

В.В. Скалозуб, М.В. Скалозуб

**МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ПОТОКОВЫХ ЗАДАЧ  
С УЧЕТОМ СПЕЦИАЛИЗАЦИИ НОСИТЕЛЕЙ ПОТОКОВ  
ДЛЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ**

*Аннотация.* Получено обобщение многопродуктовых и многокритериальных моделей потоковых задач в транспортных сетях, которое учитывает дополнительные требования специализации носителей потоков. Учет набора индивидуальных свойств отдельных единиц потоков актуален для задач управления в интеллектуальных транспортных системах, однако приводит к многокритериальным задачам с дополнительными ограничениями. Для реализации предложенных многокритериальных моделей потоковых задач в качестве основной вычислительной модели использованы клеточные автоматы.

*Ключевые слова:* интеллектуальные транспортные системы, математические модели планирования, потоки в сетях, многокритериальность, многопотковость, клеточные автоматы.

### **Введение**

В настоящее время в странах Евросоюза, в России, Украине, как и в большинстве развитых стран мира, все большее внимание уделяется глобальным проблемам транспорта, связанным с необходимостью повышения его безопасности, эффективности и мобильности, уменьшения воздействия транспорта на окружающую среду и ряда других. При этом первостепенное внимание уделяется созданию, использованию и развитию интеллектуальных транспортных систем (ИТС) [1, 2], интегрирующих в себе комплексы достижений с области телекоммуникаций, информационных технологий, методов интеллектуальных систем (ИС), спутниковых технологий позиционирования, географических информационных систем (ГИС). Для создания и эффективной эксплуатации столь сложных систем, как ИТС, необходима более совершенная система математических моделей и методов, обеспечивающих планирование и управление разнородными потоками. Некоторые основные цели и задачи создания железнодорожных

ИТС и соответствующих программ подготовки специалистов для них состоят в следующем:

- ускорить разработку систем управления мультимодальными цепочками, содержащими несколько звеньев, в частности, за счет технологий прослеживаемости грузов; - организация адаптированных к логистике других видов транспорта грузопотоков, учитывая нужды грузоотправителей; - обеспечение менеджеров данными для эффективного технического обслуживания инфраструктуры; - стратегии для разработки планов по промышленным производствам транспортных средств, связанные с производством группы и организации товарных групп; учет индивидуальных требований к перевозкам.

В работе предложено развитие моделей оптимального планирования потоков в транспортных сетях, когда отдельные единицы потока (носители, транспортные средства) различаются своими свойствами. В качестве таких дополнительных свойств носителей потока могут быть следующие: - перемещение носителей по некоторым известным маршрутам, траекториям; - ограничения на возможность совместного движения единиц потока различных типов; - определенные последовательности движения носителей; - различие единиц потока по «праву собственности», что приводит к необходимости учета индивидуальных оценок цели и допустимых перемещений носителей. Известные математические модели задач планирования и управления на основе анализа потоков лишь частично учитывают такие требования. В настоящее время управление потоками с учетом специализации свойств отдельных элементов потоков становится одной из актуальных проблем, для его эффективного решения предполагается использование технологий ИТС. В работе показано, что новый класс математических моделей, учитывающих специфические свойства отдельных перемещаемых элементов, является непосредственным обобщением классических моделей.

#### **Особенности многопродуктовых и многокритериальных моделей задач о потоках в транспортных сетях**

Особенность задач о многопродуктовом потоке состоит в том, что по дугам сети протекает не один, а несколько неоднородных потоков, соответствующих процессам транспортировки различных продуктов. При этом суммарная величина потоков всех продуктов, перемещаемых по дугам, ограничена их пропускной способностью. Задачи

о многопродуктовом потоке могут быть сформулированы как задачи линейного программирования [5]. Обозначим через  $x_{ij}^k$  – поток  $k$ -ого продукта из  $i$ -ого источника в  $j$ -й сток, а  $c_{ij}^k$  – стоимость транспортировки единицы этого продукта. далее пусть  $a_i^k$  и  $b_j^k$  – это предложение узла  $i$  и спрос узла  $j$  для  $k$ -ого продукта, соответственно, обозначим  $u_{ij}$  – пропускная способность дуги  $(i, j)$ . Постановка многопродуктовой транспортной задачи имеет вид:

$$\min \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^k x_{ij}^k, \quad (1)$$

$$\sum_i x_{ij}^k = b_j^k \quad \text{для всех } j, k, \quad (2)$$

$$\sum_j x_{ij}^k = a_i^k \quad \text{для всех } i, k, \quad (3)$$

$$\sum_k x_{ij}^k \leq u_{ij} \quad \text{для всех } i, j, \quad (4)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \quad \text{для всех } i, j, k. \quad (5)$$

Здесь предполагается, что для каждого продукта суммарное предложение равно суммарному спросу, т.е.

$$\sum_i a_i^k = \sum_j b_j^k \quad \text{для всех } k. \quad (6)$$

Многопродуктовые задачи о перевозках могут быть представлены следующей моделью линейного программирования:

$$\min \sum_{k=1}^r \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k, \quad (7)$$

причем

1) если узел  $i$  является источником продукта  $k$ , то

$$\sum_j x_{ij}^k - \sum_j x_{ji}^k = a_i^k, \quad (8)$$

2) если узел  $i$  является промежуточным узлом, то

$$\sum_j x_{ij}^k - \sum_j x_{ji}^k = 0, \quad (9)$$

3) если узел  $j$  является стоком продукта  $k$ , то

$$\sum_i x_{ij}^k - \sum_i x_{ji}^k = -b_j^k, \quad (10)$$

также должны выполняться ограничения: вида

$$\sum_k x_{ij}^k \leq u_{ij} \text{ для всех } (i, j) \in A, \quad (11)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \text{ для всех } k \text{ и } (i, j) \in A \quad (12)$$

Для многопродуктовой модели задачи планирования можно независимо для каждого продукта решить соответствующую транспортную задачу, используя, например, алгоритм дефекта [5].

Модели (1) – (6), (7) – (12) формируют оптимальные планы транспортировки на основе спросов и предложений узлов, по сути, не рассматривая собственно процесс транспортировки, неравенство свойств носителей потоков, неявно предполагая их однородность, эквивалентность. Покажем, что многопродуктовые задачи являются частным случаем задач о потоках со специализацией носителей, когда единицы потока могут различаться, имеют индивидуальные свойства [4]. Укажем основную отличительную особенность потоковых задач со специализацией носителей – это необходимость формирования набора траекторий движения единиц потока, в котором и разыскиваются решения этих задач. Многопродуктовая задача является частным случаем потоковой задачи с индивидуальными свойствами, где индивидуальным свойством выступает качество – «быть продуктом типа  $P$ ». Необходимо указать, что математическая формулировка многопродуктовой задачи (1) – (6) (и ее обобщения (7) – (12)) по сути является одной из моделей компромисса многокритериальных задач оптимального планирования. А именно, если в качестве обобщенной скалярной функции (1) или (7) выступает аддитивная, причем каждый частный критерий  $P_k = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k$  – равнозначен, имеет один и тот

же весовой коэффициент  $\gamma_k$ , например, единица. Разумеется, компромиссная модель содержит все ограничениями в совокупности, а также включает дополнительные ограничения на общую пропускную способность. Простейшим обобщением многопродуктовой постановки, выполненной с позиций учета специализации свойств носителей потока, «право собственности», является модель типа (1) – (6), где частные критерии неравнозначны  $\gamma_k <> \gamma_j$ .  $\sum \gamma_k = 1$ . Кроме того вместо аддитивной модели скаляризации, как (6) и (12), можно использовать другие модели компромиссов [3], например, функцию максимума.

Рассмотрим подробней такое свойство единиц потока, как «право собственности». Считаем, что каждый продукт принадлежит

отдельному собственнику, характеризуется своей функцией цели. При этом в модели типа (1) – (12) первоначально вводится вектор частных целей, отдельных для каждого собственника. Для решения такой теперь уже многокритериальной задачи могут быть использованы различные модели и методы, в том числе и скаляризация, в частности, приводящая к критерию (1). При рассмотрении задачи как многокритериальной, предполагающей формирование компромисса, естественно может быть расширена система ограничений, подобных (4), (11)

$$x_{ij}^k \leq u_{ij}^k, k = \overline{1, m}, \text{ но } \sum_{k=1}^m x_{ij}^k \leq u_{ij} \text{ для всех } (i, j) \in A, \quad (13)$$

где  $m$  - количество различных продуктов.

На допустимую область решения могут быть наложены новые, дополнительные требования. Известен ряд алгоритмов для решения многопродуктовых потоковых задач (алгоритм Ху, метод «агрегирования» и др. [5]). Эти методы не могут быть использованы для потоковых задач со специализацией носителей, при задании для них индивидуальных свойств. Они непосредственно не учитывают дополнительные ограничения типа (13) и др., а также возникающую при определенных условиях многокритериальность, а значит и качественно новый аспект проблемы – компромиссный характер функции цели и решения в целом.

**Использование клеточных автоматов для реализации  
многокритериальных и многопотоковых задач планирования  
перевозок**

Неоднородность элементов модели потоков в сетях с индивидуальными свойствами носителей делает актуальными разработку некоторого общего метода, хотя бы общего подхода к их численной реализации. Это осложняется тем, что индивидуальные свойства носителей потока вводят в модель многочисленные разнородные в математическом и логическом плане условия. Одним из общих методов реализации рассматриваемого класса потоковых задач может быть модель клеточных автоматов, которая позволяет организовать эффективное распараллеливание процессов расчетов характеристик сети. Вычислительная система, организованная в соответствии с архитектурой клеточных автоматов, характеризуется функционированием всех элемен-

тов системы по единому набору правил, позволяет описать свойства системы на основе локальных зависимостей.

Для решения многокритериальной задачи о кратчайшем пути [4] предлагается в качестве первичного элемента модели транспортной сети использовать клеточный автомат. Автомат представлен равномерной сеткой, каждая ячейка которой (клетка) содержит несколько элементов данных; структура сети представлена набором клеточных автоматов. Время в системе – это этапы итерационного процесса, изменяется дискретно, любая клетка модели на каждом шаге вычисляет по единственному набору правил свое новое состояние, используя значения параметров состояний соседних клеток. Таким образом, законы функционирования транспортной системы с учетом всех требований и ограничений выполняются единообразно. Локальный характер модели клеточных автоматов означает требование одновременного изменения всех узлов-клеток на основе значений параметров (состояний) соседних. Развитие процессов в этих моделях идет поэтапно. В качестве клетки был выбран узел транспортной сети. Для каждой вершины известно множество клеток, с которыми она связана (соседние вершины), а также расстояние, «веса дуг», между ними. На каждом этапе любая клетка модели вычисляет свое новое состояние (длину кратчайшего пути) по состояниям «соседних».

В [4] приводится численный пример реализации задачи о нахождении путей «минимального веса» с помощью простого и эффективного клеточно-автоматного алгоритма.

### Выходы

В работе развит подход к моделированию транспортных потоков с учетом индивидуальных свойств их компонентов, отдельных носителей потока, что потребовало обобщения известных моделей потоковых задач. Установлена связь между многопродуктовыми моделями задач и многокритериальными потоковыми задачами, учитывающими различия свойств элементов потоков. В качестве общей вычислительной структуры, обеспечивающей численную реализацию введенных потоковых моделей, предложено использование клеточных автоматов. Новый класс математических моделей может использоваться в интеллектуальных транспортных системах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Intelligent Transport Systems (ITS): an area to be strengthened in the Transport sector. [http://www.unece.org/trans/theme\\_its.html](http://www.unece.org/trans/theme_its.html)
2. Концепция Федерального Закона РФ « Интеллектуальная транспортная система Российской Федерации». <http://www.tpsa.ru/files/Konsepcia%20Intellektualnie%20transportn ie%20systemi.pdf>.
3. Скалозуб В. В Многокритериальные модели задачи анализа транспортных сетей с учетом специализированных свойств носителей потоков / В. В. Скалозуб, Л. А. Паник. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорти. – 2010. №4. – С. 15-21.
4. Скалозуб В. В. Моделирование и анализ потоковых задач с неоднородными носителями /В.В. Скалозуб, Л.А. Паник. Вісник Дніпропетровського національного університета залізничного транспорту. №19. 2009. С. 76 – 83.
5. Филлипс Д. И. Методы анализа сетей / Д. И. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. – М.: Мир, 1984. – 496 с..