

Відношення між опорами коченню та верченню в упорних підшипниках

Постановка проблеми. Для розрахунку моменту опору обертанню в кранах, де колонна спирається на упорний шарикопідшипник, застосовується формула [1]

$$M = \frac{1}{2} \cdot V \cdot f \cdot d, \quad (1)$$

де V – навантаження на підшипник; d – діаметр цапфи; f – коефіцієнт тертя підшипника, який наводиться в довідковій літературі.

Звичайно, що f включає в собі як складову опору коченню шариків по кільцях, так і верчення куль навколо осі перпендикулярній кільцям. Співвідношення між ними не наводиться в довідковій літературі, а оскільки витрати на верчення залежать від коефіцієнта тертя ковзання μ , а на кочення – від коефіцієнта тертя кочення k , тоді при їх відомих величинах можна буде визначитися в якому напрямку вести конструкторські розробки: більшу увагу приділяти зменшенню k чи μ .

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вся складність у розподілі загального опору коченню кулі полягає у тому, що відсутня аналітична залежність для визначення опору коченню.

У 1875 році О. Рейнольдс [2] довів, що головним джерелом опору коченню є ковзання в місці контакту. Хоч переконливих доказів теорія і не має, бо ще не була відкрита Герцем [3] його теорія контактних деформацій, ми вважаємо, що це була одна із дорогих помилок, допущених вченим. Оскільки причина опору коченню є тертя ковзання, то кількість мастил для підшипників кочення підраховувалась так, як і для підшипників ковзання. І скільки було витрачено зайвих мастил підрахувати важко.

Тільки в 1955 році Д.Табор [4] експериментально довів, що на ковзання при коченні припадає тільки незначна частина опору коченню. Ним же була запропонована й аналітична залежність для визначення коефіцієнта тертя кочення, але наявність у формулі коефіцієнта гістерезисних витрат, який невідомо як визначити, звело нанівець її практичне застосування.

Ціль досліджень. За допомогою аналітичної залежності для визначення коефіцієнта тертя кочення [5], яка отримує тільки загальноприйняті механічні константи контактуючих тіл та їх геометричні розміри, маючи з теорії контактних деформацій Герца розміри плями контакту розділити опори на верчення і кочення шариків та роликів в опорному вузлі колони.

Матеріал досліджень. Якщо радіус кочення куль у плані R_0 , а радіус куля R_1 , то довжина лінії, по якій куля буде котитись, складе $L_{кч} = 2 \cdot \pi \cdot R_0$, а кут повороту кулі на цій довжині буде $\alpha = 2 \cdot \pi$.

Будемо вважати, що сила тертя верченню залежить від схеми дотику, але не залежить від швидкості. Прийmemo також, що величина навантаження

максимально завантаженої кульки або ролика така, що контактні напруження не перевищують допустимих $[\sigma]$.

Розглянемо дві схеми дотику куль при умові, що модулі пружності матеріалів куль і кілець однакові, тобто $E_1=E_2=E$, а коефіцієнти Пуассона $\mu_1=\mu_2=0,3$.

1.Схема дотику шарик – площина.

Максимальна сила, яка може бути прикладена до однієї кульки визначиться з відомої формули [6] теорії контактних напружень Герца

$$[P] = \frac{17,12 \cdot R_1^2 \cdot [\sigma]^3}{E^2}. \quad (2)$$

У [6] доведено, що чисельна величина коефіцієнта тертя кочення може бути, як і в [4], подана через півширину плями контакту та коефіцієнт гістерезисних витрат, який залежить від радіуса тіла кочення, в даному випадку кулі.

Оскільки півширина плями контакту для цієї схеми дотику

$$b = 0,5545 \cdot \left(\frac{[P] \cdot R_1}{E} \right)^{\frac{1}{3}} = 1,43 \cdot \frac{R_1 \cdot [\sigma]}{E}, \quad (3)$$

то з урахуванням того, що при точковому контакті коефіцієнт тертя кочення

$$k = 0,16 \cdot b \cdot \exp(0,2 \cdot R_1), \quad (4)$$

де R_1 – в метрах, отримуємо

$$k = \frac{0,2286 \cdot R_1 \cdot [\sigma]}{E} \cdot \exp(0,2 \cdot R_1). \quad (5)$$

Відзначимо, що якщо порівняти формулу (4) з аналогічною формулою отриманою Табором, то легко помітити, що коефіцієнт гістерезисних витрат позначається в формулі (4) експонентою.

Якщо прийняти розподіл тиску між кулею і площиною по параболі, то рівнодіюча сила, яка протидіє верченню кулі, буде прикладена на відстані $\frac{3}{8}$ від півширини плями контакту. Тепер величина зусилля, яке необхідне подолати на верчення куля складе

$$W_{BЧ} = \frac{3 \cdot [P] \cdot \mu \cdot b}{4 \cdot R_1} = 18,36 \cdot \frac{R_1^2 \cdot \mu \cdot [\sigma]^4}{E^3}. \quad (6)$$

Сума опорів

$$W = W_{KЧ} + W_{BЧ} = \frac{7,82 \cdot R_1^2 \cdot [\sigma]^4}{E^3} \cdot (e^{0,2 \cdot R_1} + 2,35 \cdot \mu). \quad (7)$$

З цієї формули отримано, що зусилля на подолання опору верченню при змащенні підшипника у ванні з маслом сягає біля 10% від зусилля кочення, а при густих мастилах ця величина сягає приблизно половини від кочення.

2.Розглянемо більш реальну схему упорного шарикового підшипника з біговою доріжкою радіусом $R_2 = 1,03 \cdot R_1$.

У цьому випадку максимальна величина сили

$$[P] = \frac{68 \cdot R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot [\sigma]^3}{n_p^3 \cdot E^2 \cdot (2 \cdot R_2 - R_1)^2}, \quad (8)$$

де n_p – коефіцієнт, який залежить від відношення коефіцієнтів рівняння еліпса дотику.

Розміри площини контакту

$$a = \frac{5,7 \cdot n_a}{n_p} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot [\sigma]}{E \cdot (2 \cdot R_2 - R_1)}, \quad (9)$$

$$b = \frac{5,7 \cdot n_b}{n_p} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot [\sigma]}{E \cdot (2 \cdot R_2 - R_1)}, \quad (10)$$

де n_a, n_b – коефіцієнти, які залежать від тих же параметрів, що і n_p .

Оскільки величина a та b мають різні значення, то знайдемо середню величину прикладання сили опору верченню. Радіус рівнозначною за площею еліпсу з осями a та b кола складає $\rho = \sqrt{a \cdot b}$. Узявши ту ж величину $\frac{3}{8}$ від уже ρ , отримуємо, що у цьому випадку величина опору верченню складає для двох кілець

$$W_{BЧ} = \frac{3 \cdot [P] \cdot \mu}{4 \cdot R_1} \cdot \sqrt{a \cdot b} = 291 \cdot \frac{R_1^2 \cdot R_2^3 \cdot [\sigma^4] \cdot \mu}{n_p^4 \cdot E^3 (2 \cdot R_2 - R_1)^3} \cdot \sqrt{n_a \cdot n_b}. \quad (11)$$

Опір коченню у цьому випадку

$$W_{KЧ} = \frac{124 \cdot n_b}{n_p^4} \cdot \frac{R_1^2 \cdot R_2^3 \cdot [\sigma]^4}{E^3 \cdot (2 \cdot R_2 - R_1)^3} \cdot e^{0,2 \cdot R_1}. \quad (12)$$

Загальне зусилля опору кулі

$$W = W_{KЧ} + W_{BЧ} = \frac{124 \cdot n_b \cdot R_1^2 \cdot R_2^3 \cdot [\sigma]^4}{n_p^4 \cdot E^3 \cdot (2 \cdot R_2 - R_1)^3} \cdot (e^{0,2 \cdot R_1} + 2,34 \cdot \mu \cdot \sqrt{\frac{n_a}{n_b}}). \quad (13)$$

Оскільки коефіцієнти рівняння еліпса дотику $A/B = (1/R_1 - 1/1,03 \cdot R_1)/R_1 = 0,029$, то $n_a = 3,9$; $n_b = 0,4$; $n_p = 0,6$ і вираз у дужках формули (13) має вигляд $(e^{0,2 \cdot R_1} + 7,3 \cdot \mu)$.

Відсоткова залежність опорів коченню та верченню показана на рис.1.

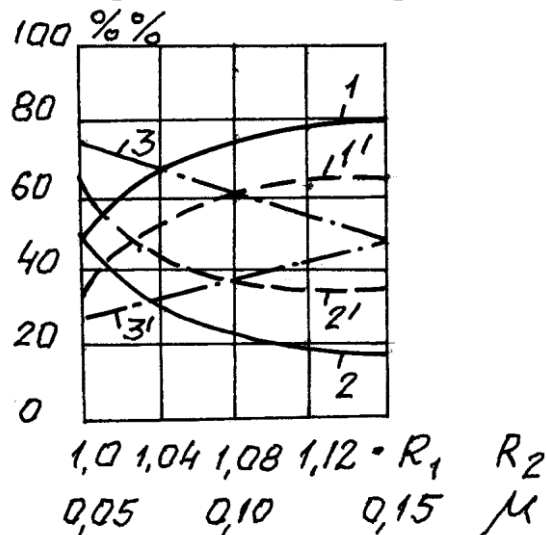


Рис.1. Відсоткова залежність опорів коченню та верченню: 1,2 – від радіуса жолоба при коефіцієнті тертя $f=0,05$ (кочення і верчення відповідно); 1', 2' – те ж при $f=0,15$; 3, 3' – від коефіцієнта тертя ковзання при $R_2=1,04R_1$ (кочення та верчення відповідно).

3.Схема дотику циліндр – площина.

Максимальна сила, яка може бути прикладена до одного циліндра (ролика)

$$[P] = \frac{5,72 \cdot B \cdot R_1 \cdot [\sigma]^2}{E}, \quad (14)$$

де B – довжина циліндра (ролика).

Коефіцієнт тертя кочення при початковому лінійному контакті визначається із виразу:

$$k = 0,225 \cdot b \cdot \exp(-1,2 \cdot R_1). \quad (15)$$

Оскільки при цій схемі дотику

$$b = 1,526 \cdot \left(\frac{P \cdot R_1}{B \cdot E} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

то

$$k = 0,343 \cdot \sqrt{\frac{P \cdot R_1}{B \cdot E}} \cdot e^{-1,2 \cdot R_1}. \quad (17)$$

Опір коченню ролика

$$W_{KЧ} = 1,96 \cdot \frac{B \cdot \sigma^2 \cdot (P \cdot R_1 / B \cdot E)^{1/2}}{E}. \quad (18)$$

Шлях ковзання ролика при одному оберті для двох площин складає

$$L_{КЗ} = \frac{8 \cdot \pi \cdot B}{3}. \quad (19)$$

Опір ковзанню ролика

$$W_{КЗ} = \frac{5,72 \cdot B \cdot R_1 \cdot \mu \cdot [\sigma]^2}{E}. \quad (20)$$

Робота сил кочення та ковзання

$$A_{KЧ} + A_{КЗ} = \frac{9,375 \cdot \pi \cdot R_0 \cdot B \cdot R_1 [\sigma]^3}{E^2} \cdot e^{-1,2 \cdot R_1} + 15,25 \cdot \frac{B^2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot \mu \cdot [\sigma]^2}{E} = \frac{15,25 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot B^2 \cdot [\sigma]^2}{E} + \frac{0,615 \cdot R_0 \cdot [\sigma]}{B \cdot E} \cdot e^{-1,2 \cdot R_1}. \quad (21)$$

При $[\sigma]=600\text{МПа}$; $B=R_1=12\text{мм}$; $R_0=1\text{м}$; $E=2,1 \cdot 10^5\text{МПа}$ робота ковзання складає 3,4% від роботи кочення при $\mu=0,05$ і 10,2% при $\mu=0,15$.

Відзначимо, що таке ж співвідношення і при конічних роликах.

Аналіз отриманих формул та графіків на рис.1 дозволяє зробити такі висновки та пропозиції:

- при реальному коефіцієнті тертя ковзання між кулею та поверхнею кочення з канавкою на опір ковзанню при верченні кулі припадає біля 30% від кочення;

- у роликових опорно–поворотних пристроях біля 10% припадає на ковзання при реальних умовах змащення;

- при проектуванні опорних вузлів кочення однакову увагу треба звертати як на зменшення опору коченню, так і верченню тіл кочення.

Література

1. Справочник по кранам: в 2т. Т.2/Александров М.П., Гохберг М.М., Ковин А.А. и др. – Л.: Машиностроение, 1988. – 559с.
2. Reynolds O. On rolling friction. Philos. Trans. Of the Roy. Soc. Of London. Vol. 166, 1876. – 166p.
3. Hertz H. Uber die Berührung fester elastischer Korper. Zournal fur reine und angewandte. Mathematik, 1881, Bd 92, H2. – S. 156-171.
4. Tabor D. The mechanism of rolling friction: the elastic range. Proc. Roy. Soc. Se. A. Vol. 229, 1955. P. 198-211.
5. Бондаренко Л.М., Довбня М.П., Ловейкін В.С. Деформаційні опори в машинах. – Дніпропетровськ: Дніпро – VAL, 2002. – 200с.
6. Справочник по сопротивлению материалов/ Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. – Киев: Наук. Думка, 1988. – 736с.