

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ СССР
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
имени М.И.КАЛИНИНА

На правах рукописи

Т и щ е н к о Алла Васильевна

НЕЛИНЕЙНЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ
 ГИБКИХ АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИН
 И ОБОЛОЧЕК

01.02.03 - строительная механика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Днепропетровск
1978

**Работа выполнена в Днепропетровском
институте инженеров железнодорожного транс-
порта имени М.И.Калинина**

**Научный руководитель - заслуженный
деятель науки УССР, доктор технических наук, профессор
Н.Г.Бондарь.**

**Официальные оппоненты - доктор технических наук, про-
фессор А.Б.Моргаевский, доктор технических наук, старший
научный сотрудник Л.И.Маневич.**

**Ведущее предприятие - Днепропетровс-
кое отделение института механики АН УССР.**

**Защита диссертации состоится - 2 - ноября 1978г.
в 14 на заседании специализированного Совета
K114.07.02 по строительной механике в Днепропетровском инсти-
туте инженеров железнодорожного транспорта имени М.И.Кали-
нина.**

**С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.
Автореферат разослан «20» сентября 1978г. Отзывы на
автореферат в двух экземплярах, заверенных печатью Вашего
учреждения просим направлять по адресу:
320629, ГСП, г. Днепропетровск, 10, ул. Университетская, 2
Ученому секретарю специализированного Совета K114.07.02**

Ученый секретарь
специализированного Совета,
кандидат технических наук,
доцент

Ю.А.Радзиховский

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

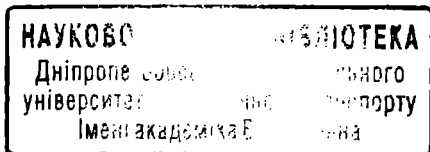
Актуальность работы. Развитие современной техники привело к созданию материалов и конструкций, которые по своим свойствам, эффективности и качеству превосходят предшествующие. В последнее время широкое применение находят композиционные материалы в строительстве, транспорте, судостроении, авиа- и ракетостроении.

В "Основных направлениях развития народного хозяйства СССР на 1976-80 г.г." приняты XXV съездом КПСС, отмечалось, что для успешного выполнения задач развития народного хозяйства необходимо увеличить производство новых видов полимерных материалов, прежде всего конструкционного назначения, увеличить выпуск облегченных строительных конструкций, без применения металла.

Широкое применение этих материалов, предъявляет все большие требования к их прочности. Одним из распространенных способов повышения прочности является армирование материалов упрочняющими элементами.

Применение высокопрочных и высокомодульных волокон, новых типов связующего позволит получить композит, который в недалеком будущем будет способом еще более успешно конкурировать с металлом.

Цель работы: 1 - исследование влияния анизотропии на динамические параметры пластин и оболочек при гармоническом и бигармоническом возбуждении; 2 - для композиционных материалов с низкой сдвиговой жесткостью - исследование влияния учета деформаций поперечного сдвига на динамические характе-



ристки пластин и оболочек; 3 - решение динамических (в том числе и контактных) задач пластин и оболочек как многомассовых систем на основе гипотез Кирхгофа-Лява и с учетом деформаций поперечного сдвига.

Научная новизна. I. Вариационным путем получены две системы уравнений колебания гибких анизотропных пластин и пологих оболочек в перемещениях и соответствующие краевые условия:

- а) на основе гипотез Кирхгофа-Лява;
- б) с учетом деформации поперечного сдвига.

2. В зависимости от параметров ортотропии исследовано изменение частот собственных колебания ортотропных пластин и оболочек с различным соотношением сторон и различным опиранием. Установлено наличие узловых точек, которые характеризуют тем, что при определенных углах ориентации материала по отношению к опорному контуру, частота собственных колебаний остается постоянной при любых углах армирования смежных слоев.

3. Исследовано влияние анизотропии материала и деформаций поперечного сдвига на амплитудно-частотные характеристики пластин.

4. Сформулированы и решены новые динамические контактные задачи пластин и оболочек на основе гипотез Кирхгофа-Лява и с учетом деформаций поперечного сдвига.

Практическая ценность. Выполненные в диссертационной работе исследования влияния углов армирования материала пластин или оболочек на динамические характерис -

тики могут быть практически использованы при разработке оптимальных конструкций с наперед заданными свойствами.

Численное решение динамических задач (в том числе и контактных) как многомассовых систем позволяет наиболее полно исследовать поведение конструкции при любых загружениях в различный период времени.

Программы, разработанные в диссертационной работе могут быть использованы при решении широкого класса динамических задач пластин и оболочек.

Разработанные программы применялись проектными конструкторским бюро "Укрсталконструкция" при расчете стеновых ограждений из профилированного настила на динамический порыв ветра, как ортотропных пластин с учетом геометрической нелинейности.

Апробации работы. Отдельные вопросы диссертации докладывались:

1) на республиканской конференции "Воздействие динамических нагрузок на элементы конструкции", Харьков 1974 г.,

2) на республиканской конференции "Теория расчета и внедрения в строительство многослойных панелей и оболочек", Днепропетровск, 1975.

3) на XI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин, Харьков, 1977,

4) на семинарах кафедр "Строительные конструкции" и "Мосты" ДИИТА.

По материалам конференции опубликовано шесть работ
Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, приложения.

Основное содержание изложено на 136 страницах машинописного текста, 31 стр. рисунков 5 таблиц, 14 стр. приложения. Общий объем 186 стр.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Существенный вклад в исследование анизотропных оболочек внесли советские ученые С.А. Амбарцумян, В.В.Болотин, Э.И.Григолик, Я.М.Григоренко, И.И.Гольденблат, В.И.Королев, С.Г.Лехницкий, Х.М. Мухтари и др. Исследования механических свойств анизотропных материалов, оптимальному армированию некоторых конструкций посвящены работы Е.К.Ашкенази, Э.В.Ганова, Г.А.Ванина, В.В.Васильева, А.К.Малмейстера, Н.Ф.Образцова и др. Большинство работ, посвященных анизотропным пластинам и оболочкам, решают задачи при статическом нагружении.

Представляет интерес исследование поведения пластин и оболочек из анизотропного материала при динамических нагрузках, влияния анизотропии на динамические параметры системы. Решение этих задач позволит проектировать оптимальные конструкции с наперед заданными свойствами под любые виды нагрузки.

Однако, конструкции из анизотропного материала, обладающие повышенной прочностью, имеют недостаточную жесткость. Поэтому в этих конструкциях возможны прогибы, соизмеримые с толщиной оболочки, что при динамических нагрузках приводит к нелинейным колебаниям.

Развитие различных отраслей современного машиностроения, авиационной и космической техники, судостроения, транспортного машиностроения ставит задачи о контактных взаимодействиях пластин и оболочек с другими конструкциями или между собой. Много работ посвящено взаимодействию силовых колец и оболочек, стрингеров с пластинами или оболочками. Такие задачи нашли свое отражение в работах Д.П.Артыкина, Л.А.Галина, В.С.Гудрамовича, Э.И.Григолика, В.И.Моссаковского, Б.Л.Пелеха, Г.Я. Попова, И.Я.Штаермана и др. Подавляющее большинство задач такого класса решались при статическом воздействии. Интерес представляют задачи при взаимодействиях пластины или оболочки с основанием или друг с другом при динамическом воздействии с учетом односторонних связей. Подобного рода задачи автору не встречались.

В связи с тем, что некоторые конструкции из композиционных материалов имеют низкую сдвиговую жесткость, то при решении задач, особенно контактных, учет деформаций поперечного сдвига имеет большое значение.

В первой главе записаны физические уравнения для анизотропных материалов на основе закона Гука, так как конструкционные композиционные материалы являются линейно-упругими и подчиняются закону Гука вплоть до разрушения.

Используя вариационный принцип Лагранжа для задач динамики, на основе гипотез Кирхгофа-Лява получена система трех нелинейных уравнений движения гибких анизотропных пластин и оболочек

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} B_{ijk\ell} (u_{k,\ell} + u_{\ell,k} + 2\sigma_{k\ell}^{-1} R_k^{-1} w + w_{,k} w_{,\ell}),_i \cdot m \ddot{u}_i + q_i = 0; \\
 & - (D_{ijk\ell} w_{,k\ell}),_{ij} + \frac{1}{2} B_{ijk\ell} (u_{k,\ell} + u_{\ell,k} + 2\sigma_{k\ell}^{-1} R_k^{-1} w + \\
 & + w_{,k} w_{,\ell}),_i w_{,j} + \frac{1}{2} B_{ijk\ell} (u_{k,\ell} + u_{\ell,k} + 2\sigma_{k\ell}^{-1} R_k^{-1} w + \\
 & + w_{,k} w_{,\ell}) w_{,ij} - \frac{1}{2} B_{iik\ell} (u_{k,\ell} + u_{\ell,k} + 2\sigma_{k\ell}^{-1} R_k^{-1} w + \\
 & + w_{,k} w_{,\ell}) R_i^{-1} - m \ddot{w} - 2mn \ddot{w} + q_3 = 0; \quad (i, j, k, \ell = 1, 2).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Пластинки и оболочки из композиционных материалов не всегда подчиняются гипотезам Кирхгофа-Лява, поэтому в целом ряде случаев необходимо учитывать деформации поперечного сдвига.

На основе допущения о параболическом распределении поперечных касательных напряжений по толщине оболочки и в соответствии с вариационным принципом Рейснера получены уравнения колебаний гибких анизотропных оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига.

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} B_{ijk\ell} (u_{k,\ell} + u_{\ell,k} + 2\sigma_{k\ell}^{-1} R_k^{-1} w + w_{,k} w_{,\ell}),_i \cdot m \ddot{u}_i + q_i = 0; \\
 & \frac{1}{2} B_{ijk\ell} (u_{k,\ell} + u_{\ell,k} + 2\sigma_{k\ell}^{-1} R_k^{-1} w + w_{,k} w_{,\ell}),_i w_{,j} + \\
 & + \frac{1}{2} B_{ijk\ell} (u_{k,\ell} + u_{\ell,k} + 2\sigma_{k\ell}^{-1} R_k^{-1} w + w_{,k} w_{,\ell}) u_{,ij}
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$-\frac{1}{2} B_{i k k e} (\omega_{k 2} + \omega_{e, k} + 2 \sigma_{k e} R_k^{-1} \dot{\omega} + \omega_{, k} \omega_{, e}) R_i^{-1} - \\ - \mu \dot{\omega} - 2 \mu \pi \dot{\omega} + \frac{5}{6} G_{i 2} h(\omega_{, i} - A_i)_{, i} + q_i = 0;$$

$$\text{Другие } A_{i, k e} + \frac{5}{6} G_{i 2} h(\omega_{, i} - A_i) = 0; (i, j, k, e = 1, 2).$$

В этой главе рассмотрены частные случаи уравнения движения, выполнены предельные переходы и сравнены полученные уравнения с имеющимися.

Во второй главе исследуется влияние параметров анизотропии на частоты собственных колебания анизотропных пластин и оболочек.

Во многих работах, посвященных анизотропным пластинам и оболочкам, решались задачи только ортотропных конструкций без обоснования влияния отброшенных анизотропных членов. Поэтому, во второй главе рассмотрены колебания жестких анизотропных шарнирно опертых пластин. Решение принималось в виде двойного тригонометрического ряда.

Для того чтобы выявить влияние анизотропных членов на частоты колебаний, необходимо взять минимум четыре члена ряда, в противном случае члены уравнения с анизотропными коэффициентами обращаются в нуль и получается амплитудно-частотное уравнение ортотропной пластины. Полученные таким образом частоты для анизотропной и ортотропной пластины отличались между собой примерно на 2 %. Таким образом, учет анизотропных членов дифференциального уравнения вносит в частоты незначительные поправки. Аналогичные последования

выполнены при определении частот собственных колебаний анизотропных пластин с интегральным учетом краевых условий.

Результаты исследований показали, что интегральный учет краевых условий и анизотропных членов дифференциального уравнения вносят незначительные (порядка 5%) поправки на частоты собственных колебаний и в дальнейшем рассматриваются только ортотропные пластины и оболочки.

На ЭВМ ЕС 1020 получены величины частот собственных колебаний ортотропных пластин и оболочек с различным соотношением и различным закреплением сторон при изменении углов ориентации материала по отношению к опорному контуру φ и изменении углов взаимного расположения армирования слоев φ_0 для двухслойного пакета.

Результаты расчетов показали, что частота собственных колебаний существенно изменяется с изменением углов φ и φ_0 . Например, для квадратной шарнирно опертой ортотропной пластины из материала типа СВМ 15 I, максимальное изменение частоты составляет 23%, причем, в зависимости от углов армирования это может быть как повышение, так и понижение (рис.1а). Для пластин с углами $\varphi_0 = 22^{\circ}30'$ частота собственных колебаний является постоянной для различных углов φ . Это объясняется тем, что при этих параметрах материал получается квазиизотропным. Для прямоугольных ортотропных пластин изменение частоты собственных колебаний еще в большей степени зависит от углов расположения армирующих слоев и углов ориентации материала по отношению к опорному контуру. Частота собственных колебаний пластин с соотношением сторон

$\ell_1, 2\ell_2$ может измениться до 40 %.

С увеличением разницы в размерах сторон, диапазон изменения частот возрастает.

Для жесткозащемленных квадратных пластин частота собственных колебания остается постоянной при различных углах армирования, что объясняется инвариантностью физических параметров.

Получены величины частот и построены графики для пологих ортотропных оболочек с шарнирно подвижным и шарнирно неподвижным опиранием сторон. Для шарнирно подвижного опирания краев оболочек максимальное изменение частоты собственных колебаний при изменении углов армирования составляет около 70%. Для шарнирно неподвижного опирания краев оболочек при изменении углов армирования частота собственных колебаний практически остается постоянной, что объясняется влиянием тангенциальных перемещений.

В этой же главе исследовано влияние деформаций поперечного сдвига на частоты ортотропных пластин при различных модулях сдвига и различных толщинах пластин.

Установлено, что для пластин из ортотропного материала с низкой сдвиговой жесткостью ($G_{12} = G_{21} = 28 \text{ МПа}$), даже для тонких (h/ℓ), влияние деформаций поперечного сдвига оказывается существенным (24%) (рис. 16), а для более толстых составляет 77 %. Причем, как показали расчеты, частоты собственных колебаний пластин с учетом сдвига менее чувствительных к изменению параметров ортотропии, что объясняется малой чувствительностью сдвиговой модели к различным возмущениям.

В третьей главе исследовались стационарные колебания гибких ортотропных пластин и оболочек при гармоническом и бигармоническом возбуждении, определялось влияние параметров ортотропии на амплитудно-частотные характеристики пластин и оболочек. В связи с тем, что точное решение нелинейных задач теории оболочек возможно лишь в крайне редких случаях, применен метод Бубнова-Галеркина.

Как известно, при гармоническом возбуждении для пластин и оболочек можно ограничиться исследованием низших тонов колебаний. Поэтому оболочка приведена к системе с одной степенью свободы. Для этого система трех уравнений в частных производных преобразована в уравнения в обыкновенных производных, и, полагая тангенциальные инерционные члены и тангенциальные составляющие нагрузки в первых двух уравнениях равными нулю, система трех уравнений сведена к одному нелинейному дифференциальному уравнению относительно времени.

Полученное уравнение решалось методом Бубнова-Галеркина, гармонического баланса и численно на ЭВМ методом Рунге-Кутты.

Для шарнирно опертой ортотропной пластины из материала типа СВМ 15:1 с безразмерными параметрами $\gamma/l = 0,02$; $q_1 = 0,1$; $\eta = 0,02$ построены амплитудно-частотные кривые для угла $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 45^\circ$ (рис.2). При угле ориентации материала к опорному контуру $\varphi = 45^\circ$ (влияние ортотропии max) нелинейность системы понижается, амплитудно-частотная кривая стремиться к линейной системе, максимальная амплитуда увеличивается и достигает своего значения при меньших значениях частот.

Решение нелинейного уравнения движения при бигармоническом возбуждении представляет значительные трудности, так как для нелинейных систем неприменим принцип суперпозиции. Применение метода переменного масштаба позволило использовать прием разложения произвольного периодического возбуждения на простые гармоники и решить задачу колебаний нелинейной системы. Для ортотропной шарнирно опертой пластины построены амплитудно-частотные кривые для углов $\varphi=0$, $\varphi=45^\circ$ с указанными выше безразмерными параметрами.

Для случая шарнирного опирания исследовано влияние учета деформации поперечного сдвига на амплитудно-частотные характеристики нелинейных колебаний ортотропных пластин. Аналогично получено уравнение нелинейных колебаний пластины и выявлено влияние сдвига на параметры системы.

Как указывалось выше, учет деформаций поперечного сдвига приводит к понижению частот собственных колебаний пластины. На величину коэффициента при нелинейном члене уравнения, учет сдвига влияния не оказывает, следовательно, нелинейность системы не меняется и амплитудно-частотная кривая $f_0^2 - \frac{\rho^2}{\omega^2}$ параллельно смещается в сторону уменьшения частот. Однако, при неизменной нелинейности системы амплитуды колебания увеличиваются и тем больше, чем толще пластина и меньше ее сдвиговая жесткость. Так при G_{13} и G_{23} отличающихся на два порядка от G_{12} при $h/l = 0,02$ максимальная амплитуда возросла на 12%, а при $h/l = 0,1$ на 110%.

В заключительной IV главе решены динамические контактные задачи гибких ортотропных пластин и оболочек.

Как известно, решение контактных задач характеризуется значительными математическими трудностями. Особенно это относится к динамическим контактным задачам. Наличие быстродействующих ЭВМ позволяет решить численно широкий класс динамических задач.

В настоящей главе исследуются вынужденные нелинейные стационарные колебания гибких ортотропных оболочек, которые контактируют с упругим основанием. Для решения контактных задач использованы вариационные уравнения гибких ортотропных оболочек на основе гипотез Кирхгофа-Лява (1) и с учетом деформации поперечного сдвига (2), полученные в первой главе настоящей работы, с добавлением в третье уравнение контактного давления $q_k = w_k E_o / h_o$, что соответствует модели Винклера для упругого основания.

Здесь w_k - обжатие основания; E_o - модуль упругости основания; h_o - толщина упругого основания.

Модель Винклера достаточно хорошо отображает деформационные свойства грунтов по сравнению с другими моделями, однако, недостаток этой модели в том, что не учитываются распределительные свойства основания и невозможно определить динамически активный слой.

Подстилающий слой (упругое основание) может находиться на произвольном расстоянии от поверхности оболочки. Если расстояние равно нулю, то это соответствует колебаниям оболочки, лежащей на упругом основании, но с односторонними связями. Поверхность основания может быть произвольной, в том числе и точечной, а также расположенной с двух сторон.

Динамические контактные задачи решались численно методом прямых. Для этого срединная поверхность оболочки покрывалась ортогональной сеткой с постоянным шагом и частные производные по координатам X, Y заменялись конечноразностными операторами. Полученная относительно времени система дифференциальных уравнений решалась численно на ЭВМ методом Рунге-Кутты.

Для каждой точки сеточной области вместо трех уравнений (I) записывались шесть дифференциальных уравнений первого порядка относительно времени. Следовательно, для сетки из m узлов по координате X и n узлов по координате Y получаем $6 \times m \times n$ уравнений. Чтобы уменьшить число уравнений воспользуемся тем, что для пластин и пологих оболочек можно пренебречь тангенциальными инерционными силами. Тогда число уравнений уменьшится в три раза и составит $2 \times m \times n$. Необходимо лишь выразить тангенциальные перемещения $U_{(i,j)}$ $V_{(i,j)}$ через W с помощью первых двух уравнений системы (I)

После этого уравнение второго порядка относительно времени представлялось в виде системы двух уравнений первого порядка по типу

$$\frac{dW}{dt} = U_{(i,j)} \quad (3)$$

$$\frac{dU_i}{dt} = L_{(u,v,w)} - 2nW_{(i,j)} + q_i$$

где $L_{(u,v,w)}$ - все члены уравнения не зависящие явно

форме от времени

$$\begin{aligned}
 L(u,v,w) = & ((b_{1111}(\frac{h}{\ell_1})^4 w_{1111} + 2(b_{1122} + b_{2212})(\frac{h}{\ell_1})^2(\frac{h}{\ell_2})^2 w_{1122} + \\
 & + b_{2222}(\frac{h}{\ell_2})^4 w_{2222}) / 12 + (b_{1111} \frac{h}{R_1} + b_{2211} \frac{h}{R_2}) \frac{h}{\ell_1} u_1 + \\
 & + (b_{1122} \frac{h}{R_1} - b_{2222} \frac{h}{R_2}) \frac{h}{\ell_2} v_2 + b_{1111} (\frac{h}{R_1})^2 w + \\
 & + 2b_{1122} (\frac{h}{R_1})(\frac{h}{R_2}) w + b_{2222} (\frac{h}{R_2}) w - 1.5b_{1111} (\frac{h}{\ell_1})^4 w_1 w_{11} - \\
 & - 2(b_{1122} + 2b_{1212})(\frac{h}{\ell_1})^2(\frac{h}{\ell_2})^2 w_1 w_2 w_{12} - \\
 & - b_{1212} (\frac{h}{\ell_1})^2(\frac{h}{\ell_2})^2 w_2^2 - b_{1212} (\frac{h}{\ell_1})^2(\frac{h}{\ell_2})^2 w_1^2 w_{22} - \\
 & - \frac{1}{2} b_{1122} (\frac{h}{\ell_1})^2(\frac{h}{\ell_2})^2 w_2^2 w_{11} - \frac{1}{2} b_{1122} (\frac{h}{\ell_1})^2(\frac{h}{\ell_2})^2 w_1^2 w_{22} - \\
 & - 1.5b_{2222} (\frac{h}{\ell_2})^4 w_2 w_{22}) / \mu w^2
 \end{aligned} \tag{4}$$

Как известно, точность решения задач зависит от шага сетки, а увеличение шага ведет к большим затратам машинного времени. Поэтому, выполнены исследования по выбору оптимального шага сетки. Рассматривались сетки 8x8 и 16x16. Наиболее оптимальный и по точности решения и по затратам машинного времени принята сетка 8x8.

Составлена программа на языке "Фортран" для ЕС 1020, позволяющая определять амплитуды колебаний пластины, зону контакта и контактные напряжения в любой период времени. В качестве примера рассчитана ортотропная шарнирно опертая пластина из материала СВМ 15:1 с безразмерными параметрами $l_1 = l_2$; $h/l = 0,02$; $q_1 = 0,1$; $n = 0,02$; $c/h = 0,2$; для различных модулей основания $E_o = 0$; $E_o = 10$ МПа; $E_o = 10^3$ МПа.

Здесь C - расстояние от поверхности пластины до упругого основания.

На рис.3 показаны амплитуды колебаний пластины при отсутствии упругого основания $E_o = 0$ (кривые 1) и амплитуды колебаний при наличии упругого подстилающего слоя мощностью $h_o = 5$ расстояние $C = 0,2$ от верхней поверхности пластины ($E_o/E_y = 1$ - кривые 2; $E_o/E_y = 10^2$ - кривые 3).

Здесь E_y - усредненный модуль упругости основания, равный 10 МПа.

Для $E_y = 0$, т.е. когда упругое основание отсутствует, колебания симметричны относительно срединной плоскости пластины. При наличии упругого основания с одной стороны, служащего гасителем колебаний, величины амплитуд уменьшаются и колебательный процесс пластины в установившемся режиме носит несимметричный характер.

На рис.4 показаны изменения величин обхвата упругого основания ω_k и давлений в зоне контакта q_k в зависимости от модулей упругости основания E_o/E_y . Видно, что при увеличении модуля упругости основания величина обхвата

ω_k резко уменьшается, а давление в зоне контакта существенно возрастает.

При решении динамических контактных задач пластин и оболочек из композиционных материалов с низкой сдвиговой жесткостью, а также с увеличением толщины оболочки ($h/e > 0.1$), учет деформаций поперечного сдвига, как отмечалось выше, может существенно изменить динамические параметры системы. Для контактных задач все эти факторы сказываются в еще большей степени.

Рассмотрены колебания ортотропных пластин и оболочек, которые описываются уравнениями (2). Для решения контактных задач с учетом сдвига в третье уравнение добавляется член

$$q_k = \omega_k E_0 / h_0 \text{ и выражаем перемещения } U(i,j), V(i,j), \\ A_1(i,j), A_2(i,j) \text{ через } \omega.$$

Далее, для решения системы уравнений методом Рунге-Кутты записываем уравнения по типу (3) и решаем на ЭВМ.

На языке "Фортран" составлена программа для ЭВМ ЕС 1020 и выполнено решение.

Как показали решения контактных задач для ортотропных пластин с учетом сдвига сетка 8×8 , которая использовалась для решения динамических задач на основе гипотез Кирхгофа-Лява, оказалась недостаточной: решение получилось неустойчивым из-за потери точности при вычислении углов сдвига. Поэтому решена задача для бесконечно широкой пластины с шагом $l/16$, получены величины амплитуд при отсутствии упругого основания $E_0 = 0$ и при наличии подстилающего слоя с модулем упругости $E_0/E_s = 10^2$

Построены графики колебания пластины во времени, включая переходной период и стационарные колебания (рис.5).

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Выполненные исследования нелинейных колебаний анизотропных пластин и пологих оболочек дают возможность сделать следующие выводы:

1. Вариационным путем получены две системы уравнений колебаний гибких анизотропных пластин и пологих оболочек в перемещениях и краевые условия

- а) на основе гипотез Кирхгофа-Лява;
- б) с учетом деформации поперечного сдвига.

Эти уравнения обобщают известные на случай одновременного учета анизотропии и конечных прогибов.

2. Исследовано изменение коэффициентов упругости для анизотропного материала типа СВМ при различных углах ориентации материала и различных углах взаимного расположения армирования слоев для многослойного пакета.

3. Установлено, что учет анизотропных членов и интегральный учет краевых условий вносит незначительные погрешности (порядка 5%) на величины частот собственных колебаний. Поэтому, для упрощения задач анизотропные пластины и оболочки можно рассматривать как ортотропные.

4. Изменение параметров ортотропии, вызванное поворотом главных осей ортотропии по отношению к опорному контуру или изменением схемы армирования слоев и их укладки, оказывает существенное влияние на динамические параметры пластин или оболочек.

НАУКОВО-ТЕХНІЧНА БІБЛІОТЕКА
Дніпропетровського національного
університету залізничного транспорту
імені академіка В.Лазаряна

65979

Например, для квадратной шарнирно опертой пластины, управляя параметрами ортотропии, можно при одинаковой массе добиться изменения частоты до 23 %.

5. На примере расчета колебания шарнирно опертой пластины, как одномассовая системы с гармоническим или бигармоническим возбуждением, установлено, что при изменении параметров ортотропии меняется нелинейность системы.

6. Учет деформации поперечного сдвига оказывает существенное влияние на динамические параметры системы. Нелинейность системы не изменяется, но амплитудно-частотные кривые смещаются в сторону уменьшения частот, а максимальные амплитуды при этом возрастают.

7. Сформулирован новый класс динамических контактных задач. Решение уравнений выполнено численно методом прямых в сочетании с методом Рунге-Кутты.

На языке "фортран" составлены программы для решения широкого класса динамических контактных задач как на основе гипотез Кирхгофа-Лява, так и с учетом деформаций поперечного сдвига.

Разработанные алгоритмы и программы позволяют определять зону контакта, контактные усилия, а также напряжения в пластинах или в оболочках. Особенности решения задач с учетом сдвига связаны с тем, что для получения корректных результатов необходимо брать более густую сетку, чем при решении аналогичных задач на основе гипотез Кирхгофа-Лява.

8. Комплекс программ для ЭВМ, представленный в приложении к диссертации, может быть использован при проектировании реальных оптимальных конструкций из анизотропных материалов с учетом геометрической нелинейности.

Основное содержание диссертации
изложено в работах:

1. К вопросу об оптимизации динамических характеристик гибких анизотропных пластин и оболочек. Тезисы докладов республиканской конференции "Воздействие динамических нагрузок на элементы конструкции", Харьков, 1974 (соавтор Кваша Э.Н.)

2. Нелинейные стационарные колебания слоистых пластин при бигармоническом возбуждении. Тезисы докладов республиканской конференции "Теория расчета и внедрения в строительство многослойных панелей и оболочек", Днепропетровск, 1975.

3. Нелинейные стационарные колебания анизотропных пластин и оболочек при бигармоническом возбуждении. Труды ДИИТа, вып. 178/20, 1976 (соавтор Бондарь Н.Г.).

4. Контактные задачи гибких анизотропных пластин и оболочек при нелинейных колебаниях. Труды ДИИТа, вып. 189/6, 1977.

5. Некоторые задачи нелинейных колебаний анизотропных пластин и оболочек. Труды ДИИТа, вып. 189/6, 1977.

6. Динамическая контактная задача анизотропных гибких пластин и пологих оболочек. Тезисы докладов XI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Харьков, 1977.

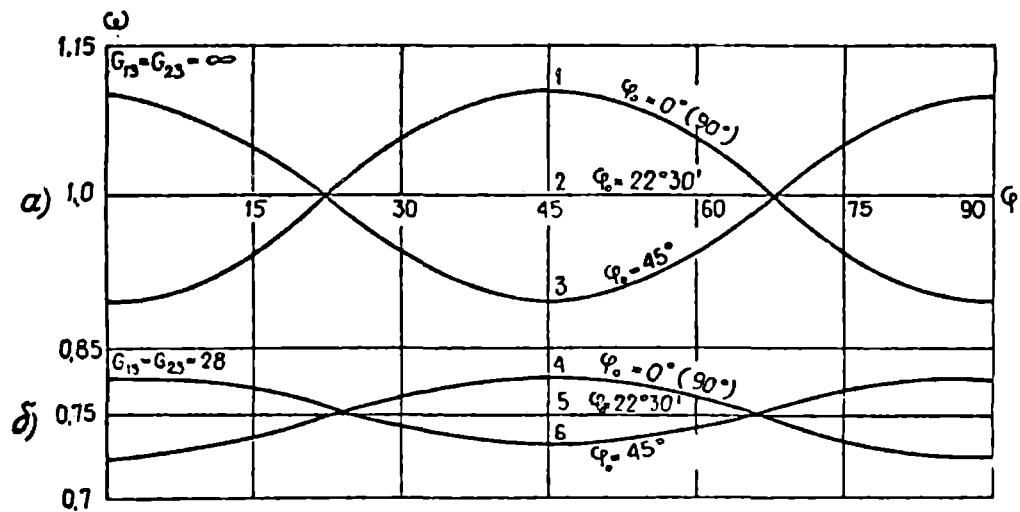


Рис. 1 Частоты собственных колебаний шарнирно опертых пластин
($l_1 = l_2$; $h/l = 0,02$) с учетом сдвига ($G_{13} = G_{23} = 28 \text{ МПа}$)

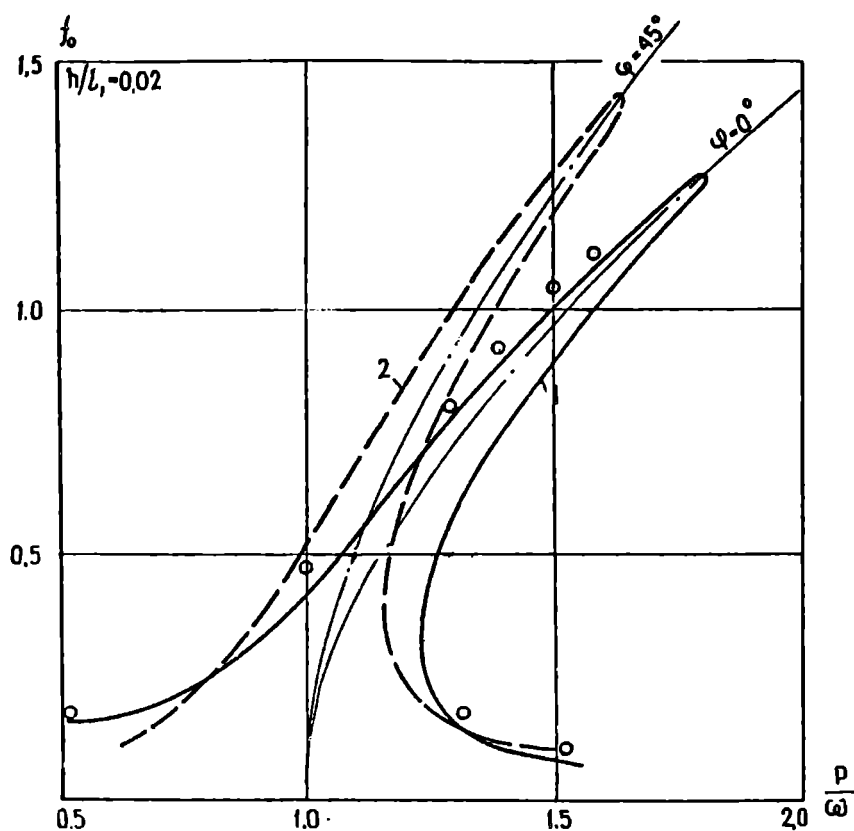


Рис. 2 Амплитудно-частотные характеристики шарнирно опертых квадратных пластин ($\circ$ — результаты численного решения).

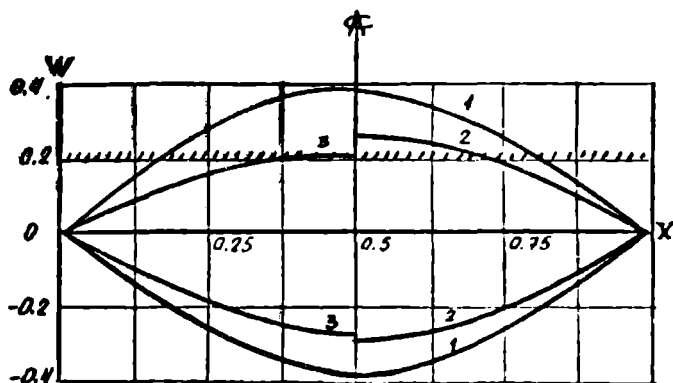


Рис.3 Максимальные амплитуды колебаний ортотропной пластины

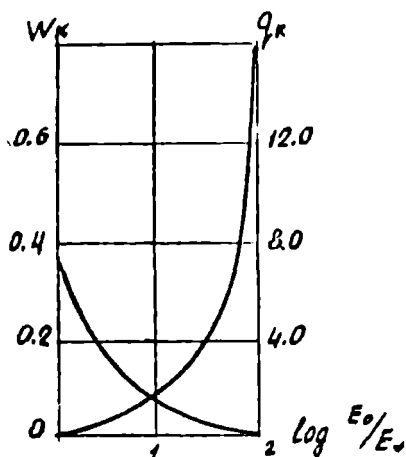


Рис.4 Контактные амплитуды напряжения (в КПа) при различных модулях упругости основания

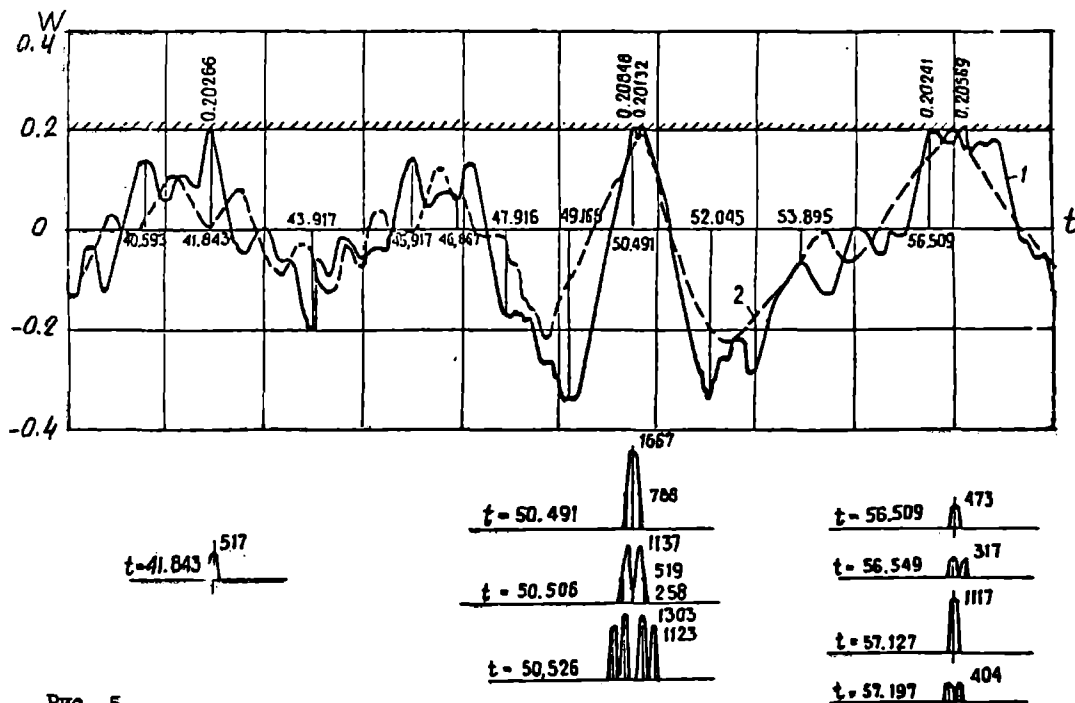


Рис. 5

Перемещение точек бесконечно широкой пластины ($e/4$ и $e/2$) и контактные напряжения (в мПа) в точке $e/2$ ($G_{15} = G_{25} = 28$ (в мПа); $E_0/E_* = 10^2$).

БТ 62427. Подписано к печати 11.1X.78.
Объем 2 печ.л. Заказ № 1043. Тираж 150 экз. ДИИТ, роталит.
320629, ГСП, г.Днепропетровск, 10, ул. Университетская, 2.