СССР МПС
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

Аспирант М. И. ШЕВЧЕНКО

ПРИМЕНЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО МЕТОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОСНОВАНИЙ СООРУЖЕНИЙ

Специальность № 481 «Основания, фундаменты и подземные сооружения»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

ДНЕПРОПЕТРОВСК
1969

НТБ ДНУЖТ

СССР МПС
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

Аспирант М. И. ШЕВЧЕНКО

3974

ПРИМЕНЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО МЕТОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОСНОВАНИЙ СООРУЖЕНИЙ

Специальность № 481 «Основания, фундаменты и подземные сооружения»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

ДНЕПРОПЕТРОВСК
1969

НТБ ДНУЖТ

Днепропетровский институт инженеров железнодорожного транспорта направляет Вам для ознакомления автореферат диссертации аспиранта Шевченко М. И.

Просим Вас и всех заинтересованных лиц Вашего учреждения принять участие в публичной защите диссертации или прислать свой отзыв в письменном виде в 2-х экземплярах, заверенных печатью Вашего учреждения, по адресу: г. Днепропетровск, 10; Университетская, 2; ДИИТ. НИС.

Работа выполнена в научно-исследовательской лаборатории механики грунтов ДИИТа.

Научный руководитель — доктор технических наук профессор М. Н. ГОЛЬДШТЕЙН.

Официальные оппоненты — доктор технических наук профессор А. К. СЫЧЕВ, кандидат технических наук А. М. ГЕЛЬДФАНБЕЙН. Ведущее предприятие — НИИОСП Госстроя СССР.

Автореферат разослан . . . . 25 октября 1969 г.

Защита диссертации состоится 27 ноября 1969 г. на заседании Ученого совета Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь Совета доцент Л. Н. ЛЕБЕДИНЕЦ.

НТБ ДНУЖТ

Введение

Диссертация посвящена исследованию несущей способности однородных и слоистых оснований сооружений.

Расчет производится путем отыскания вариационным методом опаснейшей кривой скольжения и соответствующего критического давления на основание. При составлении функционалов используется принцип возможных перемещений.

В результате получен метод расчета несущей способности однородных и слоистых оснований для различных случаев загружения и очертания свободной поверхности грунта.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и трех приложений (алгоритм решения задач на электронных вычислительных машинах, принципиальная схема решения на электронных аналоговых машинах, графики определения прочностных характеристик грунтов экспериментальных исследований).

ГЛАВА I

Современное состояние теоретических исследований несущей способности оснований сооружений

В главе анализируется современное состояние теоретических методов определения несущей способности оснований сооружений, расчета первого и второго критических давлений на основание. В связи с этим рассматриваются особенности работы оснований в зависимости от вида нагрузки и свойств грунтов, в частности образование упругого ядра и возникновение выпора вдоль некоторой криволинейной поверхности скольжения, а также случаи потери несущей способности

НТБ ДНУЖТ

в виде интенсивного нарастания деформаций без выпора грунта на поверхность.

Дана классификация методов расчета в зависимости от способа определения или задания формы опасной кривой скольжения.

Приводится краткий анализ существующих основных способов определения несущей способности оснований сооружений по теории упругости, по теории предельного равновесия, по методам, основанным на задании формы опасной кривой скольжения.

Подробно рассмотрены вариационные методы определения несущей способности оснований и устойчивости откосов (работы Н. М. Герсеванова, И. Копачи, Ю. Соловьева, А. Г. Дорфмана и др.).

ГЛАВА II

Применение вариационного метода к расчету несущей способности однородных оснований

Глава посвящена исследованию несущей способности оснований из однородных грунтов, передающих нагрузку от шероховатых фундаментов мелкого заложения $\left(0 \leqslant \frac{h}{b} \leqslant 2\right)$.

Рассматривается плоская задача. Предполагается, что нагрузка $q(x, y)$, действующая на фундамент шириной b, достигла критического значения, в результате чего в массиве грунта образовалась призма выпора, очерченная кривой скольжения $y(x)$ — функцией непрерывной вместе со своими первой и второй производной, исходящей из крайней точки фундамента x_0 и выходящей на свободную поверхность $\overline{\overline{y}}(x)$. Слой грунта, примыкающего к поверхности скольжения, находится в предельном состоянии, призма выпора рассматривается как сплошное тело. На грани элементарного объема $dx \times dy \times ds$, вырезанного вдоль кривой скольжения (рис. 1), действуют по некоторому известному закону напряжения от полезной нагрузки σ_x, σ_y и τ собственного веса вышележащего столба грунта $\gamma(y - \overline{\overline{y}})$. Относительно σ_x, σ_y и τ предполагается, что они являются функциями, непрерывными вместе

НТБ ДНУЖТ

со своими первой и второй производными, их значения пропорциональны величине краевой ординаты эпюры нагрузки p (это может быть и сосредоточенная сила). Реакцию неподвиж-

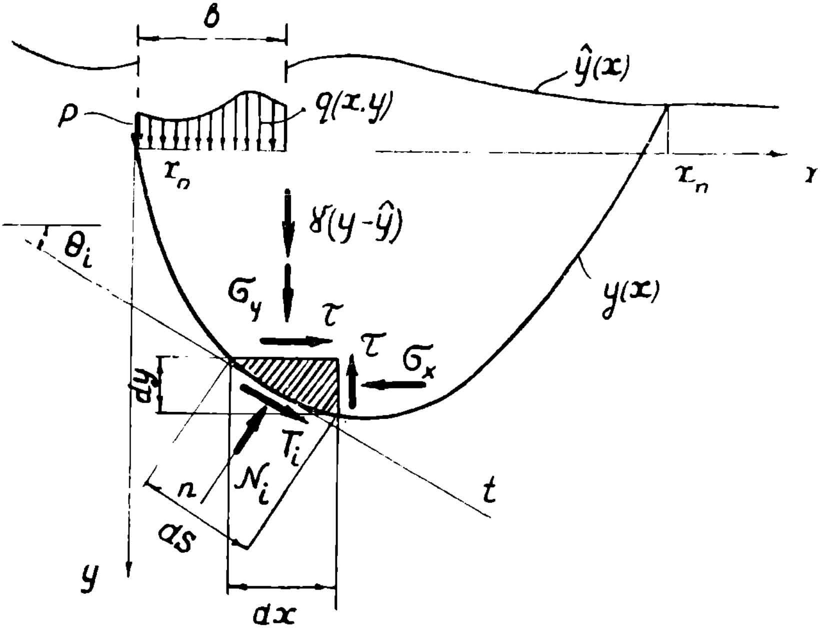

Рис. 1. Расчетная схема для случая однородного основания.

ного массива грунта можно разложить на нормальную и касательную составляющие N, T, которые определяются из условия равенства нулю проекций всех сил на две взаимноперпендикулярные оси n и t.

$$N_j = [\,-\sigma_x \sin^2\Theta_j - \sigma_y \cos^2\Theta_j - \gamma\,(y - \bar{\bar{y}})\cos^2\Theta_j + $$
$$+ 2\tau \sin\Theta_j \cos\Theta_i\,]\,dx$$

$$T_j = [-\sigma_x \sin\Theta_j \cos\Theta_j + \sigma_y \sin\Theta_j \cos\Theta_j + \gamma\,(y - \bar{\bar{y}})\sin\Theta_j \cos\Theta_j + $$
$$+ \tau\,(\cos^2\Theta_j - \sin^2\Theta_j)]\,dx$$

НТБ ДНУЖТ

где Θ_j — угол, образованный касательной к кривой скольжения в данной точке с положительным направлением оси.

Согласно принципу возможных перемещений система находится в равновесии, если

$$\Sigma A_{уд.} + \Sigma A_{сдв.} = 0 \qquad (1)$$

где $\Sigma A_{уд}$ — сумма работ на возможных перемещениях удерживающих сил;

$\Sigma A_{сдв}$ — то же сдвигающих сил.

Сдвигающими являются силы T, действующие по касательной, удерживающие — силы трения, согласно закону Кулона, равные $F_j = N_j tg\varphi + C$, где φ и c — угол внутреннего трения и сцепление грунта.

Из условия сплошности сдвигаемого массива получаем равенство горизонтальных перемещений — элементарных объемов δ, а перемещение вдоль кривой скольжения определяется из соотношения

$$\Delta_j = \frac{\delta}{\cos\Theta_j}.$$

Принимая во внимание, что $ds = \frac{dx}{\cos\Theta_j}$, $tg\Theta_j = y'(x)$; $\cos^2\Theta_j = \frac{1}{1 + y^{1^2}}$ и, заменяя суммирование интегрированием, из условия (1) получаем

$$P = \frac{\int\limits_{x_0}^{x_n} [-C(1 + y'^2) - \gamma(y - \bar{\bar{y}})(y' + tg\varphi)]\,dx}{\int\limits_{x_0}^{x_n} [\sigma_x y'^2 tg\varphi + \sigma_y tg\varphi - 2\tau y^1 tg\varphi - \sigma_x y^1 + \sigma_y y^1 + \tau(1 - y'^2)]\,dx} \qquad (2)$$

или сокращенно

$$P = \frac{\int\limits_{x_0}^{x_n} U(x, y, y^1)\,dx}{\int\limits_{x_0}^{x_n} V(x, y, y^1)\,dx}.$$

НТБ ДНУЖТ

Выражение (2) представляет собой функционал, который является обобщением локального функционала вида

$$u = \int\limits_{x_0}^{x_n} F(x, y, y^1)\,dx$$

Задача сводится к отысканию кривой $y=y(x)$, которая доставляет минимум функционалу p, т. е. находится опаснейшая кривая скольжения, вдоль которой происходит сдвиг при минимальной величине критической нагрузки. Эта задача является задачей вариационного исчисления, она носит название задачи с одним закрепленным, а вторым подвижным концом.

Кривая $y=y(x)$, доставляющая минимум функционалу (2), должна удовлетворять уравнению Эйлера-Лагранжа:

$$(U - pV)_y - \frac{d}{dx}(U - pV)_{y^1} = 0 \tag{3}$$

и интегральному условию Дорфмана:

$$\int\limits_{x_0}^{x_n} (U - pV)\,dx = 0 \tag{4}$$

Уравнение (3) в общем случае имеет вид:

$$\begin{aligned} 2y''(\sigma_x \operatorname{tg}\varphi + C - \tau) &= \sigma_{xy} y^{1^2} \operatorname{tg}\varphi + y^1 [\,(\sigma_y)_y - (\sigma_x)_y + 2\tau_x\,] + \\ &+ (\sigma_x)_x - (\sigma_y)_x - 2(\sigma_x)_x y^1 \operatorname{tg}\varphi + (\sigma_y)_y \operatorname{tg}\varphi + \gamma y^1 - 2\tau_y y^1 \operatorname{tg}\varphi - \\ &- \tau_y (1 - y^{1^2}) + 2\tau_x \operatorname{tg}\varphi \end{aligned} \tag{5}$$

где $(\sigma_x)_y$; $(\sigma_y)_y$; τ_y — частные производные σ_x, σ_y и τ по y.
$(\sigma_x)_x$; $(\sigma_y)_x$; τ_x — производные σ_x; σ_y и τ по x.

Уравнение (5) является обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка. В общем виде оно не разрешается в квадратурах, но для ряда частных задач уравнение (5) значительно упрощается и может быть в отдельных случаях решено в аналитической форме. При этом получаются две произвольные постоянные интегрирования, которые определяются из граничных условий, условия трансверсальности и интегрального условия. Условие трансверсальности опреде-

НТБ ДНУЖТ

ляет угол наклона кривой скольжения в точке выхода ее на поверхность и имеет вид:

$$(U - pV) + (\bar{\bar{y}}^1 - y^1)(U - pV)_{y^1}\Big|_{x=x_н} = 0 \qquad (6)$$

Далее рассматривается вопрос о распределении напряжений в массиве грунта от полезной нагрузки, приводится решение задачи с учетом распределения напряжений по теории упругости. Показано, что при решении ряда практических задач (равномерно распределенная нагрузка, несимметричная нагрузка и др.) можно принимать распределение напряжений по различным упрощенным закономерностям (Мелан, Штерн, Шейдиг и др.). В этом случае распределение напряжений от фундамента происходит в части массива, ограниченной некоторой кривой, названной нами кривой распределения давления, в остальной части массива грунта напряжения от полезной нагрузки отсутствуют. Поэтому при решении задачи интегрирование ведется на двух участках: от x_0 до x_1 (с учетом напряжений от нагрузки и собственного веса) и от x_1 до $x_н$ (с учетом напряжений только от собственного веса вышележащего столба грунта). Появляется еще одно неизвестное — точка с абсциссой x_1, которая находится из условия сопряжения:

$$(U_1 - pV_1) + (\bar{y}^1 - y^1)(U_1 - pV_1)_{y^1}\Big|_{x=x_1-0} = (U_2 - pV_2) + $$
$$+ (\bar{y}^1 - y^1)(U_2 - pV_2)_{y^1}\Big|_{x=x_1+0}$$

где $\bar{y}$ — кривая, разделяющая участки интегрирования.

При решении вариационных задач об устойчивости фундаментов y — вертикальная прямая и условие сопряжения принимает вид:

$$(U_1 - pV_1)_{y^1}\Big|_{x=x_1-0} = (U_2 - pV_2)_{y^1}\Big|_{x=x_1+0}$$

Это значит, что частные производные условия равновесия (1) по первой производной искомой функции $y^1(x)$ бесконечно близко слева и справа от границы участков должны быть равны между собой. Условие сопряжения характеризует кривую скольжения на границе участков: непрерывность, наличие перелома или гладкое сопряжение ветвей кривой $y(x)$.

Разработаны практические приемы решения вариационных задач, обеспечивающие контроль правильности решения,

НТБ ДНУЖТ

основанные на распределении напряжений по Шейдигу. Решение получается в аналитической форме, уравнение кривой скольжения имеет вид:

$$y = a_2x^2 + a_1x + a_0, \qquad (8)$$

а предельная нагрузка для случая как симметричной, так и несимметричной нагрузки определяется по формуле:

$$p = \alpha_2 x_n^2 + \alpha_1 x_n + \alpha_0, \qquad (9)$$

где a_2, a_1, a_0, α_2, α_1 и α_0 — коэффициенты, зависящие от свойств грунта, размеров фундамента и способов загружения. x_n — абсцисса точки выхода кривой скольжения на поверхность находится из граничных условий совместно с интегральным условием. Уравнение (4) — интегральное уравнение — решается графо-аналитическим методом.

Коэффициент запаса при расчете устойчивости оснований по вариационному методу может быть определен двояко: как отношение работ удерживающих и сдвигающих сил и как отношение предельной нагрузки к действующей. При этом закон распределения критической и действующей нагрузки по подошве фундамента остается одним и тем же, чем выполняется необходимое условие подобия при определении запаса прочности. Показано также, что при расчете вариационным методом несущей способности оснований на действие симметричной нагрузки можно учесть образование упругого ядра. При этом величина критической нагрузки возрастает.

В заключение главы приводятся графики, численные при-

Таблица 1

γ т/м³	φ	C т/м²	Ширина фунд. (штампа) м	Начальное относительное заглубление	Теоретическая величина предельного сопротивления основания по: (кг/см²)		Опытная величина пред. сопрот. кг/см² (по Березанцеву)
					Березанцеву	вариационному методу	
1,77	42°	0	0,08	0,10	1,23	1,190	1,25
1,62	38°	0	0,08	0,00	0,50	0,432	0,65
1,75	42; 5	0	0,06	0,07	1,05	1,00	1,31
1,72	41°	0	0,06	0,06	0,72	0,89	1,09
1,80	42°	0	1,80	0,11	29,00	27,65	45,00
1,74	37°	0	1,80	0,00	11,00	11,75	13,20
1,64	36°	0	1,80	0,00	8,00	7,97	12,2
1,72	37°	0	1,80	0,03	10,30	18,04	18,40

НТБ ДНУЖТ

меры и таблицы, позволяющие сравнить результаты, получающиеся при решении конкретных задач при помощи методов Березанцева, Горбунова-Посадова, Терцаги и вариационного исчисления (таблица 1).

Как видно из таблицы, результаты незначительно отличаются друг от друга. Это дает право сделать вывод о том, что вариационный метод в сочетании с принципом возможных работ может быть применен в механике грунтов при решении задач об определении несущей способности оснований.

ГЛАВА III

Расчет несущей способности слоистого основания с применением вариационного метода

Глава посвящена исследованию несущей способности слоистых оснований.

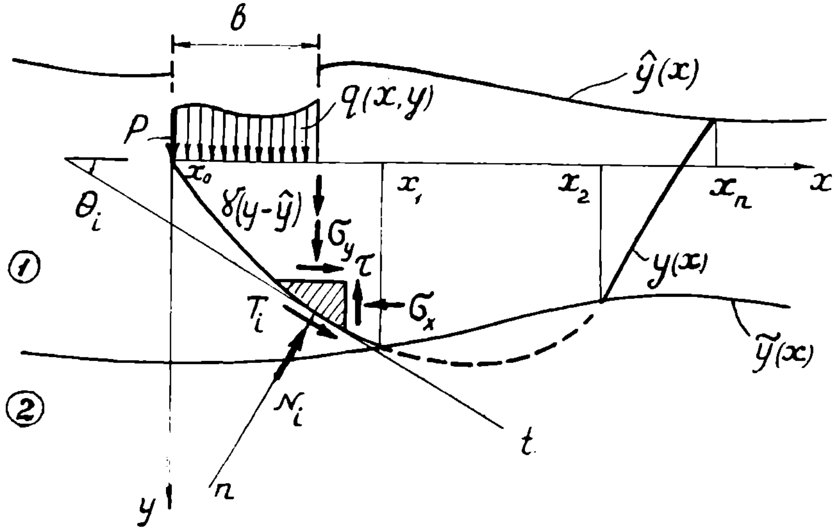

Рис. 2. Расчетная схема для случая двухслойного основания; сплошная линия — линия скольжения, проходящая целиком в первом слое; пунктирная — отрезок линии скольжения во втором слое.

НТБ ДНУЖТ

Принятая расчетная схема показана на рис. 2. Здесь возможны два случая: а) если грунт нижележащего слоя «2» более прочный (например, скала), чем вышележащий «1», то кривая скольжения $y(x)$ на участке $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$ проходит по границе двух слоев и в расчет вводятся характеристики слабого грунта; б) если, наоборот, вышележащий слой грунта подстилается более слабым, то кривая скольжения проходит в обоих слоях и на участке $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$ в расчет вводятся характеристики грунта нижележащего слоя, в остальном расчеты совершенно одинаковы.

В пределах каждого слоя грунт считается однородным, поэтому все предпосылки, принятые при расчете однородного основания, остаются в силе.

Функционал критической нагрузки имеет вид (2), уравнение экстремали (5), интегральное условие (4) и условие трансверсальности (6) в точке с абсциссой x_n применяются в пределах каждого слоя. Однако при решении задачи в случае двухслойного основания появляются дополнительные неизвестные: точка встречи кривой скольжения с границей нижнего слоя (абсцисса x_1) и точка выхода кривой скольжения из нижнего слоя с абсциссой x_2. Дополнительными условиями являются условия равенства ординат кривых $y(x)$ и $\tilde{y}(x)$ в точках x_1 и x_2:

$$y(x_1) = \tilde{y}(x_1); \qquad \tilde{y}(x_2) = y(x_2) \tag{10}$$

В практических расчетах, когда распределение напряжений от фундамента происходит по некоторой кривой, появляется еще одно неизвестное — точка пересечения кривой давления с кривой скольжения. Для ее отыскания используется условие сопряжения (7), которое в случае прохождения кривой скольжения по границе слоев видоизменяется, называется условием включения и имеет вид:

$$(U_1 - pV_1) + (\bar{y}^1 - y^1)(U_1 - pV_1)_{y^1}\Big|_{x=x^1} = (U_2 - pV_2)\Big|_{x=x_1} \tag{11}$$

если $\bar{y}$ — вертикальная прямая, (11) упрощается:

$$(U_1 - pV_1)_{y^1}\Big|_{x=x_1} = 0 \tag{12}$$

Затем подробно рассматривается вопрос о распределении напряжений в двухслойных основаниях. Существующие тео-

НТБ ДНУЖТ

ретические методы определения напряжений (К. Е. Егорова, М. И. Горбунова-Посадова, Файлона, Г. И. Покровского и др.), хотя и могут быть использованы при решении вариационной задачи, однако уравнение экстремали (5) получается очень сложным и может быть решено только численным методом на ЭЦВМ типа «Урал».

На основании результатов К. Е. Егорова предложены практические приемы решения конкретных задач. Уравнение (5) значительно упрощается, может быть легко решено на небольших ЭЦВМ типа «Промінь», а в отдельных случаях решение получается в замкнутой форме, при этом уравнение опасной кривой скольжения и соответствующая ей предельная нагрузка определяются по формулам типа (8) и (9). В заключении главы рассмотрены случаи, имеющие практический интерес, даны их общие решения.

ГЛАВА IV

Решение вариационных задач об устойчивости фундаментов на электронных цифровых машинах и моделирующих установках

В главе приводится решение задачи с применением теории упругости, выполненное на машине Урал-3 для случая однородного основания. Задача является краевой задачей с вариационными граничными условиями; заданием производной в начальной точке задача сводится к задаче Коши. Интегрирование уравнения экстремали производится методом Рунге-Кутта с одновременным решением интегрального условия (по формуле Симпсона или трапеций). Условие сопряжения выполняется автоматически, выполнение интегрального условия и условия трансверсальности достигается путем решения вариантов задачи с различными значениями производной в начальной точке.

Существенный интерес представляет решение задач для двухслойного основания на электронных моделирующих установках. В лаборатории механики грунтов ДИИТа была сконструирована моделирующая установка, имеющая блок нелинейности. С его помощью задача об определении несущей способности двухслойного основания решается легко и быстро: получается значение критической нагрузки и опаснейшая

НТБ ДНУЖТ

кривая скольжения на экране осциллографа. Также приводится анализ полученных решений, дается оценка точности решения на ЭЦВМ, принципиальные схемы даны в приложении.

ГЛАВА V

Экспериментальные исследования. Сопоставление результатов теоретических и экспериментальных исследований

В главе приводится краткий анализ существующих методов экспериментальных исследований, их результаты. Подробно описаны опыты автора, проведенные в лаборатории механики грунтов ДИИТа, даны характеристики приборов, оборудования, методики испытаний, графики испытаний грунтов приведены в приложении. Опыты проводились в лотке с размерами прозрачного экрана 20×45 см, в качестве основания были использованы крупнозернистые и среднезернистые пески, требуемая плотность грунта основания достигалась уплотнением с тщательным контролем последнего.

Штамп размерами 50×225 мм укладывался на различные глубины (величина относительного заглубления от 0 до $1{,}5\frac{h}{в}$), нагрузка передавалась центрально при помощи специальных приспособлений. Результаты экспериментальных исследований автора хорошо согласуются с результатами опытов, проведенных В. Г. Березанцевым в ЛИИЖТе, и состоят в следующем. Разрушение оснований из плотных песков сопровождается выпором грунта на поверхность, в случае рыхлого основания выпора не происходит. В большинстве случаев величины критической нагрузки, полученные опытным и теоретическим путем, близки, при этом величина опытной критической нагрузки, как правило, превосходит теоретическую. По-видимому, это можно объяснить тем, что вводимые в расчет значения сцепления и внутреннего трения, получаемые в результате испытания грунтов на срезном приборе, оказываются несколько ниже, чем в массиве грунта.

НТБ ДНУЖТ

Заключение

Основные результаты работы сводятся к следующему.

1. Определение несущей способности основания сводится к решению вариационной задачи с одним закрепленным и одним подвижным концом.

2. Задача определения минимума критической нагрузки и соответствующей ей опаснейшей кривой скольжения имеет единственное решение.

3. Распределение напряжений в грунте может быть найдено как методами теории упругости, так и по результатам экспериментальных исследований и эмпирическим зависимостям, полученным целым рядом авторов. Наиболее простое и достаточное точное для практических целей решение получается при учете распределения напряжений по Шейдигу и методом трапеций.

4. Очертание опаснейшей кривой скольжения и соответствующая минимальная величина критической нагрузки на основание находятся одновременно, как результат решения одной вариационной задачи.

5. Получено в общем виде решение для любых случаев загружения, очертания свободной поверхности как для сыпучего, так и для связного весомого грунта.

6. Разработаны практические приемы решения основных задач, встречающихся при проектировании сооружений, которые позволяют получить простые формулы и надежные методы контроля правильности решения в общем очень сложной задачи.

7. Впервые получено решение задачи об определении несущей способности двухслойного основания, загруженного как симметричной, так и несимметричной нагрузкой для случаев сыпучего и связного весомого грунта и при различном очертании свободной поверхности.

Для случая двухслойного основания разработаны практические приемы решения задачи, значительно упрощающие расчет.

8. Составлены алгоритм и блок-схемы для выполнения расчетов на электронных цифровых и аналоговых машинах.

9. Результаты решения задачи при помощи вариационного метода находятся в хорошем соответствии с решениями по теории предельного равновесия и лабораторными исследованиями.

НТБ ДНУЖТ

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В РАБОТАХ:

1. Шевченко М. И. Применение вариационного метода к расчету устойчивости оснований. Тезисы докладов XVII научно-технической конференции института, Днепропетровск, 1967.

2. Шевченко М. И. Применение вариационного метода к расчету устойчивости оснований. В сб. ДИИТа «Вопросы геотехники», № 12, Киев, «Будівельник», 1968.

3. Шевченко М. И. О несущей способности основания, загруженного равномерной вертикальной нагрузкой. В сб. ДИИТа «Вопросы геотехники», № 16, Киев, «Будівельник», 1969 (в печати).

НТБ ДНУЖТ

БТ 00577. Подписано к печати 9.X.1969 г.
Бумага 60х84 1/16. 1 п. л. Заказ № 8450. Тираж 200 экз.
Газетное издательство и типография, г. Днепропетровск, Ленинградская, 56.

НТБ ДНУЖТ

Сканировала Камянская Н.А.