



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Дніпропетровський національний університет
залізничного транспорту імені академіка
В. Лазаряна

Кафедра «Вища математика»



Методи розв'язання задач вищої математики в пакеті *MARLE*

Навчальний посібник
Електронне видання

Дніпро

2019

Автори:

*Бусарова Тетяна Миколаївна
Гришечкіна Тетяна Сергіївна
Звонарьова Ольга Віталіївна
Кузнєцов Віталій Миколайович*

Рецензенти:

д-р техн. наук, проф. *В. І. Корсун*
(НТУ «Дніпровська політехніка»)
д-р фіз.-мат. наук, проф. *С. О. Пічугов*
(ДНУЗТ ім. акад. В. Лазаряна)

Рекомендовано
вченою радою університету як навчальний посібник
(*протокол № 11 від 27.05.2019*)
Зареєстровано НМВ ДНУЗТ
(*реєстр. № 411/19-11 від 29.05.2019*)

Посібник спрямований на поглиблене вивчення типових задач вищої математики в середовищі Maple і містить теоретичний матеріал, приклади, задачі базового та підвищеного рівня для самостійного розв'язку.

Призначений для студентів усіх форм навчання.

Іл. 9. Табл. 41. Бібліограф.: 5 назв.

Редактор О. О. Котова

Комп'ютерна верстка

Видавець і виготовлювач електронного видання

Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту
імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1315 від 31.03.2003

ISBN

©Бусарова Т. М. та ін., 2019

Зміст

ВСТУП	7
1. ОСНОВИ MAPLE	8
1.1. Режими роботи в середовищі Maple	8
1.2. Початок роботи в середовищі Maple.....	9
1.3. Інтерфейс Maple.....	9
1.3.1. Основна панель інструментів	10
1.3.2. Контекстна панель інструментів	10
1.3.3. Робоча область (робоче поле)	11
1.4. Уведення виразів. Найпростіші обчислення в Maple	11
1.5. Стандартні функції та константи. Синтаксис мови Maple. Способи задання функцій	13
1.6. Команди та бібліотеки Maple	16
1.6.1. Команди Maple.....	16
1.6.2. Бібліотеки Maple	20
1.7. Побудова графіків у Maple	21
1.8. Елементи програмування в Maple.....	26
1.8.1. Умовний оператор <i>if</i>	26
1.8.2. Оператори циклу.....	27
1.8.3. Процедури.....	28
2. КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА	29
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	33
Приклади для самостійного розв'язання. Підвищений рівень складності	33
3. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА	35
3.1. Способи задання матриць.....	36
3.2. Обчислення визначника матриці.....	37
3.3. Дії над матрицями.....	37
3.4. Знаходження транспонованої та оберненої матриць	38
3.5. Приведення матриці до ступінчастого виду	39
3.6. Знаходження рангу матриці	40
3.7. Розв'язання системи алгебраїчних рівнянь матричним методом.....	40
3.8. Розв'язання системи алгебраїчних рівнянь методом Гаусса	41
3.9. Характеристичні числа та власні вектори.....	42
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	42
Приклади для самостійного розв'язання. Підвищений рівень складності	44
4. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА	47
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	51
Приклади для самостійного розв'язання. Підвищений рівень складності	52
5. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ	53
5.1. Пряма на площині.....	55
5.1.1. Задання точки, відрізка, їх графічне зображення. Обчислення відстані між точками.....	55
5.1.2. Трикутник, знаходження його периметра.....	56
5.1.3. Пряма, яка проходить через дві точки	57
5.1.4. Пряма, яка проходить через точку перпендикулярно (паралельно) заданій прямій.....	58
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	59
Приклади для самостійного розв'язання. Підвищений рівень складності	60
5.2. Криві II порядку.....	61
5.2.1. Коло	61
5.2.2. Еліпс	62
5.2.3. Гіпербола	63
5.2.4. Парабола	64
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	65
Приклади для самостійного розв'язання. Підвищений рівень складності	66
5.3. Аналітична геометрія в просторі.....	67

5.3.1. Задання точки, площини, їх графічне зображення. Обчислення відстані від точки до площини.....	68
5.3.2. Знаходження точки перетину прямої й площини.....	68
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	69
Приклади для самостійного розв'язання. Підвищений рівень складності.	69
6. ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ	70
6.1. Обчислення границь	70
6.1.1. Обчислення границь за допомогою шаблонів з панелі Expression.....	70
6.1.2. Обчислення границь за допомогою команд	71
6.1.3. Обчислення односторонніх границь	71
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	72
Приклади для самостійного розв'язання. Підвищений рівень складності	72
6.2. Дослідження функції на неперервність.....	73
6.2.1. Задання функції виду $f(x) = \begin{cases} f_1(x), & x < a \\ f_2(x), & x \geq a \end{cases}$	73
6.2.2. Дослідження на неперервність	74
6.2.3. Пошук точок розриву функції	74
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	76
7. ОБЧИСЛЕННЯ ПОХІДНИХ	78
7.1. Обчислення похідної	78
7.2. Обчислення похідної в точці.....	79
7.3. Обчислення похідної функції, заданої неявно	80
7.4. Диференціювання функцій, заданих у параметричному вигляді	80
7.5. Знаходження похідних вищих порядків.....	82
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	82
8. РІВНЯННЯ ДОТИЧНОЇ ТА НОРМАЛІ ДО КРИВОЇ.....	84
8.1. Знаходження дотичної до кривої в точці	84
8.2. Знаходження нормалі до кривої в точці.....	85
8.3. Знаходження дотичної та нормалі до кривої, заданої неявно	86
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	87
Приклади для самостійного розв'язання. Підвищений рівень складності	87
9. ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЇ	89
9.1. Інтервали зростання та спадання функції в її області визначення	91
9.2. Дослідження функції на екстремум	94
9.3. Інтервали опуклості та угнутості функції.....	95
9.4. Точки перегину графіка функції	98
9.5. Асимптоти функції	99
9.6. Найбільше та найменше значення функції на проміжку	100
9.7. Побудова графіка функції	100
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	103
10. НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ	105
10.1. Обчислення невизначеного інтеграла	105
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	106
11. ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ	107
11.1. Обчислення визначеного інтеграла.....	107
11.2. Обчислення невластного інтеграла.....	108
11.3. Геометричні застосування визначеного інтеграла.....	109
11.3.1. Обчислення площ плоских фігур у декартовій системі координат	110
11.3.2. Обчислення площ плоских фігур у полярній системі координат.....	111
11.3.3. Знаходження довжини дуги кривої	112
11.3.4. Знаходження об'єму тіла обертання	115
11.3.5. Знаходження площі поверхні обертання.....	116
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	117
12. ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ.....	119

12.1. Частинні похідні функції двох змінних	119
12.2. Екстремум функції двох змінних	125
12.3. Похідна за напрямом і градієнт функцій багатьох змінних	128
12.4. Рівняння дотичної площини до поверхні $F(x, y, z) = 0$ у точці $M_0(x_0; y_0; z_0)$	131
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	132
13. ЗВИЧАЙНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ.....	134
13.1. Звичайні диференціальні рівняння I порядку	135
13.1.1. Знаходження загального розв'язку.....	135
13.1.2. Знаходження частинного розв'язку (задача Коші)	137
13.1.3. Визначення типів диференціальних рівнянь I порядку.....	138
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	139
13.2. Диференціальні рівняння вищих порядків.....	140
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	143
13.3. Системи диференціальних рівнянь	144
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	145
14. РЯДИ.....	147
14.1. Знаходження вказаного члена ряду та суми ряду	147
14.2. Дослідження ряду на збіжність	149
14.2.1. Необхідна ознака збіжності	149
14.2.2. Ознака Даламбера.....	151
14.2.3. Радикальна ознака Коші.....	152
14.2.4. Інтегральна ознака Коші.....	154
14.2.5. Ознака Лейбніца.....	154
14.3. Абсолютна та умовна збіжності	156
14.4. Степеневі ряди	157
14.4.1. Радіус збіжності	158
14.4.2. Інтервал збіжності	159
14.5. Розкладання функцій у степеневі ряди	160
14.6. Наближені обчислення за допомогою рядів	161
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	165
Приклади для самостійного розв'язання. Підвищений рівень складності	166
15. ПОДВІЙНИЙ ІНТЕГРАЛ	168
15.1. Обчислення повторного інтеграла	169
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	170
15.2. Обчислення подвійного інтеграла.....	170
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	172
15.3. Обчислення подвійного інтеграла в полярній системі координат	172
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	174
15.4. Обчислення площі області за допомогою подвійного інтеграла.....	174
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	176
15.5. Обчислення об'єму тіла за допомогою подвійного інтеграла.....	176
Приклад для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності.....	177
15.6. Механічне застосування подвійного інтеграла.....	177
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	179
16. КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ	181
16.1. Обчислення криволінійного інтеграла	182
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	185
16.2. Формула Гріна	186
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	187
17. РЯДИ ФУР'Є.....	189
18. ЕЛЕМЕНТИ ОПЕРАЦІЙНОГО ЧИСЛЕННЯ	191
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	193
19. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПОЛЯ	195
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	197
20. РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ.....	199

20.1. Коливання скінченної струни. Метод Фур'є	199
20.2. Коливання нескінченної струни. Метод Даламбера	202
Приклади для самостійного розв'язання. Базовий рівень складності	203
ДОДАТКИ	206
Додаток 1	206
Лапки в Maple	206
Додаток 2	207
Пакет лінійної алгебри LinearAlgebra	207
Додаток 3	210
ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ. НАБЛИЖЕНЕ ОБЧИСЛЕННЯ ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ	210
Додаток 4	218
ЕЛЕМЕНТИ ПРОГРАМУВАННЯ В MAPLE	218
Д.4.1. Оператор вибору	218
Д.4.2. Оператор циклу	220
Д.4.3. Процедури	221
Бібліографічний список	222