

## Оптимальное проектирование рессорного комплекта грузовой тележки

Д-р. техн. наук, проф. О.М. Савчук (ДИИТ, Днепропетровск, Украина)

канд. техн. наук, доц. В.Т. Вислогозов (ДИИТ, Днепропетровск, Украина)

*У розрізі досліджень щодо створення візка нового покоління для вантажу вагонів має бути вирішена задача оптимального проектування рессорного підвішування. У статті розглянуто загальну методику і як приклад виконано оптимальне проектування пружини.*

*In a section of researches on creation of the carriage of new generation for freight cars the task of optimum designing of spring suspension in a line of criteria should be solved. In article the general technique and is considered, as an example, optimum designing a spring is executed.*

В настоящее время проводятся работы по созданию тележки нового поколения для грузовых вагонов, которая удовлетворяла бы требованиям к перспективному грузовому подвижному составу. В частности, эта тележка должна реально обеспечивать скорость движения 120...140 км/ч при минимальных силах динамического взаимодействия вагона и пути.

Прототипом создаваемой конструкции может служить тележка модели 18-781 [1]. Однако следует ориентироваться не на сохранение большинства деталей серийной тележки мод. 18-100 (что ставилось целью при создании тележки мод. 18-781), а на вновь разрабатываемые детали с низкой металлоемкостью и обособленными конструктивными формами.

В частности, исследовалась возможность проектирования центрального рессорного подвешивания тележки, состоящего из двух комплектов по три пружины в каждом. Для этого решалась задача оптимального проектирования пружины с использованием метода покоординатного спуска.

### 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Оптимальное проектирование конструкции выполняется в некотором многомерном пространстве координат. Каждая координата пред-

ставляет собой какой-либо параметр проектирования (например, размеры пружины) либо параметр состояния (например, порядок включения в работу пружин). При необходимости каждой координате задаются граничные или детерминированные значения, в пределах которых допускается ее изменение. Эти значения входят в систему ограничений задачи.

Цель решения задачи сводится к удовлетворению условий, задаваемых целевыми функциями (либо функционалами):

$$FM = F(z_1, z_2, \dots, z_m) \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$F1 = F_1(z_1, z_2, \dots, z_m) \leq [F1]; \quad (2)$$

$$FN = F_n(z_1, z_2, \dots, z_m) \leq [FN], \quad (3)$$

где  $FM$  — как правило, функция массы (объема) конструкции, выраженная через координаты задачи  $z_1, z_2, \dots, z_m$ ;

$F1, \dots, FN$  — основные функции, характеризующие прочность, жесткость либо другие требуемые качества конструкции;

$[F1], \dots, [FN]$  — допускаемые наибольшие значения основных функций.

Процесс решения задачи состоит в том, что выполняются целенаправленные итерации ко-

ординат  $z_1, z_2, \dots, z_n$  таким образом, чтобы удовлетворить целевые функции (1), (2), (3), находясь одновременно в пределах заданных ограничений типа неравенств

$$z_{i\min} \leq z_i \leq z_{i\max} \quad (4)$$

или функциональных зависимостей

$$Y_k(z_1, z_2, \dots, z_m) \leq [Y_k], \quad k=1, 2, \dots, p. \quad (5)$$

Поскольку сегодня вычислительные процедуры имеют огромное преимущество во времени перед аналитическими преобразованиями, задачу будем решать численными методами путем последовательных итераций.

В зависимости от начальных условий возможны три стратегии решения:

1. Спуск (уменьшение объема конструкции), когда начальные целевые функции (2), (3) удовлетворяются с избытком. Тогда для выполнения условия (1) нужно стремиться провести максимальное количество итераций, чтобы окончательный объем детали был минимальным.
2. Нарастивание, когда целевые функции (2), (3) изначально не удовлетворяются. Тогда условие (1) требует выполнения минимального количества итераций.
3. Перераспределение материала, когда функции (2), (3) изначально не выполнены, но улучшить их можно, изменяя одновременно две координаты — одну по процедуре спуска, а другую по процедуре нарастивания. При этом повышается качество конструкции без изменения ее объема.

Под итерацией понимаем такое изменение одной из координат  $z_{it}$ , чтобы вследствие этого объем конструкции изменился на заранее заданную величину и стал равен

$$V_{j+1} = (1 + \delta) V_j, \quad (6)$$

где  $V_{j+1}$  — объем конструкции после  $j$ -й итерации;

$V_j$  — объем конструкции до  $j$ -й итерации;

$\delta$  — принятая доля изменения объема после каждой итерации (например,  $-0,05$ ).

Чтобы определить направление очередной итерации, будем выполнять поочередно вариации всех координат (или же пробные шаги) в сторону увеличения (+) либо уменьшения (-):

$$\text{var } z_1 + = z_1 + \Delta z_1; \quad (7)$$

$$\text{var } z_1 - = z_1 - \Delta z_1; \quad (8)$$

$$\text{var } z_2 + = z_2 + \Delta z_2; \quad (9)$$

$$\text{var } z_2 - = z_2 - \Delta z_2; \quad (10)$$

.....

$$\text{var } z_n + = z_n + \Delta z_n; \quad (11)$$

$$\text{var } z_n - = z_n - \Delta z_n; \quad (12)$$

определяя каждый раз целевые функции (1), (2), (3) и контролируя функции ограничений (4), (5).

Для выбора из всех вариаций той единственной, по которой следует выполнить очередную итерацию, вычисляем безразмерные критерии оптимизации

$$крт.1 = \frac{F1 - [F1]}{[F1]} \quad (13)$$

$$крт.2 = \frac{F2 - [F2]}{[F2]}; \quad (14)$$

.....

$$крт.N = \frac{FN - [FN]}{[FN]}, \quad (15)$$

которые вытекают из целевых функций (1), (2), (3).

Указанные критерии оптимизации сопоставимы друг с другом и нормированы относительно нуля следующим образом:

- если  $крт.I = 0$ , то он выполняется как равенство;
- если  $крт.I < 0$ , то он выполняется как неравенство, то есть реальное значение целевой функции меньше ее допускаемого значения;
- если  $крт.I > 0$ , то он не выполняется, то есть реальное значение целевой функции превышает ее допускаемое значение.

Выбор направления итерации производится либо методом минимакса («подтягивание от-

стающих», в данном случае вернее «торможение опережающих»), либо путем иного логического анализа критериев.

Задача считается решенной, если критерии (13), (14), (15) удовлетворяются наилучшим образом.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть необходимо спроектировать трехпружинный рессорный комплект центрального подвешивания двухосной тележки, имеющий жесткость в вертикальном и горизонтальном направлениях

$$C_{\text{вн}} = 3500 \text{ кН/м}, C_{\text{зн}} = 1500 \text{ кН/м}.$$

Эти жесткости взяты такими, как у тележки модели 18-781, где был предусмотрен типовой семипружинный комплект со снижением горизонтальной жесткости за счет применения ножевых опор надрессорной балки на пружины.

В последующем для упрощения выкладок будем рассматривать только одну наружную пружину, потребовав чтобы:

- жесткость пружины в вертикальной плоскости  $c_v \leq 3500/3 = 1170 \text{ кН/м}$ ;
- жесткость пружины в горизонтальной плоскости  $c_g \leq 1500/3 = 500 \text{ кН/м}$ ;
- касательные напряжения в пружине от вертикальной нагрузки  $\tau \leq 750000/1,44 = 520000 \text{ кН/м}^2$  (допускаемое напряжение  $750 \text{ МПа}$  переведено в  $\text{кН/м}^2$  и разделено на коэффициент, учитывающий динамическую добавку).

Исходя из этих требований, устанавливаем три безразмерных критерия оптимизации:

$$\text{крт.1} \rightarrow ЖВ = \frac{C_v - 1170}{1170} \leq 0; \quad (16)$$

$$\text{крт.2} \rightarrow ЖГ = \frac{C_g - 500}{500} \leq 0; \quad (17)$$

$$\text{крт.3} \rightarrow ПР = \frac{\tau - 520000}{520000} \leq 0. \quad (18)$$

Если бы удалось добиться, чтобы все три критерия одновременно были равны нулю, тогда получили бы идеальное решение задачи.

Однако практически это мало вероятно. Ожидается, что первые два критерия будут получены с небольшими отрицательными значениями, а в последующем повышения жесткостей можно будет достигнуть за счет соответственного подбора внутренней пружины. Критерий  $\text{крт.3} \rightarrow ПР$  желательно получить с нулевым или слабо отрицательным значением, чтобы не завязать металлоемкости пружины.

Для расчета жесткостей и напряжений воспользуемся формулами из Норм [2]

$$C_v = \frac{Gd^4}{8D^3n_p}; \quad (19)$$

$$C_g = \frac{3Ed^4}{8Dn[h^2(2+\mu) + 3D^2]}; \quad (20)$$

$$\tau = \frac{8PD\eta}{\pi d^3}, \quad (21)$$

где  $E, G$  – модули упругости (принималось  $E = 2,2 \cdot 10^8 \text{ кН/м}^2, G = 8 \cdot 10^7 \text{ кН/м}^2$ );

$D, d$  – диаметры соответственно пружины и прутка;

$n, n_p$  – число витков пружины соответственно полное и рабочее ( $n = n_p + 1,5$ );

$h$  – высота пружины под нагрузкой;

$\eta$  – поправочный коэффициент, зависящий от индекса пружины.

Назначим три переменных координаты задачи оптимального проектирования:

- средний диаметр пружины  $D$ ;
- диаметр прутка пружины  $d$ ;
- число рабочих витков  $n_p$ .

Другие координаты (как, например, угол подъема и связанный с ним шаг пружины) решено принять постоянными.

Объем металла пружины можно выразить через переменные проектирования следующей зависимостью:

$$V = \frac{\pi d^2}{4} (n_p + 1,5) \sqrt{(\pi D)^2 + a^2}, \quad (22)$$

где  $a$  – шаг пружины (принят  $a = 0,0453 \text{ м}$ ).

Вариации координат будем задавать такими, чтобы объем металла пружины изменялся со-

гласно формуле (6). Преобразуя выражения (19) и (6), получим формулы для вычисления вариаций координат

$$\text{var } D = \frac{1}{\pi} \sqrt{B^2 - a^2} - D, \quad (23)$$

где

$$B = \frac{4(1+\delta)V}{\pi d^2 (n_p + 1,5)};$$

$$\text{var } d = \sqrt{C} - d, \quad (24)$$

где

$$C = \frac{4(1+\delta)V}{\pi (n_p + 1,5) \sqrt{(\pi D)^2 + a^2}};$$

$$\text{var } n_p = (n_p + 1,5) \left( \frac{C}{d^2} - 1 \right). \quad (25)$$

### 3. ПРОЦЕДУРА ОПТИМИЗАЦИИ

Задачу оптимального проектирования возможно решать либо на основе специально составленных компьютерных программ, либо с использованием стандартных программных комплексов. Для инженерных приложений предпочтительнее второй вариант. Поэтому рассмотрим макет процедуры оптимального проектирования пружины с использованием стандартной программы EXEL.

Для удобства анализа процесса решения необходимую цифровую информацию разместим в двух таблицах:

- табл. 1 включает в себя значения основных параметров — трех переменных координат  $D$ ,  $d$ ,  $n_p$ , величину шага пружины  $a$  и ее высоту  $h$  под нагрузкой, а также величины жесткостей и напряжений, которые определяются по формулам (19), (20), (21). Здесь же приведены значения объема металла пружины, рассчитанные по формуле (22). Под каждой строкой итераций приведены величины вариаций координат, вычисленные по формулам (23), (24), (25).
- в табл. 2 приведены значения критериев оптимизации, определенные по формулам (16), (17), (18), для каждой итерации и для всех вариаций координат, производимых

по выражениям (7) — (12).

Исходное состояние конструкции (*Итер.* 0) характерно тем, что выполняется только *крит.1* → *ЖВ*, то есть вертикальная жесткость меньше установленной. Выполнив вариации координат (см. табл. 2), анализируем числовые значения критериев оптимизации. Наибольшие значения имеет критерий *крит.3* → *ПР*, поэтому среди них будем реализовывать принцип минимакса. Минимальные значения критерия 0,4035 и 0,4561 соответствуют вариациям  $\text{var } D$  — и  $\text{var } d$  +. Поскольку первая из этих вариаций связана с уменьшением, а вторая — с увеличением объема металла пружины, то выполним первую итерацию сразу по двум координатам — уменьшаем средний диаметр пружины  $D$  и увеличиваем диаметр прутка  $d$ . Это соответствует процедуре перераспределения материала.

После *итер.* 1 (см. табл. 1) объем пружины в пределах точности вычислений не изменился, зато возросла жесткость и уменьшилось напряжение, оставаясь при этом выше допустимого 520000 кН/м. Наибольшие значения теперь имеет *крит.2* → *ЖГ* (см. табл. 2). Но минимакс здесь приходится на  $\text{var } n$  +, а прочность пружины с увеличением числа витков не изменяется. Поэтому определим направление второй итерации по тому же *крит.3* → *ПР*. Минимакс здесь соответствует  $\text{var } d$  +. По этой координате выполняем вторую итерацию наращивания.

После *итер.* 2 критерий прочности еще не выполняется, но жесткость пружины еще более возросла, что не удовлетворяет нас по критерию *крит.2* → *ЖГ*. Поэтому очередные две итерации выполняем по минимаксу этого критерия. В табл. 2 соответствующие числа выделены и подчеркнуты.

После *итер.* 4 горизонтальная жесткость значительно понижена, но критерий по ней все еще не выполняется, равно как и *крит.3* → *ПР*. По последнему критерию минимакс приходится на  $\text{var } D$  —, то есть целесообразно уменьшить диаметр пружины. Но поскольку предполагается в конечном итоге спроектировать двухрядную пружину, то на дальнейшее уменьшение ее диаметра наложим запрет. Итерацию выполним

по  $\text{var } d +$ , имеющей с учетом вышесказанного минимальное значение критерия прочности.

После *итер.5* критерий прочности уже удовлетворен, остался положительным только критерий горизонтальной жесткости (*крит. 2* → ЖГ). Для его удовлетворения необходимо выполнить по минимуму этого критерия две итерации.

Формально в результате семи итераций задача оптимального проектирования решена. В вертикальной плоскости жесткость равна 643,5 кН/м, что меньше установленной – 1170 кН/м. В горизонтальной плоскости жесткость пружины 389,5 кН/м, что также меньше установленной – 500 кН/м. Напряжения в пружине составляют 493092 кН/м<sup>2</sup>, что меньше допускаемых напряжений – 520000 кН/м<sup>2</sup>. В процессе решения объем металла пружины увеличился на 75%, поскольку на каждой итерации происходило его наращивание на 10% от объема, полученного на предыдущей итерации.

Решение после шестой итерации может ока-

заться предпочтительней – жесткость в вертикальном направлении выше (724,4 кН/м), в горизонтальном направлении равна допускаемой. Решение может быть уточнено при проектировании внутренней пружины.

В заключение можно отметить, что разработанный в статье алгоритм пригоден для оптимального проектирования пружин.

#### Литература

1. Савчук О.М., Воронович В.П., Рейдемейстер А.В. Воздействие на путь грузовых вагонов на тележках модели 18-781// *Залізничний транспорт України*. – 1999. – №3. – с. 8–12.
2. Нормы для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных)// – М.: ГОСНИИВ-ВНИИЖТ, 1996.

Таблица 1

Значения основных параметров в процессе оптимального проектирования

|         | $D$ пруж. | $d$ прут. | $a$ -шаг | $n_p$ вит. | $H$ нагр. | $C$ вертик. | $C$ попер. | Объем   | $P$ верт. | Напр.вер. |
|---------|-----------|-----------|----------|------------|-----------|-------------|------------|---------|-----------|-----------|
| Итер. 0 | 0,17      | 0,03      | 0,0453   | 4          | 0,2       | 432,78      | 562,519    | 0,00208 | 51,4578   | 841970,2  |
| Var     | 0,01712   | 0,00146   |          | 0,55       |           |             |            |         |           |           |
| Итер. 1 | 0,15288   | 0,03146   | 0,0453   | 4          | 0,2       | 719,958     | 836,189    | 0,00206 | 51,4578   | 656340,1  |
| Var     | 0,01542   | 0,00154   |          | 0,55       |           |             |            |         |           |           |
| Итер. 2 | 0,15288   | 0,033     | 0,0453   | 4          | 0,2       | 871,179     | 1011,82    | 0,00227 | 51,4578   | 568890,8  |
| Var     | 0,01542   | 0,00161   |          | 0,55       |           |             |            |         |           |           |
| Итер. 3 | 0,15288   | 0,033     | 0,0453   | 4,55       | 0,235     | 765,872     | 734,024    | 0,00249 | 51,4578   | 568890,8  |
| Var     | 0,01542   | 0,00161   |          | 0,605      |           |             |            |         |           |           |
| Итер. 4 | 0,15288   | 0,033     | 0,0453   | 5,155      | 0,2624    | 675,988     | 560,217    | 0,00274 | 51,4578   | 568890,8  |
| Var     | 0,01542   | 0,00161   |          | 0,605      |           |             |            |         |           |           |
| Итер. 5 | 0,15288   | 0,03461   | 0,0453   | 5,155      | 0,2624    | 817,974     | 677,887    | 0,00302 | 51,4578   | 493092,4  |
| Var     | 0,01542   | 0,00161   |          | 0,6655     |           |             |            |         |           |           |
| Итер. 6 | 0,15288   | 0,03461   | 0,0453   | 5,8205     | 0,2925    | 724,449     | 514,984    | 0,00332 | 51,4578   | 493092,4  |
| Var     | 0,01542   | 0,00169   |          | 0,6655     |           |             |            |         |           |           |
| Итер. 7 | 0,15288   | 0,03461   | 0,0453   | 6,55255    | 0,32566   | 643,514     | 389,466    | 0,00365 | 51,4578   | 493092,4  |
| Var     | 0,01542   | 0,00169   |          | 0,73205    |           |             |            |         |           |           |

Значения критериев оптимизации

| № итер.               | крит. 1 → ЖВ             | крит. 2 → ЖГ               | крит. 3 → ПР              |
|-----------------------|--------------------------|----------------------------|---------------------------|
| <b><u>Итер. 0</u></b> | <b><u>-0,5628481</u></b> | <b><u>0,48421884</u></b>   | <b><u>0,6191734</u></b>   |
| var D +               | -0,722611324             | -0,074977689               | 0,782205152               |
| var D -               | -0,491429838             | 0,382177988                | <b><u>0,45614172</u></b>  |
| var d +               | -0,552438815             | 0,361249898                | <b><u>0,403509427</u></b> |
| var d -               | -0,697615035             | -0,080301162               | 0,883365023               |
| var n +               | -0,674815157             | -0,17007595                | 0,619173436               |
| var n -               | -0,571133032             | 0,406693033                | 0,619173436               |
| <b><u>Итер. 1</u></b> | <b><u>-0,3846509</u></b> | <b><u>0,67237893</u></b>   | <b><u>0,26219254</u></b>  |
| var D +               | -0,538747121             | 0,388698428                | 0,389482589               |
| var D -               | -0,153508171             | 1,032588189                | 0,134902491               |
| var d +               | -0,255402426             | 1,023646792                | <b><u>0,094020826</u></b> |
| var d -               | -0,496294564             | 0,368956771                | 0,466676466               |
| var n +               | -0,459033732             | 0,213222367                | 0,26219254                |
| var n -               | -0,286551733             | 1,108401268                | 0,26219254                |
| <b><u>Итер. 2</u></b> | <b><u>-0,2554024</u></b> | <b><u>1,02364679</u></b>   | <b><u>0,09402083</u></b>  |
| var D +               | -0,441865182             | 0,680381803                | 0,204351034               |
| var D -               | 0,024289678              | 1,459514705                | -0,01630938               |
| var d +               | -0,099004863             | 1,448699783                | -0,05174538               |
| var d -               | -0,390497098             | 0,65649021                 | 0,271261718               |
| var n +               | -0,345408726             | <b><u>0,468048604</u></b>  | 0,094020826               |
| var n -               | -0,136698465             | 1,551251627                | 0,094020826               |
| <b><u>Итер. 3</u></b> | <b><u>-0,3454087</u></b> | <b><u>0,4680486</u></b>    | <b><u>0,09402083</u></b>  |
| var D +               | -0,509332028             | 0,237608327                | 0,204351034               |
| var D -               | -0,099525558             | 0,755760705                | -0,01630938               |
| var d +               | -0,207916363             | 0,776402045                | -0,05174538               |
| var d -               | -0,464173273             | 0,201695943                | 0,271261718               |
| var n +               | -0,422232726             | <b><u>0,120433753</u></b>  | 0,094020826               |
| var n -               | -0,245021471             | 0,96707739                 | 0,094020826               |
| <b><u>Итер. 4</u></b> | <b><u>-0,4222327</u></b> | <b><u>0,12043375</u></b>   | <b><u>0,09402083</u></b>  |
| var D +               | -0,566917697             | -0,046155102               | 0,204351034               |
| var D -               | -0,205206845             | 0,326491934                | -0,01630938               |
| var d +               | -0,300876713             | 0,355773102                | <b><u>-0,05174538</u></b> |
| var d -               | -0,527058854             | -0,082850055               | 0,271261718               |
| var n +               | -0,488293051             | -0,148817143               | 0,094020826               |
| var n -               | -0,336587527             | 0,509701657                | 0,094020826               |
| <b><u>Итер. 5</u></b> | <b><u>-0,3008767</u></b> | <b><u>0,3557731</u></b>    | <b><u>-0,0517454</u></b>  |
| var D +               | -0,475951759             | 0,154193411                | 0,043884544               |
| var D -               | -0,038266049             | 0,605112377                | -0,1473753                |
| var d +               | -0,154090935             | 0,640427058                | -0,17804596               |
| var d -               | -0,427675917             | 0,10987806                 | 0,101815246               |
| var n +               | -0,380812551             | <b><u>0,02996792</u></b>   | -0,05174538               |
| var n -               | -0,197242333             | 0,826804032                | -0,05174538               |
| <b><u>Итер. 6</u></b> | <b><u>-0,3808126</u></b> | <b><u>0,02996792</u></b>   | <b><u>-0,0517454</u></b>  |
| var D +               | -0,535869997             | -0,115263886               | 0,043884544               |
| var D -               | -0,14822807              | 0,208301044                | -0,1473753                |
| var d +               | -0,250809856             | 0,24621682                 | -0,17804596               |
| var d -               | -0,493113882             | -0,156836203               | 0,101815246               |
| var n +               | -0,449988089             | <b><u>-0,221068921</u></b> | -0,05174538               |
| var n -               | -0,291733132             | 0,395625604                | -0,05174538               |
| <b><u>Итер. 7</u></b> | <b><u>-0,4499881</u></b> | <b><u>-0,2210689</u></b>   | <b><u>-0,0517454</u></b>  |