y}}.$$

Довжина зони спряження $r_1 \beta = 3,16$ мм, а радіусу заокруглення голівки зуба $D_e - d_g \cdot 2 \cos \varphi = 4,5$ мм.

Зміни ширини зуба за його висотою показані на рис. 3.

Кут повороту зірочки, який відповідає шляху кочення l ролика знайдемо через відношення довжини кочення до кроку t як $\operatorname{tg} \alpha = \frac{l}{t}$.

$$\text{Робота сили } F \text{ на куту повороту } \alpha \quad A = \left(\frac{d_g}{2} \right) \frac{Ft}{180/\pi}.$$

Залежність роботи сил тертя кочення за висотою зуба показана на рис. 3.

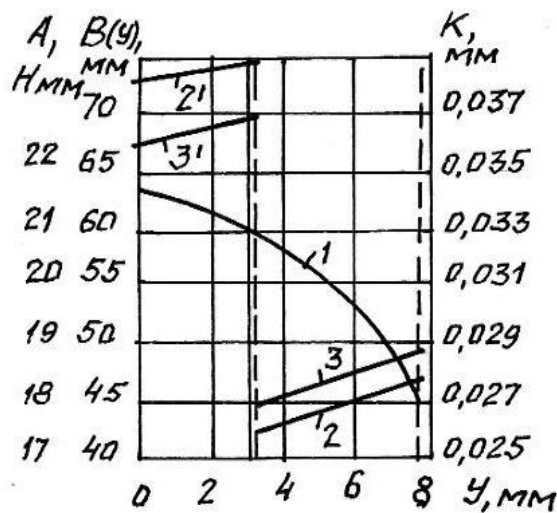


Рис. 3. Залежність від висоти зуба (1 – ширини; 2, 2' – коефіцієнта тертя кочення по радіусу головки зуба у зоні спряження; 3, 3' – роботи сил тертя кочення)

Величина ККД кочення ролика по зубу:

$$\eta_{\text{коч}} = \frac{1}{1 + \frac{A_c + A_z}{A}}, \quad (17)$$

що для даного прикладу складає $\eta_{\text{коч}} = 0,997$ або від 2% до 7% від загальної величини ККД ланцюгової передачі з урахуванням сил, наведених у виразі (12).

Доведемо прийняте припущення, що при діаметрі тіла кочення $D \leq 50$ мм можна знехтувати гістерезисними втратами на прикладі кранових коліс, коефіцієнт тертя кочення для яких є у довідковій літературі і добре апробований. При рекомендованій величині діаметру коліс $D = 560$ мм і $D = 710$ мм рекомендуємо ширину плоскої рейки $B = 65$ мм і $B = 75$ мм при статичному навантаженні на колесо 225 і 320 кН відповідно.

Величина гістерезисних втрат, яка розрахована за виразом (3) при $\alpha \neq 1$ $\alpha = \frac{3\pi k}{2b}$ і з

залежності $\alpha = e^{-1,2\left(\frac{D}{2}\right)}$ отримаємо практично однакові результати і, як очевидно, при малій величині D величина α прямує до одиниці. Відмітимо, що остання залежність між D і α отримана у [5]. Величина α у [8] приймається рівною одиниці для усіх D із чим не можна не погодитися.

Висновки. Аналіз отриманих залежностей і проведених розрахунків дозволяє зробити наступні висновки:

1. урахування опору коченню при реальних навантаженнях значно зменшує амплітуду коливань;

2. урахування опору коченню ролика ланцюга по зубу зменшує ККД ланцюгової передачі на 2...7%; при визначенні опору коченню ролика по зубу коефіцієнтом гістерезисних втрат можна знехтувати, приймаючи його рівним одиниці.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Штокман И. Г.** Расчёт и конструирование горных транспортных машин и комплексов / Штокман И. Г., Конрахин П. М., Маценко В. Н. – М.: Недра, 1975. – 464 с.
2. **Писаренко Г. С.** Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. – К.: Наукова думка, 1988. – 736 с.
3. **Александров М. П.** Справочник по кранам / Александров М. П., Гохберг М. М., Ковин А. А. – М.: Машиностроение, 1988. – 559 с.
4. **Бондаренко Л. М.** Деформаційні опори в машинах / Бондаренко Л. М., Довбня М. П., Ловейкін В. С. – Д.: Дніпро-VAL, 2002. – 200 с.
5. **Иванов М. Н.** Детали машин / М. Н. Иванов, В. Н. Иванов. – М.: Высшая школа. – 1975. – 551 с.
6. **Мархель И. И.** Детали машин / И. И. Мархель. – М.: Машиностроение. – 1986. – 448 с.
7. **Джонсон К.** Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир. – 1989. – 510 с.
8. **Ковальский Б. С.** Вопросы передвижения мостовых кранов / Б. С. Ковальский. – Луганск: Изд-во ВЛУ. – 2000. – 63 с.