

Й. Й. ЛУЧКО (ДІТ), Є. Г. ІВАНІК, В. М. СЕМЕРАК (Львівський національний аграрний університет)

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ПРОЦЕСУ ТЕПЛОУТВОРЕННЯ ПРИ ВЗАЄМОДІЇ КОЛЕСА ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ І РЕЙКИ

В квазістаціонарному наближенні побудовано розв'язок двовимірної задачі теплопровідності для півпростору, який нагрівається по граничній поверхні швидко рухомою зоною тепла. При певних умовах дана задача моделює теплоутворення від тертя у залізничній трибосистемі «колесо-рейка».

Ключові слова: трибосистема «колесо-рейка», двовимірна задача теплопровідності для півпростору, квазістаціонарне наближення

В квазистационарном приближении построено решение двумерной задачи теплопроводности для полупространства, нагреваемое по граничной поверхности быстро движущейся зоной нагрева. При определенных условиях рассматриваемая задача моделирует теплообразование от трения в железнодорожной системе «колесо-рельс».

Ключевые слова: трибосистема «колесо-рельс», двухмерная задача теплопроводности для полупространства, квазистационарное приближение

Temperature fields of components in relative sliding motion of the wheel-rail system can be analysed on the quasistationary approach.

Keywords: wheel-rail tribosystem, 2D heat conduction problem for half-space, quasistationary approach

Постановка проблеми

Основою розрахунків на зносостійкість та зношування елементів тертя залізничних транспортних систем є розв'язання теплових задач тертя.

Теплоутворення від дії сил тертя внаслідок проковзування колеса по рейці призводить до нагрівання контактуючих тіл. Оскільки експериментальний замір температури в системі «колесо-рейка» є технічно складною проблемою, то виникає необхідність кількісної оцінки її величини на основі того чи іншого аналітичного методу.

Аналіз досліджень і публікацій з даної проблематики

Традиційно дослідники проблеми розрахунку теплових процесів, що мають місце в елементах тертя залізничних транспортних засобів, використовують розв'язок двовимірної квазістаціонарної задачі теплопровідності для півпростору по поверхні якого рухається локально-розподілена зона нагріву [1, 2]. Але точний розв'язок такої задачі можливий лише у випадку рівномірно-розподіленого тиску в зоні контакту. Тому актуальною є задача розвитку чисельно-аналітичних схем розрахунку процесів теплоутворення в зоні контакту залізничне ко-

лесо-рейка. Відповідні підходи до вирішення даної проблеми представлено у працях [3, 4].

Постановка завдання

Застосуємо кусково-лінійну апроксимацію [5] контактного тиску, а, отже, інтенсивності фрикційного теплового потоку, в моделюванні взаємодії колеса і рейки, для чого розглянемо круговий циліндр радіуса R (колесо), що котиться з сталою швидкістю V по поверхні півпростору (рейка) і втискується в нього зі сталою силою P . При цьому в ділянці співдотику колеса з рейкою відбувається мікропроковзування з швидкістю V_s [6]. Ковзання супроводжується тепловиділенням, яке у вигляді теплових потоків перерозподіляється між взаємодіючими елементами (колом і рейкою).

Виходимо з того, що: 1) ділянка проковзування є смугою ширини $2a$, малою порівняно з радіусом ковзаючого колеса; 2) $V_s = sV$ ($1\% < s < 2\%$); 3) інтенсивність фрикційного теплового потоку, направлено в рейку, визначається залежністю

$$q(x) = \lambda f V_s p(x), \quad (1)$$

де λ – коефіцієнт розподілу теплових потоків; f – коефіцієнт тертя; $p(x)$ – розподіл контак-

тного тиску; x – декартова координата; на підставі експериментальних даних [3] можна вважати $\lambda = 0,5$; 4) теплообміном з оточуючим середовищем на вільних поверхнях рейки знехтуємо; 5) фізико-механічні властивості матеріалу рейки не залежать від температури; 6) припускаємо, що взаємодія колеса і рейки відбувається в режимі високошвидкісного фрикційного нагріву.

Виклад основного матеріалу досліджень

В квазістаціонарному режимі високошвидкісного фрикційного нагріву ($V \geq 25$ м/с) задача зводиться до знаходження розв'язку рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{V_s}{k} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad |x| < \infty, \quad y > 0 \quad (2)$$

за граничних умов

$$K \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \begin{cases} -q(x), & 0 \leq x \leq 2a, \\ 0, & x \in]-\infty; 0[\cup]2a; \infty[, \end{cases}$$

$$T \rightarrow 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty. \quad (3)$$

У співвідношеннях (2), (3) $T(x, y)$ – температурне поле; K, k – коефіцієнти тепло- і температуропровідності відповідно.

Оскільки у режимі високошвидкісного нагрівання зміною градієнта в напрямку ковзання можна знехтувати, то гранична задача (2), (3) шляхом введення безрозмірних змінних $\xi = \frac{x}{2a}, \quad \eta = \frac{y}{d}$ і параметрів $p^*(\xi) = \frac{p(x)}{p_0}$,

$$p_0 = \frac{P}{2a}, \quad \Lambda = \frac{\lambda f V_s p_0 d}{K}, \quad d = \sqrt{\frac{2ak}{V_s}} \quad \text{зводиться}$$

до вигляду

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} = \frac{\partial T}{\partial \xi}, \quad |\xi| < \infty, \quad \eta > 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = \begin{cases} -\Lambda p^*(\xi), & 0 \leq \xi \leq 1, \\ 0, & \xi \in]-\infty; 0[\cup]1; \infty[, \end{cases}$$

$$T \rightarrow 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \eta} \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Розв'язок граничної задачі, отриманий з використанням інтегрального перетворення Фур'є по змінній ξ , можна подати так:

$$T(\xi, \eta) = \frac{\Lambda}{\sqrt{\pi}} \int_0^b G(\xi - \tau, \eta) p^*(\tau) d\tau, \quad (6)$$

де $G(\xi, \eta) = \frac{1}{\sqrt{\xi}} e^{-\frac{\eta^2}{4\xi}}$ – функція Гріна задачі

$$(4)-(5); \quad b = \begin{cases} 0, & -\infty < \xi < 0, \\ \xi, & 0 \leq \xi \leq 1, \\ 1, & 1 < \xi < \infty. \end{cases}$$

Проміжок інтегрування $[0; b]$ у виразі для температури (6) покриємо рівномірною сіткою:

$$0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_{n-1} < \tau_n = b, \quad \tau_i = i\delta\tau, \quad \delta\tau = \frac{b}{n},$$

$i = 0, 1, 2, \dots, n$. Поставимо у відповідність кожному вузлу τ_i наступну функцію [5]:

$$\varphi_0(\tau) = \begin{cases} (\tau_1 - \tau)/\delta\tau, & \tau \in [\tau_0; \tau_1], \\ 0, & \tau \notin [\tau_0; \tau_1]; \end{cases}$$

$$\varphi_n(\tau) = \begin{cases} (\tau - \tau_{n-1})/\delta\tau, & \tau \in [\tau_{n-1}; \tau_n], \\ 0, & \tau \notin [\tau_{n-1}; \tau_n]; \end{cases}$$

$$\varphi_i(\tau) = \begin{cases} (\tau - \tau_{i-1})/\delta\tau, & \tau \in [\tau_{i-1}; \tau_i], \\ (\tau_{i+1} - \tau)/\delta\tau, & \tau \in [\tau_i; \tau_{i+1}], \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \\ 0, & \tau \notin [\tau_{i-1}; \tau_{i+1}]; \end{cases}$$

Введені функції $\varphi_i(\tau)$ використаємо для наближення контактного тиску $p^*(\tau)$ у такому поданні:

$$p^*(\tau) = \sum_{i=0}^n p_i^* \varphi_i(\tau). \quad (7)$$

У поданні (7) $p_i^* = p^*(\tau_i)$. Рівномірна похибка апроксимації виду (7) з використанням функцій класу $C^2([0; b])$ має порядок $O((\delta\tau)^2)$ [5].

Враховуючи подання (7) вираз (6) для температурного розподілу, як результат фрикційного тепловиділення, матиме вигляд

$$T(\xi, \eta) = \frac{\Lambda}{\delta\tau\sqrt{\pi}} \sum_{i=0}^n p_i^* G_i(\xi, \eta) H(\xi), \quad (8)$$

$$G_0(\xi, \eta) = \tau_1 G_1^{(0)}(\xi, \eta) - G_1^{(1)}(\xi, \eta),$$

$$\begin{aligned}
G_i(\xi, \eta) &= G_i^{(1)}(\xi, \eta) - \tau_{i-1} G_i^{(0)}(\xi, \eta) + \\
&+ \tau_{i+1} G_{i+1}^{(0)}(\xi, \eta) - G_{i+1}^{(1)}(\xi, \eta), \quad i = 1, 2, \dots, n-1; \\
G_n(\xi, \eta) &= G_n^{(1)}(\xi, \eta) - \tau_{n-1} G_n^{(0)}(\xi, \eta), \\
G_i^{(0)}(\xi, \eta) &= -2\sqrt{\xi - \tau_i} e^{-\frac{\eta^2}{4(\xi - \tau_i)}} + \\
&+ 2\sqrt{\xi - \tau_{i-1}} e^{-\frac{\eta^2}{4(\xi - \tau_{i-1})}} - \\
&- \eta\sqrt{\pi} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\xi - \tau_i}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\xi - \tau_{i-1}}}\right) \right], \\
G_i^{(1)}(\xi, \eta) &= \frac{2}{3}(\xi - \tau_i)^{3/2} e^{-\frac{\eta^2}{4(\xi - \tau_i)}} - \\
&- \frac{2}{3}(\xi - \tau_{i-1})^{3/2} e^{-\frac{\eta^2}{4(\xi - \tau_{i-1})}} + \left(\frac{\eta^2}{6} + \xi \right) G_i^{(0)}(\xi, \eta),
\end{aligned}$$

$H(\xi)$ – функція Гевісайда [7]; $\operatorname{erf}(\cdot)$ – функція помилок Гаусса.

Для повного вирішення питання щодо знаходження поля температур, яке розвивається внаслідок взаємодії елементів залізничної пари, необхідно знати інтенсивність фрикційного теплового потоку (1), яка *a priori* невідома. Використаємо з цією метою розв'язок плоскої контактної задачі для півпростору, по поверхні якого рівномірно ковзає параболічний штамп [8]. Тоді, за умови повного проникнення тепла в нерухоме тіло, матимемо залежності

$$\begin{aligned}
p^*(\tau) &= \frac{\sin \pi \alpha}{\pi \alpha \beta} \tau^\alpha (1 - \tau)^\beta, \quad 0 \leq \tau \leq 1, \\
\beta &= 1 - \alpha, \quad 0 < \alpha, \beta < 1,
\end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{причому } \alpha = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{f|B - A|} \right);$$

$$B = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}; \quad A = \frac{2\delta_* k \mu}{1 - \mu}; \quad \delta_* = \frac{\alpha_t(1 + \nu)}{K};$$

α_t – коефіцієнт лінійного розширення; μ – модуль зсуву; ν – коефіцієнт Пуассона.

Тоді півширину ділянки контакту можна визначити на основі залежності $a = \sqrt{\frac{PR(1 - \nu)}{2\pi\mu\alpha\beta}}$.

Параметр A , який входить у вираз (9) для контактної тиску, характеризує вплив фрикційного нагрівання на розподіл контактної тиску. Як часткові випадки для різних значень A , f , отримуються розв'язки відповідних задач: якщо $A = 0$, то це відповідає плоскій задачі теорії пружності для півпростору, на граничній поверхні якого діють дотичні напруження, пов'язані з нормальними згідно закону Амонтона; у випадку $f = 0$ або $A = B$ приходимо до еліптичного розподілу контактної тиску двовимірного аналога класичної задачі Герца [6].

Числовий розрахунок на основі алгоритму, визначеного залежностями (8)-(9), здійснювався виходячи з критерію, що кількість доданків n у формулі (9) вибирається з умови досягнення відносної похибки обчислень, що не перевищує 1 %.

Числові дослідження виконано для пари тертя «колесо-рейка» за таких параметрів, наведених в роботі [9]: $R = 0,5$ м; $P = 10$ МПа/м; $V = 75$ м/с; $\mu = 80,8$ ГПа; $\nu = 0,3$; $K = 41$ Вт/м·К; $k = 9,1 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $\alpha_t = 10^{-5}$ К⁻¹.

На рис. 1 показано вплив коефіцієнта проковзування s на розподіл поверхневої температури (рівень температури на поверхні рейки). Розрахунки за формулою (9) при фіксованому значенні коефіцієнта тертя $f = 0,3$ дали такі результати: $A = 0,666$; $a = 5,3$ мм; $p_0 = 0,95$ ГПа; $\alpha = 0,464$; $\beta = 0,536$. Встановлено, що максимальна температура $T_{\max}$ досягається всередині ділянки контакту в точці з координатою $x_{\max} = 7,69$ мм і рівна 70 °С; 221 °С; 313 °С для $s = 0,1\%$; $s = 1\%$; $s = 2\%$ відповідно.

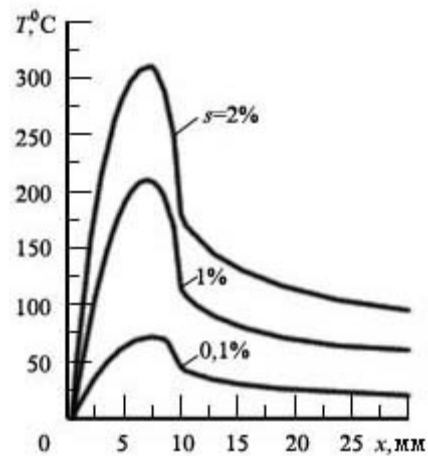


Рис. 1. Розподіл максимальної температури вздовж напрямку руху для різних значень коефіцієнта проковзування

В табл. 1 містяться результати чисельного розрахунку температури для трьох різних характерних значень коефіцієнта тертя (I – $f = 0,1$; II – $f = 0,3$; III – $f = 0,6$).

Таблиця 1

Результати чисельного розрахунку температури для $s = 1\%$			
Параметри	I	II	III
f	0,1	0,3	0,6
α	0,488	0,464	0,428
β	0,511	0,536	0,572
a (мм)	5,25	5,27	5,31
d (мм)	0,35	0,35	0,35
$x_{\max}$ (мм)	7,77	7,69	7,53
$T_{\max}$ (°C)	74	221	438

Зокрема, для $f = 0,1$ (розподіл тиску, близький до еліптичного) максимальна температура $T_{\max} = 74^\circ\text{C}$ досягається на відстані $x = 7,77$ мм від точки входу колеса в контакт з рейкою; для $f = 0,3$ (типове значення коефіцієнта тертя) температурний максимум складає $T_{\max} = 221^\circ\text{C}$ і має місце в точці $x = 7,69$ мм; для $f = 0,6$ (сильне тертя, характерне для важко навантажених умов експлуатації) маємо $T_{\max} = 438^\circ\text{C}$ в точці $x = 7,53$ мм.

Можна також відзначити, що температурне поле, яке виникає в рейці в ході проходження рухомого складу, характеризується високими градієнтами не лише у поздовжньому (в напрямі руху), але і в поперечному напрямі. Високі температурні градієнти мають місце в тонкій приповерхневій смугі поблизу зони контакту колеса з рейкою. Вже на глибині 1 мм температура практично зникає.

Варто звернути увагу, що параметр d має фізичний смисл глибини теплового проникнення, яка є важливою величиною при постановці нестационарної задачі. В розглядуваному випадку $d = 0,35$, тобто температура в рейці є достатньо значною в межах $y = 3d$ в околі ділянки нагрівання.

Висновки

З використанням апроксимаційних властивостей кусково-лінійних функцій розроблено методику побудови розв'язку квазістационарної

теплової задачі тертя, яка моделює роботу трибопари «рейка-колесо» в експлуатаційних умовах. Вивчено вплив коефіцієнтів тертя і проковзування на максимальний рівень температури, що наводиться в рейці після проходження залізничного состава. Встановлено, що максимальні температури не перевищують рівня $350...400^\circ\text{C}$, що значно менше за температуру початку мартенситних перетворень, яка для типових матеріалів, з яких виготовлюються рейки, складає 600°C .

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Ling, F. F. Surface displacement of a convective elastic half-space under arbitrary distributed fast-moving heat source [Text] / F. F. Ling, V. C. Mow // Trans. ASME. J. Basic. Eng. – 1965. – V. 97. – P. 729-734.
2. Ling, F. F. Temperature distribution in semi-infinite solid under a fast-moving arbitrary heat source [Text] / F. F. Ling, C. C. Yang // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1971. – V. 14, No. 1. – P. 199-206.
3. Knothe, K. Direct covariance analysis for the calculation of creep-pages and creep-forces for various bodies on straight track with random irregularities [Text] / K. Knothe, S. Stichel // Vehicle System Dynamics. – 1993. – V. 22. – P. 237-251.
4. Knothe, K. Direct covariance analysis for the calculation of creep-pages and creep-forces for various bodies on straight track with random irregularities [Text] / K. Knothe, S. Liebelt // Wear. – 1995. – V. 189, No. 1-2. – P. 91-99.
5. Марчук, Г. И. Введение в проекционно-сеточные методы [Текст] / Г. И. Марчук, В. И. Агошков. – М.: Наука, 1981. – 416 с.
6. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия [Текст] / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 509 с.
7. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров [Текст] / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1975. – 831 с.
8. Hill, D. A. The state of stress induced by cylindrical sliding contact with frictional heating [Text] / D. A. Hill, D. Noveell, A. Sackfield // Int. J. Mech. Sci. – 1990. – V. 32. – P. 767-778.
9. Расчет, испытание и подбор фрикционных пар [Текст] / А. В. Чичинадзе [и др.]. – М.: Наука, 1979. – 267 с.

Надійшла до редколегії 12.05.2010.

Прийнята до друку 27.05.2010.