

УДК 531.1

Добров І.В., Семичев А.В.

Розрахунково-аналітичний метод визначення кінематичних та енергосилових параметрів кривошипно-повзунного механізму (Повідомлення 1. Кінематика)

Метою роботи є розробка алгоритму та програми розрахунку енергосилових параметрів кривошипно-повзунного механізму з урахуванням апробованих на практиці та добре зарекомендованих себе: аналітичного методу розрахунку кінематики повзуна та графо-аналітичного методу розрахунку силових параметрів кривошипно-повзунного механізму.

Результати досліджень. Розроблено новий метод розрахунку та алгоритм визначення енергосилових параметрів кривошипно-повзунного механізму для персональних комп'ютерів.

Наукова новизна. Новий метод розрахунку та алгоритм визначення енергосилових параметрів відрізняється визначенням координат точок механізму та вирішенням рівнянь графічним методом.

Практична значимість. Створений алгоритм дозволяє виконати попередню оцінку енергосилових параметрів механізмів та агрегатів з використанням кривошипно-повзунних механізмів на стадії технологічного проектування, техніко-економічного обґрунтування нових агрегатів або модернізації існуючого обладнання при зміні технологічних режимів, пов'язаних з освоєнням випуску сучасної конкурентно спроможної продукції.

Ключові слова: кривошипно-повзунний механізм, енергосилові параметри, алгоритм, програма розрахунку.

The purpose of the work is to develop an algorithm and a program for calculating the power parameters of the crank-slider mechanism, taking into account the proven in practice and well-recommended: analytical method of calculating the kinematics of the slider and the graph-analytical method of calculating the power parameters of the crank-slider mechanism.

Research results. A new calculation method and an algorithm for determining the power parameters of the crank-slider mechanism for personal computers is developed.

Scientific novelty. The new calculation method and algorithm for determining power parameters is characterized by the determination of the coordinates of the mechanism points and the solution of equations by a graphical method.

Practical significance. The created algorithm makes it possible to perform a preliminary assessment of the power parameters of mechanisms and aggregates using crank-slider mechanisms at the stage of technological design, technical and economic calculation of new aggregates or modernization of existing equipment when changing technological regimes associated with the production of modern competitive products.

Key words: crank-slider mechanism, power parameters, algorithm, calculation program.

Кривошипно-повзунні механізми (далі – КПМ), є представниками однієї з п'яти основних видів асурових груп 2-го класу 2-го порядку, які використовуються під час структурного аналізу різних складних механізмів [1-3]. Крім цього, такі механізми є частиною різних швидкохідних машин, робота яких вимагає урахування сил інерції і моменту сил інерції ланок механізму [1,3]. Такі вимоги визначають подальше вдосконалення розрахункових методів визначення кінематичних й енергосилових параметрів КПМ на основі широкого впровадження КПМ й універсальних прикладних програм MathCAD, MathLAB тощо.

Метою роботи є розробка алгоритму розрахунку кінематичних параметрів КПМ для прикладної програми MathCAD з урахуванням розроблених та апробованих аналітичного і графоаналітичного методів розрахунку кінематики ланок КПМ [1, 2], які мають як самостійне значення під час дослідження кінематики плоских стрижневих механізмів, так і є основою для кінестетичного дослідження КПМ у складі машин з різним призначенням.

Розглянемо (рис. 1) схему механізму КПМ, який має кривошип (ланка 1) довжиною $l_1 = l_{0A}$ і на рис. 1 позначений відрізком $0A$, рухливо (за допомогою шарнірів 0 й A) з'єднаний з нерухливою

основою і шатуном (ланка 2) довжиною $l_2 = l_{AB}$ (відрізок AB на рис. 1) [4].

Кривошип l_1 рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω_1 (у напрямку обертання годинникової стрілки) відносно центра шарніра 0 , закріпленого на нерухомій основі 4. Шатун 2 здійснює плоскопаралельний рух за рахунок того, що за допомогою шарніра B шатун 2 пов'язаний з повзуном (ланка 3), розташованим у нерухомій напрямній основі 4, і робить зворотно-поступальний рух уздовж осі. При цьому центр системи координат XOY сполучений із центром осі обертання шарніра 0 , а вісь OX спрямована протилежно до напрямку лінії дії технологічного опору P_3, Q (штрихпунктирна стрілка на рис. 1) при робочому ході повзуна 3. Центр маси повзуна m_3 сполучено із центром шарніра B . Центр маси шатуна m_2 позначено точкою S_2 і розташовано на відстані l_{AS_2} від шарніра A шатуна l_{AB} (відрізок AS_2 на рис. 1). Центр маси кривошипа m_1 умовно розташовуємо в центрі шарніра 0 .

Добров І.В.,	
Семичев А.В.	

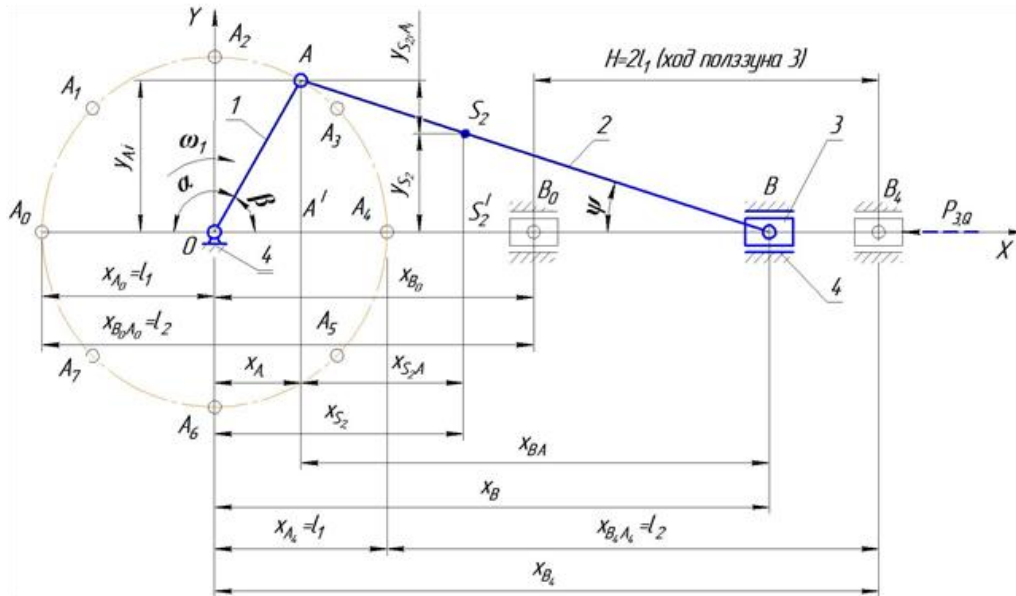


Рис. 1. Кінематична схема кривошипно-повзунного механізму

Візьмемо за початок відліку ($t_0 = 0$) поточних положень ланок механізму КПМ положення початкової ланки-кривошипа 1, коли центр шарніра A , що робить рух по колу радіусом l_{OA} (штрихпунктирне коло) з установленим проміжними положеннями точки A ($A_0 - A_1 - A_2 - A_3 - A_4 - \dots - A_7 - A_0$), перебуватиме в положенні A_0 з координатами: $x_{A_0} = -l_1 \cos \alpha = -l_1 \cos(\omega_1 t_0) = -l_1$, $y_{A_0} = 0$.

Координата повзуна 3 на осі 3 в цьому положенні КПМ складає $x_{B_0} = x_{A_0} + x_{B_0 A_0} = -l_1 + l_2 = l_2 - l_1$ і визначає по-

У цьому випадку хід (H) повзуна 3 становитиме:

$$H = x_{B_4} - x_{B_0} = l_1 + l_2 - (l_2 - l_1) = 2l_1 \quad (1)$$

Поточне положення кривошипа визначає кут $\alpha = \omega_1 t$, де t – час повороту кривошипа з початкового положення в поточне положення (відрізок OA на рис. 1).

У поточному положенні кривошипа координати точки A кривошипа 2 становлять:

$$x_A = -l_1 \cos \alpha; \quad (2)$$

$$y_A = l_1 \sin \alpha \quad (3)$$

Відповідно координати поточного положення повзуна 3 (точки B) уздовж нерухоливих горизонтальних напрямних 4 складуть:

$$x_B = OA' + A'B = x_A + x_{BA} = x_A + AB \cos \psi = -l_1 \cos \alpha + l_2 \cos \psi; \quad (4)$$

$$x_B = OA' + A'B = x_A + x_{BA} = x_A + AB \cos \psi = -l_1 \cos \alpha + l_2 \cos \psi \quad (5)$$

Урахувавши, що $l_1 \sin \alpha = y_B = A'B = l_2 \sin \psi$, отримаємо $\sin \psi = \frac{l_1}{l_2} \sin \alpha = \lambda \sin \alpha$. Звідси [1, 2]:

$$\cos \psi = \sqrt{1 - (\sin \psi)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{l_1}{l_2} \sin \alpha\right)^2} = \sqrt{1 - \lambda^2 (\sin \alpha)^2} \approx 1 - 0,5 \lambda^2 (\sin \alpha)^2 \quad (6)$$

де $\lambda = \frac{l_1}{l_2}$ при $\lambda \sin \alpha \ll 1$.

Підставимо (6) у (4) й отримаємо [1, 4]:

$$x_B = 0A' + A'B = x_A + l_2 \cos \psi = l_2 \sqrt{1 - \lambda^2 (\sin \alpha)^2} - l_1 \cos \alpha \approx l_2 (1 - 0,5 \lambda^2 (\sin \alpha)^2) - l_1 \cos \alpha \quad (7)$$

З подібності трикутників $\triangle AA'B$ і $\triangle S_2S_2'B$ визначаємо координати центра маси шатуна:

$$y_{S_2} = y_A \frac{BS_2}{AB} = y_A \frac{AB - AS_2}{AB} = l_1 \sin \alpha \frac{l_2 - l_{S_2A}}{l_2} = \frac{1}{\lambda} (l_2 - l_{S_2A}) \sin \alpha \quad (8)$$

Далі [1, 4]:

$$\begin{aligned} x_{S_2} &= x_A + x_{S_2A} = x_A + l_{S_2A} \cos \psi = -l_1 \cos \alpha + l_{S_2A} \sqrt{1 - \lambda^2 (\sin \alpha)^2} \approx \\ &\approx l_{S_2A} (1 - 0,5 \lambda^2 (\sin \alpha)^2) - l_1 \cos \alpha \end{aligned} \quad (9)$$

Розглянемо (рис. 2) розподіл лінійних і кутових швидкостей ланок КПМ у поточному положенні КПМ із огляду на [1], що лінійна швидкість шарніра A кривошипа 1 і шарніра B повзуна 3 визначають величини:

$$v_A = \omega_1 l_1; \quad (10)$$

$$v_B = \frac{dx_B}{dt} = \frac{dx_B}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \omega_1 \frac{dx_B}{d\alpha} \approx \omega_1 l_2 \lambda (\sin \alpha - 0,5 \lambda \sin(2\alpha)) \quad (11)$$

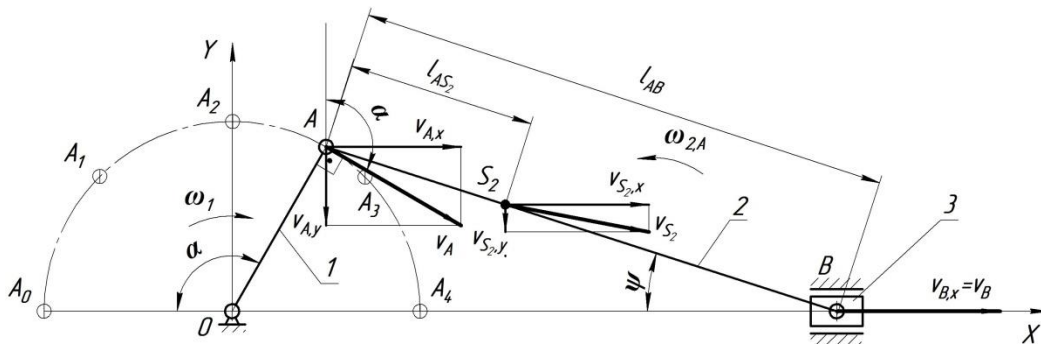


Рис. 2. Розподіл лінійних і кутових швидкостей ланок КПМ

Проекції лінійних швидкостей шарнірів A і B на осі координат XOY становлять:

$$v_{A,x} = v_A \sin \alpha; \quad (12)$$

$$v_{A,y} = v_A \cos \alpha; \quad (13)$$

$$v_{B,x} = v_B; \quad (14)$$

$$v_{B,y} = 0. \quad (15)$$

Проекції швидкості (v_{S_2}) центра маси m_2 шатуна 2, розташованого на відстані l_{S_2A} між шарнірами A й B , при відомих (12)-(15) значеннях проекцій швидкостей у цих шарнірах складуть:

$$v_{S_2,x} = v_{A,x} + (v_{B,x} - v_{A,x}) \frac{l_2 - l_{S_2A}}{l_2}; \quad (16)$$

$$v_{S_2,y} = (v_{B,y} - v_{A,y}) \frac{l_2 - l_{S_2A}}{l_2}. \quad (17)$$

З (16), (17) походить визначення лінійної швидкості центра маси m_2 шатуна 2

$$v_{S_2} = \sqrt{(v_{S_2,x})^2 + (v_{S_2,y})^2}. \quad (18)$$

Проекції відносної швидкості (v_{BA}) шарніра B щодо шарніра A для шатуна 2 складуть:

$$v_{BA,x} = v_{B,x} - v_{A,x} = v_B - v_{A,x} \quad (19)$$

$$v_{BA,y} = v_{B,y} - v_{A,y} = -v_{A,y} \quad (20)$$

Відповідно відносна швидкість шарнірів A і шатуна B буде дорівнювати

$$|v_{BA}| = \sqrt{(v_{BA,x})^2 + (v_{BA,y})^2} \quad (21)$$

Величина $|v_{BA}|$ і напрямок $\bar{v}_{BA,y}$ у свою чергу визначають величину і напрямку кутової швидкості $\omega_{2,A}$ шатуна 2 в поточному положенні ланок КПМ (рис. 2).

$$\omega_{2,A} = \frac{v_{A,y}}{|v_{A,y}|} \frac{|v_{BA}|}{l_2} = \begin{cases} \omega_{2,A} > 0 \text{ й обертання } \omega_{2,A} \text{ у напрямі } \omega_1; \\ \omega_{2,A} < 0 \text{ й обертання } \omega_{2,A} \text{ протилежно} \\ \omega_1. \end{cases} \quad (22)$$

Розглянемо (рис. 3) розподіл лінійних і кутових прискорень ланок КПМ у поточному положенні КПМ, враховуючи [3, 4], що лінійні прискорення рівномірно обертового шарніра A , кривошипи 1 і поступально переміщуваного повзуна 3 визначають величини:

$$a_A = \omega_1^2 l_1 \quad (23)$$

$$a_B = \frac{dv_B}{dt} = \frac{dv_B}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \omega_1^2 \frac{dv_B}{d\alpha} \approx \omega_1^2 l_2 \lambda (\cos \alpha - \lambda \cos(2\alpha)) \quad (24)$$

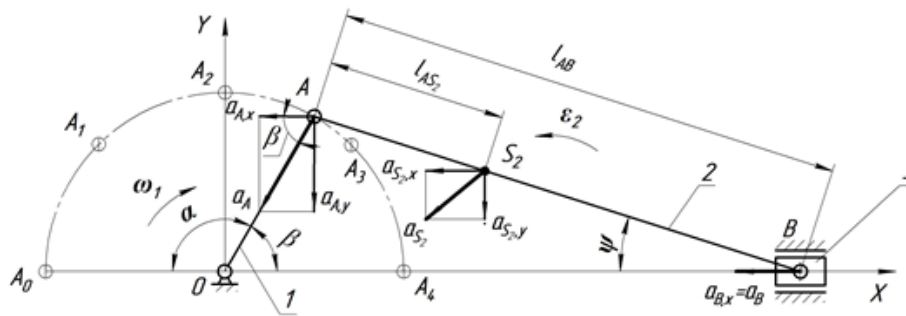


Рис 3. Розподіл лінійних і кутових прискорень ланок КПМ

У поточному положенні КПМ проекції лінійних прискорень шарнірів A і B на осі координат XOY складуть:

$$a_{A,x} = a_A \cos \beta = -a_A \cos(\pi - \alpha) = a_A \cos \alpha \quad (25)$$

$$a_{A,y} = a_A \sin \beta = -a_A \sin(\pi - \alpha) = -a_A \sin \alpha \quad (26)$$

$$a_{B,x} = a_B, \quad (27)$$

$$a_{B,y} = 0. \quad (28)$$

Проекції прискорення (a_{S_2}) центра маси m_2 шатуна 2, розташованого на відстані l_{S_2A} між шарнірами A й B , за відомих (25)–(28) значень проекцій прискорень у цих шарнірах складуть:

$$a_{S_2,x} = a_{A,x} + \frac{a_{B,x} - a_{A,x}}{l_2} l_{S_2A}; \quad (29)$$

$$a_{S_2,y} = a_{A,y} + \frac{a_{B,y} - a_{A,y}}{l_2} l_{S_2A}. \quad (30)$$

З (16), (17) прискорення центра маси шатуна визначаємо так:

$$|a_{S_2}| = \sqrt{(a_{S_2,x})^2 + (a_{S_2,y})^2} \quad (31)$$

Проекції відносного прискорення (a_{BA}) шарніра B щодо шарніра A для шатуна 2 складуть:

$$a_{BA,x} = a_{B,x} - a_{A,x} = a_B - a_{A,x}, \quad (32)$$

$$a_{BA,y} = a_{B,y} - a_{A,y} = -a_{A,y}. \quad (33)$$

Відповідно відносне прискорення шарнірів A і B шатуна 2 буде дорівнювати:

$$|a_{BA}| = \sqrt{(a_{BA,x})^2 + (a_{BA,y})^2} \quad (34)$$

Визначимо нормальне прискорення шарніра B щодо шарніра A шатуна 2

$$a_{BA}^n = \omega_{2,A}^2 l_2. \quad (35)$$

З (34), (35) визначаємо тангенціальне прискорення шарніра B щодо шарніра A шатуна 2:

$$|a_{BA}^t| = \sqrt{(a_{BA})^2 - (a_{BA}^n)^2} \quad (36)$$

Використовуючи величину $|a_{BA}^t|$ і напрямок $a_{BA,y}$ визначаємо величину і напрямку кутового прискорення $\varepsilon_{2,A}$ шатуна 2 в поточному положенні ланок КПМ (рис. 3):

$$\varepsilon_{2,A} = \frac{a_{A,y}}{|a_{A,y}|} \frac{a_{BA}^t}{l_2} = \begin{cases} \varepsilon_{2,A} > 0 & \text{і напрям } \varepsilon_{2,A} \text{ збігається з напрямом } \omega_1; \\ \varepsilon_{2,A} < 0 & \text{і напрям } \varepsilon_{2,A} \text{ протилежний до напрямку } \omega_1. \end{cases} \quad (37)$$

Нижче подано результати розрахунку кінематичних параметрів КПМ із використанням розробленого алгоритму і програмного забезпечення MathCAD (рис. 3) для різних поточних положень ланок КПМ (табл. 1) відповідно до поточного положення ($A_0 - A_1 - A_2 - A_3 - A_4 - \dots - A_7 - A_0$) точки A кривошипа. На рис. 4 представлено графіки залежності $s_B(\alpha)$, $v_B(\alpha)$, $a_B(\alpha)$, розраховані відповідно до запропонованої прикладної програми MathCAD. Ідентичність наведених графіків

графікам, представленим у технічній літературі [1, 2], побічно підтверджує правомірність розрахунків інших кінематичних параметрів ($\omega_2(\alpha)$, $a_{S_2}(\alpha)$, $\varepsilon_2(\alpha)$) КПМ, які є одними з вихідних даних для кінестетичного розрахунку ланок КПМ на міцність і визначення потужності приводу КПМ, розрахунку розмірів маховика приводу машини, що містить кривошипно-повзунний механізм.

Вихідні дані КПМ:

$$l_1 = 0,1 \text{ м}; l_2 = 0,286 \text{ м}; l_{S_2A} = 0,1 \text{ м}; \omega_1 = 29,3 \text{ с}^{-1}.$$

Таблиця

Результати розрахунку кінематичних параметрів у 8-ми положеннях кривошипа

Положення кривошипа 1	Кут повороту кривошипа 1, α , град	Переміщення повзуна ³ (точки B), $s_B = x_B - x_{B_0}$, м	Швидкість повзуна ³ (точки B), v_B , м/с	Прискорення повзуна ³ (точки B), a_B , м/с ²	Прискорення маси шатуна 2 (точки S_2), a_{S_2} , м/с ²	Кутова швидкість оберту шатуна 2 ω_2 , с ⁻¹	Кутове прискорення оберту шатуна 2 ε_2 , с ⁻²
0	0	0	0	58,377	76,234	9,376	0
1	45	0,021	1,603	60,704	72,401	6,797	-188,679
2	90	0,083	2,93	27,472	56,624	0	-288,44
3	135	0,162	2,541	-60,704	72,401	-6,797	-188,679
4	180	0,2	0	-113,321	95,464	-9,376	0
5	225	0,162	-2,541	-60,704	72,401	-6,797	188,665
6	270	0,083	-2,93	27,472	56,624	0	288,44
7	315	0,021	-1,603	60,704	72,401	6,797	188,679
8	360	0	0	58,377	76,234	9,376	0

Висновки. Розроблено новий метод розрахунку й алгоритм визначення кінематичних параметрів

КПМ для персональних ПК з використанням стандартних прикладних програм MathCAD, MathLAB,

що дозволяє розширити кінематичні дослідження машин різного призначення.
ланок механізму в процесі його роботи у складі

ЛІТЕРАТУРА (не перекладено)

1. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин / С.Н. Кожевников. – М.: Машиностроение, 1973. – 592 с.
 2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1975. – 640 с.
 3. Козловский М.З. Теория механизмов и машин / [М.З.Козловский, А.Н.Евграфов, Ю.А.Семёнов, А.В.Слоущ]. – М.: Академия, 2013. – 560 с.
 4. Добров И.В. Расчетно-аналитический метод определения кинематических параметров кривошипно-ползунного механизма / И.В. Добров, А.В. Семичев // Материалы VI Международной научно-практической конференции «Сучасні технології промислового комплексу – 2020» (8–12 сентября 2020г.). – Херсон: ХНТУ. – С. 100–105.
- УДК 621.742